

Prechodné javy v elektroenergetike

1. Elektrické parametre vonkajších vedení

Chovanie a vlastnosti vonkajších vedení pri prenose elektrickej energie je možné popísať pomocou štyroch základných – primárnych – parametrov:

- rezistancie R_1 (Ω/km),
- indukčnosti L_1 (H/km),
- konduktancie G_1 (S/km),
- kapacity C_1 (F/km).

Po zohľadnení frekvencie a zavedení uhlovej frekvencie ω respektíve frekvencie f používame aj ďalšie parametre – sekundárne:

- indukčná reaktancia $X_1 = \omega L_1 = 2\pi f L_1$,
- kapacitná susceptancia $B_1 = \omega C_1 = 2\pi f C_1$,
- pozdĺžna impedancia $Z_{11} = R_1 + j X_1$,
- priečna admitancia $Y_{q1} = G_1 + j B_1$,
- vlnová impedancia $Z_{V1} = \sqrt{Z_{11}/Y_{q1}}$ (Ω)
- konštanta prenosu $\gamma = \sqrt{Z_{11} \cdot Y_{q1}}$ ($1/\text{km}$)

Ako vodiče používame najčastejšie drôty, pásy a laná. Základným materiálom je meď, hliník a v prípade lán sa často používa kombinácia hliníku s oceľou (AlFe laná).

1.1. Rezistencia – činný odpor

V prípade jednosmerného prenosu uvádzame hodnotu

$$R_{S01} = \frac{\varrho_0}{S} \quad (\Omega/\text{m}; \Omega \cdot \text{m}, \text{m}^2)$$

kde ϱ_0 je merná rezistivita materiálu vodiča a S je jeho prierez.

Vplyv materiálu na rezistanciu je vyjadrený hodnotou mernej rezistivity uvedenej v Tab. 1. V prípade dobrých vodičov narastá nelineárne so zväčšovaním obsahu nečistôt a v prípade feromagnetických materiálov je určovaná experimentálne.

Tab. 1. Hodnoty ϱ_0 pre základné materiály

materiál	Cu	Al	Fe (oceľ)
ϱ_0 ($\Omega \cdot \text{m}$)	$1,78 \times 10^{-8}$	$2,87 \times 10^{-8}$	20×10^{-8}

Vplyv teploty, prípadne oteplenia, respektujeme zavedením teplotného koeficientu odporu

$$k_T = 1 + \alpha(T - T_0) \quad (-; 1/\text{K}, \text{K})$$

a koeficientu α , ktorý vyjadruje tepelné vlastnosti materiálu.

Tab. 2. Hodnoty α pre základné materiály

materiál	Cu	Al	Fe (oceľ)
α (K^{-1})	$3,93 \times 10^{-3}$	$4,03 \times 10^{-3}$	$4,5 \times 10^{-3}$

V prípade, že vedením prechádza striedavý prúd, uplatní sa povrchový efekt a je zmenšovaný efektívny prierez vodiča. Rozloženie hustoty striedavého prúdu po priereze nie je rovnomerné. Pre prípad AlFe lana s väčším počtom vrstiev je možné použiť vzťah pre duté laná, pretože oceľovým vnútorným lanom preteká len 2–3 % celkového prúdu. Nárast odporu potom vyjadruje koeficient

$$k_s = 1 + 0,0375 \times 10^{-12} \cdot \left[\frac{(r_2 - r_1)f}{r_2 \cdot R_{S01}} \right]^2 \quad (-; m, m, Hz, m, \Omega/m)$$

v ktorom r_2 a r_1 je vonkajší a vnútorný polomer Al vrstvy.

Ďalej má na hodnotu odporu vplyv krútenia lán po skrutkovici – plný vodič rovnakej osovej dĺžky by mal menšiu skutočnú dĺžku. Pri tomto zohráva úlohu aj to, že na jednotlivých vodičoch v zväzku sa často vytvára tenká oxidová vrstva a prúd tečie vo všetkých vodičoch paralelne, sledujúc dráhu skrutkovice. Tento koeficient, označený k_l , býva zahrnutý v katalógu.

Pri zavesení vodiča na stožiar dochádza k jeho priehybu podľa reťazovky. Jeho skutočná dĺžka je teda väčšia podľa vzťahu

$$l_h = 2c \sinh \frac{d}{2c} \quad (m; m, m)$$

v ktorom c je parameter reťazovky a d je vzdialenosť medzi stožiarimi meraná po úsečke. Činiteľ zväčšenia odporu je daný vzťahom

$$k_p = \frac{l_h}{d} \quad (m; m, m)$$

ktorý v praxi býva menší než 1,03.

Ako ďalší parameter zväčšujúci odpor môžeme uvažovať odchýlku skutočného prierezu od menovitého. Celkový odpor teda môžeme vyjadriť pomocou vzťahu

$$R_1 = R_{S01} \cdot k_T \cdot k_s \cdot k_l \cdot k_p \quad (\Omega m^{-1}; \Omega m^{-1}, -).$$

1.2. Konduktancia – zvod

Konduktancia predstavuje priečne straty činného výkonu. Na zaťaženie závisí málo, viac na ňu vplyva napätie a poveternostné vplyvy okolia. Je spôsobovaná stratami cez izolátory a najmä korónou. Straty korónou respektujeme až od napätí 100 kV.

Ak uvažíme, že cez konduktanciu G_1 prechádza prúd I_s a sieť má fázové napätie U_f , respektíve združené napätie U , budú straty výkonu zvodom pre tri fázy a 1 km dĺžky

$$P_z = 3U_f I_s = 3U_f G_1 U_f = 3G_1 U_f^2 = G_1 U^2 \quad (W \cdot km^{-1}).$$

Tab. 3. Približné hodnoty konduktancie pre základné napäťové hladiny

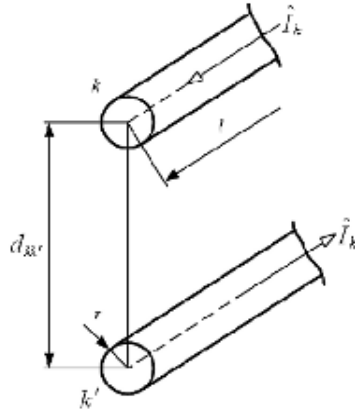
menovité napätie U_n (kV)	110	220	380	500
konduktancia G_1 (S/km)	$(3,6 \div 5) \times 10^{-8}$	$(2,5 \div 3,6) \times 10^{-8}$	$(1,4 \div 2) \times 10^{-8}$	$2,5 \times 10^{-8}$

1.3. Indukčnosť a pozdĺžna impedancia

Cieľom je vytvorenie matematického modelu, ktorým sa sústava vodičov rovnobežných so zemou a navzájom nahradí rovnocennou sústavou dvojíc vodičov (skutočného a jemu zodpovedajúceho fiktívneho) navzájom rovnobežných. Model zjednoduší výpočty.

Indukčnosť a impedancia v slučke

Uvažujme slučku tvorenú dvoma rovnakými, priamymi a rovnobežnými vodičmi kruhového prierezu s polomerom r , s rovnakým konštrukčným vyhotovením.



Obr. 1. Slučka, k odvodeniu indukčnosti

Predpokladajme, že platí $r \ll d \ll l$ a $d_{kk'} = d$, kde d je kolmá vzdialenosť ich osí a l ich dĺžka. Pre fázory prúdu platí $\hat{I}_k = -\hat{I}_{k'}$. Uvažujme pomery na jednotku dĺžky vnútri slučky v značnej vzdialenosti od koncov oboch vodičov, tak, aby sa vplyv deformácie magnetického poľa vplyvom koncov vodičov neuplatnil.

Vnútna indukčnosť, rešpektujúca magnetický tok na jednotku dĺžky vnútri vodiča, je

$$L_{ik} = \frac{\mu_0 \mu_{rv}}{8\pi} \alpha$$

kde μ_{rv} je relatívna permeabilita materiálu vodiča a α rešpektuje nerovnomerné rozdelenie prúdu po priereze.

Vonkajšia indukčnosť na jednotku dĺžky je

$$L_{ek} = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln \frac{R}{r}$$

a rešpektuje magnetický tok mimo vodiča. Polomer $R \gg d$ má zatiaľ neurčenú, ale konečnú hodnotu.

Časť magnetického toku druhého vodiča k' , ktorá je v zábere s uvažovaným vodičom k , zodpovedá indukčnosť

$$L_{kk'} = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln \frac{R}{d}.$$

Pre celkové napätie \hat{U}_{ik} , indukované v uvažovanom vodiči na jednotku dĺžky, platí

$$-\hat{U}_{ik} = j\omega \left[(L_{ik} + L_{ek}) \hat{I}_k + L_{kk'} \hat{I}_{k'} \right] = j\omega (L_{ik} + L_{ek} - L_{kk'}) \hat{I}_k = j\omega L_{kv} \hat{I}_k$$

kde L_{kv} je vlastná indukčnosť jedného vodiča slučky na jednotku dĺžky. Po dosadení z predchádzajúcich rovníc pre ňu dostávame vzťah

$$L_{kv} = \frac{\mu_0 \mu_{rv}}{8\pi} \alpha + \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln \frac{R}{r} - \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln \frac{R}{d}$$

a po úpravách dostaneme vzťah

$$L_{kv} = 0,05 \mu_{rv} \alpha + 0,46 \log \frac{d}{r}.$$

Po zavedení činiteľa ξ sa vzťah zjednoduší. Hodnoty ξ sú pritom pre rôzne typy vodičov uvedené v Tab. 4.

$$\xi = 10^{-(0,05\mu_{rv}\alpha)/0,46}$$

$$L_{kv} = 0,46 \log \frac{d}{\xi r}$$

Tab. 4. Hodnoty činiteľa ξ pre rôzne typy vodičov

Typ vodiča	ξ
masívny vodič kruhového prierezu	0,779
jednomateriálové lano 7 častkových vodičov	0,726
19	0,758
37	0,768
61	0,772
91	0,774
127	0,776
laná AlFe 26 častkových vodičov v 2 vrstvách	0,809
30	

Impedancia jedného vodiča v slučke dvoch rovnobežných vodičov na jednotku dĺžky bude

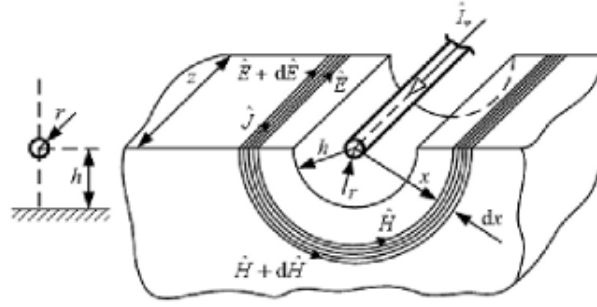
$$\hat{Z}_{kv} = R_k + j\omega L_{kv} = R_k + j\omega 0,46 \times 10^{-6} \log \frac{d}{\xi r} \quad (\Omega \cdot \text{m}^{-1})$$

kde R_k je rezistencia vodiča na jednotku dĺžky.

