

Πολυτεχνείο Κρήτης

Σχολή ΗΜΜΥ

Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Ι

	Φοιτητής 1	Φοιτητής 2
Επώνυμο	Καρόγιαννης	Λιάκος
Όνομα	Ανδρέας	Βασίλειος
A.M.	2019030064	2019030024

A1.

Για το πρώτο ερώτημα του Α' μέρους της άσκησης (A1), δημιουργήθηκε ένας παλμός με παραμέτρους:

$$T = 0.001, over = 10, A = 4 \text{ και } a = 0.5$$

Αρχικά δείχνουμε με το display το ζητούμενο της άσκησης

Κώδικας->

```
1 %%A1
2 %%Setting our constants
3 T=0.001;
4 over=10;
5 Ts=T/over;
6 Fs=1/Ts;
7 A=4;
8 a=0.5;
9 Nf=2048;
10 N=100;
11 %%creating pulse
12 [fl,tl]=srrc_pulse(T,over,A,a);
13 %%First Fourier
14 fourier_fl=fft(fl,Nf)*Ts;
15 %%we need to shift it close to 0 and absolute
16 final_fl=abs(fftshift(fourier_fl));
17 %%Showing |φ(τ)|
18 disp("This is the fourier_fl result");
19 disp(final_fl);
```

Αποτέλεσμα του Display->

```
Columns 1999 through 2004:
    3.1448e-05    3.0948e-05    2.9971e-05    2.8530e-05    2.6650e-05    2.4358e-05

Columns 2005 through 2010:
    2.1691e-05    1.8689e-05    1.5399e-05    1.1873e-05    8.1635e-06    4.3289e-06

Columns 2011 through 2016:
    4.2830e-07    3.4782e-06    7.3302e-06    1.1068e-05    1.4635e-05    1.7975e-05

Columns 2017 through 2022:
    2.1036e-05    2.3772e-05    2.6141e-05    2.8106e-05    2.9636e-05    3.0708e-05

Columns 2023 through 2028:
    3.1306e-05    3.1420e-05    3.1049e-05    3.0199e-05    2.8882e-05    2.7120e-05

Columns 2029 through 2034:
    2.4938e-05    2.2372e-05    1.9461e-05    1.6249e-05    1.2787e-05    9.1270e-06

Columns 2035 through 2040:
    5.3267e-06    1.4444e-06    2.4599e-06    6.3259e-06    1.0094e-05    1.3706e-05

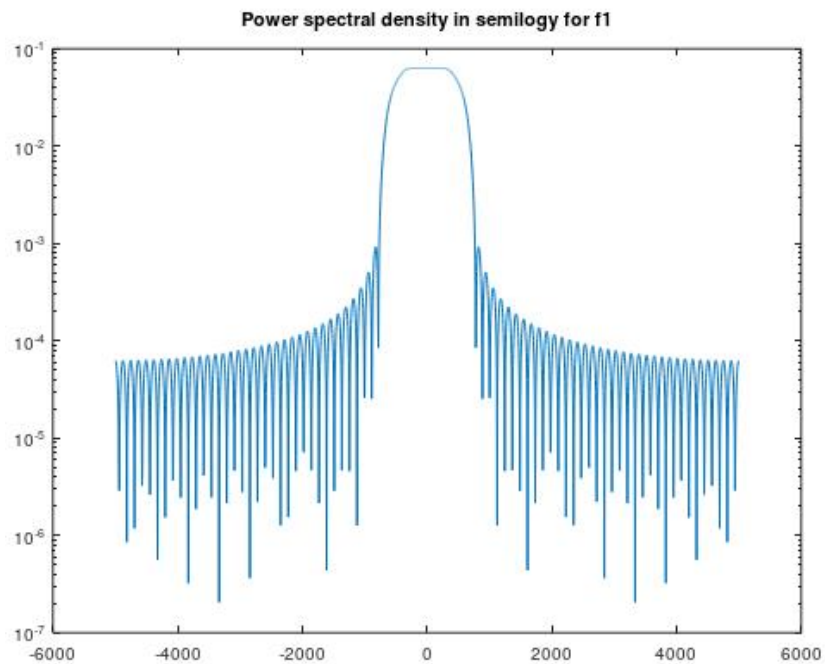
Columns 2041 through 2046:
    1.7106e-05    2.0242e-05    2.3065e-05    2.5532e-05    2.7604e-05    2.9250e-05

Columns 2047 and 2048:
    3.0445e-05    3.1169e-05
```

Ύστερα, κάνοντας μετασχηματισμό Fourier στον παλμό που δημιουργήθηκε, σχεδιάστηκε η φασματική πυκνότητα ενέργειας σε άξονα semilogy.

```
%phasmatic energy
phasmatic_energy=final_f1.^2;
%%remove one sample from the end and plotting
energy_freq=[-Fs/2:Fs/Nf:Fs/2-1];
figure;
semilogy(energy_freq,phasmatic_energy);
title('Power Spectral Density(in Semilogy)');
```

