KARLOS - LISTA LÓGICA 1

Ⓚ 1

01. A) $I(x) = s(x) = 1$

b) $I(f(x)) = f^{\mathcal{M}}(I(x)) = f^{\mathcal{M}}(s(x)) = f^{\mathcal{M}}(1) = 2$

c) $I(f(f(x))) = f^{\mathcal{M}}(I(f(x))) = f^{\mathcal{M}}(f^{\mathcal{M}}(I(x))) = f^{\mathcal{M}}(f^{\mathcal{M}}(s(x))) = f^{\mathcal{M}}(f^{\mathcal{M}}(1)) = f^{\mathcal{M}}(2) = 3$

- NÃO VOU MAIS FAZER PASSO A PASSO :)

d) $I(g(x, f(f(x)))) = g^{\mathcal{M}}(s(x), f^{\mathcal{M}}(2)) = g^{\mathcal{M}}(1,3) = 3$

e) $I(f(g(a,y))) = f^{\mathcal{M}}(g^{\mathcal{M}}(a^{\mathcal{M}}, s(y))) = f^{\mathcal{M}}(g^{\mathcal{M}}(1,1)) = f^{\mathcal{M}}(1) = 2$

f) O SÍMBO FUNCIONAL "+" NÃO ESTÁ DEFINIDO

g) $I(f(1)) = f^{\mathcal{M}}(I(1)) \to$ 1 NÃO É TERMO, DÁ ERRO.

OBS: SE FOSSE $f^{\mathcal{M}}(1)$, DARIA CERTO, DARIA 2.

02.

	SATISFAZ	NÃO SATIZFAZ
A)	$D = \{1,2\}$ $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ $a^{\mathcal{M}} = 1$	$D = \{1,2\}$ $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ $a^{\mathcal{M}} = 2$
B)	$D = \{1,2\}$ $P^{\mathcal{M}} = \{1,2\}$ $s(x) = 1$	$D = \{1,2\}$ $P^{\mathcal{M}} = \{2\}$ $s(x) = 1$
C)	$D = \{0,2,4,6,8,10\}$ $P^{\mathcal{M}} = \{4,6\}$ $f^{\mathcal{M}} = f(n) = n+2,\ n \in \mathbb{N}$ ($n \in D$?) $s(y) = 2$	$D = \{0,2,4,6,8,10\}$ $P^{\mathcal{M}} = \{0,2\}$ $f^{\mathcal{M}} = f(n) = n+2,\ n \in \mathbb{N}$ ($n \in D - \{10\}$?) $s(y) = 8$
D)	MESMA COISA DO ITEM A	MESMA COISA DO ITEM A
E)	$D = \{1,2\}$ $P^{\mathcal{M}} = \{1,2\} = D$	$D = \{1,2\}$ $P^{\mathcal{M}} = \{2\}$
F)	MESMA COISA DO ITEM A	MESMA COISA DO ITEM A
G)	$D = \{1,2\}$ $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$	$D = \{1,2\}$ $P^{\mathcal{M}} = \emptyset$

(P) 2

	SATISFAZ	NÃO SATISFAZ
H)	$D = \{1,2\}$ $P^M = \{1\}$	$D = \{1,2\}$ $P^M = \{1,2\} = D$
I)	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \emptyset$	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \{2\}$
J)	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \emptyset$	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \{1\}$
K)	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \{2,3\}$	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = D$
L)	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \{1,2\}$ $\theta^M = \{1,2\}$	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \{1\}$ $\theta^M = \{2,3\}$
M)	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \{1\}$ $\theta^M = D$	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = D$ $\theta^M = \emptyset$
N)	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = D$ $\theta^M = D$	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = D$ $\theta^M = \{2,3\}$
O)	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \{1,2\}$ $\theta^M = \{2,3\}$	$D = \{1,2,3,4\}$ $P^M = \{1,4\}$ $\theta^M = \{2,3\}$
P)	$D = \{1,2,3,4\}$ $P^M = \{1,3\}$ $\theta^M = \{2,4\}$	$D = \{1,2,3,4\}$ $P^M = \{1,2\}$ $\theta^M = \{3\}$
Q)	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \{1\}$ $\theta^M = \emptyset$	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \emptyset$ $\theta^M = \emptyset$
R)	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \{1,2\}$ $\theta^M = \{3\}$	$D = \{1,2,3\}$ $P^M = \{1,2\}$ $\theta^M = \{1,2\}$

