Precedent [ici](https://hackmd.io/fRTgWAKsS_-qS9kEqcYpnw)

Traitement du signal avance 2

13/01

On observe $x_1, \dots, x_n$
x_i realisations particulieres de $X_1, \dots, X_n$
$X_i \overset{iid}{\sim} f_X(x, \theta)$

> **iid** = indépendant et identiquement distribué

On construit $\hat{\Theta} = g(X_i, \dots, X_n)$ de maniere à ce que $\hat{\theta} = g(x_i, \dots, x_n)$ soit le plus proche possible de θ

> Exemple
> $$f_x(x, \theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$$

On a observé $(x_1, \dots, x_n)$ réalisations particulières de $(X_1, \dots, X_n)$

$\mathcal{L}(x_i, \dots, x_n, \theta) = \prod_{i=1}^n f_X(x_i, \theta)$

Fonction de vraisemblance :

> $\theta \to \mathcal{L}(x_i, \dots, x_n, \theta)$
> C'est la proba d'observer $x_1, \dots, x_n$ étant donnée la valeur de θ
> $x_1, \dots, x_n$ ce qu'on a effectivement observé.

On cherche donc la valeur de θ qui maximise la proba d'observation de $x, \dots, x_n \to$ estimateur du maximum de vraisemblance.

Ex: On observe $(x_i, \dots, x_n)$ avec $X_i \overset{iid}{\sim} \mathcal{R}(\alpha)$
On écrit donc la vraisemblance :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(x_i, \dots, x_n, \alpha) &= \prod_{i=1}^n f_X(x_i, \alpha) \\
&= \prod_{i=1}^n (\frac{x_i}{\alpha^2} e^{-\frac{x_i^2}{2\alpha^2}}) \\
&= \frac{\prod x_i}{\alpha^{2n}} e^{-\frac{1}{2\alpha^2}\sum_{i=1}^n x_i^2}
\end{aligned}$$

On maximise $\ln(\mathcal{L}(x_i, \dots, x_n))$ à la place :
$\ln \mathcal{L}(x_i, \dots, x_n, \alpha) = -2n \ln \alpha + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \frac{1}{2\alpha^2} \sum_{i=1}^n x_i^2$

On cherche α tq

$\frac{\partial \ln \mathcal{L}}{\partial \alpha}_{|\hat{\alpha}} = 0$

et

$\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial \alpha^2}_{|\hat{\alpha}} = 0$

Performance d'un estimateur

$\rightarrow$ biais E[$\hat{\Theta}$] - $\theta = b(\hat{\Theta})$
$\rightarrow$ variance var($\hat{\Theta}$) doit être petite

$E[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E[X] = \mu$

$X_i \sim f_X$ tq $E[X] = \mu$

$X_i \overset{iid}{\sim} \mathcal{R}(x, \alpha) = \frac{x}{\alpha^2} e^{-\frac{x^2}{2\alpha^2}}$

$\hat{\alpha}_{_{EMV}} = (\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2)^{\frac{1}{2}}$

Soit $(X_i, \ldots, X_n)$ avec $X_i \overset{iid}{\sim} f_X(x, \theta)$

On appelle quantité d'information / information de Fisher de l'échantillon aléatoire $X_1, \ldots, X_n$ pour θ la quantité.

$I_n(\theta) = \underbrace{var(\frac{\partial \ln \mathcal{L}(Xi, \ldots, X_n, \theta)}{\partial \theta})}_{\text{fonction score}}$

Prop $I_n(\theta) = -E[\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}(Xi, \ldots, X_n, \theta)}{\partial \theta^2}]$

Borne inférieure de Cramér-Rao

Quelque soit l'estimateur $\hat{\Theta}$ utilisé pour estimer θ

$$var(\hat{\Theta}) \geq \frac{\left(1 + \frac{\partial b(\hat{\Theta})}{\partial \theta}\right)^2}{I_n(\theta)}$$

En particulier: si $\hat{\Theta}$ non biaisé

$$var(\hat{\Theta}) \geq \frac{1}{I_n(\theta)}$$

En particulier, si

- $\hat{\Theta}$ est non biaisé. $b(\hat{\Theta}) = 0$
- $var(\hat{\Theta}) = \frac{1}{I_n(\theta)}$

alors on dit que l'estimateur est efficace.

