Distrubuciones de probabilidad continuas

Ahora consideremos a *x* como una variable aleatoria contínua que tiene una probabilidad *P(x)dx* de tener valores entre *x* y *x + dx*. Como se hizo en la sección anterior, requerimos que la suma de todas las probabilidades sea igual a 1. En el caso de variables continuas tenemoss $\int P(x)\,dx = 1$

De esta manera la media, o valor esperado, está definido como

$$\langle x \rangle = \int x P(x)\,dx$$

y para funciones que dependan de la variable aleatoria contínua *x*,

$$\langle f(x) \rangle = \int f(x)\,P(x)\,dx$$

Ejemplo: Sea $P(x) = Ce^{-x^2/2a^2}$ donde *C* y *a* son constantes. Hallar el valor esperado de *x* y x^2

Solución

Primero determinamos el valor de *C* utilizando el hecho de que $\int P(x)\,dx = 1$, es decir,

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x)\,dx = \int_{-\infty}^{+\infty} Ce^{-x^2/2a^2} dx = C\sqrt{2\pi a^2}$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2}}$$

Por lo tanto

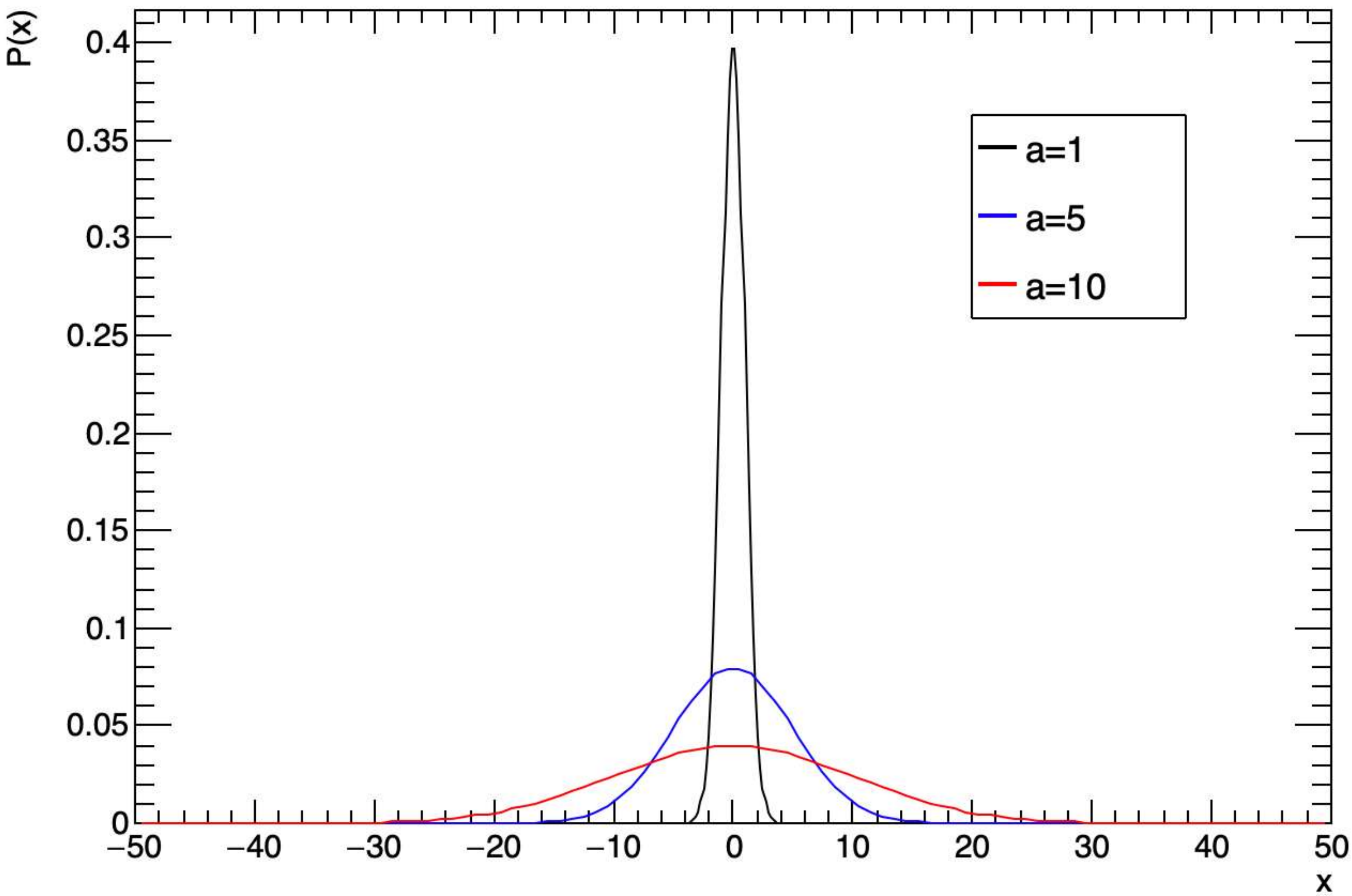
$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2}} e^{-x^2/2a^2}$$

Ahora calculamos al valor esperado de *x* y x^2

$$\langle x \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-x^2/2a^2} dx = 0$$

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-x^2/2a^2} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2}} \frac{1}{2} \sqrt{8\pi a^6} = a^2$$

El gráfico de la función *P* se muestra a continuación



Puedes notar que conforme el valor de a se incrementa, el ancho de la gráfica también lo hace. Además el pico de las 3 distribuciones se encuentra centrado en cero (el valor más probable de la variable aleatoria *x*).