

Wintersemester 2018/19  
Modulprüfung „Automaten und Formale Sprachen“  
26.02.2019 14:00 – 15:00 Uhr

Name:

Matrikelnummer:

Studiengang, Abschluss:

**Zugelassene Hilfsmittel:** Maximal **einen** beidseitig beschriebenen Bogen DIN A4, der mit dem Namen zu versehen und als Hilfsbogen eindeutig zu kennzeichnen ist. Keine elektronischen Hilfsmittel (wie zum Beispiel Taschenrechner).

**Bearbeitungszeit:** 60 Minuten

**Hinweise:**

- Bearbeiten Sie von den folgenden Aufgaben so viele wie möglich. Dabei können Sie insgesamt 60 Punkte erreichen. Bei 30 oder mehr Punkten ist die Prüfung bestanden.
- Beschriften Sie alle abzugebenden Blätter mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer. Bei fest zusammengehefteten Blättern genügt es das oberste zu beschriften.
- Alle in der Vorlesung oder Übung bewiesenen Aussagen dürfen verwendet werden, außer dies ist bei einer Aufgabe ausdrücklich ausgeschlossen. Die Verwendung muss dabei aber stets kenntlich gemacht werden.
- Die Menge der natürlichen Zahlen enthält die Null.

---

**Nur vom Korrektor auszufüllen:**

Aufgabe	Punkte	erreicht
1	11	
2	13	
3	16	
4	12	
5	8	
Summe	60	

**Note:**

**Bemerkungen:**



**Aufgabe 1**

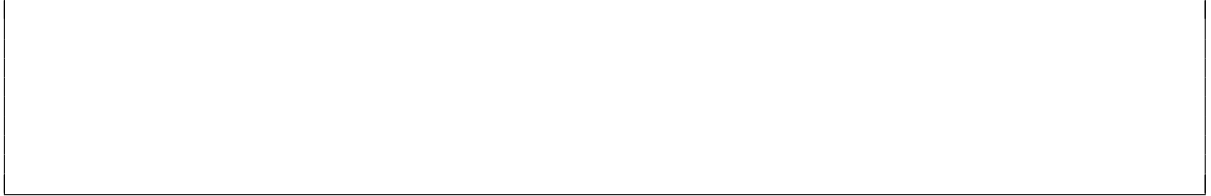
(11 Punkte)

Sei  $\Sigma = \{a, b, c\}$  ein dreielementiges Alphabet.

- a) Geben Sie einen regulären Ausdruck  $\gamma$  mit (2 P)

$$L(\gamma) = \{w \in \Sigma^* \mid |w| \geq 2 \text{ und die letzten zwei Buchstaben in } w \text{ sind gleich}\}$$

an.



- b) Geben Sie grafisch einen minimalen DEA  $M$  mit (6 P)

$$T(M) = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \equiv 2|w|_b + 1 \pmod{5}\}$$

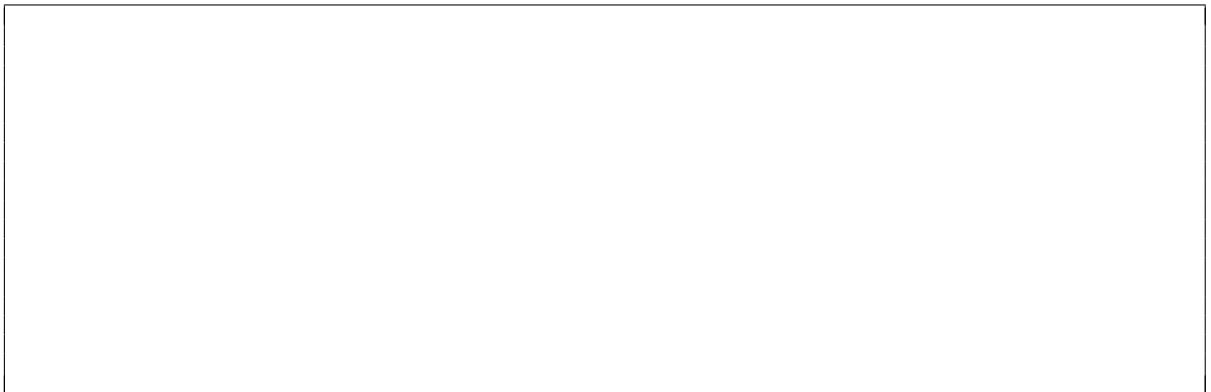
an. Beachten Sie:  $c \in \Sigma$ .



- c) Geben Sie grafisch einen NEA  $M$  mit höchstens 4 Zuständen und (3 P)

$$T(M) = \{ucv \mid u, v \in \Sigma^* \wedge |v| = 2\}$$

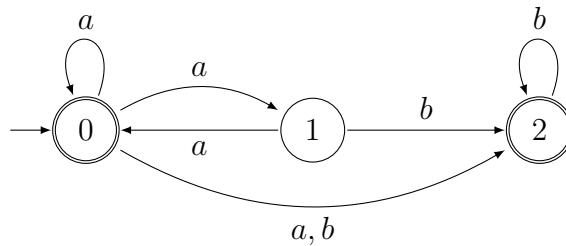
an.



