Model sprzedaży komputerów Mainframe firmy IBM

Ryszard Eggink, Marcin Pracki, Karol Mućk[1]

[1]Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki UW

Keywords: IBM, sprzedaż 16 maja 2021

Abstrakt W pracy jest przedstawiony model sprzedaży produktów z wieloma generacjami. W szczególności odnosimy się do komputerów typu Mainframe firmy IBM.

1 Problem

Celem niniejszej pracy jest zaproponowanie modelu opisującego sprzedaż komputerów Mainframe firmy IBM. Ze względu na małą dostępność danych oraz złożoność rzeczywistości stojącej za podjętym zagadnieniem, głównym zadaniem jest dobór modelu matematycznego oddającego istotę zjawiska w sposób pozwalający zleceniodawcy na implementację na podstawie posiadanych historycznych danych o klientach.

2 Schemat ruchu klientów z perspektywy sprzedawcy

Zaproponowany model odzwierciedla sytuację z punktu widzenia firmy. Zakłada monitorowanie liczby użytkowników czterech najnowszych generacji komputerów Mainframe. Użytkownicy starszych modeli nie interesują firmy, gdyż IBM wycofuje dla nich wsparcie.

Rozważamy dwa przypadki. Gdy w danym okresie (dalej zwanym rokiem) weszła na rynek nowa generacja oraz gdy w danym roku nie weszła nowa generacja komputerów Mainframe.

Wprowadzamy następujące oznaczenia: $Q_i(t)$ liczba użytkowników i-tej generacji w roku t, dla $i = 0, 1, 2, 3$, gdzie 3 oznacza najnowszą wersję, a 0 (czwartą) najstarszą. Z punktu widzenia sprzedawcy w użyciu pozostają wyłącznie cztery najnowsze generacje. Zakładamy ponadto, że klienci mogą kupować tylko dwa najnowsze modele.

2.1 Wejście nowej generacji

Jeżeli w roku $t + 1$ została wprowadzona nowa generacja, wówczas, zgodnie ze schematem, liczby użytkowników dwóch najnowszych komputerów w roku $t + 1$ wyrażają się wzorami:

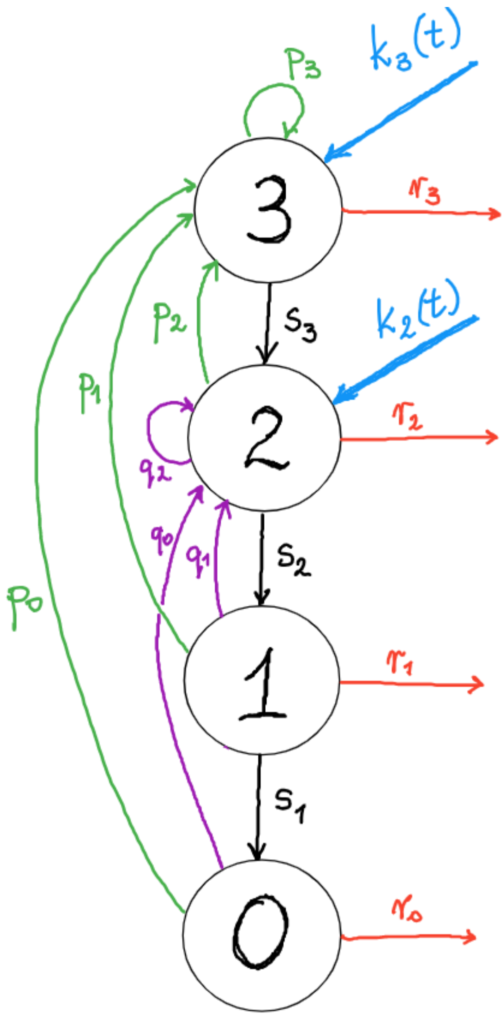
$$Q_3(t + 1) = p_3Q_3(t) + p_2Q_2(t) + p_1Q_1(t) + p_0Q_0(t) + k_3(t + 1),$$

$$Q_2(t + 1) = s_3Q_3(t) + q_2Q_2(t) + q_1Q_1(t) + q_0Q_0(t) + k_2(t + 1),$$

gdzie $k_i(t)$ są funkcjami napływu nowych klientów.