Zem ako vodič stacionárneho striedavého prúdu, Rűdenbergova koncepcia

V priestore pozdĺž vedenia, v dostatočnej vzdialenosti od elektród (30 m a viac), prechádza ustálený jednosmerný prúd tak širokým pričným prierezom, že výsledný odpor cesty zemou v tejto časti je nepatrný a technicky zanedbateľný. V prípade striedavého prúdu sa v tej istej oblasti uplatní vplyv magnetického poľa. V dôsledku javu analogického s povrchovým javom je hustota striedavého prúdu v zemi nerovnomerná. Striedavý prúd v zemi sleduje presne trasu vodičov nad zemou, jeho najväčšia hustota je priamo pod vedením a rýchlo klesá ako do strán, tak do hĺbky.

Rűdenbergova koncepcia vychádza z nasledovných predpokladov: Rezistivita zeme je koštantná a má konečnú veľkosť, skutočné usporiadanie zeme a vodiča vo výške h nad zemou sa nahrádza v častiach, kde sa neuplatní vplyv elektród, modelom na Obr. 2. Vodič sa pomyselné kladie na zem a zemina sa v polvalci s polomerom h vypúšťa. Vodič je v ose polvalca. Prúd vo vodiči je sínusový bez vyšších harmonických zložiek s konštantnou amplitúdou a to isté platí aj pre intenzitu magnetického poľa a hustotu prúdu v zemi.



Obr. 2. Náhrada skutočného vedenia vodičom na povrchu zeme

Podľa 1. Maxwellovej rovnice, použitej na kružnice s polomeri x a $x + dx$ (ktoré sú približne siločiarami) platí

$$2\pi x \hat{H} = \hat{I}_v - \int_h^x \hat{J} \pi x dx,$$

$$2\pi(x + dx)(\hat{H} + d\hat{H}) = \hat{I}_v - \int_h^{x+dx} \hat{J} \pi x dx.$$

Po odčítaní rovníc, zanedbaní malých veličín druhého rádu a úprave dostaneme

$$\frac{\hat{H}}{x} + \frac{d\hat{H}}{dx} = -\frac{1}{2}\hat{J}. \quad (1)$$

Podľa Ohmovho zákona pre prúdové vlákno platí vzťah

$$\hat{E} = \varrho \hat{J} \longrightarrow \frac{d\hat{E}}{dx} = \varrho \frac{d\hat{J}}{dx}. \quad (2)$$

Podľa 2. Maxwellovej rovnice, použitej pre elementárny úsek dĺžky z a šírky dx , dostaneme vzťah

$$\left(\hat{E} + \frac{d\hat{E}}{dx} dx \right) z - z \hat{E} = -j\omega\mu \hat{H}_z dx \longrightarrow \frac{d\hat{E}}{dx} = -j\omega\mu \hat{H}. \quad (3)$$

Porovnaním rovníc (2) a (3) a derivovaním dostávame vzťahy

$$\hat{H} = j \frac{\varrho d\hat{J}}{\mu\omega dx},$$

$$\frac{d\hat{H}}{dx} = j \frac{\varrho d^2\hat{J}}{\mu\omega dx^2}.$$

Ich dosadením do rovnice (1) dostávame vzťah

$$\frac{d^2\hat{J}}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\hat{J}}{dx} - j \frac{\mu\omega}{2\varrho} \hat{J} = 0. \quad (4)$$

Pre túto rovnicu platia okrajové podmienky, ktoré je možné formulovať ako:

- prúd v zemi je prúdom v slučke vodič–zem,
- hustota prúdu v zemi pre $x \rightarrow \infty$ musí byť rovná nule.

To splňajú rovnice

$$\int_h^\infty \hat{\mathbf{J}}(x) \pi x \, dx = \hat{\mathbf{I}}_g = -\hat{\mathbf{I}}_v,$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{J}}(x) = 0.$$

Rovnica (4) pre prúdovú hustotu $\hat{\mathbf{J}}(x)$ je Besselova rovnica 2. rádu. Pri jej riešení využijeme vlastnosti Besselových funkcií 3. druhu definovaných pomocou rady. Členy s vyššími mocninami premennej je možné zanedbať a tak výpočet zjednodušiť. Presnosť, ktorú dosiahneme, je v technických úlohách dostatočná. Dostávame tak vzťah

$$\hat{\mathbf{J}}(x) = \left(\frac{\pi^2 f}{\varrho} + j \frac{4\pi f}{\varrho} \ln \frac{0,178 \sqrt{\varrho \times 10^7}}{x \sqrt{f}} \right) \times 10^{-7} \hat{\mathbf{I}}_g$$

ktorý platí pre frekvencie $f \leq 5$ kHz.

Vlastná impedancia slučky vodič–zem

Celý magnetický tok vyvolaný prúdom v zemi je spriahnutý tiež s prúdom v elementárnej vrstve na povrchu polvalca s polomerom h , kde v prúdovom vlákne vyvolá úbytok napätia na jednotku dĺžky. Súčasne platia vzťahy:

$$\Delta \hat{U}(h) = \varrho \hat{\mathbf{J}}(h) = \left(\pi^2 f + j 4\pi f \ln \frac{0,178 \sqrt{\varrho \times 10^7}}{h \sqrt{f}} \right) \times 10^{-7} \hat{\mathbf{I}}_g,$$

$$\Delta \hat{U}(h) = (R_{1g} + j 2\pi L_{1g}) \hat{\mathbf{I}}_g. \quad (5)$$

Ich porovnaním dostaneme hodnotu rezistancie zeme na jednotku dĺžky vyjadrenú vzťahom

$$R_{1g} = \pi^2 f \times 10^{-4} \quad (\Omega/\text{km}; \text{Hz})$$

ktorá je pre štandardnú frekvenciu $f = 50$ Hz rovná $R_{1g} = 0,0495 \Omega/\text{km}$.

Pri výpočte indukčnosti slučky uvažíme vplyv magnetických tokov spriahnutých so slučkou.

Magnetický tok vnútri vodiča nad zemou rešpektuje *vnútorná indukčnosť*

$$L_{ik} = 0,46 \log \frac{1}{\xi},$$

a magnetický tok vo vzduchu, kde $x \in \langle r, h \rangle$ rešpektuje *vonkajšia indukčnosť*

$$L_{ek} = 0,46 \log \frac{h}{r}.$$

Magnetický tok v zemi rešpektuje indukčnosť, ktorú dostaneme porovnaním rovníc (5) a po úpravách je rovná

$$L_{1g} = 0,46 \log \frac{0,178 \sqrt{\varrho \times 10^7}}{h \sqrt{f}} = 0,46 \log \frac{D_g}{h} \quad (\text{mH}/\text{km})$$

kde hodnota

$$D_g = \frac{0,178 \sqrt{\varrho \times 10^7}}{\sqrt{f}} \quad (\text{m}; \Omega \cdot \text{m}, \text{Hz})$$

sa nazýva hĺbka fiktívneho „vodiča“, ktorý by viedol prúd v zemi a nahradzuje prúd v zemi. Orientačné hodnoty ϱ rozdelené podľa typu pôdy sú uvedené v Tab. 5.

Tab. 5. Orientačné hodnoty rezistivity pôdy

Typ zeminy	ϱ ($\Omega \cdot \text{m}$)
rašelina	30
ornica a íľ	100
vlhký piesok	200 až 300
suchý štrk a piesok	1000 až 3000
kamenitá pôda	3000 až 10000

Celková indukčnosť v slučke vodič–zem na jednotku dĺžky bude

$$L_{kk} = L_{ik} + L_{ek} + L_{1g} = 0,46 \log \frac{D_g}{\xi r} \quad (\mu\text{H}/\text{m}; \mu\text{H}/\text{m}, \text{m}, \text{m})$$

a reaktancia X_{kk} bude rovná

$$X_{kk} = \omega L_{kk} = \omega 0,46 \log \frac{D_g}{\xi r}.$$

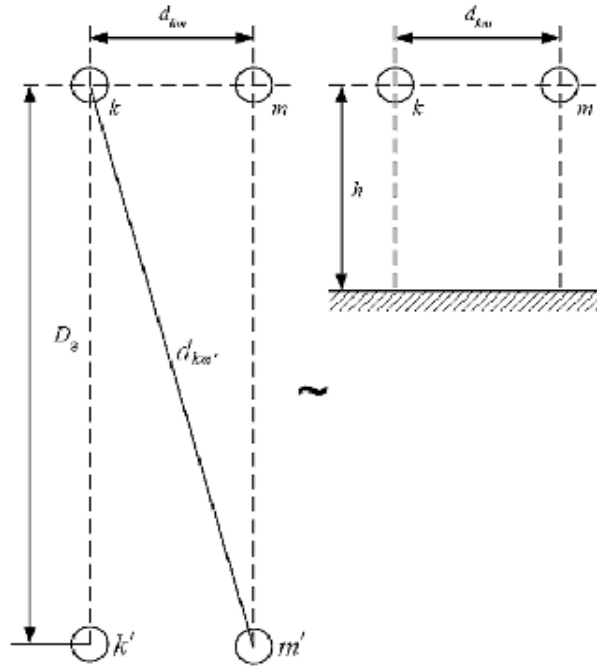
Vlastná impedancia slučky vodič–zem na jednotku dĺžky bude teda

$$\hat{Z}_{kk} = R_{1k} + R_{1g} + j X_{kk} = R_{1k} + \pi^2 f \times 10^{-4} + j \omega \times 10^{-3} \cdot 0,46 \log \frac{D_g}{\xi r} \quad (\Omega/\text{km}). \quad (6)$$