Exemple :

$$\begin{aligned}
\ln \mathcal{L}(X_1, \dots, X_n, \alpha) &= -2n\ln(\alpha) + \sum_{i=1}^{n} \ln(X_i) - \frac{1}{2\alpha^2}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 \\
\frac{\partial \ln \mathcal{L}}{\partial \alpha} &= -\frac{2n}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^3}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 \\
I_n(\alpha) &= var(-\frac{2n}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^3}\sum_{i=1}^{n} X_i^2) \\
\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial \alpha^2} &= \frac{2n}{\alpha^2} - \frac{3}{\alpha^4}\sum_{i=3}^{n} X_i^2 \\
I_n(\alpha) &= -E[\frac{2n}{\alpha^2} - \frac{3}{\alpha^4}\sum_{i=1}^{n} X_i^2] \\
&= \frac{3}{\alpha^4}\sum_{i=1}^{n} E[X_i^2] - \frac{2n}{\alpha^2}
\end{aligned}$$

$E[X_i] = \alpha\sqrt{\frac{\pi}{2}}$
$var(X_i) = (\frac{4-\pi}{2})\alpha^2$

Th de Koenig

$$var(X_i) = E[X_i^2] - (E[X_i])^2$$

$$\begin{aligned}
E[X_i^2] &= var(X_i) + (E[X_i])^2 \\
&= (\frac{4-\pi}{2}\alpha^2) + \frac{\pi}{2}\alpha^2 \\
&= 2\alpha^2
\end{aligned}$$

Tests d'hypothèses

On repart de l'exemple du signal bruité x.

Objectif :

> Est ce que $x = 0$ ou $x = 1$?

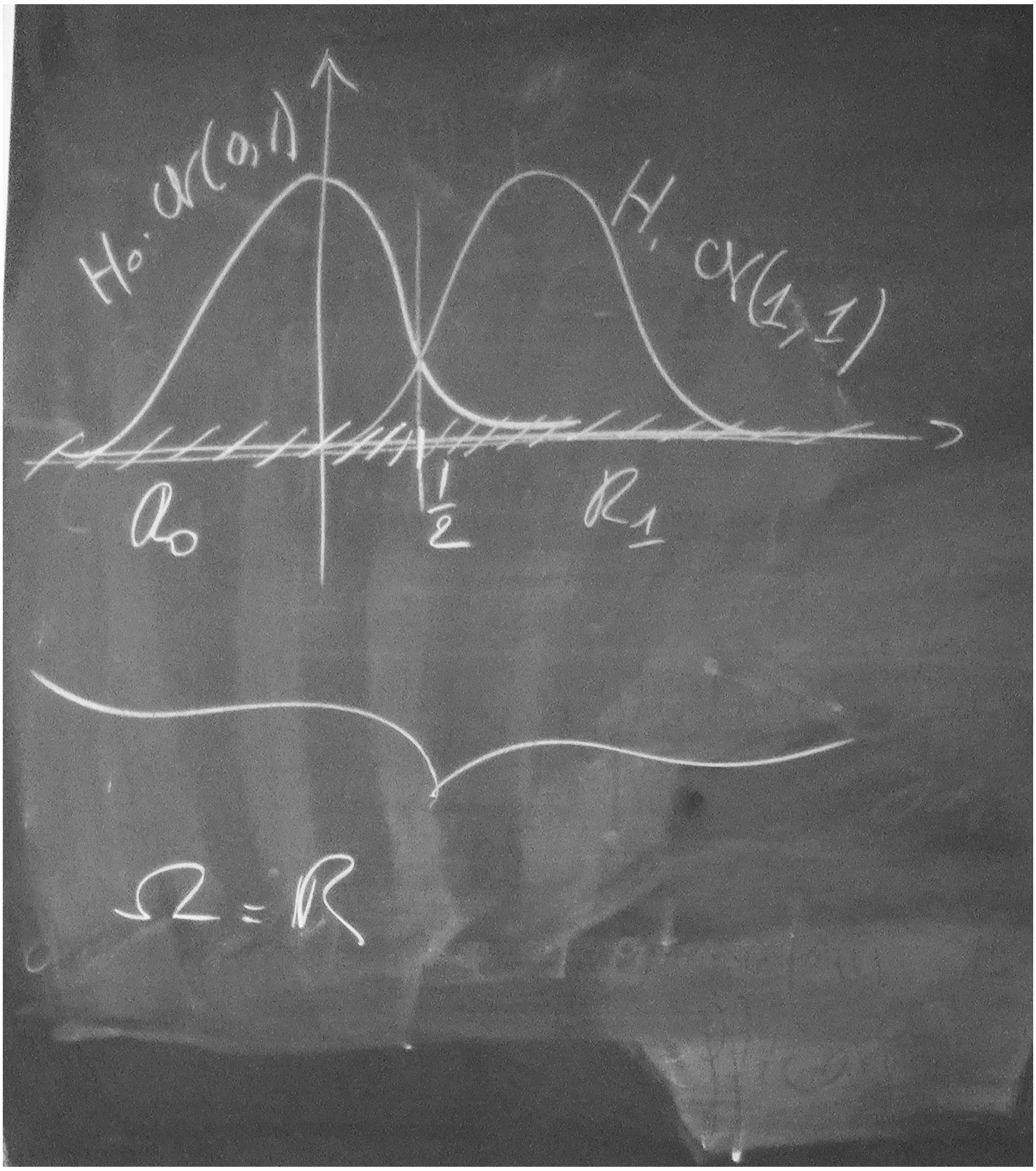
On modélise chaque hypothèse par une loi de probabilité (H_0 loi sous jacente $p_0(x)$ et H_1 loi sous jacante $p_1(x)$) et on cherche à déterminer lequel de ces deux modèles est le plus probable :

