

Matematyka obliczeniowa – rozwiązywanie układów równań liniowych

Zadanie 1

1) Rozwiąż podany układ równań liniowych wskazanymi metodami. Wyniki obliczeń wpisz w tabelę.

Ustaw dokładność wyświetlania liczb na `format long e`.

$$A \cdot X = b; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 + \varepsilon \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 + \varepsilon \end{pmatrix}$$

Metoda	$\varepsilon = 0.01$	$\varepsilon = 0.0001$
analityczna	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$
wzory Cramera	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$
odwracanie macierzy	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$
eliminacji Gaussa	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$
rozkład LU wersja 1	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$
rozkład LU wersja 2	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$
rozkład QR wersja 1	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$
rozkład QR wersja 2	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$
rozkład SVD	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$

2) Oblicz błąd bezwzględny dla otrzymanych rozwiązań przyjmując za rozwiązanie dokładne wynik uzyskany metodą analityczną. Która z metod okazała się najlepsza?

3) Oblicz wskaźnik uwarunkowania dla macierzy A dla $\varepsilon = 0.01$ oraz $\varepsilon = 0.0001$.

Wykorzystanie rozkładu LU macierzy A do rozwiązywania układu równań liniowych

wersja 1	wersja 2
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: auto;"> $\begin{aligned} A \cdot x &= b \\ L \cdot U \cdot x &= b \\ x &= U^{-1} \cdot L^{-1} \cdot b \end{aligned}$ </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: auto;"> $\begin{aligned} A \cdot x &= b \\ L \cdot U \cdot x &= b \\ U \cdot x &= y \\ L \cdot y &= b \end{aligned}$ </div>

Zadanie 2. Podaj przykład macierzy dobrze uwarunkowanej i mającej bardzo mały wyznacznik.

Zadanie 3. dodatkowe: Znajdź wskaźnik uwarunkowania cond wykorzystując normę 'nieskończoność' macierzy stopnia n trójkątnej dolnej, mającej na głównej przekątnej elementy 1, a pod nią -1. Sprawdź wynik dla różnych n (przynajmniej 5 różnych wartości). Postaraj się dobrać n z możliwie szerokiego zakresu.

$$\|A\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$$