Wtedy sprzedaż dwóch najnowszych modeli w roku $t + 1$ wynosi:

$$S_3(t + 1) = Q_3(t + 1)$$



$$S_2(t+1) = Q_2(t+1) - s_3 Q_3(t)$$

Liczby użytkowników komputerów generacji 0 i 1 w roku $t+1$ wyrażają się wzorami:

$$Q_1(t+1) = s_2 Q_2(t)$$

$$Q_0(t+1) = s_1 Q_1(t).$$

Ponadto spełnione są warunki:

$$p_3 + r_3 + s_3 = 1,$$

$$p_2 + q_2 + r_2 + s_2 = 1,$$

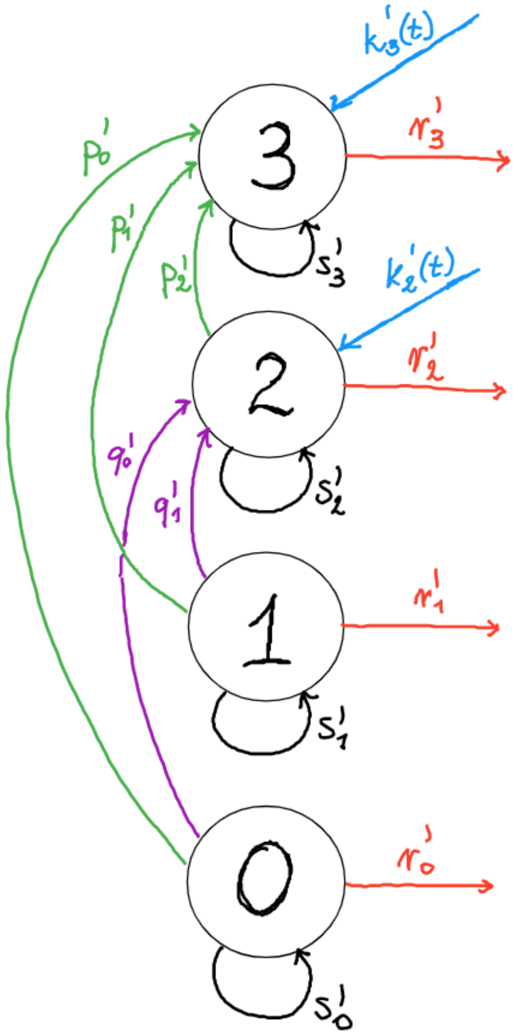
$$p_1 + q_1 + r_1 + s_1 = 1,$$

$$p_0 + q_0 + r_0 = 1,$$

gdzie $p_i, q_i, r_i, s_i \in (0,1)$.

Parametry p, q, r, s odpowiadają procentowi indywidualnych decyzji losowego klienta, polegającym na: kupnie najnowszego modelu (p), kupnie przedostatniego modelu (q), rezygnacji z usług (r) lub pozostaniu przy używanym modelu (s)

2.2 Nowy cykl bez wejścia nowej generacji



Jeżeli w roku $t+1$ nie została wprowadzona nowa generacja, wówczas pojedynczy klient może zdecydować o kupnie jednego z dwóch najnowszych modeli (p', q'), pozostać przy swoim (s') lub zrezygnować z usług (r'). Wtedy liczba użytkowników czterech najnowszych komputerów dana jest wzorami:

$$Q_3(t+1) = s_3' Q_3(t) + p_2' Q_2(t) + p_1' Q_1(t) + p_0' Q_0(t) + k_3'(t+1),$$

$$Q_2(t+1) = s_2' Q_2(t) + q_1' Q_1(t) + q_0' Q_0(t) + k_2'(t+1),$$

$$Q_1(t+1) = s_1' Q_1(t)$$

$$Q_0(t+1) = s'_0 Q_0(t).$$

Wówczas sprzedaż dwóch najnowszych modeli w roku $t+1$ wynosi:

$$S_3(t+1) = p'_2 Q_2(t) + p'_1 Q_1(t) + p'_0 Q_0(t) + k'_3(t+1) = Q_3(t+1) - s'_3 Q_3(t)$$

$$S_2(t+1) = q'_1 Q_1(t) + q'_0 Q_0(t) + k'_2(t+1) = Q_2(t+1) - s'_2 Q_2(t)$$

Ponadto spełnione są warunki:

$$r'_3 + s'_3 = 1,$$

$$p'_2 + r'_2 + s'_2 = 1,$$

$$p'_1 + q'_1 + r'_1 + s'_1 = 1,$$

$$p'_0 + q'_0 + r'_0 + s'_0 = 1,$$

gdzie $p'_i, q'_i, r'_i, s'_i \in (0,1)$.

