

## Wstęp teoretyczny

Zjawisko Halla – w 1879 r. Edwin Herbert Hall przeprowadził eksperyment pozwalający ustalić znak ładunków przeważających nośników w danym materiale. Z doświadczenia wynikało, że przez materiał o jakiejś szerokości  $L$ , zwrócony prostopadłe do wektora indukcji magnetycznej, elektrony poruszające się wzdłuż materiału dociskane są do dolnej krawędzi materiału przez co powstaje pole elektryczne zwrócone w dół. Jeśli pola  $B$  i  $E$  wytwarzają siły działające na cząstkę, które są wzajemnie prostopadłe i równe to cząstki poruszają się wzdłuż linii prostej przez materiał – czyli bez zakrzywień.

Pomiary:

1. Dla dwóch ustalonych wartości prądu próbki  $I_s$  zmierzono napięcie poprzeczne  $U_x$  i napięcie podłużne  $U_y$  dla ustalonych wartości prądu elektromagnesu. Przed pomiarami różnych wartości prądu próbki  $I_s$  wyzerowano napięcie poprzeczne - czyli indukcja pola magnetycznego musi być równa zero dla poprawności pomiarów. Zmierzone wartości znajdują się w tabeli poniżej:

L. p.	$I_0$ [A]	$U_y$ [mV]	$U_x$ [V]	$U_y$ [mV]	$U_x$ [V]
		$I_s = 12$ [mA]		$I_s = 24$ [mA]	
1	0,2	15	1,8	2,7	3,3
2	0,4	16,2	1,8	4,4	3,29
3	0,6	17,6	1,81	6,4	3,29
4	0,8	18,7	1,81	8,6	3,29
5	1	19,9	1,81	10,8	3,29
6	1,2	21,1	1,81	12,9	3,29
7	1,4	22,3	1,81	14,8	3,29
8	1,6	23,4	1,81	16,8	3,29
9	1,8	24,4	1,81	18,8	3,29
10	2	25,5	1,81	20,7	3,29
11	2,2	26,5	1,81	22,6	3,29
12	2,4	27,2	1,8	24,1	3,29

2. Następnie przeprowadzono pomiary napięcia poprzecznego  $U_y$  dla dwóch wartości prądu  $I_0$  odpowiadającym podanym wartościom indukcji magnetycznej, dla podanych wartości prądów próbki  $I_s$ . Tutaj również wyzerowano napięcie  $U_y$  i  $U_x$  przed wykonaniem pomiarów. Zmierzone wartości znajdują się w tabeli poniżej:

$I_s$ [mA]	$U_y$ [mV]	$U_y$ [mV]
	$B = 150$ [mT]	$B = 300$ [mT]
	$I = 1A$	$I = 2,2A$
2	2,1	3,3
4	4,2	6,4
6	6,2	9,5
8	7,9	12,3
10	9,5	14,9
12	10,7	17,1
14	11,6	19,2
16	12,1	21
18	12,5	22,4
20	12,8	23,4
22	13	24,1
24	13,1	24,6

3. Pomiar napięcia poprzecznego dla wszystkich kombinacji kierunków obu prądów dla  $I_S = 24\text{mA}$  i  $B=300\text{mT}$

Kierunek przepływu prądu $I_S$	Zwrot indukcji B	$U_Y$ [mV]
$+I_S$	$+B$	22,9
$+I_S$	$-B$	-21,9
$-I_S$	$+B$	-21,6
$-I_S$	$-B$	22,5

Przyrządy pomiarowe:

- Prąd próbki  $I_S$  – miernik analogowy LM-1
- Zerowanie napięcia poprzecznego  $U_Y$  – miernik analogowy MeraTronik P317
- Pomiar napięcia poprzecznego próbki  $U_Y$  – miernik cyfrowy AteX DT890G
- Pomiar napięcia podłużnego próbki  $U_X$  – miernik cyfrowy AteX DT890G
- Prąd elektromagnesu  $I_0$  – miernik cyfrowy NDN DF1731SB5A

Niepewności przyrządów pomiarowych:

- Prąd próbki -  $\Delta I_S = \frac{\text{klasa} \cdot \text{zakres}}{100} = \frac{0,5 \cdot 30}{100} = 0,15 \text{ mA}$   

