

EPFL

MAN

Mise à niveau

Maths 2A
PREPA-032(A)

Student:
Arnaud FAUCONNET

Professor:
Sacha FRIEDLY

Printemps - 2019



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Chapter 4

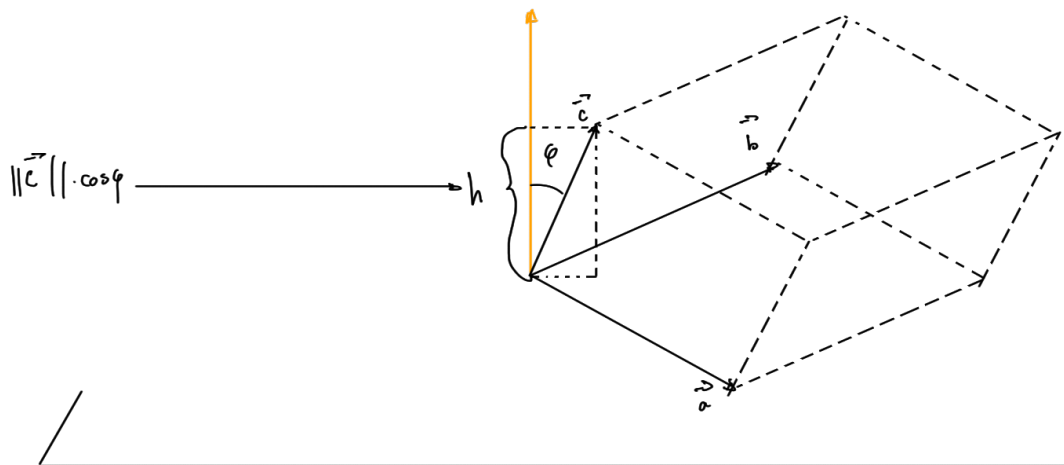
Produit mixte

Définition Le **produit mixte** des vecteurs \vec{a} , \vec{b} et \vec{c} (pris dans cette ordre!) est le scalaire défini par:

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] := (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

Sens géométrique:

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \|\vec{a} \times \vec{b}\| \cdot \|\vec{c}\| \cdot \cos(\varphi)$$



$\Rightarrow \|[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]\| = \text{Volume du parallélépipède déterminé par } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

Propriétés

1. $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0 \iff \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ linéairement dépendants.
2. $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] > 0 \iff \vec{c}$ pointe dans le demi-plan espace "+" associée à (\vec{a}, \vec{b})
 $\iff (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ est orienté positivement
3. $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] < 0 \iff \vec{c}$ pointe dans le demi-plan espace "-" associée à (\vec{a}, \vec{b})
 $\iff (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ est orienté négativement

4. Dans un repère **orthonormée direct**, si

[calcule literal du produit mixte sans faire le determinant 3x3...]

Trilinéarité

$$[\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2, \vec{b}, \vec{c}] = \alpha_1 [\vec{a}_1, \vec{b}, \vec{c}] + \alpha_2 [\vec{a}_2, \vec{b}, \vec{c}]$$

[same for \vec{b} and \vec{c}]

Alternance

$$[\vec{b}, \vec{a}, \vec{c}] = (\vec{b} \times \vec{a}) \cdot \vec{c} = -(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = -((\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}) = -[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$$

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}] = [\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}]$$