Vzájomná impedancia dvoch slučiek vodič–zem

Dvojvodičové jednofázové vedenie je možné s ohľadom na magnetické pole ním vytvárané považovať za rovnocenné dvom vedeniam vodič–zem ako je znázornené na Obr. 3, pretože spätné prúdy v zemi sa navzájom kompenzujú a nedávajú výsledne žiaden účinok. To však platí len ak je vzdialenosť medzi skutočnými vodičmi k, m menšia alebo rovná ich výške nad zemou:

$$d_{km} \leq h.$$



Obr. 3. Náhrada pomocou dvoch vedení vodič–zem

Pretože $D_g \gg d_{km}$, je možno vzdialenosti každého z fiktívnych vodičov od každého skutočného považovať za približne rovnaké, teda

$$d_{km'} = d_{k'm} = d_{kk'} = d_{mm'}.$$

Potom je však výsledné elektromagnetické pôsobenie spätných prúdov vo vodičoch k' , m' na skutočné vodiče k , m takmer nulové. Záměna dvojvodičového jednofázového vedenia dvoma slučkami vodič–zem umožňuje určiť výslednú impedanciu jedného vodiča \hat{Z}_{kv} ako

$$\hat{Z}_{kv} = \hat{Z}_{kk} - \hat{Z}_{km}.$$

Po dosadení za \hat{Z}_{kv} a \hat{Z}_{kk} dostaneme pre vzájomnú impedanciu na jednotku dĺžky po úprave

$$\hat{Z}_{km} = R_{1g} + j\omega \times 10^{-3} \cdot 0,46 \log \frac{D_g}{d_{km}} \quad (\Omega/\text{km}). \quad (7)$$

Sústava n vodičov

Predchádzajúce úvahy rozšírime na sústavu n skutočných vodičov a zem. Vodiče sú rovnobežné navzájom aj so zemou. Príslušným matematickým modelom je sústava n dvojíc vodičov, z ktorých je jeden skutočný a druhý fiktívny, rešpektujúci spätný prúd zemou.

Pri bežnej frekvencii siete $f = 50 \text{ Hz}$ dostávame z rovníc (6) a (7) pre *vlastnú impedanciu* slučky $(k - k')$ vzťah

$$\hat{Z}_{kk} = R_{1k} + R_{1g} + j0,1445 \log \frac{D_g}{\xi r_k} \quad (\Omega/\text{km})$$

a pre *vzájomnú impedanciu* medzi slučkami $(k - k')$ a $(m - m')$ vzťah

$$\hat{Z}_{km} = \hat{Z}_{mk} = R_{1g} + j0,1445 \log \frac{D_g}{d_{km}} \quad (\Omega/\text{km}).$$

Výsledné pôsobenie prúdov všetkých slučiek na uvažovaný vodič k poskytuje rovnica

$$\Delta \hat{U}_k = \sum_{m=1}^n \hat{Z}_{km} \hat{I}_m,$$

prípadne v maticovom zápise

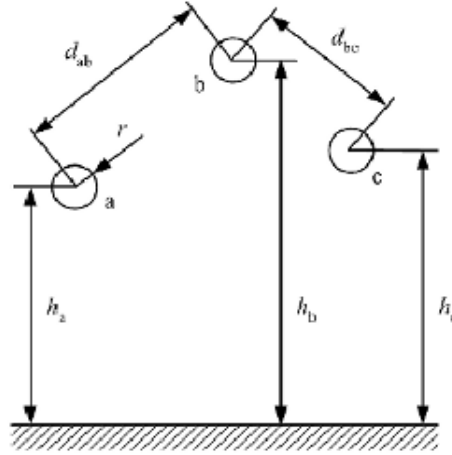
$$[\Delta \hat{U}] = [\hat{Z}] \cdot [\hat{I}]$$

kde $[\Delta \hat{U}]$ je matica úbytkov napätí na vodičoch, $[\hat{Z}]$ je symetrická matica impedancií (na diagonále vlastné impedancie \hat{Z}_{kk} a ostatné prvky vzájomné impedancie $\hat{Z}_{km} = \hat{Z}_{mk}$) a $[\hat{I}]$ matica prúdov v skutočných vodičoch.

V praxi sa definične zavádza *prevádzková impedancia* \hat{Z}_k , ktorá je určená impedanciou jednej slučky, ktorá by mala rovnaký účinok ako výsledne všetky slučky na uvažovaný vodič.

$$\Delta \hat{U}_k = \sum_{m=1}^n \hat{Z}_{km} \hat{I}_m = \hat{Z}_k \hat{I}_k \longrightarrow \hat{Z}_k = \frac{\sum_{m=1}^n \hat{Z}_{km} \hat{I}_m}{\hat{I}_k}$$

Trojfázové vonkajšie vedenie bez uzemňovacích lán



Obr. 4. Trojfázové vedenie bez uzemňovacích lán

Pre úbytky napätí vo fázach platí

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{U}_a \\ \Delta \hat{U}_b \\ \Delta \hat{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{aa} & \hat{Z}_{ab} & \hat{Z}_{ac} \\ \hat{Z}_{ba} & \hat{Z}_{bb} & \hat{Z}_{bc} \\ \hat{Z}_{ca} & \hat{Z}_{cb} & \hat{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix}.$$

V prípade symetrických prúdov a nesymetrického vedenia budú prevádzkové impedancie fáz rôzne a komplexné. To spôsobí nesymetriu napätí a predávanie činného výkonu medzi fázami elektromagnetickou väzbou bez ďalšieho zaťažovania zdrojov.

Ak bude vedenie súmerne usporiadané, teda ak $d_{ab} = d_{ac} = d_{bc} = d$, dostávame vzťahy

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{ab} &= \hat{Z}_{bc} = \hat{Z}_{ac} = \hat{Z}' = R_{1g} + j 0,1445 \log \frac{D_g}{d} \\ \hat{Z}_{aa} &= \hat{Z}_{bb} = \hat{Z}_{cc} = \hat{Z} = R_1 + R_{1g} + j 0,1445 \log \frac{D_g}{\xi r} \end{aligned}$$

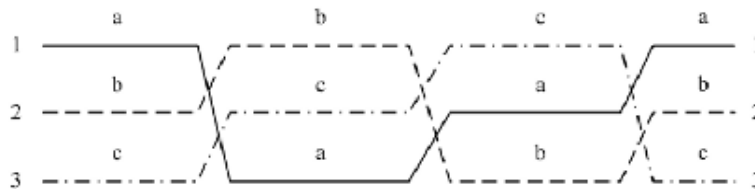
Pre prevádzkové impedancie dostávame rovnaký vzťah a

$$\hat{Z}_1 = R_1 + j 0,1445 \log \frac{d}{\xi r} = R_1 + j X_1 = R_1 + j \omega L_1 \quad (\Omega/\text{km})$$

je prevádzková impedancia úplne súmerného trojfázového vedenia. V tejto rovnici sa nevyskytuje rezistencia zeme, pretože zemou výsledne neprechádza žiaden prúd.

Transpozícia trojfázových vedení

Transpozícia, kríženie vodičov, je spôsob, ako môžeme dosiahnuť symetriu vedenia. Po dĺžke úplného cyklu transpozície sa dostane každý vodič do svojej pôvodnej polohy. Transpozíciou strácajú jednotlivé fázy svoje výsadné postavenia.



Obr. 5. Transpozícia trojfázového vedenia

Pre úbytky napätí vo fázach na 1 km dĺžky platí

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{U}_a \\ \Delta \hat{U}_b \\ \Delta \hat{U}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{Z}_{11} & \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{13} \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{22} & \hat{Z}_{23} \\ \hat{Z}_{13} & \hat{Z}_{23} & \hat{Z}_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{Z}_{33} & \hat{Z}_{13} & \hat{Z}_{23} \\ \hat{Z}_{13} & \hat{Z}_{11} & \hat{Z}_{12} \\ \hat{Z}_{23} & \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{Z}_{22} & \hat{Z}_{23} & \hat{Z}_{12} \\ \hat{Z}_{23} & \hat{Z}_{33} & \hat{Z}_{13} \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{13} & \hat{Z}_{11} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{U}_a \\ \Delta \hat{U}_b \\ \Delta \hat{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z} & \hat{Z}' & \hat{Z}' \\ \hat{Z}' & \hat{Z} & \hat{Z}' \\ \hat{Z}' & \hat{Z}' & \hat{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix}$$

kde pre impedancie \hat{Z} a \hat{Z}' platí

$$\hat{Z} = \frac{1}{3}(\hat{Z}_{11} + \hat{Z}_{22} + \hat{Z}_{33}) = R_1 + R_{1g} + j 0,1445 \log \frac{D_g}{\xi r}$$

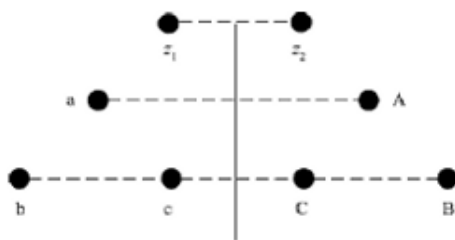
$$\hat{Z}' = \frac{1}{3}(\hat{Z}_{12} + \hat{Z}_{13} + \hat{Z}_{23}) = R_{1g} + j 0,1445 \log \frac{D_g}{d}.$$

Skutočné vzdialenosti medzi vodičmi nahrádzame vzťahom $d = \sqrt[3]{d_{12}d_{13}d_{23}}$.