1. Ο κώδικας που υλοποιεί τα περιγραφόμενα



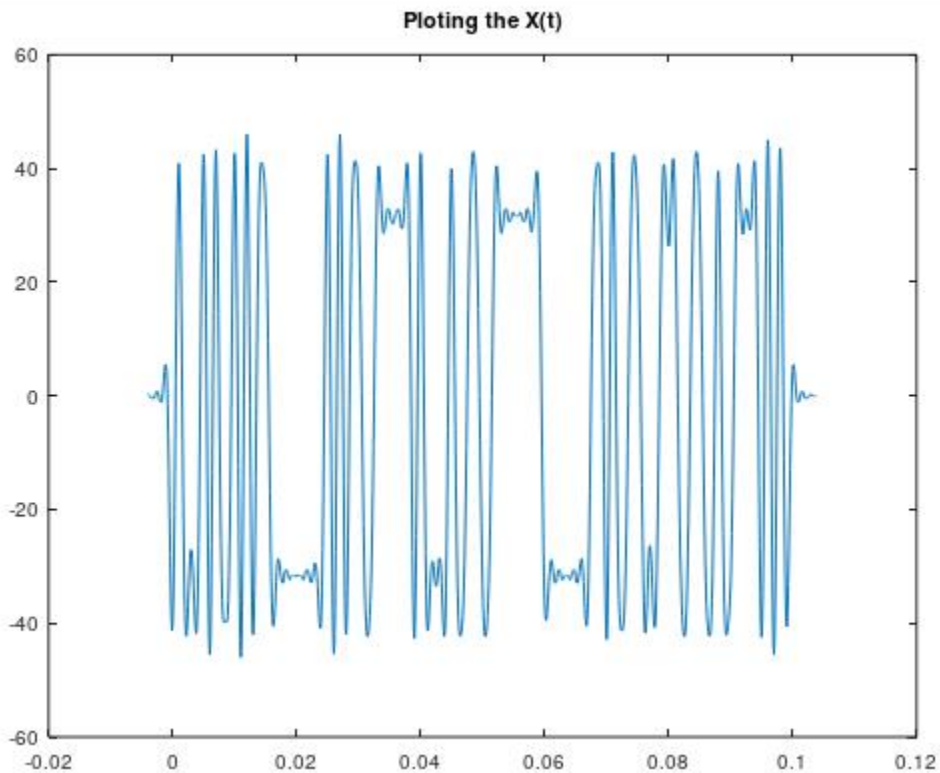
2. Η φασματική ενέργεια του παλμού που δημιουργήθηκε

A2.

Κάνοντας χρήση της συνάρτησης *bits_to_2PAM* δημιουργείται ένας σήμα PAM, κάνοντας μετασχηματισμό Fourier –όπως ακριβώς έγινε και στο προηγούμενο ερώτημα–, μετατοπίζεται με την χρήση της *fftshift* και πολλαπλασιάζεται με το 2-PAM. Για να σχεδιάσουμε το ζητούμενο σήμα κάνουμε συνέλιξη της X_n (σύμφωνα με την εντολή από την πρώτη άσκηση) με τον αποκομμένο παλμό.

```
%A.2
%%Creating the Xn
b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
X = bits_to_2PAM(b);
Xn = 1/Ts*upsample(X, over);
tn_time = 0:Ts:N*T-0.0001;
%%Creating the Xt
Sx = (var(X)^2/T)*phasmatic_energy;
tconv = tn_time(1)+t1(1):Ts:tn_time(end)+t1(end);
Xt = conv(Xn, f1)*Ts;
figure;
plot(tconv, Xt);
title('Ploting the X(t)');
```

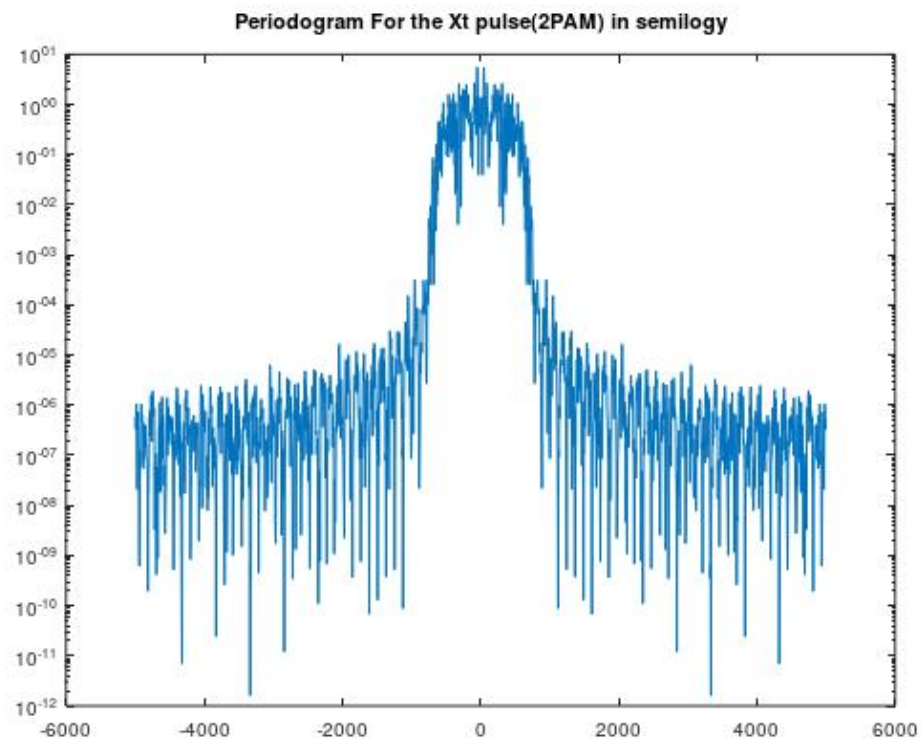
3. Ο κώδικας που το διάγραμμα



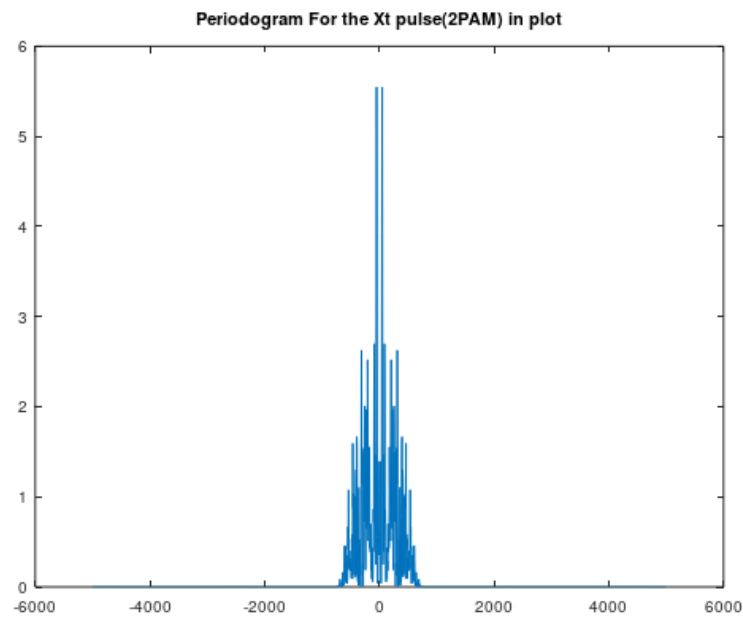
4. Το διάγραμμα της κυματομορφής

A3.