- H_0 : x tiré de $X \sim p_0(x)$
- H_1 : x tiré de $X \sim p_1(x)$

On se place dans le cas d'un test dit "simple" $\rightarrow$ les paramètres de p_0 et p_1 sont connus.

On va supposer que le **domaine de définition** de la variable aléatoire X est le même sous H_0 et H_1 $\quad \Omega = \mathbb{R}_0 \cup \mathbb{R}_1$ tel que :

$$x \in \mathbb{R}_0 \rightarrow \text{décide de } \mathbb{H}_0$$
$$x \in \mathbb{R}_1 = \overline{\mathbb{R}_0} \rightarrow \text{décide de } \mathbb{H}_1$$



Il y a 4 cas de figure :

- On décide H_0, H_0 vraie 👍 (0,0)
- On décide H_0, H_1 vraie 👎 (0,1)
- On décide H_1, H_1 vraie 👍 (1,1)
- On décide H_1, H_0 vraie 👎 (1,0)

On va affecter des poids $c_{i,j}$ avec $i, j \in \{0, 1\}$ aux différents cas de figure :

$c_{i,j} \geq 0$ **et** $c_{01}, c_{10} \geq c_{00}, c_{11}$

On va appeler coût de Bayes pour les régions $\mathbb{R}_0$ et $\mathbb{R}_1$:

$$C = \sum_{i,j=0}^{1} c_{ij}\Pi_j \mathbb{P}(\text{décider } H_i | H_j \text{ vraie})$$

avec $\Pi_j = \mathbb{P}(H_j \text{ vraie})$=proba à priori de H_j

On cherche a designer $\mathbb{R}_0$ (et donc $\mathbb{R}_1 = \overline{\mathbb{R}_0}$) de manière à minimiser le coût de Bayes.