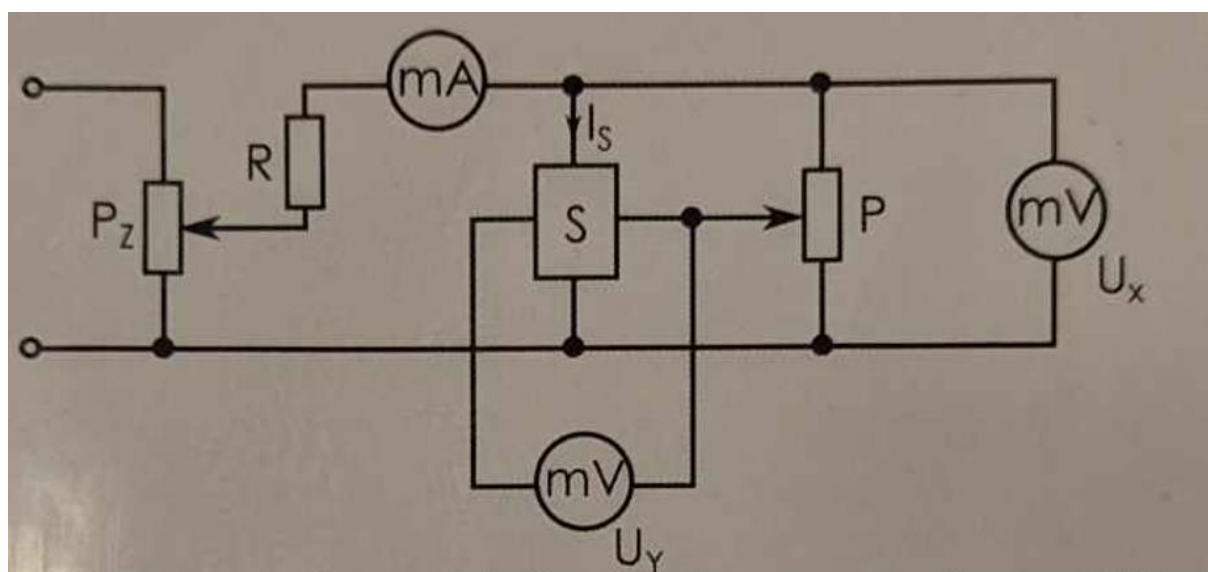
$$u_b(I_S) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} = 87 \cdot (10^{-3}) \text{ mA}$$
- Pomiar napięcia poprzecznego -  $\Delta U_Y = a\% \cdot \text{wynik} + b \cdot \text{rozdzielczość} = 0,5\% \cdot 200\text{mV} + 2 \cdot 0,1 = 1,2\text{mV}$   

$$u_b(U_Y) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} = 69 \cdot (10^{-2}) \text{ mV}$$
- Pomiar napięcia podłużnego -  $\Delta U_X = a\% \cdot \text{wynik} + b \cdot \text{rozdzielczość} = 0,5\% \cdot 20\text{V} + 2 \cdot 0,01 = 0,12\text{V}$   

$$u_b(U_X) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} = 69 \cdot (10^{-3}) \text{ V}$$
- Prąd elektromagnesu -  $\Delta I_0 = a\% \cdot \text{wynik} + 0,02 = 2\% \cdot 5\text{A} + 0,02 = 0,12\text{A}$   

$$u_b(U_X) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} = 69 \cdot (10^{-3}) \text{ A}$$

Schemat układu pomiarowego:

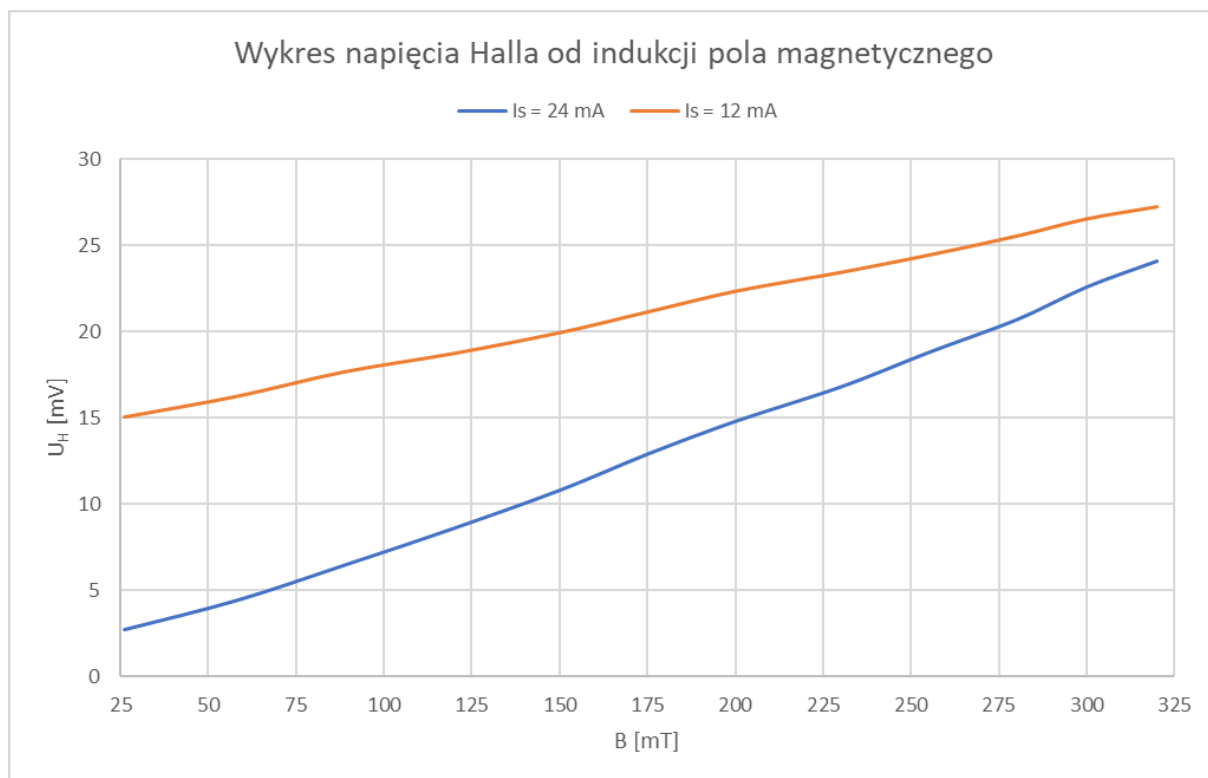


### Obliczenia

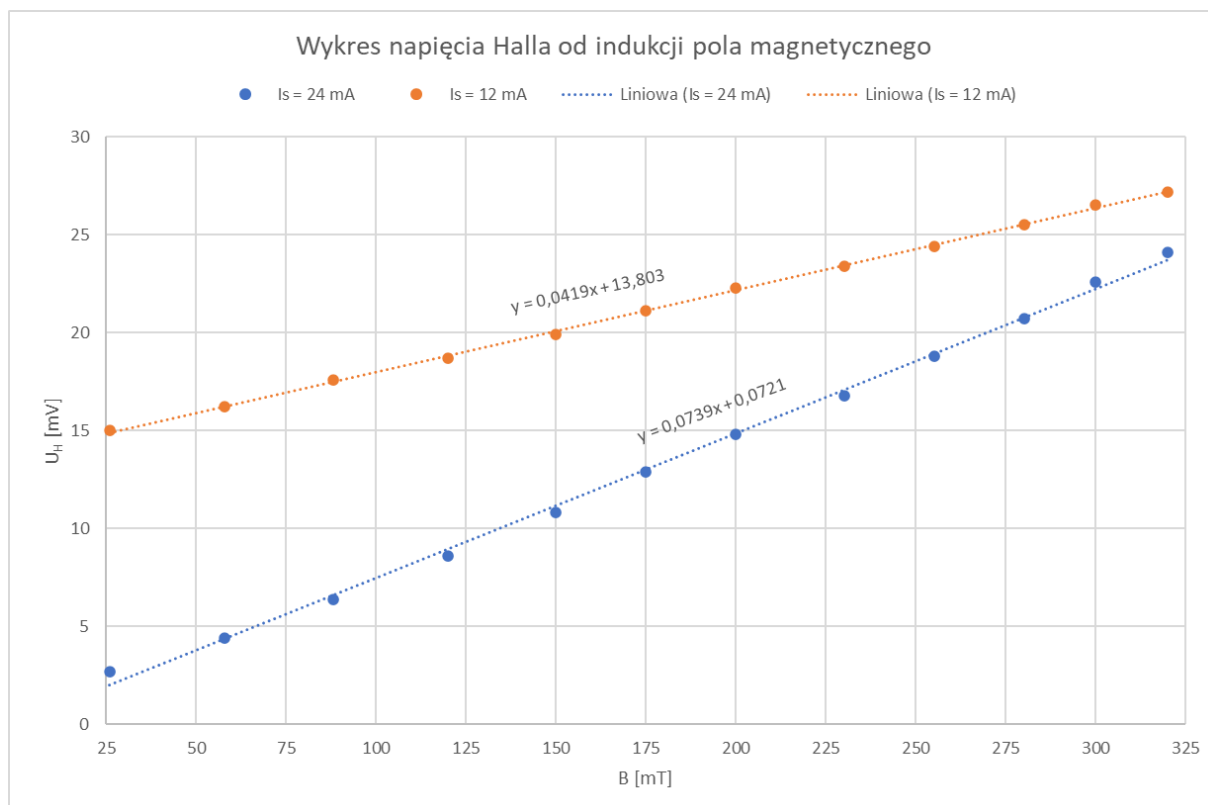
1. Przeliczenie wartości prądu elektromagnesu  $I_0$  na wartości indukcji pola magnetycznego  $B$  według tabeli podanej w instrukcji ćwiczenia.