Transpozícia sa robí iba na tých vedeniach, kde je to naozaj treba, pretože transpozičné stožiare sú nákladnejšie a poruchovejšie.

Dvojité vedenie s dvoma uzemňovacími lanami

Tvorí ich dva súbory trojfázových vedení na spoločných stožiaroch. Na Obr. 6 je znázornené jedno z možných priestorových usporiadaní vodičov.



Obr. 6. Dvojité vedenie s uzemňovacími lanami

Uzemňovacie laná, umiestnené vo vrcholoch stožiarov, majú niekoľko úloh:

- Znižujú počet priamych atmosférických výbojov do fázových vodičov vedenia.
- Znižujú indukované elektrostatické prepätia.
- Znižujú krokové a dotykové napätia pri nesymetrických zemných skratoch.
- Znižujú vplyv na vedenia a zariadenia v súbahu, a to tým lepšie, čím väčšia je vodivosť lana (obvykle sú z Fe).

Dvojité vedenie môžeme popísať rovnicami

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{U}_a \\ \Delta \hat{U}_b \\ \Delta \hat{U}_c \\ \Delta \hat{U}_A \\ \Delta \hat{U}_B \\ \Delta \hat{U}_C \\ \Delta \hat{U}_{z1} \\ \Delta \hat{U}_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{aa} & \hat{Z}_{ab} & \hat{Z}_{ac} & \hat{Z}_{aA} & \hat{Z}_{aB} & \hat{Z}_{aC} & \hat{Z}_{az1} & \hat{Z}_{az2} \\ \hat{Z}_{ba} & \hat{Z}_{bb} & \hat{Z}_{bc} & \hat{Z}_{bA} & \hat{Z}_{bB} & \hat{Z}_{bC} & \hat{Z}_{bz1} & \hat{Z}_{bz2} \\ \hat{Z}_{ca} & \hat{Z}_{cb} & \hat{Z}_{cc} & \hat{Z}_{cA} & \hat{Z}_{cB} & \hat{Z}_{cC} & \hat{Z}_{cz1} & \hat{Z}_{cz2} \\ \hat{Z}_{Aa} & \hat{Z}_{Ab} & \hat{Z}_{Ac} & \hat{Z}_{AA} & \hat{Z}_{AB} & \hat{Z}_{AC} & \hat{Z}_{Az1} & \hat{Z}_{Az2} \\ \hat{Z}_{Ba} & \hat{Z}_{Bb} & \hat{Z}_{Bc} & \hat{Z}_{BA} & \hat{Z}_{BB} & \hat{Z}_{BC} & \hat{Z}_{Bz1} & \hat{Z}_{Bz2} \\ \hat{Z}_{Ca} & \hat{Z}_{Cb} & \hat{Z}_{Cc} & \hat{Z}_{CA} & \hat{Z}_{CB} & \hat{Z}_{CC} & \hat{Z}_{Cz1} & \hat{Z}_{Cz2} \\ \hat{Z}_{z1a} & \hat{Z}_{z1b} & \hat{Z}_{z1c} & \hat{Z}_{z1A} & \hat{Z}_{z1B} & \hat{Z}_{z1C} & \hat{Z}_{z1z1} & \hat{Z}_{z1z2} \\ \hat{Z}_{z2a} & \hat{Z}_{z2b} & \hat{Z}_{z2c} & \hat{Z}_{z2A} & \hat{Z}_{z2B} & \hat{Z}_{z2C} & \hat{Z}_{z2z1} & \hat{Z}_{z2z2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \\ \hat{I}_A \\ \hat{I}_B \\ \hat{I}_C \\ \hat{I}_{z1} \\ \hat{I}_{z2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{U}_v \\ \Delta \hat{U}_V \\ \Delta \hat{U}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{vv} & \hat{Z}_{vV} & \hat{Z}_{vz} \\ \hat{Z}_{Vv} & \hat{Z}_{VV} & \hat{Z}_{Vz} \\ \hat{Z}_{zv} & \hat{Z}_{zV} & \hat{Z}_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_v \\ \hat{I}_V \\ \hat{I}_z \end{bmatrix}$$

V prípade uzemňovacích lán sa obvykle prijíma predpoklad, že sú uzemnené spojitاً, teda v každom mieste pozdĺž vedenia, nie len na stožiaroch. Potom platí

$$\Delta \hat{U}_{z_1} = 0 = \Delta \hat{U}_{z_2} \longrightarrow [\Delta \hat{U}_z] = [0]$$

a môžeme písať rovnice

$$\begin{aligned} [\Delta \hat{U}_v] &= [\hat{Z}_{vv}][\hat{I}_v] + [\hat{Z}_{vV}][\hat{I}_V] + [\hat{Z}_{vz}][\hat{I}_z] \\ [\Delta \hat{U}_V] &= [\hat{Z}_{Vv}][\hat{I}_v] + [\hat{Z}_{VV}][\hat{I}_V] + [\hat{Z}_{Vz}][\hat{I}_z] \\ [0] &= [\Delta \hat{U}_z] = [\hat{Z}_{zv}][\hat{I}_v] + [\hat{Z}_{zV}][\hat{I}_V] + [\hat{Z}_{zz}][\hat{I}_z] \end{aligned}$$

pomocou ktorých môžeme určiť prúdy v uzemňovacích lanách ako

$$[\hat{I}_z] = -[\hat{Z}_{zz}]^{-1} \cdot ([\hat{Z}_{zv}][\hat{I}_v] + [\hat{Z}_{zV}][\hat{I}_V]).$$

Môžeme vytvoriť modifikované vedenie – pomyselné vedenie bez uzemňovacích lán, ktoré by sa chovalo rovnako ako skutočné vedenie s uzemňovacími lanami. Tento krok je potrebný pri prevode impedancií do súmerných zložiek. Po dosadení za $[\hat{I}_z]$ dostávame pre modifikované vedenie vzťahy

$$\begin{aligned} [\Delta \hat{U}_v] &= \left([\hat{Z}_{vv}] - [\hat{Z}_{vz}][\hat{Z}_{zz}]^{-1}[\hat{Z}_{zv}] \right) [\hat{I}_v] + \left([\hat{Z}_{vV}] - [\hat{Z}_{vz}][\hat{Z}_{zz}]^{-1}[\hat{Z}_{zV}] \right) [\hat{I}_V] \\ [\Delta \hat{U}_V] &= \left([\hat{Z}_{Vv}] - [\hat{Z}_{Vz}][\hat{Z}_{zz}]^{-1}[\hat{Z}_{zv}] \right) [\hat{I}_v] + \left([\hat{Z}_{VV}] - [\hat{Z}_{Vz}][\hat{Z}_{zz}]^{-1}[\hat{Z}_{zV}] \right) [\hat{I}_V] \end{aligned}$$

1.4. Kapacity

Pri výpočte kapacít vychádzame zo sústavy rovníc $[\hat{U}] = [\delta][\hat{Q}]$ a $[\hat{Q}] = [k][\hat{U}]$, kde $[\hat{U}]$ je matica potenciálov vodičov, $[\hat{Q}]$ je matica lineárnych hustôt nábojov, $[\delta]$ je matica potenciálových súčiniteľov a $[k]$ je matica kapacitných súčiniteľov. Vodič a zem, prípadne dva vodiče tvoria elektródy kondenzátorov. Dielektrikom je vzduch s relatívnou permitivitou $\varepsilon_r = 1$.

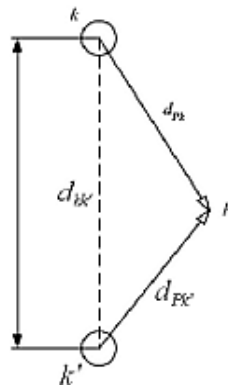
Obe sústavy dovoľujú vypočítať čiastkové *kapacity k zemi* a čiastkové *kapacity vzájomné*.

Potenciál v poli navzájom rovnobežných vodičov

Dva priamkové, rovnobežné vodiče dĺžky l vo vzájomnej vzdialenosti $d_{kk} \ll l$, s lineárnou hustotou náboja \hat{Q}_k a $\hat{Q}_{k'} = -\hat{Q}_k$ vyvolávajú pri zanedbaní koncov vedenia v ľubovoľnom bode P potenciál

$$\hat{U}_P = \hat{U}_{Pk} + \hat{U}_{Pk'} = \frac{\hat{Q}_k}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{d_{Pk'}}{d_{Pk}}$$

kde $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ a $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.



Obr. 7. Pre určenie potenciálu v bode P

Výpočet rozšírime na n dvojíc priamkových vodičov navzájom rovnobežných. Ku každému vodiču k s lineárnou hustotou \hat{Q}_k priradíme zodpovedajúci vodič s lineárnou hustotou $\hat{Q}_{k'} = \hat{Q}_k$, kde $k, k' \in N$. Podľa vety o supoerpozícii bude pre potenciál v bode P platiť vzťah

$$\hat{U}_P = \sum_{\substack{k=1 \\ k'=1}}^n \left(\hat{U}_{Pk} + \hat{U}_{Pk'} \right) = \sum_{\substack{k=1 \\ k'=1}}^n \frac{\hat{Q}_k}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d_{Pk'}}{d_{Pk}}$$

pričom $d_{kP} = d_{Pk}$ a $d_{k'P} = d_{Pk'}$. Príspevky na potenciál v bode P od vodiča k respektíve k' sú \hat{U}_{Pk} respektíve $\hat{U}_{Pk'}$.

Skutočné vodiče nie sú priamkové zdroje s nábojmi v osách, ale majú určitý polomer r_k . Predpokladáme, že $r_k \ll d_{km}$. Ekvipotenciálne plochy sú valcové plochy. Povrch vodiča môžeme považovať za jednu z ekvipotenciálnych plôch a môžeme mu prisúdiť rovnaký potenciál ako má osa vodiča. Vzdialenosť vodiča od seba samého položíme rovnú jeho polomeru, teda $d_{kk} = r_k$.