$C = \sum_{ij=0}^{1} c_{ij}\Pi_j \mathbb{P}(x \in \mathbb{R}_i | H_j \text{ vraie})$
$C = c_{00}\Pi_0 \mathbb{P}(x \in \mathbb{R}_0 | H_0 \text{ vraie}) + c_{01}\Pi_1 \mathbb{P}(x \in \mathbb{R}_0 | H_1 \text{ vraie}) + c_{10}\Pi_0 \mathbb{P}(x \in \mathbb{R}_1 | H_0 \text{ vraie})$
$+ c_{11}\Pi_1 \mathbb{P}(x \in \mathbb{R}_1 | H_1 \text{ vraie})$
$C = c_{00}\Pi_0 \int_{\mathbb{R}_0} p_0(x)dx + c_{01}\Pi_1 \int_{\mathbb{R}_0} p_1(x)dx + c_{10}\Pi_0 \int_{\mathbb{R}_1} p_0(x)dx + c_{11}\Pi_1 \int_{\mathbb{R}_1} p_1(x)dx$
$C = \int_{\mathbb{R}_0} (c_{00}\Pi_0 p_0(x) + c_{01}\Pi_1 p_1(x))dx + \int_{\mathbb{R}_1 = \overline{\mathbb{R}_0}} (c_{11}\Pi_1 p_1(x) + c_{10}\Pi_0 p_0(x))dx$

Pour minimiser C, il faut que R_0 soit tel que:

$R_0 = \{x \in \Omega | c_{00}\Pi_0 p_0(x) + c_{01}\Pi_1 p_1(x) < c_{11}\Pi_1 p_1(x) + c_{10}\Pi_0 p_0(x)\}$

$R_0 = \{x | (c_{01}\Pi_1 - c_{11}\Pi_1)p_1(x)) < (c_{10}\Pi_0 - c_{00}\Pi_0)p_0(x))\}$

$R_0 = \{x | \frac{p_1(x)}{p_0(x)} < \frac{\Pi_0(c_{10}-c_{00})}{\Pi_1(c_{01}-c_{11})}\}$ et $R_1 = \bar{R_0} = \{x | \frac{p_1(x)}{p_0(x)} > \frac{\Pi_0(c_{10}-c_{00})}{\Pi_1(c_{01}-c_{11})}\}$

Donc à la fin on a :

Test du rapport de vraisemblance / Likelihood ratio test

$$\frac{p_1(x)}{p_0(x)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{\Pi_0(c_{10} - c_{00})}{\Pi_1(c_{01} - c_{11})}$$

$$\frac{p_1(x)}{p_0(x)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \gamma$$

Exemple :

$$\begin{cases} H_0 : \mathcal{N}(0,1) \\ H_1 : \mathcal{N}(1,1) \end{cases}$$

Avec :

- $\Pi_0 = \Pi_1 = \frac{1}{2}$
- $c_{00} = c_{11} = 0$
- $c_{10} = c_{01} = 1$

Test du rapport de vraisemblance :

$\frac{p_1(x)}{p_0(x)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 1$

$\frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp(-(x-1)^2)}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp(-x^2)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 1$

$exp(-(x-1)^2 + x^2) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 1$

$-(x-1)^2 + x^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 0$

$2x \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 1$

$x \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{1}{2}$

En théorie, on a besoin de connaître Π_0, Π_1, c_{01}et c_{10}.

En pratique, on va s'autoriser un certain pourcentage d'erreurs, et on va chercher le test qui va maximiser le pourcentage de bonnes décisions.

- H_0 correspond à un comportement standard : hypothèse nulle.
- H_1 correspond à un comportement déviant : hypothèse alternative.

$\mathbb{P}(\text{decider } H_1 | H_0 \text{ est vrai})$ = probabilite de fausse alarme
$\mathbb{P}(\text{decider } H_1 | H_1 \text{ est vrai})$ = probabilite de détection
$\mathbb{P}(\text{decider } H_0 | H_1 \text{ est vrai})$ = probabilite de non détection

Étant donné un test T (fonction des observations)
$\mathbb{P}$(T rejette H_0 | H_1 vraie) s'appelle la puissance du test T.

