EPFL

MAN

Mise à niveau

Maths 2A

PREPA-032(A)

Student:
Arnaud FAUCONNET

Professor:
Sacha FRIEDLY

Printemps - 2019

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

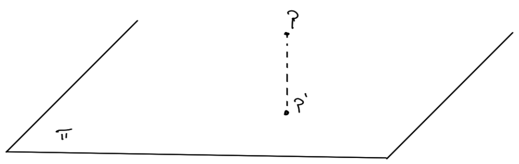
Chapter 5

Transformation géométriques dans l'espace

But: Obtenir une expression analytique

$$P\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \to P'\begin{pmatrix} x_0' \\ y_0' \\ z_0' \end{pmatrix}$$

5.1 Projection orthogonales sur un plan



$$P \to P' = p(P)$$

Remarques

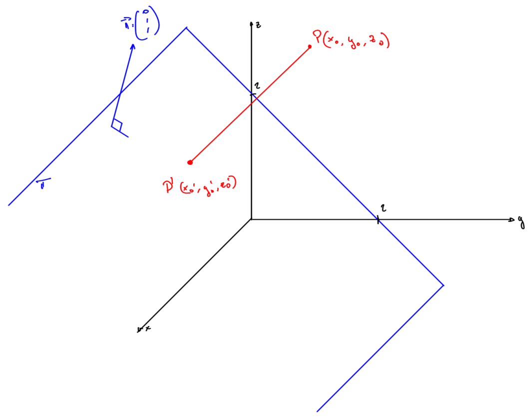
1. $p \circ p = p$ "$p^2 = p$"

2. Si $A' = p(A)$ et $B' = p(B)$ alors

$$\overrightarrow{AA'} \quad \text{est} \quad \parallel \text{ à } \overrightarrow{BB'}$$

(utile pour la série 14!)

Exemple Projection orthogonale sur $\pi : y + z = 2$ (dans un ROD)



$$d : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \ (*) \qquad \lambda \in \mathbb{R}$$

$$P' = d \cap \pi$$

Insérons $(*)$ dans $y + z = 2$:

$$(y_0 + \lambda) + (z_0 + \lambda) = 2 \implies \lambda = 1 - \frac{y_0 + z_0}{2}$$

Donc:

$$P' \begin{pmatrix} x_0' \\ y_0' \\ z_0' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + \left(1 - \frac{y_0 + z_0}{2}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Donc la projection:

$$P \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \to P' \begin{pmatrix} x_0' \\ y_0' \\ z_0' \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}}_{\text{partie linéaire}} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exemple Soit p la projection qui projette $A(4, -1, 1)$ sur $A'(3, 1, 0)$. Calculer p (analytiquement)