	SATISFAZ	NÃO SATISFAZ
s)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=D$ $\theta^M=\emptyset$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=D$ $\theta^M=\{1\}$
t)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=D$ $\theta^M=\emptyset$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=D$ $\theta^M=\{2\}$
u)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=D$ $\theta^M=\{1,2\}$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\emptyset$ $\theta^M=$ QUALQUER COISA (QUE SEJA SUBCONJ. DE D.)
v)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{1,2\}$ $\theta^M=\{2\}$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=D$ $\theta^M=D$
w)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{1\}$ $\theta^M=\{2,3\}$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{1\}$ $\theta^M=\{1,2,3\}=D$
x)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{1,2\}$ $\theta^M=\{3\}$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{1,2,3\}=D$ $\theta^M=\{3\}$
y)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{1,2\}$ $\theta^M=\{2,3\}$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=D$ $\theta^M=D$
z)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{1\}$ $\theta^M=\{2\}$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=D$ $\theta^M=\emptyset$
aa)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\emptyset$ $\theta^M=\emptyset$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\emptyset$ $\theta^M=\{2\}$
bb)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\emptyset$ $\theta^M=\emptyset$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{3\}$ $\theta^M=\emptyset$

	SAT.	Ñ SAT.
cc)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{1\}$ $\theta^M=\{2\}$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{2,3\}$ $\theta^M=\{1\}$
dd)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\emptyset$ $\theta^M=\emptyset$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=D$ $\theta^M=\emptyset$
ee)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{1\}$ $\theta^M=\{2\}$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{2\}$ $\theta^M=\emptyset$
ff)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=D$ $\theta^M=\{1\}$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=D$ $\theta^M=\emptyset$
gg)	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{1\}$ $\theta^M=D$	$D=\{1,2,3\}$ $p^M=\{1\}$ $\theta^M=\{2,3\}$

Obs: NÃO existem só estas respostas, existem infinitas respostas para cada item da 2ª questão.

03. A) FALSO, QUALQUER FÓRMULA DA QUESTÃO 2, SERVE COMO CONTRAEXEMPLO. (R)4

B) VERDADEIRO, POIS TODA E QUALQUER INTERPRETAÇÃO A SATISFAZ.

C) VERDADEIRO, POR DEFINIÇÃO, UMA INTERP. QUE SATISFAZ O CONJUNTO, SATISFAZ TODAS AS FÓRMULAS.

D) FALSO, SE SÓ UMA FORMULA FOR, O CONJUNTO TODO JÁ SERÁ.

E) FALSO, PODE SER QUE ELE NÃO TENHA UMA INTP. QUE SATISFAÇA TODAS AS "SUB FÓRMULAS" SIMULTÂNEAMENTE. EXEMPLO: $\Gamma = \{\psi, \varphi\}$, COM $\underbrace{\psi = A \wedge B \text{ e } \varphi = \neg A \wedge C}_{\text{SATISFATÍVEIS.}}$

F) FALSO, SUPONHA QUE $\varphi \in \Gamma$ E TANTO φ COMO $\neg\varphi$ SATISFATÍVEIS. $\Gamma \cup \neg\varphi$ É INSATISFATÍVEL, JÁ QUE UMA INTP. I QUALQUER OBEDECE A: $I \vDash \neg\varphi$ SSE $I \nvDash \varphi$

G) VERDADEIRO, COMO NÃO HÁ INTP. QUE SATISFAZ ESTA FÓRMULA, TAMBÉM NÃO HAVERÁ INTP. QUE SATISFAÇA A SUA UNIÃO A UM CONJUNTO DE FÓRMULAS.

H) VERDADEIRO, DEFINIÇÃO: "$I \nvDash \Gamma$ SSE EXISTE $\varphi \in \Gamma$ TAL QUE $I \nvDash \varphi$", MAS NÃO EXISTE $\varphi \in \Gamma$ $(\varphi \in \emptyset)$, ENTÃO TODO I SATISFAZ $\emptyset$.

I) FALSO, ACABAMOS DE PROVAR ACIMA.

