

BFS - DFS

Colectivo Estructuras de Datos y Algoritmos

Septiembre 2021

1. Explique por qué es posible afirmar que el recorrido *DFS*, aplicado a un grafo conexo y no dirigido G , define implícitamente un árbol libre en G .
2. Sea $G = \langle V, E \rangle$ un grafo no dirigido representado por listas de adyacencia. Argumente por qué al realizar *BFS* sobre G , el valor de $d[u]$ ($u \in V$) no depende del orden en que aparezca u en las listas de adyacencia. ¿Ocurriría lo mismo si se calculara $d[u]$ empleando el algoritmo *DFS*?
3. Implemente un algoritmo que dado un grafo no dirigido $G = \langle V, E \rangle$, un vértice de inicio $s \in V$ y un entero k , devuelva en $O(|V| + |E|)$ los vértices de G que no son alcanzables desde s pasando por a lo sumo k aristas.
4. Proponga un algoritmo que permita determinar si un grafo no dirigido tiene un ciclo o no en $O(|V| + |E|)$. Si el grafo tiene ciclos, su algoritmo debe devolver uno cualquiera. Explique por qué su algoritmo funciona correctamente y justifique el tiempo de ejecución del mismo.
5. Sea $G = \langle V, E \rangle$ un grafo no dirigido y conexo. Implemente un algoritmo que permita determinar en $O(|V| + |E|)$ si G es o no bipartito y en caso positivo devuelva una partición bipartita de los vértices del grafo. Justifique la correctitud y el orden de su algoritmo.
6. Implemente un algoritmo que dado un grafo $G = \langle V, E \rangle$ y un vértice de origen s determine para cada vértice $v \in V$ la cantidad de caminos de longitud mínima que hay de s a v . Su algoritmo debe funcionar en $O(|V| + |E|)$. Justifique el orden y la correctitud de su algoritmo.
7. Dado un grafo conexo y no dirigido desarrolle un algoritmo que en $O(|V| + |E|)$ retorne el menor ciclo existente en el grafo que contiene a un vértice s dado. Explique por qué su algoritmo funciona y justifique su costo computacional.
8. Sea $G = \langle V, E \rangle$ un grafo conexo y no dirigido. Sean $u, v \in V$. Plantee un algoritmo que en $O(|V| + |E|)$ halle un conjunto S de caminos simples de u a v que cumpla lo siguiente:
 - a) Cualquier par de caminos en S solo tienen en común a los vértices u y v .
 - b) Cualquier otro camino de u a v que se agregue a S violará la condición anterior.Justifique el orden y la correctitud de su algoritmo.
9. Sea B la matriz de adyacencia de un grafo no dirigido $G = \langle V, E \rangle$. Si se define $A = BB^T$ donde B^T es la matriz transpuesta de B , ¿cuál es el significado del valor $A_{i,j}$?
10. El diámetro de un árbol $T = \langle V, E \rangle$ se define como $\max_{u,v \in V} \delta(u,v)$, es decir, el mayor de todos los caminos de longitud mínima entre dos vértices del árbol. Proponga un algoritmo que calcule de forma eficiente el diámetro de un árbol. Justifique el orden del tiempo de ejecución de su algoritmo y demuestre la correctitud del mismo.