

Variables Independientes

Se dice que dos variables aleatorias x y y son independientes si el conocer el valor de una de ellas **NO** te da información de la otra y viceversa. Por ejemplo, el hecho de que sepas la altura de un árbol en alguna parte del planeta no te da información sobre tu promedio final de la carrera.

Si u y v son variables aleatorias independientes la probabilidad de que u este en el rango u y $u + du$ y que v esté en el rango v y $v + dv$ está dada por

$$P_u(u) du P_v(v) dv$$

Para hallar el promedio del producto uv haremos lo siguiente (recuerda que u y v son variables independientes entre sí)

$$\langle uv \rangle = \iint uv P_u(u) du P_v(v) dv = \int u P_u(u) du \int v P_v(v) dv = \langle u \rangle \langle v \rangle$$

Nota que el valor promedio del producto de dos variables aleatorias es igual al producto del valor promedio de ambas variables.

Por ejemplo, supongamos que tienes n variables independientes aleatorias X_i , cada una con el mismo valor promedio $\langle X \rangle$ y varianza σ_X^2 .

Sea Y la suma de las variables aleatorias. Hallemos el promedio y varianza de Y :

$$\langle Y \rangle = \langle X_1 \rangle + \langle X_2 \rangle + \dots + \langle X_n \rangle = n \langle X \rangle$$

como puedes notar, el promedio de Y es n veces el promedio de X .

Ahora calculemos la varianza de Y :

$$\sigma_Y^2 = \langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2 = n \langle X^2 \rangle - n \langle X \rangle^2 = n \sigma_X^2$$

¿Qué podemos rescatar de este resultado?

Imagina que mides n veces una cantidad X y en cada ocasión tienes un error independiente σ_X . Si sumas los resultados de

tus mediciones para tener $Y = \sum X_i$ entonces el error en la media cuadrática en Y será \sqrt{n} veces σ_X . Por lo tanto, si

tienes una buena estimación de X calculando $\left(\sum X_i \right) / n$ el error en esta cantidad estará dado por σ_X / \sqrt{n} .

Si haces cuatro mediciones de la cantidad X y las promedias, el error aleatorio en tu promedio será la mitad del error para una sola medición de X . Para reducir el error debes realizar varias mediciones con un n lo suficientemente grande para este error se reduzca lo más posible. Este error no toma en cuenta a los errores sistemáticos que puedas tener en tu medición.