$I_0$ [A]	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6
$B$ [mT]	26	58	88	120	150	175	200	230	255	280	300	320	335

2. Zależność napięcia Halla  $U_H$ , w funkcji indukcji pola magnetycznego  $B$ , dla różnych natężeń prądu próbki  $I_s$ .



### 3. Dopasowanie prostej za pomocą regresji liniowej.



4. Wyznaczenie współczynników prostej

Do wyznaczenia współczynników użyto wzorów:

$$S_x = \sum_{i=1}^n x_i, \quad S_y = \sum_{i=1}^n y_i, \quad S_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i.$$

Nachylenie prostej	$a = \frac{nS_{xy} - S_x S_y}{nS_{xx} - S_x^2}$	$u(a) = \sqrt{\frac{n}{n-2} \cdot \frac{S_{\varepsilon\varepsilon}}{nS_{xx} - S_x^2}}$
Przecięcie prostej	$b = \frac{S_{xx} \cdot S_y - S_x S_{xy}}{nS_{xx} - S_x^2}$	$u(b) = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \frac{S_{xx} S_{\varepsilon\varepsilon}}{nS_{xx} - S_x^2}}$

gdzie  $S_{\varepsilon\varepsilon} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$  oraz  $\varepsilon_i = y_i - ax_i - b$

	$I_S = 12\text{mA}$	$I_S = 12\text{mA}$
Współczynnik kierunkowy prostej $a \left[\frac{\text{V}}{\text{T}}\right]$	0,0419	0,074
Niepewność $u(a) \left[\frac{\text{V}}{\text{T}}\right]$	$0,337 \cdot (10^{-3})$	$1,05 \cdot (10^{-3})$
Współczynnik $b \left[\frac{\text{V}}{\text{T}}\right]$	13,8	0,072
Niepewność $u(b) \left[\frac{\text{V}}{\text{T}}\right]$	0,069	0,21

5. Obliczenie wartości stałej Halla  $R_H$

Do obliczeń użyto równanie prostej z p. 3 oraz wzoru:

$$U_H = R_H \cdot \frac{I_S}{d} \cdot B$$

Gdzie:

- $d = 8 \cdot 10^{-5} \text{ [m]}$

Do obliczeń należy przekształcić wzór do postaci:

$$R_H = \frac{U_H \cdot d}{B \cdot I_S}$$

Gdzie:

$$a = \frac{U_H}{B}$$

$$R_H = a \frac{d}{I_S}$$

	$I_S = 12\text{mA}$	$I_S = 12\text{mA}$
$R_H \left[\frac{\text{mV}}{\text{TA}}\right]$	$28 \cdot (10^{-6})$	$25 \cdot (10^{-6})$