J) FALSO, POIS ELE CONTÉM PELO MENOS UMA FÓRMULA (TODAS) INSAT. PROVAMOS NO ITEM G.

K) VERDADEIRO, POIS HÁ CONTIDO NELE PELO MENOS UMA FÓRMULA INSAT. QUE (~~PODEMOS~~) VIMOS NO ITEM G SERVE DE PROVA.

L) FALSO, REFUTAMOS PELA VOLTA, (ψ E φ SAT. $\rightarrow \psi \wedge \varphi$ SAT.), CONTRAEXEMPLO: SUPONHA $\psi = \neg\varphi$ OU $\varphi = \neg\psi$.

M) FALSO, REFUTAMOS PELA IDA [$(\varphi \wedge \psi)$ INSAT. $\rightarrow \psi$ INSAT. E φ INSAT.], CONTRAEXEMPLO: SUPONHA $\psi = \neg\varphi$ OU $\varphi = \neg\psi$. (PRA FICAR MAIS FÁCIL DE VER, SUPONHA $\underbrace{\psi = A \wedge B \text{ e } \varphi = \neg(A \wedge B)}_{\text{SATS.}}$)

N) VERDADEIRO, (IDA): POR DEFINIÇÃO SE UM $I \vDash (\varphi \wedge \psi)$ ENTÃO $I \vDash \varphi$ E $I \vDash \psi$, JUNTE ISSO AO FATO DE QUE TODO $I \vDash (\varphi \wedge \psi)$.

(VOLTA): SE TODO I SATISFAZ φ E ψ, POR DEFINIÇÃO QUANDO UM I, SATISFAZ φ E ψ, ELE SATISFAZ $(\varphi \wedge \psi)$, ENTÃO, TODO I SATISFAZ $(\varphi$ E $\psi)$.

P5

o) Verdadeiro. Dado que $(\varphi \vee \psi)$ é satisfatível, pegue uma intp. I_o que a satisfaz, por definição esta intp. I_o satisfaz φ ou ψ, logo φ ou ψ são satisfatíveis. (IDA)

(VOLTA)

Como φ ou ψ são satisfatíveis, pegue uma intp. I_o que satisfaz uma das duas. Esta interpretação satisfaz $(\varphi \vee \psi)$.

p) Falso. Refutamos na volta, ~~sabemos~~ supondo que φ é sat e ψ insat, obedecemos ao lado direito, mas uma intp. que satisfaz φ, satisfará também $(\varphi \vee \psi)$, este é um contra exemplo.

q) Verdadeiro.

→ Por definição, uma intp. satisfaz $(\varphi \vee \psi)$ sse satisfaz φ ou ψ. Podemos deduzir que se uma intp. não satisfaz $(\varphi \vee \psi)$ então ela não satisfaz φ nem ψ, sabemos também que nenhuma intp. satisfaz $(\varphi \vee \psi)$ logo, nenhuma intp. satisfaz φ nem ψ, ou seja, φ e ψ são insat.

← Tendo que φ e ψ são insats., sabemos que nenhuma intp. irá satisfazê-las. Logo nenhuma intp. satisfará $(\varphi \vee \psi)$, pois não há intp. que satisfaça φ ou satisfaça ψ.

r) Falso. Refutamos a ida. Tomemos $\varphi = \neg\psi$ e ψ sat. mas não válida. Logo, $\underbrace{\psi \vee \neg\psi \text{ é válida}}_{\text{Pois } I \not\models \psi \leftrightarrow I \models \neg\psi}$, mas ψ não é.

P6

04\. A) Falso, se Υ for insat., $\Upsilon \vDash \varphi$ e $\Upsilon \vDash \neg\varphi$. (Mesmo que Υ fosse sat. a volta era falsa).

B) Verdadeiro, pois não existe intp. que satisfaça Υ e não satisfaça φ.

C) Verdadeiro, supondo que Υ é sat. chegamos no absurdo:

- Existe intp. I_0 que satisfaz Υ e φ.
- Nenhuma intp. satisfaz φ.

Logo, Υ não pode ser sat.

D) Verdadeiro.

→ Toda intp. satisfaz $\emptyset$, como $\emptyset \vDash \varphi$, toda intp. satisfaz φ. Logo, φ é validade.

(← φ é validade, então, toda intp. satisfaz φ.) ← Esquece/ignore.