Η $P(x)$ φαίνεται στο πεδίο των συχνοτήτων στα περιοδογράμματα που ακολουθούν.



5. Περιοδόγραμμα κατανομής ισχύος σε *semilogy*



6. Περιοδόγραμμα κατανομής ισχύος σε *plot*

```

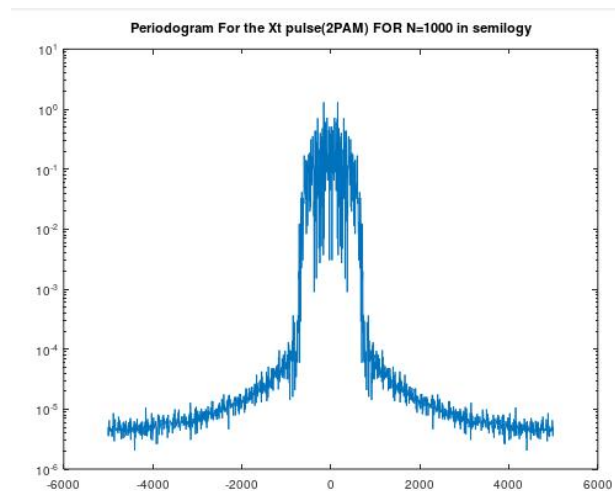
%%A3 periodograma mias ylopoihsis
fourier_Xt=fft(Xt,Nf)*Ts;
final_Xt=abs(fftshift(fourier_Xt));
phasmatic_energyXt=final_Xt.^2;
Ttotal=length(tconv)*Ts;
Px=(phasmatic_energyXt./Ttotal);
figure;
plot(energy_freq,Px);
title('Periodogram For the Xt pulse(2PAM) in plot');
figure;
semilogy(energy_freq,Px);
title('Periodogram For the Xt pulse(2PAM) in semilogy');

```

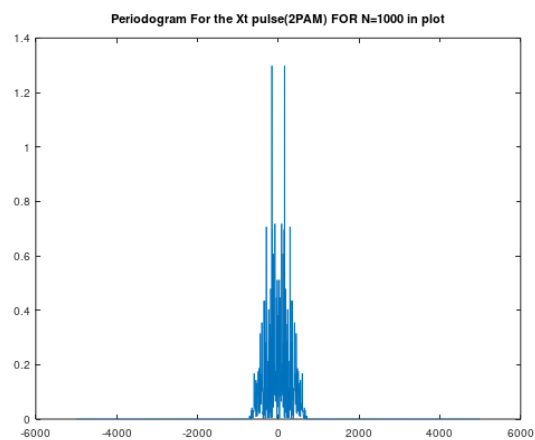
7. Ο Κώδικας που υλοποιεί τα δύο γραφήματα.

Καθώς αυξάνεται το N παίρνουμε τα σχήματα:

(Για $N = 1000$)



8. Περιοδόγραμμα κατανομής ισχύος σε semilogy.



9. Περιοδόγραμμα κατανομής ισχύος σε plot.

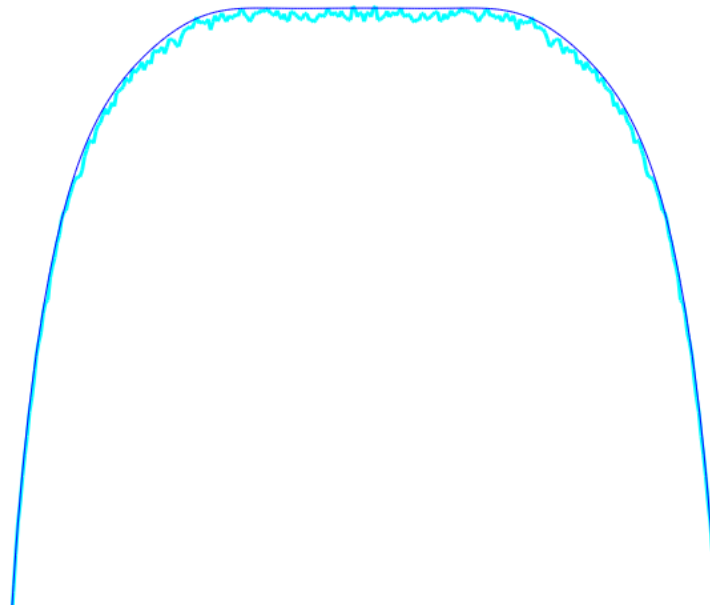
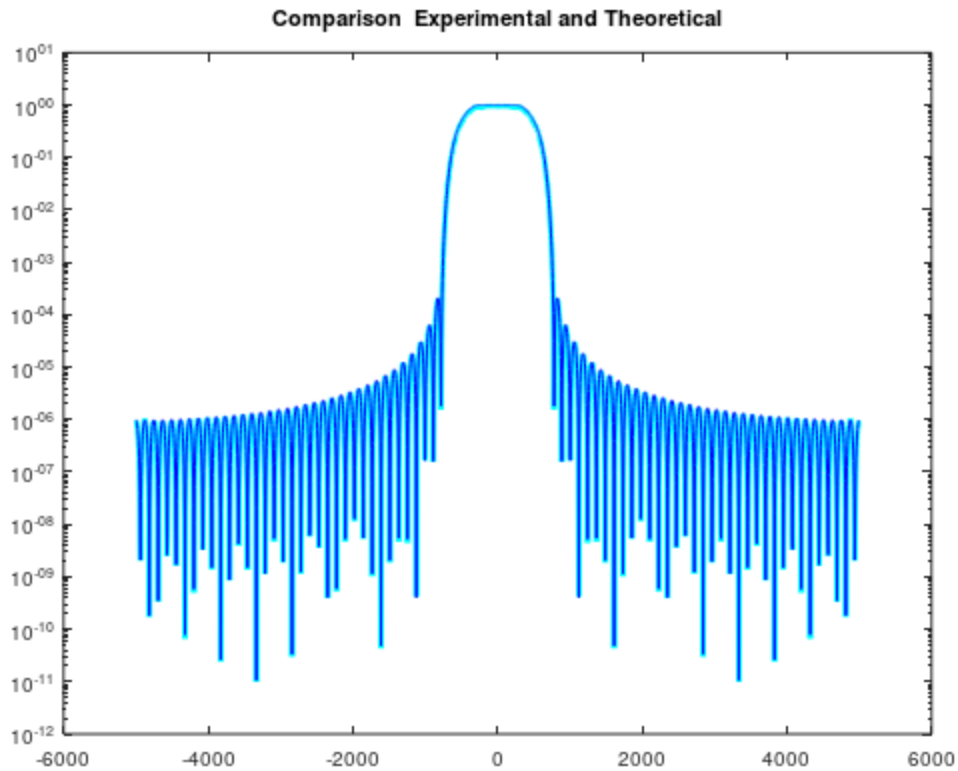
Από τα παραπάνω διαγράμματα βλέπουμε ότι όσο αυξάνεται το N είναι μεγαλύτερη η ακρίβεια του περιοδογράμματος.