On va se donner une certaine proba de fausse alarme $P_{FA} = \alpha$
On va chercher le test qui maximise la proba de détection P_D sous contrainte que $P_{FA} \leq \alpha$

Cours du 21 janvier

On prend un test quelconque $T(x)$
$R_T \equiv$ région ou le test decide H_1
$P_{FA} = \int_{R_T} p_0(x)dx = p_0(R_T)$
$P_D = \int_{R_T} p_1(x)dx$

Si on prend le test du rapport de vraisemblance $\frac{p_1(x)}{p_0(x)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda$

$R_{RV}(\lambda) =$ region ou le RV decide H_1
$= \{x \text{ tq } \frac{p_1(x)}{p_0(x)} > \lambda\}$
$= \{x \text{ tq } p_1(x) > p_0(x)\lambda\}$
$P_D = \int_{R_{RV}(\lambda)} P_1(x)dx = P_1(R_{RV}(\lambda))$

Si λ augmente alors P_D diminue
Si λ diminue alors P_D augmente

> Lemme de Neyman-Pearson
>
> parmi tous les test possibles, le test ayant une proba de détection maximale pour une $P_{FA} = \alpha$ fixée est le test du rapport de vraisemblance

De même, la $P_{FA} = \int_{R_{RV}(\lambda)} p_0(x)dx = P_0(R_{RV}(\lambda))$ dépend de la valeur du seuil
Si λ augmente alors P_{FA} diminue
Si λ diminue alors P_{FA} augmente
On veut $P_{FA} \leq \alpha (P_{FA} = \alpha)$
on règle λ de manière à ce que $P_{FA} = \alpha$

Exemple : on observe $x_1, \ldots, x_n$
bruit $\rightarrow H_0 : X_i \overset{iid}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad \sigma^2$ connu
signal + bruit $\rightarrow H_1 : X_i \overset{iid}{\sim} \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \quad \mu$ connu

On cherche à répondre à cette question sous contrainte que $P_{FA} = \alpha$

$\rightarrow$ test du rapport de vraisemblance

$$\Lambda(x_1, \ldots, x_n) = \frac{p_1(x_1, \ldots, x_n)}{p_0(x_1, \ldots, x_n)} = \frac{\prod_{i=1}^n p_1(x_i)}{\prod_{i=1}^n p_0(x_i)}$$
$$= \frac{\prod_{i=1}^n (\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp(-\frac{1}{2}\frac{(x_i-\mu)^2}{\sigma^2}))}{\prod_{i=0}^n \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp(-\frac{1}{2}\frac{x_i^2}{\sigma^2})}$$

$$\Lambda(x_1, \ldots., x_n) = H_1 \text{ Si } \frac{\exp(\frac{-1}{2}\sum_{i=1}^n (\frac{x_i-\mu}{\sigma}))}{exp(\frac{-1}{2}\sum_{i=1}^n (\frac{x_i}{\sigma})^2)} > \lambda, \text{sinon } H_0$$

$$\Lambda(x_1,\dots,x_n) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\sigma}\right)^2\right)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda$$

$$= \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)\right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda$$

On prend le log :

$$-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \log\lambda$$

$$-\underbrace{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}_{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\mu\sum_{i=1}^{n} x_i + n\mu^2} + \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 2\sigma^2\log(\lambda)$$

$$-\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + 2\mu\sum_{i=1}^{n} x_i - n\mu^2 + \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 2\sigma^2\log\lambda$$

$$2\mu\sum_{i=1}^{n} x_i \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 2\sigma^2\log\lambda + n\mu^2$$

$$\Lambda(x_1\dots x_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \underbrace{\frac{1}{2\mu}\left(2\sigma^2\log\lambda + n\mu^2\right)}_{\gamma}$$

$\alpha \equiv P_{FA} = \mathbb{P}(\text{décider } H_1 | H_0 \text{vraie}) = \mathbb{P}(\sum_{i=1}^n X_i > \gamma | X_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2))$

$\Lambda(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i \equiv$ test scalaire
$\Lambda(X_1, \ldots, X_n) = \sum_{i=1}^n X_i \equiv$ statistique du test
$\sum_{i=1}^n X_i \sim \mathcal{N}(0, n\sigma^2)$

$\alpha = P_{FA} = \mathbb{P}(\mathcal{N}(0, n\sigma^2) > \gamma)$
$\int_\gamma^{+\infty} \mathcal{N}(0, n\sigma^2)(x)dx$
$\int_\gamma^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi n\sigma^2}} e^{\frac{-1}{2}\frac{x^2}{n\sigma^2}} dx = \alpha = P_{FA}$