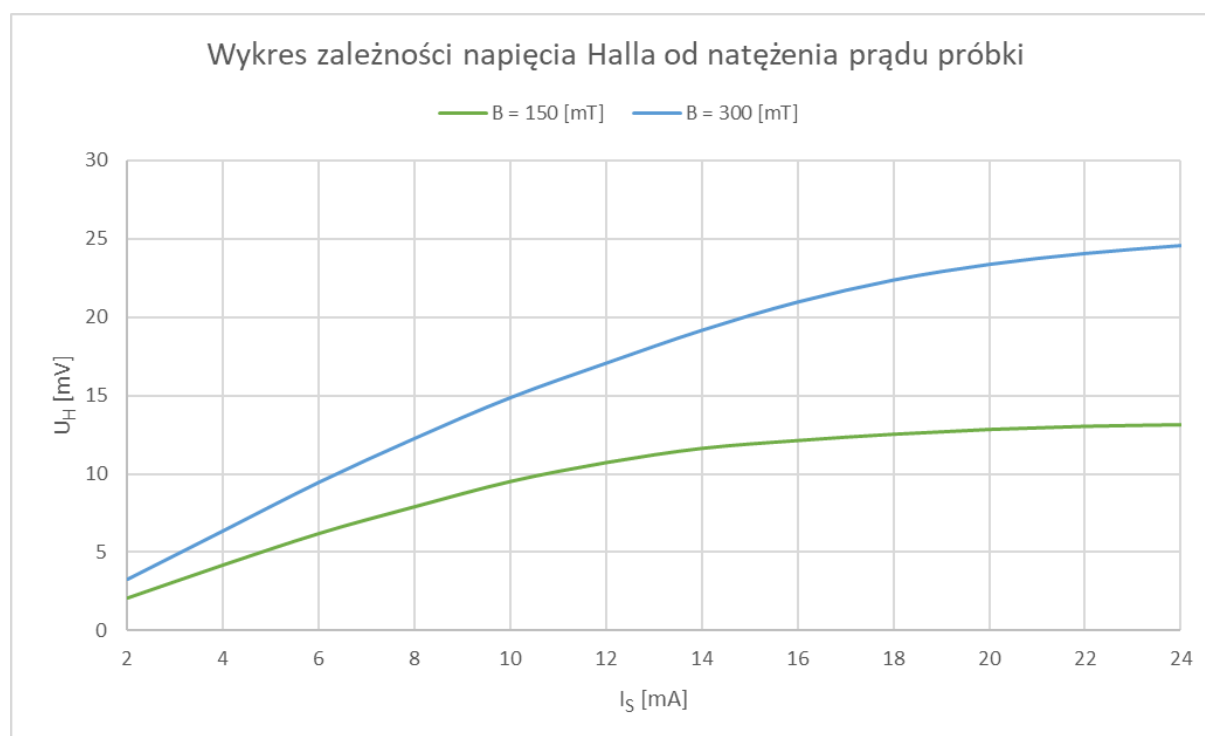
6. Wyznaczanie niepewności  $u(R_H)$  korzystając z prawa przenoszenia niepewności

$$u(R_H) = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial R_H}{\partial U_H}\right) \cdot u(U_H)\right)^2 + \left(\left(\frac{\partial R_H}{\partial B}\right) \cdot u(B)\right)^2 + \left(\left(\frac{\partial R_H}{\partial I_S}\right) \cdot u(I_S)\right)^2}$$

