Universität Duisburg-Essen
Lehrstuhl für Ökonometrie
Prof. Dr. Christoph Hanck
M.Sc. Karolina Gliszczynska
Wintersemester 2022/2023

Methoden der Ökonometrie - Übung 8

Aufgabe 1 Gauss-Markov Theorem

a) Erzeugen Sie 150 normalverteilte Zufallszahlen mit Erwartungswert 4 und Varianz 25 und speichern Sie diese als y.

b) Schätzen Sie für die Daten aus Aufgabenteil a) das Modell $y_i = \beta_0 + u_i$ mit OLS.

c) Eine Alternative zu $\hat{\beta}_0$ aus Aufgabenteil 2 ist folgender Schätzer:

$$\tilde{\beta}_0 = \sum_{i=1}^{n} w_i y_i,$$

wobei $\sum w_i = 1$.Berechnen Sie $\tilde{\beta}_0$ für die in Aufgabenteil a) erzeugten Zahlen. Verwenden Sie als w_i die Elemente des Vektors `w <- c(rep((1+0.5)/n, n/2),rep((1-0.5)/n, n/2))`, wobei n der Anzahl der Beobachtungen entspricht.

d) Überprüfen Sie nun analytisch, ob der Schätzer $\tilde{\beta}_0$ unverzerrt ist.

e) Um herauszufinden, welcher der beiden Schätzer effizienter ist, soll eine Simulationsstudie durchgeführt werden. Berechnen Sie dazu je 5000 mal $\hat{\beta}_0$ und $\hat{\beta}_0$ für den DGP aus dem obigen Aufgabenteil. Nutzen Sie die Funktion density(), um eine Dichteschätzung für beide Schätzer zu erhalten. Mit `plot()` und `lines()` können Sie diese plotten. Nutzen Sie diese Abbildung, um Ihre Simulationsergebnisse zu evaluieren.

Aufgabe 2

Überprüfen Sie anhand einer Simulationsstudie, ob die Teststatistik von Folie 4-3 unter den gegebenen Annahmen tatsächlich standardnormalverteilt ist, falls die Daten unter der H_0 erzeugt wurden. Was passiert, wenn σ nicht bekannt ist und geschätzt werden muss (insbesondere für kleines $n < 30$ relevant)?

Aufgabe 3

Betrachten Sie das Modell

$$y_t = \beta + u_i, \quad u_i \sim N(0, \sigma^2).$$

1. Simulieren Sie 10.000 Stichproben mit je 500 Beobachtungen auf Grundlage von

$$y_t = u_i, u_i \sim N(0, 1).$$

Schätzen Sie jeweils das oben betrachtete Modell und berechnen Sie für die Hypothese $H_0 : \beta = 0$ den p-Wert. Sie sollten also 10.000 p-Werte erhalten. Stellen Sie diese mithilfe eines Histogramms grafisch dar.

2. Wiederholen Sie 1. mit

$$y_t = 0.03 + u_i, \quad u_i \sim N(0, 1).$$

und vergleichen Sie die Resultate.

Aufgabe 4

Betrachen Sie das einfache lineare Modell

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t, \quad t \in \{1 \dots n\}.$$

Auf dem Blatt 4 a) haben Sie gezeigt, dass der OLS Schätzer die Bedingung 1. Ordnung für ein Extremum der Summe der Residuenquadrate erfüllt. Was würde passieren wenn Sie statt der Summe der Residuenquadrate die Summe der Residuen minimieren würden?