



## 10. ลูกโซ่เมตริกซ์ (Matrixchain)

โดย นายอักรพนธ์ วัชรพลการ

การคูณเมตริกซ์ทำได้โดยการกระจายแถวของเมตริกซ์อันแรกเข้าไปคูณแบบสเกลาร์กับตัวเลขในแต่ละหลักของเมตริกซ์อันที่สอง สมมติว่าเมตริกซ์  $A_1$  มีขนาด  $5 \times 10$  และ เมตริกซ์  $A_2$  มีขนาด  $10 \times 20$  และถ้าเมตริกซ์  $A_3 = A_1 \times A_2$  เราจะได้ว่าเมตริกซ์  $A_3$  มีขนาด  $5 \times 20$  โดยผ่านการคูณแบบสเกลาร์มาทั้งสิ้น  $5 \times 10 \times 20 = 1,000$  ครั้ง

ความซับซ้อนจะบังเกิดเมื่อเป็นลูกโซ่เมตริกซ์ สมมติว่ามีเมตริกซ์สามอันมาคูณกัน เช่น เมตริกซ์  $A_1$  มีขนาด  $5 \times 10$ , เมตริกซ์  $A_2$  มีขนาด  $10 \times 20$  และ เมตริกซ์  $A_3$  มีขนาด  $20 \times 35$  ถ้าเราต้องการหาเมตริกซ์ผลลัพธ์  $A_1 \times A_2 \times A_3$  เราจะพบว่าการใส่วงเล็บเพื่อเลือกลำดับการคูณจะมีผลต่อจำนวนครั้งการคูณ ดังนี้

- หากเลือก  $(A_1 \times A_2)$  ก่อน จะใช้จำนวนครั้งการคูณแบบสเกลาร์เป็น  $5 \times 10 \times 20 = 1,000$  ครั้ง จากนั้นในการนำ  $A_3$  เข้าไปคูณต่อจะใช้จำนวนครั้งการคูณเป็น  $5 \times 20 \times 35 = 3,500$  รวมแล้วเป็น 4,500 ครั้ง

- แต่หากเลือก  $(A_2 \times A_3)$  ก่อน จะใช้จำนวนครั้งการคูณแบบสเกลาร์เป็น  $10 \times 20 \times 35 = 7,000$  ครั้ง จากนั้นในการนำ  $A_1$  เข้าไปคูณต่อจะใช้จำนวนครั้งการคูณเป็น  $5 \times 10 \times 35 = 1,750$  รวมแล้วเป็น 8,750 ครั้ง ซึ่งใช้จำนวนครั้งการคูณมากกว่าวิธีแรกมาก จึงควรคูณแบบ  $((A_1 \times A_2) \times A_3)$  ไม่ควรคูณแบบ  $(A_1 \times (A_2 \times A_3))$

จึงเขียนโปรแกรมเพื่อนำเมตริกซ์มาคูณต่อกันเป็นลูกโซ่ แล้ว หาจำนวนครั้งการคูณแบบสเกลาร์รวมให้น้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ นอกจากนี้ให้แสดงรูปแบบการใส่วงเล็บที่ถูกต้องลงมามากด้วย ถ้ามีหลายวิธีที่น้อยสุด ให้แสดงวิธีไหนมาก็ได้

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก จำนวนเต็มบวก  $N$  แทนจำนวนเมตริกซ์ โดยที่  $N$  ไม่เกิน 10

$N$  บรรทัดต่อมา แต่ละบรรทัดรับจำนวนเต็มบวกสองจำนวนแทนขนาดของเมตริกซ์ที่วางกันด้วยเว้นวรรคหนึ่งช่อง โดยรับประกันว่าขนาดของเมตริกซ์จะสัมพันธ์ต่อเนื่องให้เป็นลูกโซ่เมตริกซ์ได้เสมอ และขนาดดังกล่าวจะมีค่าไม่เกิน 600

ข้อมูลส่งออก

บรรทัดแรก จำนวนครั้งการคูณแบบสเกลาร์ที่น้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

บรรทัดที่สอง แสดงรูปแบบการคูณ ให้ชื่อเมตริกซ์เป็น  $A_1, A_2, A_3, \dots$  ไปเรื่อยๆ และให้ใช้สัญลักษณ์  $\times$  (ตัวเอ็กซ์เล็ก) แทนเครื่องหมายการคูณ โดยระหว่างการคูณจะมีเว้นวรรคคั่น 1 ช่องเสมอ

ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
3 5 10 10 20 20 35	4500 $((A_1 \times A_2) \times A_3)$

คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

เลือกคูณแบบ  $((A_1 \times A_2) \times A_3)$  เหมือนตัวอย่างในโจทย์ข้างต้น