$Q(x) = \int_x^{+\infty} \mathcal{N}(0,1)(x)dx$

on va poser $u = \frac{x}{\sigma\sqrt{n}} \quad x = \sigma\sqrt{n}u \quad dx = \sigma\sqrt{n}du$
$= \int_{\frac{\gamma}{\sigma\sqrt{n}}}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{n}\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}u^2} \sigma\sqrt{n}du$
$= \int_{\frac{\gamma}{\sigma\sqrt{n}}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}u^2} du$

$P_{FA} = \alpha = Q(\frac{\gamma}{\sigma\sqrt{n}})$
$\frac{\gamma}{\sigma\sqrt{n}} = Q^{-1}(\alpha)$
$\gamma = \sigma\sqrt{n}Q^{-1}(\alpha)$

AN: $\sigma = 1, n = 100, \alpha = P_{FA} = 0.05$
Table de Gauss: $Q^{-1}(0.05) = 1.65$
$\gamma = \sigma\sqrt{n}Q^{-1}(\alpha) = 1 \times 10 \times 1.65 = 16.5$

Sous H_0 : $\sum_{i=1}^\sigma X \sim \mathcal{N}(0, n\sigma^2) = \mathcal{N}(0, 100)$

On peut calculer la proba de détection
$P_D = \mathbb{P}(\text{décider } H_1 | H_1 \text{vraie}) = \mathbb{P}(\sum_{i=1}^n X_i > \gamma | X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2))$
Sous H_1 : $X_i \overset{iid}{\sim} \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$\sum_{i=1}^n X_i \sim \mathcal{N}(n\mu, n\sigma^2)$

$P_D = \mathbb{P}(\mathcal{N}(n\mu, n\sigma^2) > \gamma) = \int_\gamma^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi n\sigma^2}} e^{\frac{-1}{2}\frac{(x-n\mu)^2}{n\sigma^2}} dx$

$u = \frac{x - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \quad du = \frac{dx}{\sigma\sqrt{n}}$

$$P_D = \int_{\frac{\gamma - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{n}\sigma} \exp{(\frac{-1}{2}u^2)} \sigma\sqrt{n}du$$

$\int_{\frac{\gamma - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}}^{+\infty} \mathcal{N}(0,1)(u)du = Q(\frac{\gamma - n\mu}{\sigma\sqrt{n}})$
$\gamma = \sigma\sqrt{n}Q^{-1}(\alpha)$

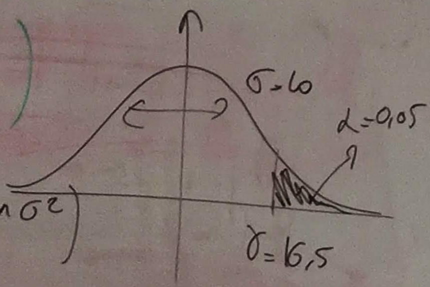
$P_D = Q(\frac{\sigma\sqrt{n}Q^{-1}(\alpha) - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}) = Q(Q^{-1}\alpha - \sqrt{n}\frac{\mu}{\sigma}) \rightarrow$ dépend de μ (rapport signal sur bruit)

si μ augmente, P_D augmente
si $\mu \rightarrow +\infty$, $Q^{-1}\alpha - \sqrt{n}\frac{\mu}{\sigma} \rightarrow -\infty$
$Q(x) = \int_x^{+\infty} \mathcal{N}(0,1)(u)du \underset{x \rightarrow -\infty}{\rightarrow} 1$

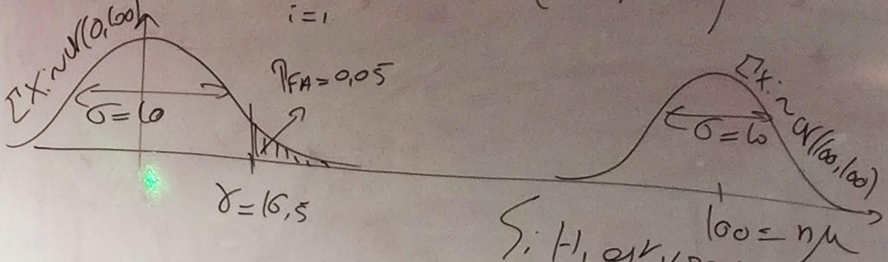
AN : $n = 100, \sigma = 1, \alpha = 0,05, Q^{-1}(\alpha) = 1,65$
$\mu = 1 P_D = Q(1,65 - 10) = Q(= 8,35) = 1 - 3,4 * 10^{-17}$
$\mu = 0,1 P_D = Q(1,65 - 1) = Q(= 0,65)$