Ak položíme bod P na povrch m -tého vodiča, bude jeho potenciál rovný potenciálu m -tého vodiča

$$\hat{U}_m = \sum_{\substack{k=1 \\ k'=1}}^n \frac{\hat{Q}_k}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d_{mk'}}{d_{mk}}. \quad (8)$$

Rovnice pre výpočet kapacít

V prípade vonkajších vedení musíme okrem vodičov fází a uzemňovacích lán rešpektovať aj zem. Zanedbáme nerovnosti povrchu zeme a budeme ju považovať za ekvipotenciálnu plochu. Taktiež zanedbáme priehyb vodiča a umiestnime ho do fiktívnej výšky zhodnej s výškou ťažiska reťazovky. Ak H je výška závesného bodu, p priehyb, bude $h = H - 0,7p$.

Použijeme metódu zrkadlenia a systém vodič-zem nahradíme skutočným vodičom k a fiktívnym vodičom k' uloženým zrkadlovo pod zemou a s opačným nábojom. Ktorýkoľvek bod Z , ležiaci na povrchu zeme, bude mať od oboch vodičov rovnakú vzdialenosť, $d_{Zk} = d_{Zk'}$. Ak túto podmienku dosadíme do rovnice (8) vidíme, že povrch zeme sa stáva ekvipotenciálnou plochou s nulovým potenciálom.

Rovnicu (8) môžeme písať v tvare

$$\hat{U}_m = \sum_{k=1}^n \delta_{km} \hat{Q}_k. \quad (9)$$

Súčinitele δ_{mm} a δ_{mk} vyjadríme ako

$$\delta_{mm} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{2h_m}{r_m}$$

$$\delta_{mk} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{\sqrt{4h_m h_k + d_{mk}^2}}{d_{mk}} \quad \text{pre } m \neq k.$$

Z geometrického usporiadania môžeme vyjadriť vzťahy medzi potenciálom a potenciálovými súčiniteľmi. Ak uvažujeme, že c_{m0} je čiastková kapacita m -tého vodiča k zemi a c_{km} je čiastková vzájomná kapacita medzi m -tým a k -tým vodičom, potom pre náboj m -tého vodiča v systéme s n vodičmi môžeme písať

$$\hat{Q}_m = \hat{Q}_{m0} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^n \hat{Q}_{km} = c_{m0} \hat{U}_m + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^n c_{km} (\hat{U}_m - \hat{U}_k)$$

prípadne

$$\hat{Q}_m = \left(c_{m0} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^n c_{km} \right) \hat{U}_m + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^n (-c_{km}) \hat{U}_k.$$

Aby sme tieto rovnice formálne zjednodušili, definujeme kapacitné súčinitele

$$k_{mm} = c_{m0} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^n c_{km}$$

$$k_{mk} = -c_{km} = k_{km}$$

a môžeme písať vzťah

$$\hat{\mathbf{Q}}_m = \sum_{k=1}^n k_{km} \hat{\mathbf{U}}_k. \quad (10)$$

Rovnice (9) a (10) môžeme zapísať v maticovom tvare ako

$$[\hat{\mathbf{U}}] = [\delta][\hat{\mathbf{Q}}] \quad [\hat{\mathbf{Q}}] = [k][\hat{\mathbf{U}}] \quad (11)$$

kde $[\hat{\mathbf{U}}]$ a $[\hat{\mathbf{Q}}]$ sú stĺpcové matice a $[\delta]$ a $[k]$ sú štvorcové symetrické a regulárne matice. Z nich je možné dosadením dostať rovnosť

$$[k] = [\delta]^{-1}.$$

Čiastkové kapacity určíme pri uvažovaní rovnosti $c_{km} = -k_{km}$ ako

$$c_{m0} = k_{mm} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^n k_{km}.$$

Pre praktické výpočty používame vzťahy pre potenciálové súčinitele upravené tak, že nahradíme prirodzený logaritmus za dekadický a jednotky súčiniteľov požadujeme v jednotkách (km/μF):

$$\delta_{mm} = \frac{1}{0,0242} \log \frac{2h_m}{r_m}$$

$$\delta_{km} = \frac{1}{0,0242} \log \frac{\sqrt{4h_m h_k + d_{km}^2}}{d_{km}}$$

Definujeme prevádzkovú kapacitu jednej fázy m ako

$$\hat{C}_m = \frac{c_{m0} \hat{\mathbf{U}}_m + \sum_{m=1}^n c_{km} (\hat{\mathbf{U}}_m - \hat{\mathbf{U}}_k)}{\hat{\mathbf{U}}_m} = \frac{\hat{\mathbf{Q}}_m}{\hat{\mathbf{U}}_m}.$$

Obecne je táto kapacita komplexným číslom.

1.5. Kapacity jednoduchého trojfázového vedenia

Predpokladáme vedenie bez uzemňovacích lán podľa obrázku Obr. 4 a s použitím vzťahov $\delta_{km} = \delta_{mk}$ a $k_{km} = k_{mk}$ môžeme písať rovnice (11) v tvare

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_a \\ \hat{\mathbf{U}}_b \\ \hat{\mathbf{U}}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{aa} & \delta_{ab} & \delta_{ac} \\ \delta_{ab} & \delta_{bb} & \delta_{bc} \\ \delta_{ac} & \delta_{bc} & \delta_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Q}}_a \\ \hat{\mathbf{Q}}_b \\ \hat{\mathbf{Q}}_c \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Q}}_a \\ \hat{\mathbf{Q}}_b \\ \hat{\mathbf{Q}}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} & k_{ac} \\ k_{ab} & k_{bb} & k_{bc} \\ k_{ac} & k_{bc} & k_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_a \\ \hat{\mathbf{U}}_b \\ \hat{\mathbf{U}}_c \end{bmatrix}.$$

Inverziou matice potenciálových súčiniteľov určíme kapacitné súčinitele a následne tiež čiastkové kapacity:

$$[\delta]^{-1} = \begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} & k_{ac} \\ k_{ab} & k_{bb} & k_{bc} \\ k_{ac} & k_{bc} & k_{cc} \end{bmatrix}.$$

Ak vedenie napríklad transpozíciou *symetrizujeme*, vzťahy sa zjednodušia a platí

$$\delta = \frac{1}{3} \left\{ \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{12} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{13} & \delta_{23} & \delta_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{33} & \delta_{13} & \delta_{23} \\ \delta_{13} & \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{23} & \delta_{12} & \delta_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{22} & \delta_{23} & \delta_{12} \\ \delta_{23} & \delta_{33} & \delta_{13} \\ \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{11} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \delta & \delta' & \delta' \\ \delta' & \delta & \delta' \\ \delta' & \delta' & \delta \end{bmatrix}$$

kde

$$\delta = \frac{1}{3}(\delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33}) = \frac{1}{0,0242} \log \frac{2h}{r}$$

$$\delta' = \frac{1}{3}(\delta_{12} + \delta_{13} + \delta_{23}) = \frac{1}{0,0242} \log \frac{\sqrt{4h^2 + d^2}}{d}$$

kde $h = \sqrt[3]{h_1 h_2 h_3}$ je stredná výška a $d = \sqrt[3]{d_{12} d_{23} d_{13}}$ je stredná vzájomná vzdialenosť vodičov.

Z inverznej matice potenciálových súčiniteľov získame kapacitné súčinitele:

$$\begin{bmatrix} \delta & \delta' & \delta' \\ \delta' & \delta & \delta' \\ \delta' & \delta' & \delta \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} k & k' & k' \\ k' & k & k' \\ k' & k' & k \end{bmatrix}$$

kde pre k a k' platí

$$k = \frac{\delta + \delta'}{(\delta - \delta')(\delta + 2\delta')}$$

$$k' = \frac{-\delta'}{(\delta - \delta')(\delta + 2\delta')}.$$

Vzájomná kapacita je potom rovnaká medzi všetkými fázami a je daná výrazom

$$c' = -k' = \frac{\delta'}{(\delta - \delta')(\delta + 2\delta')}.$$

Kapacita k zemi je tiež rovnaká pre všetky fázy a je daná výrazom

$$c_0 = k + 2k' = \frac{1}{\delta + 2\delta'}.$$

Prevádzková kapacita C jednej fázy transponovaného vedenia, ktoré má symetrické napätia fázovo posunuté o 120° , je určená vzťahom

$$C = c_0 + 3c' = \frac{1}{\delta - \delta'}.$$

Ako dôsledok transpozície je prevádzková kapacita ktorejkoľvek fázy rovnaké reálne číslo. Po dosadení za potenciálové súčinitele δ a δ' dostaneme vzťah

$$C = \frac{0,0242}{\log \frac{2hd}{r\sqrt{4h^2 + d^2}}} \quad (\mu\text{F/km})$$

a špeciálne pri splnení podmienky $4h^2 \gg d^2$, kedy platí $\sqrt{4h^2 + d^2} \doteq 2h$, dostávame pre prevádzkovú kapacitu približný výraz

$$C \doteq \frac{0,0242}{\log \frac{d}{r}} \quad (\mu\text{F/km}).$$

Kapacity dvojitého trojfázového vedenia s dvoma zemniami lanami

Uvážme usporiadanie podľa Obr. 6 a predpokladajme, že obe vedenia sú príslušné jednej elektrizačnej sústave. Rovnice (11) dostávajú potom tvar