← Por contraposição, "$\emptyset \nvDash \varphi \rightarrow \varphi$ não é válida", deve ser verdade.
Tendo que $\emptyset \nvDash \varphi$ e que $\emptyset$ é validade, concluímos que p/ alguma intp. $I_0(\varphi) = F$. Portanto esta I_0 prova que φ não é validade.

e) Sim, podem. Tome φ como $P(a)$, satisfatível. Tome Υ t.q. não contenha $\neg P(a)$. Temos então $\Upsilon \cup P(a)$ e $\Upsilon \cup \neg P(a)$, facilmente conseguimos encontrar intps que satisfaçam as duas. (Só colocar $a^M \in P$ para a primeira e $a^M \notin P$ para a seg.)

F) Falso, Contraexemplo: Pegue I_0 que $I_0 \vDash \Upsilon$ e $I_0 \vDash \varphi$. Este satisfaz $\Upsilon \cup \{\varphi\}$.
(ou são insat.) Pegue I_1 que $I_1 \vDash \Upsilon$ e $I_1 \nvDash \varphi$. Este torna $\Upsilon \nvDash \varphi$.

G) Falso, ~~Pegue o caso em que~~ Υ e φ são validades.

H) Falso, Pegue o caso em que Υ e φ são validades.

I) Verdadeiro, → Se $\Upsilon \vDash \varphi$ então todo $I(\Upsilon) = V$, $I(\varphi) = V$ e $I(\neg\varphi) = F$, então nenhuma intp. satisfará $\Upsilon \cup \{\varphi\}$, pois qualquer intp que satisfazia Υ, já não satisfará mais, porque a fórmula $\neg\varphi$ ficará falsa.
← Por contraposição, "$\Upsilon \nvDash \varphi \rightarrow \Upsilon \cup \{\neg\varphi\}$ é satisfatível", deve ser vdd. Tendo $\Upsilon \nvDash \varphi$, podemos fixar intp. I_0 tal que $I_0(\Upsilon) = V$ e $I_0(\varphi) = F$. Aplicando I_0 a $\Upsilon \cup \{\neg\varphi\}$, temos $I_0(\Upsilon) = V$ e $I_0(\neg\varphi) = V$, logo $\Upsilon \cup \{\neg\varphi\}$ é satisfatível.

04. J) FALSO, PEGUE UMA INTP. TAL QUE $\underbrace{I_0(\Gamma - \{\varphi\}) = V}_{I_0 \models \Gamma - \{\varphi\}}$ e $\underbrace{I_0(\varphi) = F}_{I_0 \not\models \varphi}$. (K) 7

K) VERDADEIRO, PEGUE $\Gamma = \{\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \ldots, \Pi_n\}$ e $\Delta = \{\Delta_1, \Delta_2, \ldots \Delta_m\}$.

- SABEMOS QUE TODA INTP. QUE SATISFAZ Γ, TAMBÉM SATISFAZ φ.
- PEGUE I_S O CONJUNTO DE TODAS AS INTPS QUE SATISFAZEM Γ, $I_S = \{I_1, I_2, \ldots, I_K\}$.
- IMAGINE I_Δ O CONJUNTO DE TODAS AS INTPS QUE SATISFAZEM Δ, $I_\Delta = \{I_{\Delta 1}, I_{\Delta 2}, \ldots, I_{\Delta K}\}$.
- PARA SABER AS INTPS. QUE SATISFAZEM $\Gamma \cup \Delta$, CALCULASE $I_S \cap I_\Delta$. CHAMEMOS $I_{S \cap \Delta}$.
- COMO $I_{S \cap \Delta} \subseteq I_S$, TODA INTP. QUE SATISFAZ $\Gamma \cup \Delta$, TAMBÉM SATISFAZ φ.

L) VERDADEIRO, COMO $\Gamma \models \beta$, TODO I QUE $I \models \Gamma$ TAMBÉM $I \models \beta$, COM ISSO TEMOS QUE O CONJUNTO DE INTPS. QUE SATISFAZEM Γ e β É IGUAL AO CONJUNTO DE INTPS. QUE SATISFAZEM $\Gamma \cup \{\beta\}$. TAMBÉM TEMOS QUE TODA INTP. QUE SATISFAZ $\Gamma \cup \{\beta\}$, SATISFAZ TAMBÉM φ. LOGO $I_\Gamma = I_{\Gamma \cup \{\beta\}} \subseteq I_\varphi$

* I_X = CONJUNTO DE INTPS. QUE SATISFAZEM X.

