Aplicaciones de la distrubución de Boltzmann

Ejemplo 1

Consideremos a un sistema de dos estados, uno con energía 0 y el otro con energía $\varepsilon > 0$. Calculemos el promedio de la energía de este sistema.

Solución

La probablidad de que el sistema se encuentr en el estado con energía 0 estará dado por

$$P(0) = \frac{1}{1 + e - \beta\varepsilon};\ \beta = \frac{1}{k_B T}$$

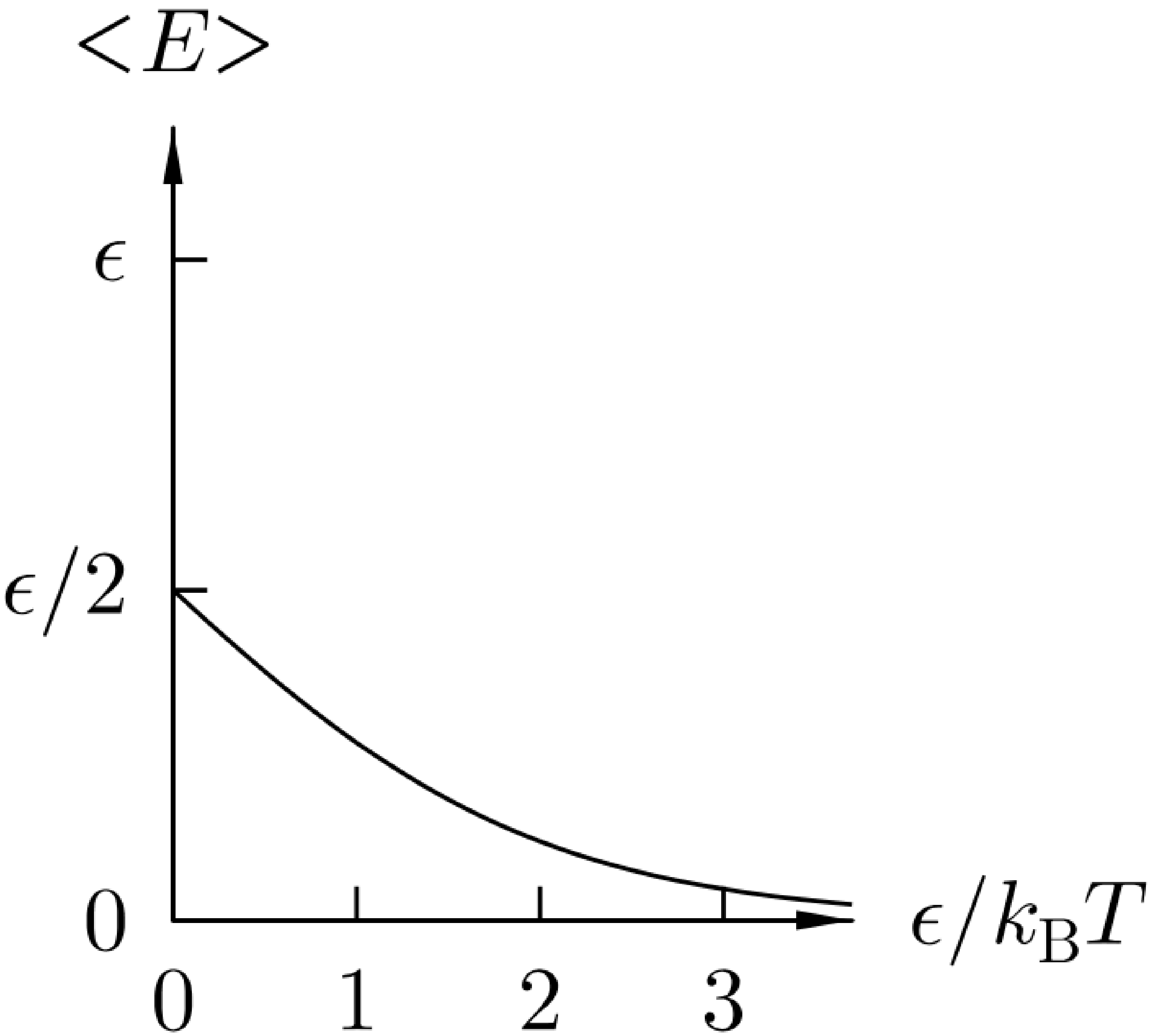
la probabilidad de que el sistema tenga energía $\varepsilon > 0$ será

$$P(\varepsilon) = \frac{e^{-\beta\varepsilon}}{1 + e - \beta\varepsilon};\ \beta = \frac{1}{k_B T}$$

ahora podemos encontrar la energía promedio

$$\langle E \rangle = 0 \cdot P(0) + \varepsilon \cdot P(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{e^{\beta\varepsilon} + 1}$$

Si la temperatura *T* es muy pequeña, $\langle E \rangle \to 0$ (el sistema está en su estado base). Si la temperatura *T* es muy grande, $\langle E \rangle \to \frac{\varepsilon}{2}$. Esto se ilustra en l a siguiente figura:



Ejemplo 2

Estimar el número de moléculas en la atmosféra como función de la altura. Considere al sistema con temperatura constante.

Solución

Considere a una molécula en un gas ideal a temperatura *T* en presencia del campo gravitacional de la Tierra. La probabilidad de que la molécula de masa *m* se encuentre a la altura z está dada por

$$P(z) \propto e^{-mgz/k_B T}$$

Por lo tanto , el número de moléculas por unidad de volumen *n(z)* a una altura *z* (la cual es proporcional a *P(z)*), estará dada por

$$n(z) = n(0)\, e^{-mgz/k_B T}$$

Este resultado nos indica que el número de moléculas obedece a una ley exponencial negativa respecto a la altura. Recuerda que asumimos que *T* es fija, lo cual no está totalmente apegado a la realidad.