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \\ \hat{U}_A \\ \hat{U}_B \\ \hat{U}_C \\ \hat{U}_{z1} \\ \hat{U}_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{aa} & \delta_{ab} & \delta_{ac} & \delta_{aA} & \delta_{aB} & \delta_{aC} & \delta_{az1} & \delta_{az2} \\ \delta_{ab} & \delta_{bb} & \delta_{bc} & \delta_{bA} & \delta_{bB} & \delta_{bC} & \delta_{bz1} & \delta_{bz2} \\ \delta_{ac} & \delta_{bc} & \delta_{cc} & \delta_{cA} & \delta_{cB} & \delta_{cC} & \delta_{cz1} & \delta_{cz2} \\ \delta_{aA} & \delta_{bA} & \delta_{cA} & \delta_{AA} & \delta_{AB} & \delta_{AC} & \delta_{Az1} & \delta_{Az2} \\ \delta_{aB} & \delta_{bB} & \delta_{cB} & \delta_{AB} & \delta_{BB} & \delta_{BC} & \delta_{Bz1} & \delta_{Bz2} \\ \delta_{aC} & \delta_{bC} & \delta_{cC} & \delta_{AC} & \delta_{BC} & \delta_{CC} & \delta_{Cz1} & \delta_{Cz2} \\ \delta_{az1} & \delta_{bz1} & \delta_{cz1} & \delta_{Az1} & \delta_{Bz1} & \delta_{Cz1} & \delta_{z1z1} & \delta_{z1z2} \\ \delta_{az2} & \delta_{bz2} & \delta_{cz2} & \delta_{Az2} & \delta_{Bz2} & \delta_{Cz2} & \delta_{z1z2} & \delta_{z2z2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Q}_a \\ \hat{Q}_b \\ \hat{Q}_c \\ \hat{Q}_A \\ \hat{Q}_B \\ \hat{Q}_C \\ \hat{Q}_{z1} \\ \hat{Q}_{z2} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} [\hat{U}_v] \\ [\hat{U}_V] \\ [\hat{U}_z] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\delta_{vv}] & [\delta_{vV}] & [\delta_{vz}] \\ [\delta_{Vv}] & [\delta_{VV}] & [\delta_{Vz}] \\ [\delta_{zv}] & [\delta_{zV}] & [\delta_{zz}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\hat{Q}_v] \\ [\hat{Q}_V] \\ [\hat{Q}_z] \end{bmatrix}.$$

Ak predpokladáme, že zemniace laná sú dobre uzemnené a majú potenciál zeme, ktorý je nulový – teda $[\hat{U}_z] = 0$, môžeme určiť

$$[\hat{Q}_z] = -[\delta_{zz}]^{-1} \left([\delta_{zv}][\hat{Q}_v] + [\delta_{zV}][\hat{Q}_V] \right).$$

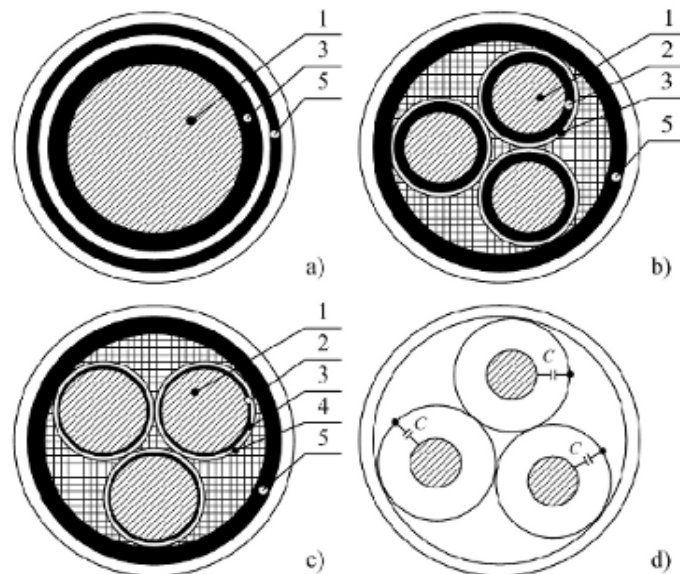
Po úprave dostaneme vzťahy pre fiktívne dvojité vedenie bez zemniacich lán

$$\begin{aligned} [\hat{U}_v] &= ([\delta_{vv}] - [\delta_{vz}][\delta_{zz}]^{-1}[\delta_{zv}]) [\hat{Q}_v] + ([\delta_{vV}] - [\delta_{vz}][\delta_{zz}]^{-1}[\delta_{zV}]) [\hat{Q}_V], \\ [\hat{U}_V] &= ([\delta_{Vv}] - [\delta_{Vz}][\delta_{zz}]^{-1}[\delta_{zv}]) [\hat{Q}_v] + ([\delta_{VV}] - [\delta_{Vz}][\delta_{zz}]^{-1}[\delta_{zV}]) [\hat{Q}_V]. \end{aligned}$$

Tieto sústavy rovníc umožňujú transformáciu do zložkových sústav.

2. Elektrické parametre káblových vedení

Káblové vedenia sa používajú najmä v zastavaných oblastiach, kde je nemožné stavať stožiare. Pre nižšie napätia môžu byť trojfázové, ale pre napätia nad 110 kV najmä jednofázové. Možnosti konštrukčného vyhotovenia sú znázornené na Obr. 8.



Obr. 8. Možné konštrukčné vyhotovenia káblových vedení; a) jednožilové s vlastným plášťom, b) trojžilové s plášťom na každej žile, c) trojžilové s kovovým papierom na každej žile, d) náhradná schéma pre b), c); 1 – vodič, 2 – izolácia vodiča, 3 – vodivý plášť, 4 – pokovený papier, 5 – ocelový pancier

2.1. Pozdĺžna impedancia

Tvorí ju rezistencia R a indukčná reaktancia $X_L = \omega L$, podobne ako v prípade vonkajších vedení. V prípade rezistancie sa uplatňujú vírivé prúdy a hysterezia a taktiež jav blízkosti.

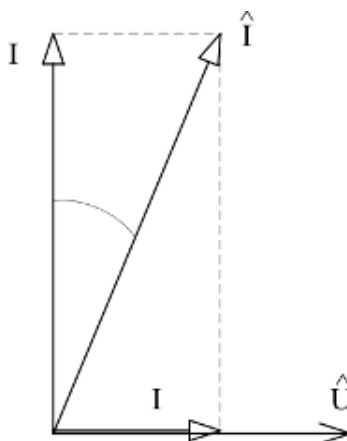
Pri výpočte indukčnej reaktancie použijeme rovnaké vzťahy ako v prípade vonkajších vedení, ale pretože podmienka $d \gg r$ nie je splnená, sú vypočítané hodnoty menej presné. Pre technické účely sú však použiteľné.

2.2. Priechna admitancia

Tvorí ju konduktancia G a kapacitná susceptancia $B = \omega C$. Rôzne konštrukčné usporiadania a izolačné materiály vodičov spôsobujú značne rozdielne hodnoty v jednotlivých prípadoch.

Konduktancia

Súvisí s dielektrickými stratami v izolácii káblu.



Obr. 9. Fázorový diagram pre určenie konduktancie káblového vedenia

Dielektrické straty na 1 km dĺžky a jednu fázu sú

$$\Delta P_{d1} = U_f I_{q\check{c}} = U_f I_{qj} \tan \delta = Q_{c1} \tan \delta = \omega C \cdot U_f^2 \tan \delta \quad (\text{W/km})$$

kde U_f vo (V) je fázové napätie, Q_c vo (VAr/km) je nabíjací výkon, C vo (F/km) je prevádzková kapacita a $\tan \delta$ je tangenta stratového uhlu, značne závislá na druhu dielektrika a teplote.

Konduktancia na 1 km dĺžky na jednu fázu je rovná

$$G_1 = \frac{\Delta P_{d1}}{U_f^2} \quad (\text{S/km; W/km, V})$$

a v prípade dobre udržiavaných káblov býva uvažovaná až od menovitých napätí 220 kV, ak nejde o výpočet strát.

Kapacity káblových vedení

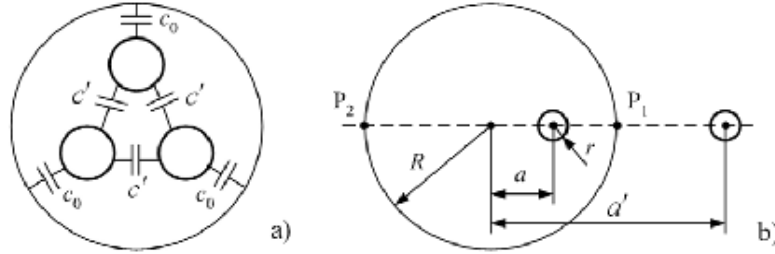
Rozlišujeme dve skupiny káblov. Prvú tvoria jednožilové a viacžilové s vlastným kovovým obalom na každej žile, druhú tvoria viacžilové so spoločným kovovým plášťom pre všetky žily.

V prvom prípade máme iba jedinú kapacitu, ktorá je zároveň kapacitou vodiča oproti plášťu a zároveň prevádzková. Elektrické pole je radiálne a kapacita sa vypočíta ako kapacita valcov s totožnou osou:

$$C = c_{ko} = \frac{0,0242 \varepsilon_r}{\log \frac{r_2}{r_1}} \quad (\mu\text{F/km})$$

kde ε_r je pomerná permitivita izolačnej hmoty medzi vodičom a kovovým obalom, r_1 je polomer vodiča a r_2 je vnútorný polomer kovovej obálky.

V druhom prípade sa vyskytujú ďalšie tri čiastkové kapacity voči plášťu c_o a vzájomné c' (ako je znázornené na Obr. 10) pre všetky fázy rovnaké, vďaka geometrickej súmernosti. Pre výpočet vytvoríme náhradný matematický model. Bude ním sústava troch dvojíc vodičov navzájom rovnobežných, ktorá spĺňa podmienku, že obálka je ekvipotenciálnou plochou. Jeden vodič je skutočný, druhý v dvojici je fiktívny.