M) VERDADEIRO, SABEMOS QUE TODA INTP. TQ $I \models \Gamma$; $I \not\models \varphi$ OU $I \models \psi$.

- SE $I \not\models \varphi$, ENTÃO $I(\Gamma \cup \{\varphi\}) = F$, LOGO NÃO DEPENDE DE $I(\psi)$.
- SE $I \models \psi$, ENTÃO $I(\psi) = V$. LOGO, NÃO DEPENDE DE $I(\Gamma \cup \{\varphi\})$.

} IDA.

VOLTA:

- TODA INTP. QUE SATISFAZ $\Gamma \cup \{\varphi\}$, TAMBÉM SATISFAZ Γ, φ e ψ.
- TEMOS QUE NÃO EXISTE UMA INTP. I_0, QUE, $I_0(\Gamma) = V$, $I_0(\varphi) = V$ e $I_0(\psi) = F$, POIS PELA AFIRMAÇÃO ACIMA, $I_0 \models \Gamma \cup \{\varphi\}$, MAS $I_0 \not\models \psi$, QUE É UMA CONTRADIÇÃO.

*(JÁ QUE QUANDO $I_0 \models \Gamma$ e $I_0 \models \varphi$, ELE SATISFAZ $\Gamma \cup \{\varphi\}$.)

N) FALSO, CONSIDERE UMA INTP COM $D = \{1, 2, 3\}$, $P^M = \{1\}$, $\rho(x) = 1$; ESTA SATISFAZ $P(x)$ [SUPONHA QUE ELA TAMBÉM SATISFAZ Γ]. AGORA ESSA INTP. QUE SATISFAZ Γ, NÃO SATISFAZ $\forall x P(x)$, ESTE É UM CONTRAEXEMPLO.

O) VERDADEIRO, PARA $P(x)$ SER VERDADEIRA, TEMOS EM QUALQUER INTP. $\rho(x) \in P^M$. COMO O QUANTIFICADOR $\exists x$, FAZ X ASSUMIR TODOS OS VALORES DO DOMÍNIO, CERTAMENTE, ELE ASSUMIRÁ O VALOR DE $\rho 1(x)$, QUE $\in$ P^M e LOGO FARÁ $\exists x P(x)$ VERDADEIRO TAMBÉM, PARA QUALQUER $\rho 1(x)$, QUE SATISFAÇA $P(x)$.

PERTENCE.

04.P) VERDADEIRO, POIS $\exists x(P(x) \to \forall x P(x))$ É VALIDADE.

ANALISEMOS OS 2 CASOS:

- $P^M = D$; ISSO FARÁ COM QUE A FÓRMULA $\forall x P(x)$ FIQUE SEMPRE VERDADEIRA. DESTA FORMA SEMPRE QUE ANALISARMOS UM X, A IMPLICAÇÃO FICARÁ VERDADEIRA.
- $P^M \neq D$; ISSO FARÁ COM QUE PELO MENOS UM ELEMENTO DO DOMÍNIO FAÇA P(x) FALSO, TODAVIA FALSO IMPLICA TANTO V QUANTO F, E FARÁ A IMPLICAÇÃO VERDADEIRA.

05. A) VERDADEIRO, PROVA ACIMA ↑

B) VERDADEIRO, $\exists x \forall y P(x,y)$ DIZ QUE EXISTE UM ELEMENTO X_0 QUE ESTÁ ASSOCIADO A TODO ELEMENTO DO DOMÍNIO EM P^M. LOGO, $\forall y \exists x P(x,y)$ TAMBÉM É VERDADE, POIS ELA REQUER QUE TODO ELEMENTO DO DOMÍNIO ESTEJA ASSOCIADO À ALGUM OUTRO (NÃO NECESSARIAMENTE DIFERENTE) EM P^M, MAS JÁ SABEMOS QUE O ELEMENTO X_0 ESTÁ ASSOCIADO A TODOS ELEMENTOS DO DOMÍNIO, EM P^M.

C) FALSO, CONTRAEXEMPLO QUE SATISFAZ O LADO ESQUERDO E NÃO O DIREITO.