2.3 Dobór parametrów i funkcji $k(t)$

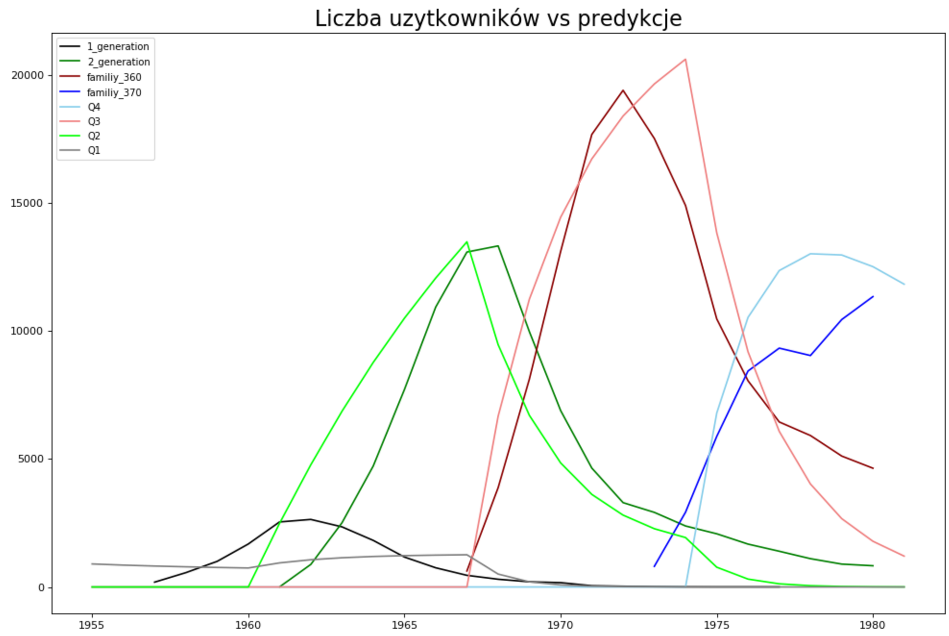
Głównym zadaniem z punktu widzenia implementacji modelu jest estymacja parametrów p_i, q_i, r_i, s_i. Są to jednak parametry o dosyć intuicyjnych interpretacjach, więc posiadając historyczne dane o klientach, można dobierać wartości parametrów odpowiadając na pytania np. "Jaka część klientów kupuje najnowszy model, posiadając ostatnią wersję?", "Jak się zmienia ta wartość w czasie?".

Drugim aspektem jest dobór funkcji napływu nowych klientów $k(t)$. Mogłaby to być zmienna losowa lub funkcja zależna od od bieżącej ceny, konkurencji, chłonności rynku itp. Na potrzeby naszych predykcji zakładamy po prostu, że $k(t)$ jest proporcjonalna do liczby klientów w systemie. W przypadku tej funkcji również posiadanie danych historycznych o klientach jest niemałą pomocą. Każdy rynek/region posiadałby oddzielną funkcję $k(t)$ która najlepiej odzwierciedlała by jego specyfikację.

3 Dopasowanie modelu do danych z lat 70.

Jednym z elementów przeprowadzonej analizy jest sprawdzenie dynamiki modelu na danych o sprzedaży komputerów Mainframe firmy IBM z lat 70. XX wieku.["Timing, Diffusion, and Substitution of Successive Generations of Technological Innovations: The IBM Mainframe Case."VIJAY MAHAJAN and EITAN MULLER, Technological Forecasting and Social Change 51, 109-132 (1996)] Po dopasowaniu, uzyskaliśmy następujące wartości parametrów:
$s_1 = 0,4, \quad s_2 = 0,75, \quad s_3 = 0,85, \quad q_1 = 0,05, \quad q_2 = 0,05,$
$p_1 = 0,1, \quad p_2 = 0,1, \quad p_3 = 0,1, \quad r_0 = 1, \quad r_1 = 0,45, \quad r_2 = 0,1, \quad r_3 = 0,05$
$s'_0 = 0,4, \quad s'_1 = 0,75, \quad s'_2 = 0,85, \quad s'_3 = 0,99, \quad q'_0 = 0,05, \quad q'_1 = 0,05,$
$p'_0 = 0,1, \quad p'_1 = 0,1, \quad p'_2 = 0,1, \quad r'_0 = 0,45, \quad r'_1 = 0,1, \quad r'_2 = 0,05, \quad r'_3 = 0,01$

4 Zachowanie modelu w czasie



Rysunek 1. Kolorami ciemnymi zaznaczone są liczby użytkowników z danych, natomiast kolorami jasnymi predykcje modelu

Dla stałych w kolejnych latach parametrów p_i, q_i, r_i, s_i model zachowuje się dosyć regularnie. Jednak zaletą proponowanego modelu z punktu widzenia sprzedawcy jest możliwość dostrojenia parametrów do zmieniających się realiów rynku. Z pewnością w rzeczywistości prawdziwe wartości parametrów p_i, q_i, r_i, s_i są zmienne w czasie. I to właśnie w obserwacji ich zmienności widzimy dalsze pole do rozwoju opisywanego modelu.