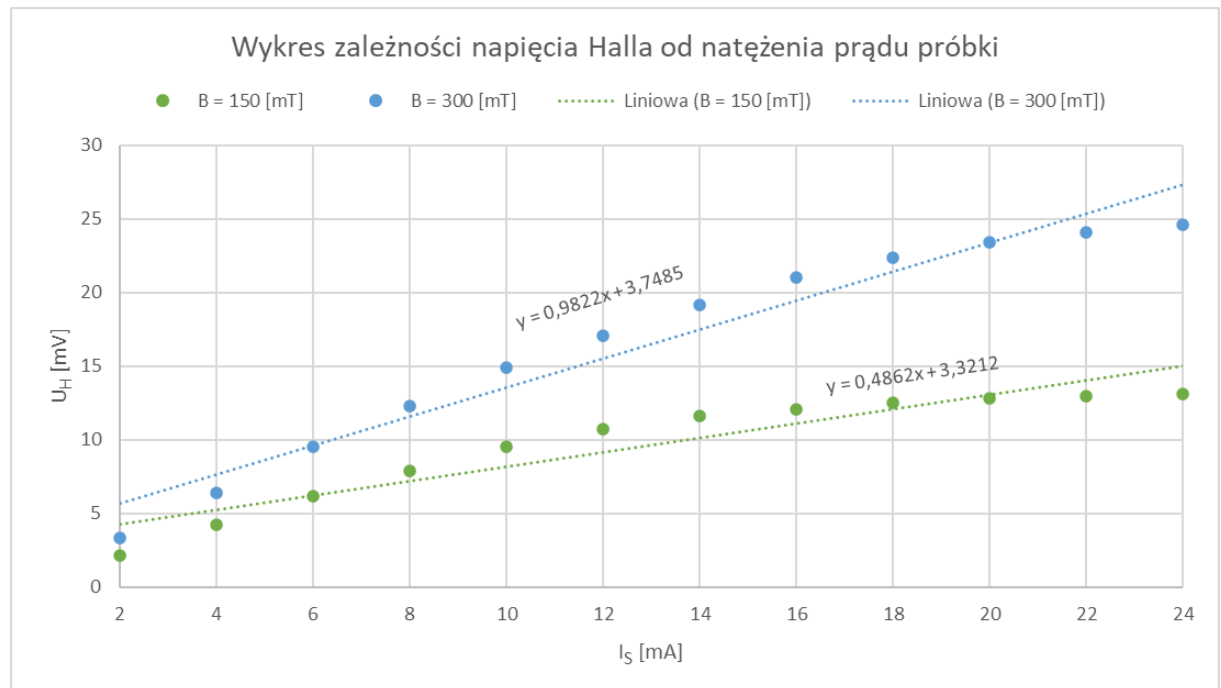
$$u(R_H) = \sqrt{\left(\left(\frac{d}{B \cdot I_S}\right) \cdot u(U_H)\right)^2 + \left(\left(-\frac{U_H \cdot B}{I_S \cdot B^2}\right) \cdot u(B)\right)^2 + \left(\left(-\frac{U_H \cdot d}{I_S^2 \cdot B}\right) \cdot u(I_S)\right)^2}$$

Niepewność $u(R_H) \left[\frac{mV}{TA}\right]$	$39 \cdot (10^{-6})$
--	----------------------

7. Przedstawienie na wykresie zależności napięcia Halla  $U_H$  w funkcji natężenia prądu próbki  $I_S$ , zmierzone dla różnych wartości indukcji pola magnetycznego  $B$ .



8. Dopasowanie prostej do zależności  $U_H$  w funkcji natężenia prądu próbki  $I_S$  metodą regresji liniowej.



9. Obliczenie wartości  $R_H$  korzystając z równania prostej i wzoru na napięcie Halla

$$R_H = a \frac{d}{I_S}$$

Obliczono  $R_H$  dla pola magnetycznego o indukcji  $B = 150$  i  $300$  mT, uwzględniając nowe współczynniki kierunkowe z wykresu (p. 7)

B [mT]	150	300
Współczynnik kierunkowy $a \left[ \frac{mV}{mA} \right]$	0,4862	0,9822
$R_H \left[ \frac{mV}{TA} \right]$	$39 \cdot (10^{-6})$	$36 \cdot (10^{-6})$

10. Wyznaczenie koncentracji  $n_0$  nośników ładunku korzystając ze wzoru:

$$n_0 = \frac{1}{e R_H}$$

Gdzie:

- $e$  – ładunek elektronu

B [mT]	150	300
Nośnik ładunku $n_0 \left[ \frac{cmV}{TA} \right]$	$1,60488 \cdot (10^{23})$	$1,74777 \cdot (10^{23})$