B)

Για την σχεδίαση σε κοινό semilogy της εκτίμησης της φασματικής πυκνότητας ισχύος και της θεωρητικής φασματικής πυκνότητας ισχύος, κάνουμε 500 επαναλήψεις. Εκτός του for loop θέτω μια μεταβλητή αρχικά κενή με zeros που κάθε φορά που εκτελείται το loop παίρνει την τιμή και την αποθηκεύει και μετά την διαιρώ με το 500 συγκρίνοντας την με το θεωρητικό($1/T \cdot \text{phasmatic_energy}$)

```
%%500 repetitions(thelo ta mesa opote)
%%afti i metavliti pairnei mesa ta pXrep se kathe loop oste sto telos
%%na to kano apla /500
exp_sum=zeros(1,Nf);
for p=1:500
    %%Creating the Xn
    b =(sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
    X = bits_to_2PAM(b);
    Xn= 1/Ts*upsample(X,over);
    tn_time=0:Ts:N*T-0.0001;
    %%Creating the Xt
    tconv=tn_time(1)+t1(1):Ts:tn_time(end)+t1(end);
    Xt=conv(Xn,fl)*Ts;
    %%power spectral density
    fourier_Xt=fft(Xt,Nf)*Ts;
    final_Xt=abs(fftshift(fourier_Xt));
    phasmatic_energyXt=final_Xt.^2;
    Ttotal=length(tconv)*Ts;
    Pxrep=(phasmatic_energyXt./Ttotal);
    exp_sum=exp_sum+Pxrep;
end
Px_exp=exp_sum/500;
Px_th=(1/T).*phasmatic_energy;
figure;
semilogy(energy_freq,Px_exp,'c','LineWidth',2);
hold on;
semilogy(energy_freq,Px_th,'b');
title('Periodogram For the Xt pulse(2PAM) for 500 repetitions');
```

10. Κώδικας που υλοποιεί το κοινό semilogy.



11. Κοινό semilogγθεωρητικής και εκτίμησης.

Όπως είναι αντιληπτό το θεωρητικό, πράγματι, είναι πολύ κοντά στα πειραματικά μας αποτελέσματα(βλέπουμε ότι είναι λίγο λιγότερο από το θεωρητικό).

Όσο αυξάνουμε το n και το k έχουμε περισσότερα δείγματα και επαναλήψεις επομένως οι προσεγγίσεις μας γίνονται πιο ακριβείς. (περισσότερα bits στην ακολουθία άρα περισσότερα δείγματα)

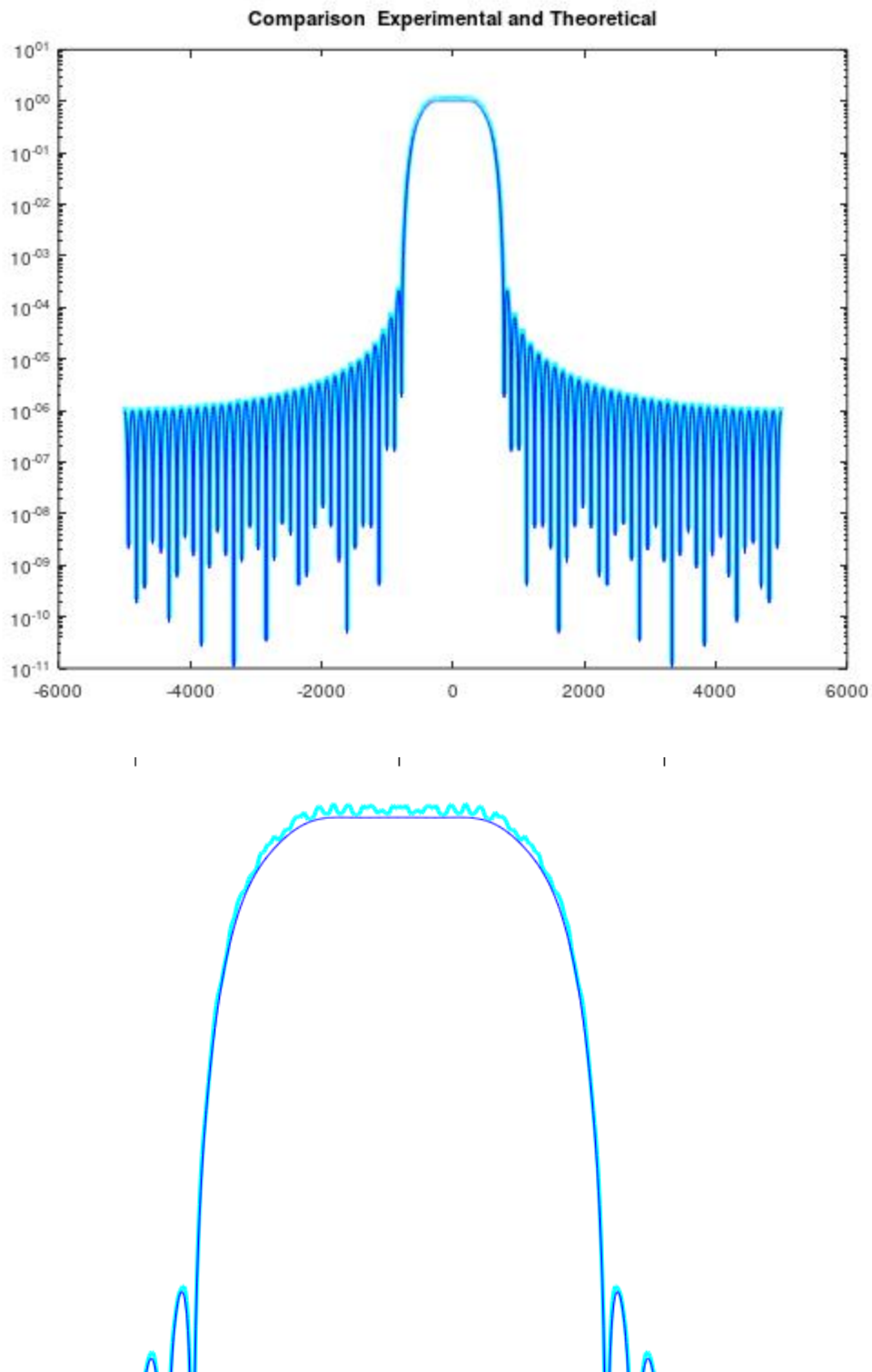
A4.