$D = \{1,2,3\}$

$P^M = \{(1,1),(1,2),(2,3)\}$

D) VERDADEIRO, $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) = V$ FAZ COM QUE $P^M = D$ OU $Q^M = D$.

- PARA $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ SER VERDADE, $P^M \cup Q^M = D$, MAS JÁ SABEMOS QUE $P^M = D$ OU $Q^M = D$.

LOGO $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ É VERDADE TODA VEZ QUE $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ FOR VERDADE.

E) FALSO, CONTRAEXEMPLO QUE SATISFAZ O LADO ESQUERDO E NÃO O DIREITO.

$D = \{1,2,3\}$

$P^M = \{1,2\}$

$Q^M = \{3\}$

F) VERDADEIRO, $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) = V$ DIZ QUE $\exists d$ $d \in D$ TAL QUE $d \in P^M$ E $d \in Q^M$, E ESTE d, SATISFAZ $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$, POIS $d \in P^M$ E $d \in Q^M$.

G) FALSO, CONTRAEXEMPLO: $D = \{1,2,3\}$, $P^M = \{1\}$, $Q^M = \{2,3\}$.

H) VERDADEIRO, ANALISANDO OS CASOS:

- $P^M = D$ e $Q^M = D$
  + ESTA INTP. TORNA A CONSEQUÊNCIA LÓGICA VERDADEIRA, POIS LADO ESQUERDO E LADO DIREITO VERDADEIROS.
- $P^M = D$ e $Q^M \neq D$
  + LADO ESQUERDO FICA FALSO, NÃO É PRECISO ANALISAR O DIREITO
- $P^M \neq D$ e $Q^M = D$
  + LADO DIREITO FICA VERDADEIRO, NÃO É PRECISO ANALISAR O ESQUERDO.
- $P^M \neq D$ e $Q^M \neq D$
  + LADO DIREITO FICA VERDADEIRO, NÃO É PRECISO ANALISAR O ESQUERDO.

* LADO ESQUERDO = $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$, LADO DIREITO = $\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$

I) FALSO, ANALISANDO OS CASOS:

- $P^M = D$ e $Q^M = D$
  + LADO DIR. = V e LADO ESQ. = V
- $P^M = D$ e $Q^M \neq D$
  + LADO DIR = F e LADO ESQ = F
- $P^M \neq D$ e $Q^M = D$
  + LADO ESQ. = V e LADO DIR = V
- $P^M \neq D$ e $Q^M \neq D$
  + LADO ESQ = V e LADO DIR = ? (PODE SER FALSO)

CONTRAEXEMPLO

$D = \{1, 2, 3\}$

$P^M = \{1\}$

$Q^M = \{2, 3\}$

* LADO ESQ. = $\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$, LADO DIR. = $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$

J)

05.J) VERDADEIRO, ANALISANDO OS CASOS

(K) 10

- $P^M = \emptyset$ e $Q^M = \emptyset$
  - LADO ESQ. = V , LADO DIR = V
- $P^M = \emptyset$ e $Q^M \neq \emptyset$
  - LADO ESQ = V , LADO DIR = V
- $P^M \neq \emptyset$ e $Q^M = \emptyset$
  - LADO ESQ = F , LADO DIR = F
- $P^M \neq \emptyset$ e $Q^M \neq \emptyset$
  - LADO ESQ = NÃO IMPORTA POIS: LADO DIR = V

K) VERDADEIRO, ANALISANDO OS CASOS

- $P^M = D$ e $Q^M = \emptyset$
  - LADO ESQ. = F , NÃO IMPORTA LADO DIR.
- $P^M = D$ e $Q^M \neq \emptyset$
  - LADO ESQ. = V , LADO DIR = V
- $P^M \neq D$ e $Q^M = \emptyset$
  - LADO ESQ. = NÃO IMPORTA, POIS LADO DIR. = V
- $P^M \neq D$ e $Q^M \neq \emptyset$
  - LADO ESQ. = NÃO IMPORTA, POIS LADO DIR = V

L) VERDADEIRO, ANALISE DA MESMA FORMA ↑

M) FALSO, CONTRAEXEMPLO:

$D = \{1, 2, 3\}$

$P^M = \{1, 3\}$

$Q^M = \{2\}$.