## Aufgabe 2

(13 Punkte)

Seien  $\Sigma = \{a, b\}$  ein Alphabet und  $M$  der folgende NEA



und  $L$  die von  $M$  akzeptierte Sprache.

- a) Konstruieren Sie einen zu  $M$  äquivalenten DEA. Verwenden Sie hierfür die Potenzmengenkonstruktion aus der Vorlesung und geben Sie den entstehenden DEA grafisch an. Aus der Beschriftung der Zustände soll ersichtlich sein, aus welchen Zuständen von  $M$  diese jeweils hervorgehen. (4 P)

*Hinweis:* Nicht erreichbare Zustände müssen nicht gezeichnet werden. Ihr Automat sollte 4 Zustände haben.

- b) Geben Sie grafisch einen zu  $M$  äquivalenten minimalen DEA an. (3 P)

*Hinweis:* Ihr Automat sollte 3 Zustände haben.

- c) Sei  $R_L$  die Myhill-Nerode-Äquivalenz. (3 P)  
Geben Sie für jede Äquivalenzklasse  $[w]_{R_L}$  einen Vertreter  $w$  minimaler Länge und einen regulären Ausdruck  $\gamma$  mit  $[w]_{R_L} = L(\gamma)$  an.

- d) Sei  $\equiv_L$  die syntaktische Kongruenz. Gilt  $aab \equiv_L bbb$ ? (3 P)  
☐ Ja   ☐ Nein

Beweisen Sie Ihre Antwort.

### Aufgabe 3

(16 Punkte)

Seien  $\Sigma = \{a, b, c\}$  ein Alphabet und  $L$  folgende Sprache über  $\Sigma$ :

$$L = \{a^m b^n c^n \mid m, n \geq 1\}.$$

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  an, die  $L$  erzeugt. (4 P)  
Ihre Grammatik darf höchstens 5 Produktionen besitzen.

- b) Geben Sie grafisch einen DPDA  $M$  an, der  $L$  akzeptiert. (5 P)  
Ihr DPDA darf höchstens 5 Zustände besitzen.

c) Zeigen Sie, dass  $L$  nicht regulär ist.

(5 P)

d) Für welche Sprachklassenpaare gilt Gleichheit und für welche echte Inklusion? (2 P)

Füllen Sie die Kästchen zwischen folgenden Sprachklassen so mit den Symbolen  $=$  und  $\subsetneq$  aus, dass wahre Aussagen entstehen.

Nicht ausgefüllt zählt als falsch ausgefüllt.

DEA  NEA  DPDA  PDA  LBA  DTM  TM

*Bemerkung:* Wie in der Vorlesung bezeichnet  $\mathcal{C}$  die Klasse aller Sprachen, die von einer Maschine vom Typ  $\mathcal{C}$  akzeptiert werden.

**Aufgabe 4**

(12 Punkte)

Sei  $G = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, P, S)$  eine Grammatik mit folgenden Produktionen:

$$S \rightarrow CD \mid EC$$

$$B \rightarrow EB \mid b$$

$$D \rightarrow BA$$

$$A \rightarrow a$$

$$C \rightarrow CC \mid a$$

$$E \rightarrow AB.$$

- a) Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche falsch? (4 P)

Nicht angekreuzt oder mehr als ein Kreuz zählt als falsches Kreuz.

$G$  ist in Chomsky-Normalform.

☐ Wahr ☐ Falsch

$G$  ist in Greibach-Normalform.

☐ Wahr ☐ Falsch

$G$  ist in Kuroda-Normalform.

☐ Wahr ☐ Falsch

$G$  ist vom Typ 0.

☐ Wahr ☐ Falsch

$G$  ist vom Typ 1.

☐ Wahr ☐ Falsch

$G$  ist vom Typ 2.

☐ Wahr ☐ Falsch

$G$  ist vom Typ 3.

☐ Wahr ☐ Falsch

$G$  besitzt genau 6 Produktionen.

☐ Wahr ☐ Falsch

- b) Sei  $w = aabb$  Verwenden Sie den CYK-Algorithmus, um  $w \notin L(G)$  zu zeigen. (5 P)

Füllen Sie die CYK-Tabelle vollständig aus und begründen Sie kurz woran man erkennt, dass  $w \notin L(G)$  gilt. Form und Ausrichtung der Tabelle dürfen von Ihnen frei gewählt werden.



c) Zeigen Sie, dass  $G$  mehrdeutig ist.

(3 P)

*Hinweis:* Betrachten Sie das Wort  $aba$ .

### Aufgabe 5

(8 Punkte)

Seien  $\Sigma = \{a, b, c\}$  ein Alphabet und  $s: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  eine Funktion mit  $s(w) = a^{|w|_a} b^{|w|_b} c^{|w|_c}$ .

*Beispiel:*  $s(abcaba) = aaabbc$ .

a) Bestimmen Sie folgende Urbilder bezüglich  $s$ :

(3 P)

$s^{-1}(\varepsilon) =$

$s^{-1}(aab) =$

$s^{-1}(cba) =$

b) Sei  $s(L) = \{s(w) \mid w \in L\}$ . Gilt die Implikation

(5 P)

$$L \text{ ist regulär} \implies s(L) \text{ ist kontextfrei}$$

für jede Sprache  $L$  über  $\Sigma$ ?

☐ Ja   ☐ Nein

Beweisen Sie Ihre Antwort.