Κάνοντας ακριβώς την ίδια διαδικασία με τα παραπάνω ερωτήματα, αλλά χρησιμοποιώντας την συνάρτηση *bits_to_4PAM* αντί για την *bits_to_2PAM* παίρνουμε τα παρακάτω σχήματα.

Όπως ακριβώς έγινε και προηγουμένως, γίνονται 500 επαναλήψεις για την δημιουργία της θεωρητικής και της πραγματικής φασματικής πυκνότητας ισχύος.

```
%%A4 SAME BUT WITH 4PAM
exp_sum=zeros(1,Nf);
for p=1:500
    %%Creating the Xn
    b=(sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
    X = bits_to_4PAM(b);
    Xn= 1/Ts*upsample(X,over);
    tn_time=0:Ts:N*T-0.0001;
    %%Creating the Xt
    tconv=tn_time(1)+t1(1):Ts:tn_time(end)+t1(end);
    Xt=conv(Xn,fl)*Ts;
    %%power spectral density
    fourier_Xt=fft(Xt,Nf)*Ts;
    final_Xt=abs(fftshift(fourier_Xt));
    phasmatic_energyXt=final_Xt.^2;
    Ttotal=length(tconv)*Ts;
    Pxrep=(phasmatic_energyXt./Ttotal);
    exp_sum=exp_sum+Pxrep;
end
Px_exp=exp_sum/500;
Px_th=(1/T).*phasmatic_energy;
figure;
semilogy(energy_freq,Px_exp,'c','LineWidth',2);
hold on;
semilogy(energy_freq,Px_th,'b');
title('Periodogram For the Xt pulse(4PAM) for 500 repetitions');
hold off;
```

12. Δημιουργία των παλμών της θεωρητικής και της πραγματικής φασματικής πυκνότητας ισχύος σε *semilogy* (4-PAM).

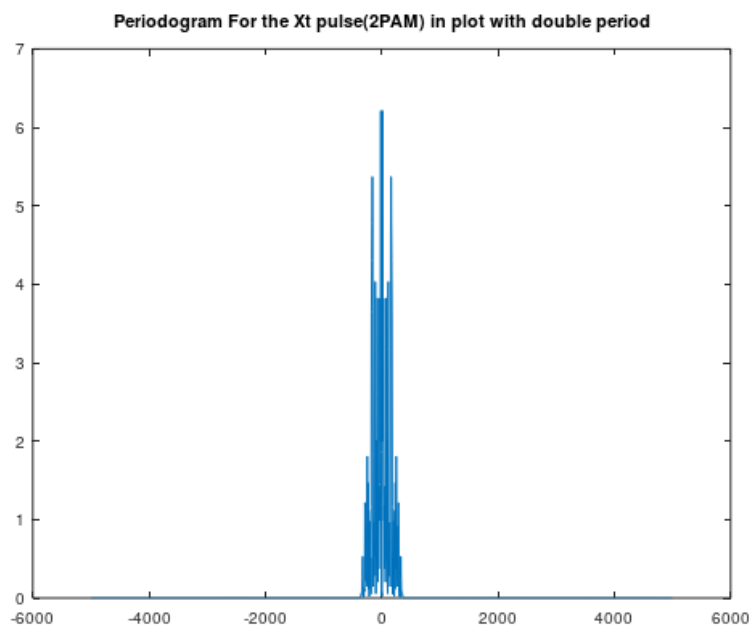


13. Το σχήμα της πραγματικής και θεωρητικής φασματικής πυκνότητας ισχύος σε κοινό semilogy (4-PAM).

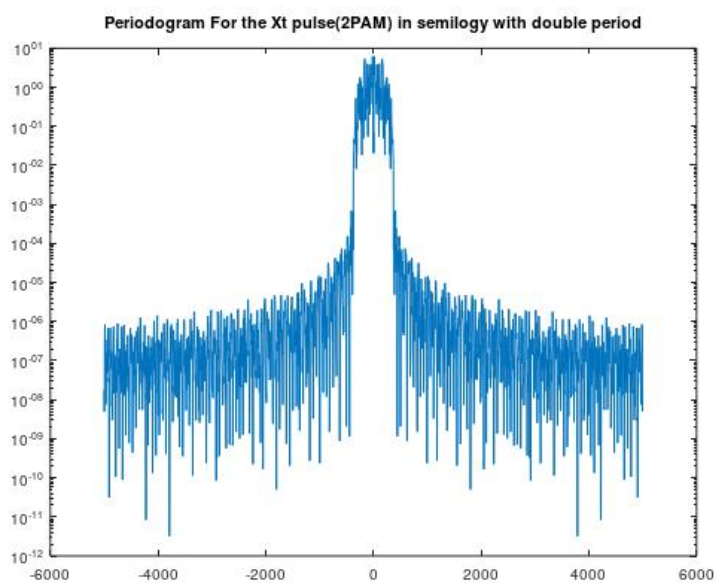
Και πάλι παρατηρούμε ότι είναι παρεμφερής οι δύο γραφικές απλώς η πειραματική μας τώρα έχει μεγαλύτερο πλάτος (και πάει λίγο πιο πάνω κάτι που είναι λογικό καθώς η 4PAM έχει μεγαλύτερη διασπορά). Το εύρος φάσματος είναι το ίδιο αφού δεν αλλάζουμε κάτι από τις αρχικές μας σταθερές.