$\alpha = P_{FA} = \mathbb{P}\left(\mathcal{N}(0, n\sigma^2) > \gamma\right)$

Sous H_1 : $\sum_{i=1}^{n} X_i \sim \mathcal{N}(n\mu, n\sigma^2)$

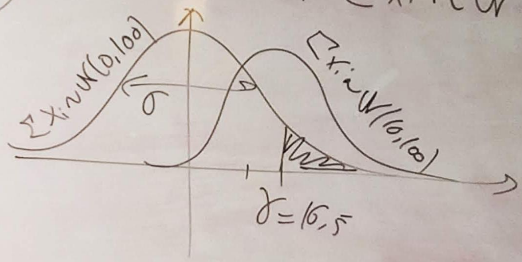


$\mu = 1 \longrightarrow \sum_{i=1}^{n} X_i \sim \mathcal{N}(100, 100)$



Si H_1 est vraie : $\sum X_i > 16,5$

Si $\mu = 0,1 \longrightarrow \sum X_i \sim \mathcal{N}(10, 100)$



$P_D = Q(Q^{-1}(P_{FA}) - \sqrt{n}\frac{\mu}{\sigma})$
$P_D = f(P_{FA})$
Si on fixe tous les autres paramêtres et qu'on trace $P_D = f(P_{FA})$ = courbe ROC (Receiving operator characteristic)

$$P_D = \int_{\frac{\gamma - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}}^{+\infty} \mathcal{N}(0,1)(u)\,du = Q\left(\frac{\gamma - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}\right)$$

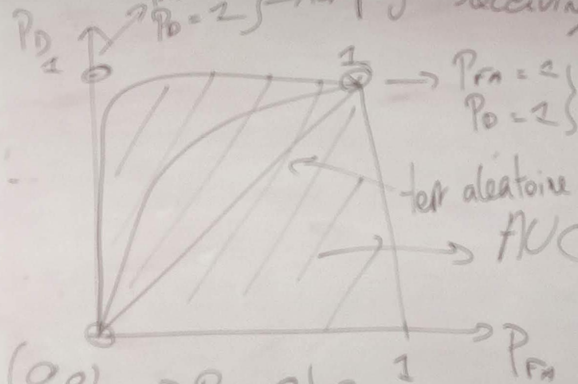
$$P_D = Q\left(Q^{-1}(P_{FA}) - \sqrt{n}\,\frac{\mu}{\sigma}\right)$$

$$P_D = f(P_{FA})$$

Si on fixe tous les autres paramètres et qu'on trace $P_D = f(P_{FA})$ = courbe ROC

receiving operator characteristic

$\left.\begin{array}{l} P_{FA}=0 \\ P_D = 1 \end{array}\right\} \rightarrow$ test parfait



$\rightarrow \left.\begin{array}{l} P_{FA}=1 \\ P_D = 1 \end{array}\right\}$ le test renvoie toujours H_1

test aléatoire

AUC = area under the curve.

$(0,0) \longrightarrow \left.\begin{array}{l} P_{FA}=0 \\ P_D = 0 \end{array}\right\}$ le test renvoie toujours H_0

PARTIEL
pouvoir expliquer avec des mots son cours(estimateur de varisemblance, borne…)
Kramera o (je sais pas comment on ecrit)
seul calcul qu'il est suceptible de demander : maximum de vraisemblance
faire le calcul du maximum de vraisemblance
Heisenberg A SAVOIR ABSOLUMENT

une feuille A5 de note manuscrite recto verso

Cours du 22/01 (guillaume terrasse)

$\int < \Psi, x > \Psi$
$x = \sum_{\sigma \in \mathbb{Z}} D_J = A_J + \sum_{j=-\infty}^{J} Dj$