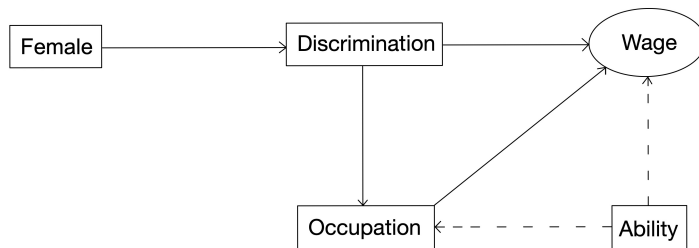


Methoden der Ökonometrie - Übung 5

Aufgabe 1



- Diskutieren Sie die obige DAG Abbildung. Gehen Sie insbesondere auf die Auswirkungen der Diskriminierung (**Discrimination**) auf den Lohn (**Wage**) ein. Ist dieser Graph sinnvoll zu interpretieren?
- Führen Sie die folgenden Schritte in R aus:
 - Erzeugen Sie 10000 binäre Zufallszahlen und weisen Sie diese der Variable **Female** zu.
 - Erzeugen Sie 10000 $N(0,1)$ -verteilte Zufallszahlen und weisen Sie diese der Variable **Ability** zu.
 - Erzeugen Sie die Vektoren **Discrimination**, **Occupation**, **Wage** wie folgt:


```

Discrimination <- Female
Occupation <- 1 + 2*ability + 0*female - 2*discrimination + rnorm(10000)
Wage <- 1 - 1*discrimination + 1*occupation + 2*ability + rnorm(10000)
                    
```
 - Führen Sie insgesamt drei Regressionen durch. Regressieren Sie zunächst den Lohn (**Wage**) auf das Geschlecht (**Female**). Im zweiten Schritt den Lohn (**Wage**) auf Geschlecht (**Female**) und Beruf (**Occupation**). Und zum Schluss den Lohn (**Wage**) auf Geschlecht (**Female**), Beruf (**Occupation**) und Leistung (**Ability**), jeweils mit Konstante. Was fällt Ihnen auf? Wie passt dieses Ergebnis zu den Resultaten aus a)?

Aufgabe 2

Gehen Sie von folgenden DGP (Daten generierenden Prozess) aus

$$y_t = 3 + 4X_{t1} + 3X_{t2} + u_t,$$

für $t = 1, \dots, 100$, $u_t \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, 1)$ und $X_{t1}, X_{t2} \sim \mathcal{U}(0, 10)$.

In unserer Analyse nehmen wir fälschlicherweise das Modell

$$y_t = c + \beta_1 X_{t1} + \epsilon_t$$

an.

- a) Ist der OLS-Schätzer für β_1 durch das falsch spezifizierte Modell verzerrt?
Führen Sie eine Simulationsstudie durch.
- b) Wiederholen Sie die Simulation mit dem Unterschied, dass X_{t2} nicht mehr $\mathcal{U}(0, 10)$ -verteilt ist, sondern wie folgt erzeugt wird:

$$X_{t2} = 0.2X_{t1} + \epsilon_t, \text{ mit } \epsilon_t \sim \mathcal{U}(0, 10).$$

Ändert sich das Ergebnis?

Aufgabe 3

1. Zeigen Sie, dass $\mathbf{P}\mathbf{X} = \mathbf{X}$.
2. Zeigen Sie, dass $\mathbf{M}\mathbf{X} = \mathbf{O}$, wobei \mathbf{O} die Nullmatrix ist.
3. Zeigen Sie, dass $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{M}\mathbf{y} = \mathbf{M}\mathbf{u}$.
4. Zeigen Sie, dass $SSR = \mathbf{u}^T \mathbf{M}\mathbf{u}$.
5. Sind \mathbf{P} und \mathbf{M} invertierbar?
6. Zeigen Sie, dass $\mathbf{P}\mathbf{M} = \mathbf{O}$, wobei \mathbf{O} die Nullmatrix ist.
7. Zeigen Sie, dass die Vektoren $\mathbf{P}\mathbf{v}$ und $\mathbf{M}\mathbf{w}$ orthogonal zueinander sind, für beliebige Vektoren \mathbf{v}, \mathbf{w} .