A5.

Χρησιμοποιώντας το διπλάσιο T , δημιουργήθηκαν τα παρακάτω σχήματα.



14. Περιοδόγραμμα για διπλάσιο T σε plot.



15. Περιοδόγραμμα για διπλάσιο T σε semilogy.

```

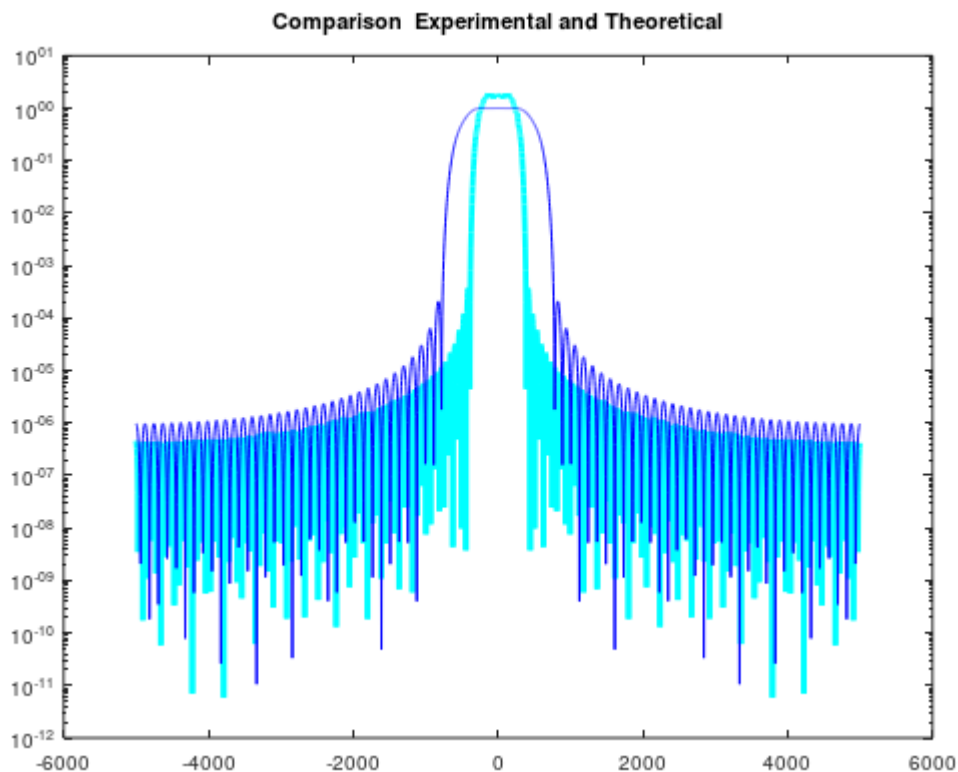
%%A5
[f2,t2]=srsrc_pulse(2*T,2*over,A,a);
%%Creating the Xn
b =(sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
X = bits_to_2PAM(b);
Xn= 1/Ts*upsample(X,over);
tn_time=0:Ts:N*T-0.0001;
%%Creating the Xt
tconv=tn_time(1)+t2(1):Ts:tn_time(end)+t2(end);
Xt=conv(Xn,f2)*Ts;
fourier_Xt=fft(Xt,Nf)*Ts;
final_Xt=abs(fftshift(fourier_Xt));
phasmatic_energyXt=final_Xt.^2;
Ttotal=length(tconv)*Ts;
Px=(phasmatic_energyXt./Ttotal);
figure;
plot(energy_freq,Px);
title('Periodogram For the Xt pulse(2PAM) in plot with double period');
figure;
semilogy(energy_freq,Px);
title('Periodogram For the Xt pulse(2PAM) in semilogy with double period')

```

16. Ο κώδικας που υλοποιεί τα δύο προηγούμενα σχήματα.

Εδώ παρατηρούμε ότι πάλι τα διαγράμματα που δημιουργήσαμε είναι παρεμφερή απλώς έχουν το μισό εύρος φάσματος που είναι λογικό καθώς έχουμε την διπλάσια περίοδο(είναι σαν να έχουν συμπυκνωθεί πιο πολύ σε ένα συγκεκριμένο σημείο).

Στην συνέχεια κάνοντας πάλι 500 επαναλήψεις παρατηρούμε τις διαφορές μεταξύ του θεωρητικού και του πειραματικού μέρους.



19.. Το σχήμα της πραγματικής και θεωρητικής φασματικής πυκνότητας ισχύος σε κοινό semilogy (2-PAM) και 2T.

```

for p=1:500
    %%Creating the Xn
    b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
    X = bits_to_2PAM(b);
    Xn = 1/Ts*upsample(X,over);
    tn_time=0:Ts:N*T-0.0001;
    tconv=tn_time(1)+t2(1):Ts:tn_time(end)+t2(end);
    Xt=conv(Xn,f2)*Ts;
    fourier_Xt=fft(Xt,Nf)*Ts;
    final_Xt=abs(fftshift(fourier_Xt));
    phasmatic_energyXt=final_Xt.^2;
    Ttotal=length(tconv)*Ts;
    Pxrep=(phasmatic_energyXt./Ttotal);
    exp_sum=exp_sum+Pxrep;
end
Px_exp=exp_sum/500;
Px_th=(1/T).*phasmatic_energy;
figure;
semilogy(energy_freq,Px_exp,'c','LineWidth',2);
hold on;
semilogy(energy_freq,Px_th,'b');
title('Periodogram For the Xt pulse(2PAM) for 500 repetitions');
hold off;

```

20. Ο κώδικας που υλοποιεί το προηγούμενο σχήμα.

Πάλι παρατηρούμε την ίδια διαφορά στο εύρος φάσματος

A6.

