

EPFL

MAN

Mise à niveau

Physique

PREPA-033

Student:
Arnaud FAUCONNET

Professor:
Sylvain BRÉCHET

Printemps - 2019



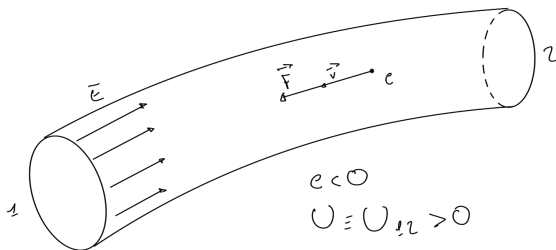
ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Chapter 8

Circuits à courant

8.1 Courant électrique

Lorsqu'une tension $U \equiv U_{12} > 0$ est imposée entre les bornes 1 et 2 d'un conducteur, un champ électrique \vec{E} s'établit à travers le conducteur. La présence de ce champ électrique génère une force électrique \vec{F} sur les charges électriques libres (i.e. électrons) qui se déplacent collectivement à vitesse \vec{v} à travers le conducteur. L'interaction entre les électrons libres et les atomes d'un conducteur génère une force de frottement "visqueux" qui s'oppose à leur mouvement (i.e. résistance). Le flux d'électrons atteint une vitesse limite constante \vec{v} à l'échelle microscopique



1. Les lignes de champ suivent la surface du conducteur.
2. Le conducteur reste neutre
3. Les électrons subissent une force de frottement

Le **courant électrique** I est défini comme la dérivée temporelle de la charge électrique, c'est-à-dire la quantité de charges électriques qui traversent la section du conducteur par unité de temps.

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (8.1)$$

Unité physique (SI): Ampère $[A] = \left[\frac{C}{s}\right]$

Convention: L'orientation du courant est définie positive dans la direction de déplacement des charges positives:

On appelle **courant continu**, un courant électrique I stationnaire: $I = \text{cste}$

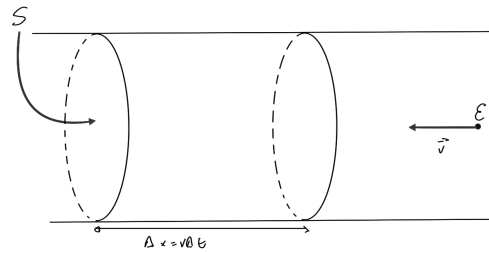
$$\frac{dI}{dt} = 0 \quad (\text{courant stationnaire}) \quad (8.2)$$

Par la suite, on ne considérera que des courants continus.

8.1.1 Courant traversant un fil

Les électrons de conduction ont une vitesse \vec{v} .

Chaque matériau a une densité électronique n qui correspond au nombre d'électrons de conduction par unité de volume.



Durant un intervalle de temps Δt , les électrons de conduction dans le volume $\Delta V = S\Delta x = Sv\Delta t$ traversent la section S , donnant une charge,

$$\Delta Q = ne\Delta V = neSv\Delta t \implies I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = neSv \quad (8.3)$$

La vitesse de propagation des électrons

$$v \simeq 0.5 \frac{mm}{s}$$

alors que la vitesse de propagation du champ électrique dans la matière

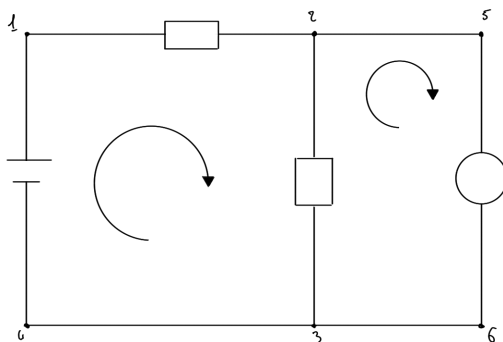
$$V \simeq 2.73 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \sim c = 3.8 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \quad (8.4)$$

8.2 Règles de Kirchoff

Comme la variation du potentiel électrique en Φ le long d'un chemin fermé est nulle, et que la tension U est définie comme la variation du potentiel électrique, on obtient la **loi des mailles**.

8.2.1 Règle des mailles

Le long de tout chemin fermé (maille) d'un circuit, la somme des tensions est nulle.



3 chemin fermés

1. $U_{12} + U_{23} + U_{34} + U_{41} = 0$
2. $U_{25} + U_{56} + U_{63} + U_{32} = 0$
3. $U_{15} + U_{56} + U_{64} + U_{41} = 0 \quad (8.5)$

Ces trois équations sont linéairement dépendants.

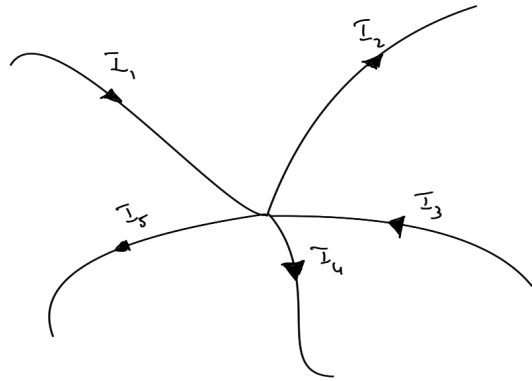
8.2.2 Règles des nœuds

Les charges électriques ne sont ni créées ni détruites dans un circuit. Par conséquent, les charges qui entrent dans un nœuds par une branche doivent en ressortir par une autre (conservation de la charge électrique). On obtient ainsi **la règle des nœuds**

La somme des courants entrantes dans un nœud est égale à la somme des courants sortants.