Obr. 10. K výpočtu kapacity káblového vedenia so spoločným kovovým plášťom pre všetky žily

Podľa predpokladu je obalový valec ekvipotenciálnou plochou. Pre jeho potenciál \hat{U}_{pl} bude s použitím bodov P_1 a P_2 platiť

$$\hat{U}_{pl} = \hat{U}_{P_1} = \frac{\hat{Q}_k}{2\pi\epsilon} \ln \frac{a' - R}{R - a} = \hat{U}_{P_2} = \frac{\hat{Q}_k}{2\pi\epsilon} \ln \frac{a' + R}{a + R}.$$

Aby táto rovnica bola splnená, musí platiť

$$\frac{a' + R}{a + R} = \frac{a' - R}{R - a} \rightarrow a' = \frac{R^2}{a}.$$

Potom však dostávame vzťah

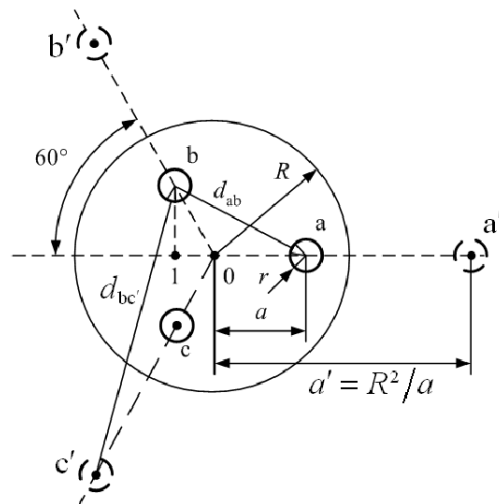
$$\hat{U}_{pl} = \frac{\hat{Q}_k}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{a} = \hat{U}_{P_1} = \hat{U}_{P_2}.$$

Pretože kapacity c_o vzťahujeme k plášťu, nesmieme pracovať s potenciálmi vodičov a zeme, ale musíme používať rozdiely potenciálov vodičov a plášťa. Príspevok na potenciál vodiča k od vodičov m , m' potom bude

$$\hat{U}_{km}^* = \hat{U}_{km} - \hat{U}_{pl} = \frac{\hat{Q}_m}{2\pi\epsilon} \left[\ln \frac{d_{km'}}{d_{km}} - \ln \frac{R}{a} \right] = \frac{\hat{Q}_m}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d_{km'} a}{d_{km} R}$$

a teda platí

$$\delta_{km}^* = \delta_{mk}^* = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d_{km'} a}{d_{km} R}. \quad (12)$$



Obr. 11. Rozmiestnenie skutočných a fiktívnych vodičov v trojfázovom kábli

Potrebné vzdialenosti pre výpočet potenciálových súčiniteľov zistíme z geometrie kábla určenej voľbou konkrétneho typu kábla. Tým máme určené polomery vodičov

$$d_{kk} = r_a = r_b = r_c = r,$$

vzdialenosti dvoch skutočných vodičov pre $m \neq k$

$$d_{km} = d_{ab} = d_{ac} = d_{bc} = a\sqrt{3},$$

vzdialenosti sebe zodpovedajúcich si vodičov

$$d_{kk'} = d_{aa'} = d_{bb'} = d_{cc'} = a' - a = \frac{R^2 - a^2}{a},$$

a vzdialenosti nezodpovedajúcich si vodičov

$$d_{km'} = d_{ab'} = d_{ac'} = d_{bc'} = R\sqrt{\frac{R^2}{a^2} + 1 + \frac{a^2}{R^2}}.$$

Z rovnice (12) po zavedení dekadického logaritmu a požadovaných jednotiek dostávame

$$\begin{aligned}\delta_{kk}^* &= \delta = \frac{1}{0,0242\varepsilon_r} \log \frac{R^2 - a^2}{Rr} \quad (\text{km}/\mu\text{F}) \\ \delta_{km}^* &= \delta' = \frac{1}{0,0242\varepsilon_r} \log \sqrt{\frac{1 + (R^2/a^2) + (a^2/R^2)}{3}} \quad (\text{km}/\mu\text{F}) \quad \text{pre } k \neq m\end{aligned}$$

Trojžilový kábel je trojfázové súmerné vedenie a preto preň môžeme písať analogické rovnice ako pre symetrizované trojfázové vonkajšie vedenie bez uzemňovacích lán, teda platí, že čiastková kapacita vodiča k plášťu je

$$c_o = \frac{1}{\delta + 2\delta'} \quad (\mu\text{F}/\text{km}),$$

čiastková vzájomná kapacita je

$$c' = \frac{\delta'}{(\delta - \delta')(\delta + 2\delta')} \quad (\mu\text{F}/\text{km})$$

a prevádzková kapacita je

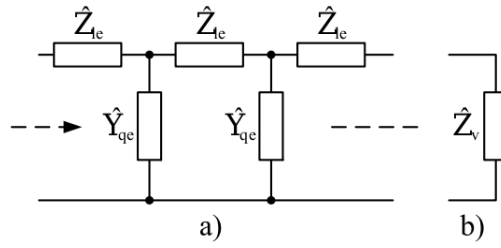
$$C = c_o + 3c' = \frac{1}{\delta - \delta'} \quad (\mu\text{F}/\text{km}).$$

3. Vedenia s rovnomerne rozdelenými parametrami

3.1. Náhradná schéma a vstupná impedancia dvojvodičového vedenia nekonečne dlhého

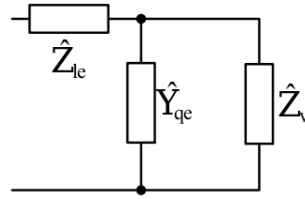
Vedenie, tvorené dvoma paralelnými priamkovými vodičmi dĺžky $l \rightarrow \infty$ vo vzdialenosti $d \ll l$, nahradíme úsekmi rovnakej dĺžky Δx s pozdĺžnou impedanciou \hat{Z}_{le} a priečnou admitanciou \hat{Y}_{qe} :

$$\begin{aligned}\hat{Z}_{le} &= (R_1 + j\omega L_1)\Delta x = \hat{Z}_{l1}\Delta x, \\ \hat{Y}_{qe} &= (G_1 + j\omega C_1)\Delta x = \hat{Y}_{q1}\Delta x.\end{aligned}$$



Obr. 12. Náhradná schéma vedenia s rozloženými parametrami

Pretože ide o vedenie neobmedzenej dĺžky, môžeme náhradnú schému zobrazit tak ako je uvedené na Obr. 13.



Obr. 13. Zjednodušenie náhradnej schémy pre vedenie neobmedzenej dĺžky

Pre vstupnú impedanciu dostávame vzťah

$$\hat{Z}_v = \hat{Z}_{le} + \frac{\hat{Z}_v \hat{Y}_{qe}^{-1}}{\hat{Z}_v + \hat{Y}_{qe}^{-1}}$$

a po formálnych úpravách ho môžeme písať ako

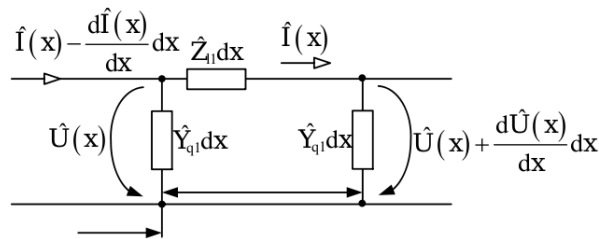
$$\hat{Z}_v^2 - \hat{Z}_{le} \hat{Z}_v - \hat{Z}_{le} \hat{Y}_{qe}^{-1} = 0.$$

Spojitému rozdeleniu parametrov sa priblížime pre $\Delta x \rightarrow 0$. Ak dosadíme za \hat{Z}_{le} a \hat{Y}_{qe} , dostaneme

$$\hat{Z}_v = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{\hat{Z}_{11}}{2} \Delta x \pm \sqrt{\left[\frac{\hat{Z}_{11}}{2} \Delta x \right]^2 + \frac{\hat{Z}_{11}}{\hat{Y}_{q1}}} \right] \rightarrow \hat{Z}_v = \sqrt{\frac{\hat{Z}_{11}}{\hat{Y}_{q1}}} = \hat{Y}_v^{-1}.$$

Vstupná impedancia nekonečne dlhého vedenia sa nazýva vlnová impedancia \hat{Z}_v (Ω). Jej reciprokou hodnotou $\hat{Z}_v^{-1} = \hat{Y}_v$ je vlnová admitancia.

3.2. Základné rovnice pre priestorové rozloženie napätia a prúdu



Obr. 14. Prvok vedenia s rozloženými parametrami

Prvok vedenia s rovnomerne rozloženými parametrami dĺžky dx možno popísať dvojbranom podľa Obr. 14. Pre prvok vo vzdialenosti x od počiatku možno napísať podľa Kirchhoffových zákonov vzťahy

$$-\hat{U}(x) + \hat{Z}_{l1} \hat{I}(x) dx + \left[\hat{U}(x) + \frac{d\hat{U}(x)}{dx} dx \right] = 0,$$

$$\hat{I}(x) - \frac{d\hat{I}(x)}{dx} dx = \hat{I}(x) + \hat{U}(x) \hat{Y}_{q1} dx$$

z čoho po úpravách dostávame

$$-\frac{d\hat{U}(x)}{dx} = \hat{Z}_{l1} \hat{I}(x),$$

$$-\frac{d\hat{I}(x)}{dx} = \hat{Y}_{q1} \hat{U}(x).$$

Ak jednu z rovníc derivujeme a dosadíme do druhej, dostaneme telegrafné rovnice pre ustálený chod (uvažujeme sínusový priebeh)

$$\frac{d^2 \hat{U}(x)}{dx^2} = \hat{\gamma}^2 \hat{U}(x) \quad \frac{d^2 \hat{I}(x)}{dx^2} = \hat{\gamma}^2 \hat{I}(x)$$

kde konštanta prenosu je rovná

$$\hat{\gamma} = \sqrt{\hat{Z}_{l1} \hat{Y}_{q1}}.$$

Riešením telegrafných rovníc získame rovnice pre napätie a prúd

$$\hat{U}(x) = \hat{K}_1 \exp(-\hat{\gamma}x) + \hat{K}_2 \exp(\hat{\gamma}x),$$

$$\hat{I}(x) = \hat{K}_1 \hat{Y}_v \exp(-\hat{\gamma}x) - \hat{K}_2 \hat{Y}_v \exp(\hat{\gamma}x).$$

Komplexné konštanty \hat{K}_1 a \hat{K}_2 určíme z okrajových podmienok. Pre vedenie konečnej dĺžky l , teda $x \in \langle 0, l \rangle$, sú spravidla zadané veličiny napätí a prúd buď na začiatku (pre $x = 0$, platí index 1) alebo na konci (pre $x = l$, platí index 2). Pomocou nich vyjadríme konštanty \hat{K}_1 a \hat{K}_2 .