Αν θέλατε να στείλετε δεδομένα όσο το δυνατό ταχύτερα έχοντας διαθέσιμο το ίδιο εύρος φάσματος, θα επιλέγατε 2-PAM ή 4-PAM, και γιατί;

Γνωρίζουμε ότι κωδικοποιώντας με 4-PAM μειώνεται ο αριθμός των συμβόλων δια 2. Στην κωδικοποίηση 2-PAM ο αριθμός των συμβόλων μένει ίδιος. Χωρίς να αλλάξουμε τον ρυθμό με τον οποίον στέλνονται τα σύμβολα (T) γίνεται προφανές ότι τα σήματα με 4-PAM κωδικοποίηση είναι ταχύτερα. Άρα, η ορθή επιλογή θα ήταν 4-PAM.

Αν το διαθέσιμο εύρος φάσματος είναι πολύ ακριβό, θα επιλέγατε περίοδο συμβόλου T ή $T' = 2T$, και γιατί;

Όπως παρατηρήθηκε και στα πειράματα της άσκησης, παίρνοντας περίοδο συμβόλου $2T$ το εύρος φάσματος μειώνεται. Επομένως παίρνοντας περίοδο συμβόλου $T' = 2T$ μειώνουμε και το κόστος του εύρους φάσματος.

B1.

$$\begin{aligned} E y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \cos(2\pi f_o + \theta) \cdot f_{\theta}(\theta) d\theta = \\ &= x(t) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi f_o + \theta) \cdot f_{\theta}(\theta) d\theta \\ &\xleftrightarrow{\text{η } f_{\theta}(\theta) \text{ γίνεται } \frac{1}{2\pi} \text{ όταν } 0 \leq \theta \leq 2\pi}} E y(t) = x(t) \cdot \int_0^{2\pi} \cos(2\pi f_o + \theta) \cdot \frac{1}{2\pi} d\theta = \\ &= \frac{1}{2\pi} x(t) \cdot \int_0^{2\pi} \cos(2\pi f_o + \theta) \cdot d\theta = \end{aligned}$$

$\Leftrightarrow E y(t) = 0$ (σταθερή), επειδή το ολοκλήρωμα είναι ανεξάρτητο από το θ .

B2.

Δεδομένο ότι η $EY(t)$ είναι σταθερή, εξετάζεται η συνάρτηση αυτοομοιότητας για την περιοδικότητα της.

$$\begin{aligned} R_{yy}(t + \tau, t) &= \mathcal{E}[Y(t + \tau)y(t)] = \\ &= \mathcal{E}[X(t + \tau) \cos(2\pi f_o(t + \tau) + \theta)x(t) \cos(2\pi f_o t + \theta)] = \\ &= \mathcal{E}[X(t + \tau)x(t)] \frac{1}{2} \mathcal{E}[\cos 4\pi f_o t + 2\pi f_o \tau + 2\theta + \cos(2\pi f_o \tau)] = \\ &= \frac{1}{2} R_{xx}(t + \tau, t) \cos(2\pi f_o \tau). \end{aligned}$$

Εξέταση για περιοδικότητα:

$$\begin{aligned} R_{xx}(t + \tau, t) &= \mathcal{E}[X(t + \tau)x(t)] = \\ &= \mathcal{E}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \varphi(t - nT) \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \varphi(t + \tau - nT)\right] = \\ &= \mathcal{E}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n^2 \varphi(t - nT) \varphi(t + \tau - nT)\right] = \\ &= \mathcal{E}[x_n^2] \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n^2 \varphi(t - nT) \varphi(t + \tau - nT) = \\ &= R_{xx}(t + \tau + T, t + T), \text{ κυκλοστάσιμη για κάθε } T \\ \text{Δηλαδή, } R_{yy}(t + \tau, t) &= R_{xx}(t + \tau + T, t + T) \cos(2\pi f_o \tau) \\ &= R_{yy}(f + \tau + T, t + T) (\text{περιοδική κυκλοστάσιμη}) \end{aligned}$$

B3.

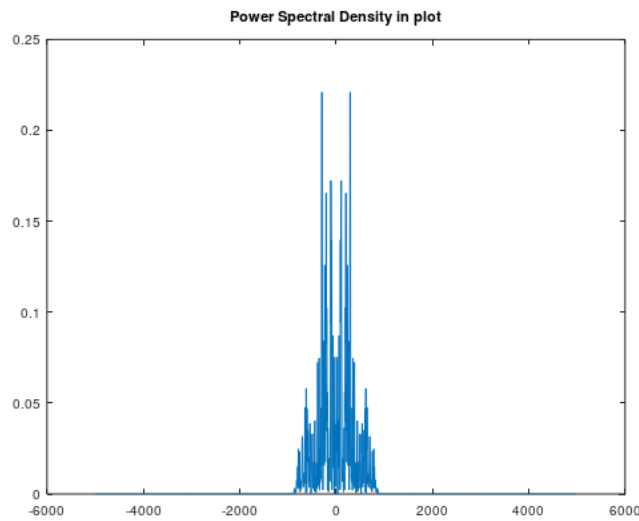
$$\begin{aligned}
 \overline{R_y}(t) &= \frac{1}{T} \int_T R_{yy} \cos(2\pi f_o \tau) dt = \\
 &= \frac{1}{T} \int_T \frac{1}{2} \sigma_x^2 \sum_{-\infty}^{\infty} [\varphi(t - nT) \varphi(t + \tau - nT)] \cos(2\pi f_o \tau) dt = \\
 &= \frac{1}{2T} \sigma_x^2 \cos(2\pi f_o \tau) \sum_{-\infty}^{\infty} \int_T \varphi(t - nT) \varphi(t + \tau - nT) dt = \\
 &= \frac{1}{2T} \sigma_x^2 \cos(2\pi f_o \tau) \varphi(\tau) * \varphi(-\tau)
 \end{aligned}$$

Συναρτήσσει των $S_x(F)$ και f_o .