11. Wyznaczenie niepewności  $u(n_0)$  korzystając z prawa przenoszenia niepewności

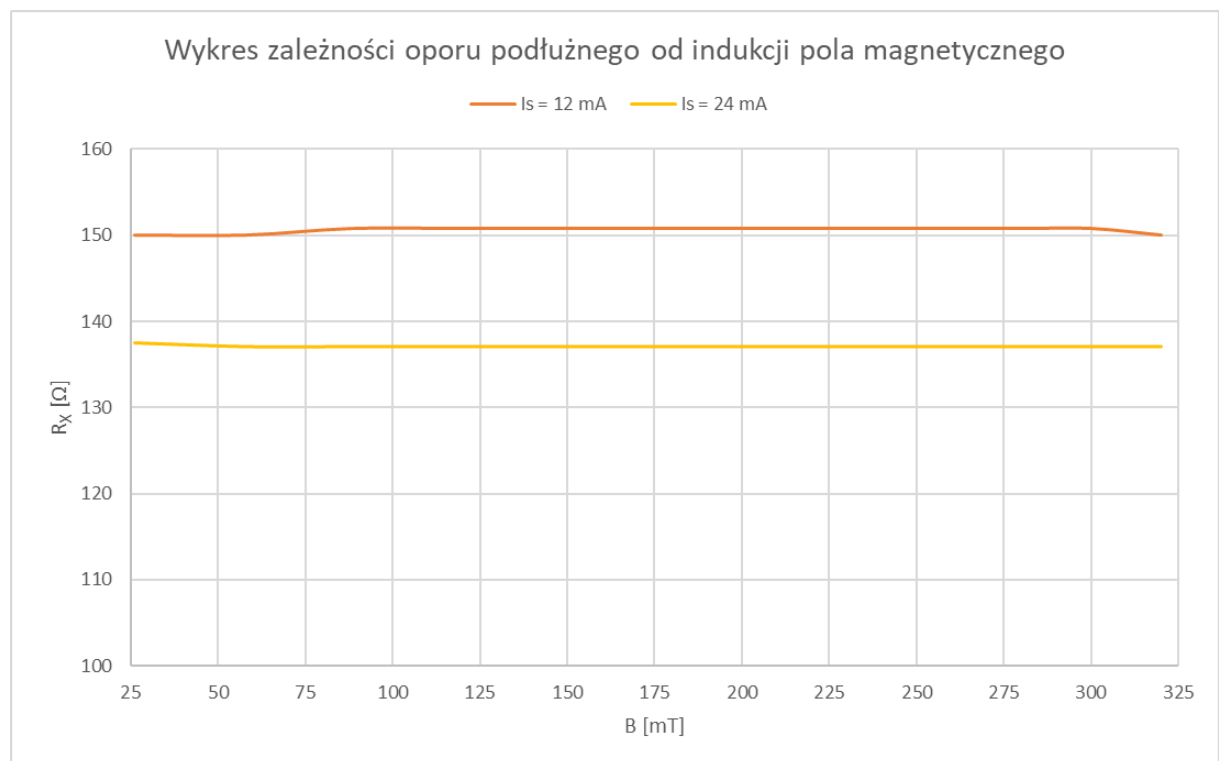
$$u(n_0) = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial n_0}{\partial R_H}\right) \cdot u(R_H)\right)^2}$$

Niepewność $u(n_0)$	$1,95 \cdot (10^{19})$
---------------------	------------------------

12. Przedstawienie zależności oporu podłużnego próbki  $R$ , w funkcji indukcji pola magnetycznego dla różnych natężeń prądu próbki  $I_s$

Wzór na opór próbki:

$$R = \frac{U_x}{I_s}$$



13. Analiza wyników pomiarów

$U_{Y1}(+I_s, +B)$	$U_{Y2}(-I_s, +B)$	$U_{Y3}(-I_s, -B)$	$U_{Y4}(+I_s, -B)$
22,9mV	-21,6mV	22,5mV	-21,9mV

Tabela przedstawia napięcia dla czterech kombinacji kierunku przepływu prądu  $I_s$  względem linii pola magnetycznego. Napięcie poprzeczne  $U_y$  to suma różnych spadków napięć wywoływanych przez różne efekty towarzyszące zjawisku Halla.

Wzór pozwalający obliczyć napięcie Halla to:

$$U_E + U_H = \frac{1}{4}(U_{Y1} + U_{Y2} + U_{Y3} + U_{Y4})$$



Wzór można przekształcić otrzymując:

$$U_H = \frac{1}{4}(U_{Y1}-U_{Y2}+ U_{Y3}-U_{Y4}) - U_E$$
$$U_H = 22,225\text{mV} - U_E$$

#### Wnioski

Celem eksperymentu było wyznaczenie stałej Halla oraz koncentracji nośników ładunków. Obliczone wartości mogą odbiegać od rzeczywistych wartości przez błędy pomiarowe. Pomiary z p. 3 pokazały że zmiana kierunków prądu i zwrotu indukcji magnetycznej wpływają na napięcie Halla, gdyż mierzone wartości różniły się od siebie