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5 \quad (8.6)$$

Si on ne connaît pas à priori le sens d'un courant, on choisit un sens positif et la grandeur I est alors positive ou négative.



La puissance P est définie comme la dérivé temporelle de l'énergie électrique E :

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{\delta W(\vec{F})}{dt} \quad (8.7)$$

Le travail effectué sur une charge électrique q par une force électrique F de \vec{r}_1 à \vec{r}_2 s'écrit:

$$W_{1 \rightarrow 2}(\vec{F}) = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = q \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = qU_{12} \quad (8.8)$$

Le courant électrique s'exprime comme:

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (8.9)$$

La puissance électrique fournie aux charges électriques soumises à une tension $U \equiv U_{12} = \text{cste}$ s'écrit:

$$P = \frac{\delta W(\vec{F})}{dt} = \frac{dq}{dt} U = IU \implies P = UI \quad (8.10)$$

8.3 Résistance d'un conducteur

Dans un conducteur, un électron accéléré par une force électrique $\vec{F} = -|e|\vec{E}$ est aussi freiné par les chocs avec les atomes. Cela est modélisé par une force de frottement proportionnelle à la vitesse $\vec{F} = -\lambda \vec{v}$ où $\lambda > 0$.

Les électrons atteignent rapidement une vitesse limite constante donnée par la 2^e loi de Newton:

$$\vec{F}^{ext} = -|e|\vec{E} - \lambda \vec{v} = m \vec{a} = \vec{0} \implies \vec{v} = -\frac{|e|}{\lambda} \vec{E} \quad (8.11)$$

Les électrons se déplacent dans la direction opposé à \vec{E} .

On définit **la mobilité** u des électrons de la manière suivante

$$v = uE \quad \text{où} \quad u = \frac{|e|}{\lambda} \quad (8.12)$$

Dans un fil de section S et de longueur L , le courant électrique I dû au déplacement des électrons de conduction.

$$I \stackrel{(8.3)}{=} enSv \stackrel{(8.12)}{=} enSuE \implies E = \frac{1}{enu} \frac{I}{S} \quad (8.13)$$

Comme le champ électrique est uniforme, la tension U entre les extrémités du fil s'écrit,

$$U = \int_0^L E(r) dr = E \int_0^L dr = EL \quad (8.14)$$

La tension U est donc liée au courant I par la loi d'Ohm

$$\boxed{U = RI} \quad \text{où} \quad R = \frac{1}{enu} \frac{L}{S} \quad (8.15)$$

La résistance R est proportionnelle à la longueur du fil et inversement proportionnelle à la section du fil.

L'unité de la résistance (SI): ohm $[\Omega] = \left[\frac{V}{A} \right] = \left[\frac{kgm^2}{s^3A^2} \right]$

La résistance d'un matériau est caractérisée par sa résistivité ρ :

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (8.16)$$

où $\rho = \frac{1}{enu}$

La mobilité u et la densité électronique n sont des grandeurs spécifiques au matériau qui sont indépendantes de sa géométrie.

Unité de la résistivité (SI): $[\Omega m] = \left[\frac{kgm^3}{s^3A^2} \right]$

Exemples

- Cuivre: $\rho = 2 \cdot 10^{-8} \Omega m$
- Eau pure: $\rho = 2 \cdot 10^5 \Omega m$

La conductivité est l'inverse de la résistivité:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (8.17)$$

Un conducteur a une faible résistivité et une grande conductivité. Un isolant a une faible conductivité et une grande résistivité.

8.3.1 Effet Joule

Lorsqu'un courant circule dans un fil ou un dispositif de la résistance R , la puissance électrique est convertie en puissance thermique.

Soit U , la tension aux bornes de la résistance, la puissance électrique s'écrit,

$$P = UI \stackrel{(8.15)}{=} \frac{U^2}{R} = RI^2 \quad (8.18)$$

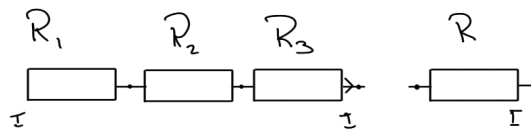
Si la puissance électrique P est constante durant un intervalle de temps Δt , le travail fourni au dispositif s'écrit,

$$W = P \cdot \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t = RI^2 \Delta t \quad (8.19)$$

Ce travail est converti en chaleur dans la résistance, c'est l'effet Joule.

8.3.2 Groupement des résistance

1. Branchement de résistances en série:



Tension

$$U = RI; U_1 = R_1 I; U_2 = R_2 I; U_3 = R_3 I;$$

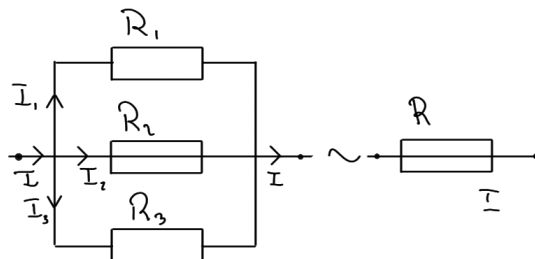
$$U = U_1 + U_2 + U_3 = (R_1 + R_2 + R_3)I = RI$$

Résistance

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \quad (8.20)$$

En série, les résistances s'additionnent

2. Branchement de résistance en parallèle:



Courants:

$$I = \frac{U}{R}; \quad I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U}{R_3};$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) U = \frac{U}{R}$$

Résistance:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (8.21)$$

En parallèle, les inverses des résistances s'additionnent.