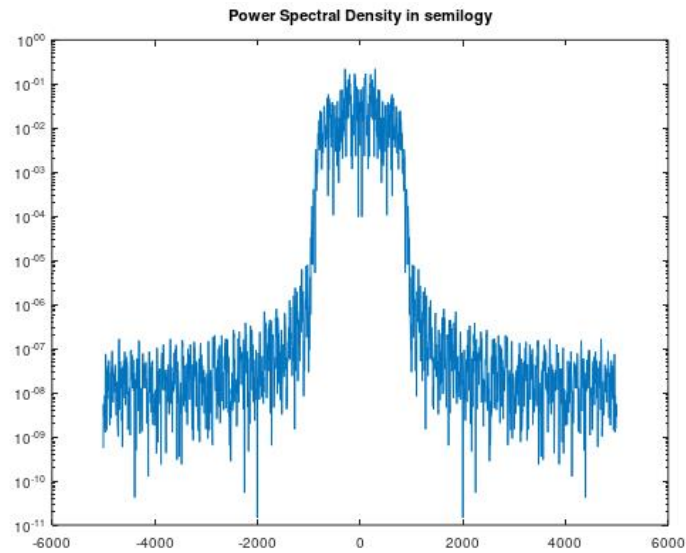
$$\begin{aligned}
 \text{Επειδή } S_y(t) &= F\{\overline{R_y}(t)\}, \\
 S_y(t) &= F\left\{\frac{1}{2T} \sigma_x^2 \cos(2\pi f_o \tau) \varphi(\tau) * \varphi(-\tau)\right\} = \\
 &= \frac{1}{2T} \frac{1}{2} \sigma_x^2 [\Phi(F + f_o) \Phi^*(F + f_o) + \Phi(F - f_o) \Phi^*(F - f_o)] = \\
 &= \frac{1}{4T} \sigma_x^2 (|\Phi(F + f_o)|^2 + |\Phi(F - f_o)|^2)
 \end{aligned}$$

Πήραμε το αποτέλεσμα που περιμέναμε, αφού διαμορφώνοντας το σήμα με $\cos(2\pi f_o \tau)$, το μετατοπίζουμε από τη baseband ζώνη στη passband (στη συχνότητα f_o) μειώνοντας το πλάτος.

B4)Επιβεβαίωση θεωρητικών αποτελεσμάτων. Όπως και στα προηγούμενα κομμάτια της άσκησης έτσι και εδώ ξεκινάμε με τα διαγράμματα σε Plot και semilogy.



21. Περιοδόγραμμα σε plot.



21. Περιοδόγραμμα σε semilogy.

```

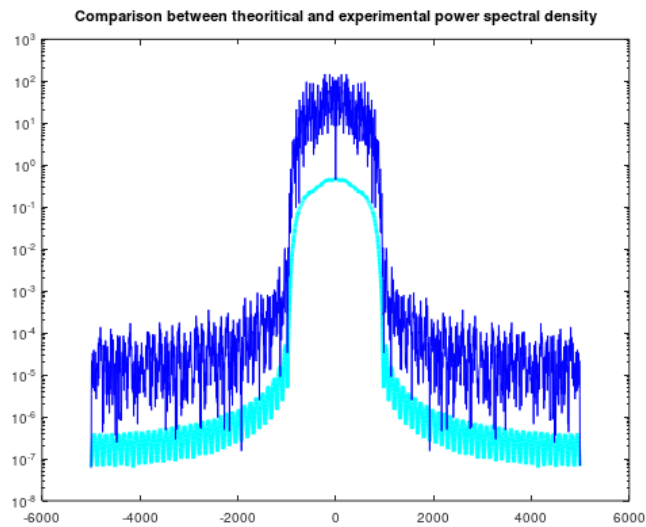
%%B
%%setting our constants
T = 0.001;
over=10;
Ts=T/over;
Fs=1/Ts;
A=4;
a=0.5;
Nf=2048;
f0 = 200;
N = 100;
%%Creating the pulse
[f1, t1] = srsrc_pulse(T, over, A, a);
energy_freq=[-Fs/2:Fs/Nf:Fs/2-Fs/Nf];
%%Like before in the excercise
Flhelp=fft(f1,Nf);
Fl=fftshift(Flhelp)*Ts;
%%Making our samples
b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
X = bits_to_2PAM(b);
Xn= 1/Ts*upsample(X,over);
tn_time=0:Ts:N*T-0.0001;
tconv=tn_time(1)+t1(1):Ts:tn_time(end)+t1(end);
Xt=conv(Xn,f1)*Ts;
%%Creating out y(t)
theta=2 *pi*rand(1);
y=Xt.*cos(2.*pi.*f0.*tconv+theta);
yhelp= fft(y,Nf);

yfinal= fftshift(yhelp)*Ts;
ydensity=(abs(yfinal).^2);
figure;
plot(energy_freq, ydensity);
title('Power Spectral Density in plot');
figure;
semilogy(energy_freq,ydensity);
title('Power Spectral Density in semilogy');

```

22 Ο κώδικας που υλοποιεί τα προηγούμενα σχήματα.

Τέλος κάνουμε την πειραματική και την θεωρητική σύγκριση μεταξύ των δύο γραφικών



23 Το σχήμα της πραγματικής και θεωρητικής φασματικής πυκνότητας ισχύος σε κοινό semilogy (2-PAM)

```
for p=1:500
    %%Creating the Xn
    b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
    X = bits_to_2PAM(b);
    Xn = 1/Ts*upsample(X,over);
    tn_time=0:Ts:N*T-0.0001;
    %%Creating the Xt
    tconv=tn_time(1)+t1(1):Ts:tn_time(end)+t1(end);
    Xt=conv(Xn,f1)*Ts;
    %%Creating out y(t)
    theta=2*pi*rand(1);
    y=Xt.*cos(2*pi.*f0.*tconv+theta);
    %%
    yhelp= fft(y,Nf);
    yfinal= fftshift(yhelp)*Ts;
    ydensity=(abs(yfinal).^2);
    Ttotal=length(tconv)*Ts;
    Pxrep=(ydensity./Ttotal);
    exp_y=exp_y+Pxrep;
end
Exp_yf = exp_y/ 500;
y_th=(1/T).*ydensity;
figure;
semilogy(energy_freq,Exp_yf,'c','LineWidth',2);
hold on;
semilogy(energy_freq,y_th,'b');
title('Comparison between theoritical and experimental power spectral d
hold off;
```

24 Ο κώδικας που υλοποιεί το προηγούμενο σχήμα.

Παρατηρούμε ότι και πάλι είναι σχεδόν ίδια επομένως επιβεβαιώνονται τα θεωρητικά