Pre známe pomery na začiatku vedenia, $\hat{U}(0) = \hat{U}_1$, $\hat{I}(0) = \hat{I}_1$, dostávame

$$\hat{U}_1 = \hat{K}_1 + \hat{K}_2 \quad \hat{I}_1 = \hat{K}_1 \hat{Y}_v - \hat{K}_2 \hat{Y}_v$$

$$\hat{K}_1 = \frac{1}{2}(\hat{U}_1 + \hat{Z}_v \hat{I}_1) \quad \hat{K}_2 = \frac{1}{2}(\hat{U}_1 - \hat{Z}_v \hat{I}_1)$$

Ak uvažíme vzťahy

$$\frac{1}{2}(\exp(-\hat{\gamma}x) + \exp(\hat{\gamma}x)) = \cosh(\hat{\gamma}x) \quad \frac{1}{2}(\exp(\hat{\gamma}x) - \exp(-\hat{\gamma}x)) = \sinh(\hat{\gamma}x)$$

a upravíme predošlé rovnice, získame vzťahy pre napätie a prúd v ľubovoľnom mieste vedenia x :

$$\hat{U}(x) = \hat{U}_1 \cosh(\hat{\gamma}x) - \hat{I}_1 \hat{Z}_v \sinh(\hat{\gamma}x)$$

$$\hat{I}(x) = -\hat{U}_1 \hat{Y}_v \sinh(\hat{\gamma}x) + \hat{I}_1 \cosh(\hat{\gamma}x)$$

$$\hat{U}(x) = \hat{D}(x) \hat{U}_1 - \hat{B}(x) \hat{I}_1$$

$$\hat{I}(x) = -\hat{C}(x) \hat{U}_1 + \hat{A}(x) \hat{I}_1$$

Hodnoty $\hat{A}(x)$, $\hat{B}(x)$, $\hat{C}(x)$ a $\hat{D}(x)$ nazývame Blondelove konštanty a platí pre ne rovnosť

$$\hat{A}(x) \hat{D}(x) - \hat{B}(x) \hat{C}(x) = 1.$$

Pre známe pomery na konci vedenia, $\hat{U}(l) = \hat{U}_2$, $\hat{I}(l) = \hat{I}_2$, hľadáme

$$\hat{U}(x) = f_3(\hat{U}_2, \hat{I}_2) \quad \hat{I}(x) = f_4(\hat{U}_2, \hat{I}_2).$$

Pre $x = l$ dostávame vzťahy

$$\hat{U}_2 = \hat{K}_1 \exp(-\hat{\gamma}l) + \hat{K}_2 \exp(\hat{\gamma}l) \quad \hat{I}_2 = \hat{Y}_v \hat{K}_1 \exp(-\hat{\gamma}l) - \hat{Y}_v \hat{K}_2 \exp(\hat{\gamma}l)$$

a odtiaľ určíme \hat{K}_1 a \hat{K}_2 ako

$$\begin{aligned} \hat{K}_1 &= \frac{1}{2} \exp(\hat{\gamma}l) (\hat{U}_2 + \hat{Z}_v \hat{I}_2) \\ \hat{K}_2 &= \frac{1}{2} \exp(-\hat{\gamma}l) (\hat{U}_2 - \hat{Z}_v \hat{I}_2) \end{aligned}$$

Rovnice pre napätie a prúd v ľubovoľnom mieste x vyjadríme ako

$$\begin{aligned} \hat{U}(x) &= \hat{U}_2 \cosh(\hat{\gamma}(l-x)) + \hat{I}_2 \hat{Z}_v \sinh(\hat{\gamma}(l-x)) \\ \hat{I}(x) &= \hat{U}_2 \hat{Y}_v \sinh(\hat{\gamma}(l-x)) + \hat{I}_2 \cosh(\hat{\gamma}(l-x)) \\ \hat{U}(x) &= \hat{A}(l-x) \hat{U}_2 - \hat{B}(l-x) \hat{I}_2 \\ \hat{I}(x) &= \hat{C}(l-x) \hat{U}_2 + \hat{D}(l-x) \hat{I}_2 \end{aligned}$$

3.3. Ideálne bezstratové vedenie

Pre dlhé vedenia vvn a zvn platí obvykle $R_1 \ll \omega L_1$ a $G_1 \ll \omega C_1$, čo umožňuje pre niektoré úvahy zanedbať R_1 a G_1 . Vytvárame tak pomyselné vedenie, ktoré sa používa ako približná náhrada za skutočné vedenie, pretože vzťahy sú jednoduchšie a je možné jednoduchšie formulovať približne platné závery. Definičné rovnice ideálneho vedenia sú

$$R_1 = 0, G_1 = 0 \longrightarrow \hat{Z}_{11i} = j X_{11}, \hat{Y}_{q1i} = j B_{q1}.$$

Pre konštantu prenosu potom platí vzťah

$$\hat{\gamma}_i = j \omega \sqrt{L_1 C_1}$$

a pre vlnovú impedanciu vzťah

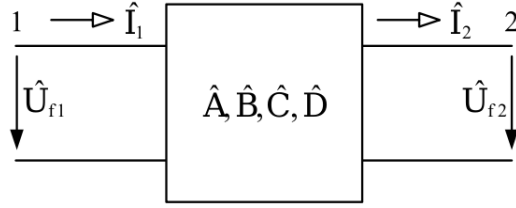
$$\hat{Z}_{vi} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}.$$

Rovnice pre napätie a prúd v mieste x pre známe hodnoty na začiatku, respektíve na konci, vedenia zapíšeme v maticovom tvare ako

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{U}_f(x) \\ \hat{I}(x) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\beta_i x) & -j Z_{vi} \sin(\beta_i x) \\ -j Y_{vi} \sin(\beta_i x) & \cos(\beta_i x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_{f1} \\ \hat{I}_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \hat{U}_f(x) \\ \hat{I}(x) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\beta_i(l-x)) & j Z_{vi} \sin(\beta_i(l-x)) \\ j Y_{vi} \sin(\beta_i(l-x)) & \cos(\beta_i(l-x)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_{f1} \\ \hat{I}_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4. Náhradné dvojbrany prvkov rozvodnej sústavy

Ak nie je potrebné vyšetrovať podrobnejšie pomery vo vnútri prvku sústavy, postačí zistiť pre výpočet ustáleného chodu vzájomné vzťahy medzi veličinami na vstupe a na výstupe, ktoré možno zapísať v maticovom tvare.



Obr. 15. Lineárny neautonómny dvojbran

Pre zadané veličiny na konci vedenia platí

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_{f1} \\ \hat{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_{f2} \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$

a pre zadané veličiny na začiatku vedenia

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_{f2} \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{D} & -\hat{B} \\ -\hat{C} & \hat{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_{f1} \\ \hat{I}_1 \end{bmatrix}.$$

Pre konštanty platí v prípade pasívneho dvojbranu vzťah

$$\hat{A}\hat{D} - \hat{B}\hat{C} = 1$$

a v prípade symetrického dvojbranu vzťah

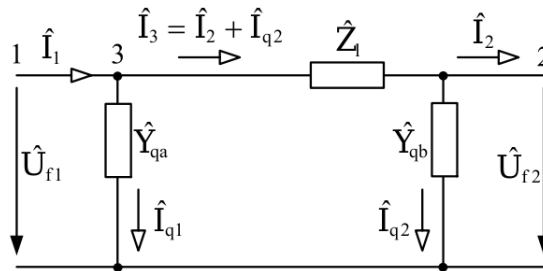
$$\hat{A} = \hat{D}.$$

4.1. Dvojbran v tvare π článku

Patrí k najpoužívanejším v elektroenergetike. V pozdĺžnej vetvi má impedanciu \hat{Z}_l , v priečných vetvách admitancie \hat{Y}_{qa} a \hat{Y}_{qb} . V prípade symetrického článku platí

$$\hat{Y}_{qa} = \hat{Y}_{qb} = 0,5 \hat{Y}_q.$$

Používa sa najmä ako náhradná schéma vonkajších vedení do dĺžky asi 250 km a káblových vedení do asi 100 km.

Obr. 16. Náhradný π článok

Základné rovnice sú podľa Kirchhoffových zákonov

$$\begin{aligned} -\hat{U}_{f1} + \hat{Z}_l(\hat{I}_2 + \hat{Y}_{qb}\hat{U}_{f2}) + \hat{U}_{f2} &= 0 \longrightarrow \hat{U}_{f1} = (1 + \hat{Z}_l\hat{Y}_{qb})\hat{U}_{f2} + \hat{Z}_l\hat{I}_2, \\ \hat{I}_1 &= \hat{Y}_{qa}\hat{U}_{f1} + \hat{Y}_{qb}\hat{U}_{f2} + \hat{I}_2, \\ \hat{I}_1 &= (\hat{Y}_{qa} + \hat{Y}_{qb} + \hat{Y}_{qa}\hat{Y}_{qb}\hat{Z}_l)\hat{U}_{f2} + (1 + \hat{Z}_l\hat{Y}_{qa})\hat{I}_2. \end{aligned}$$

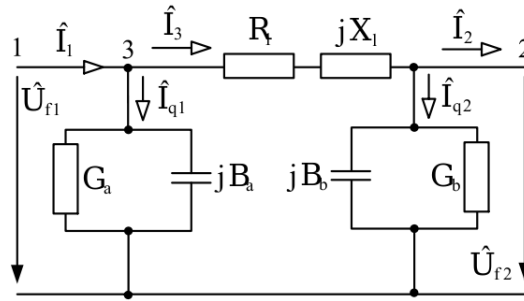
Pre obecný, nesymetrický, π článok sú Blondelove konštanty rovné

$$\begin{aligned}\hat{A}_{\pi n} &= 1 + \hat{Z}_l \hat{Y}_{qb}, \\ \hat{B}_{\pi n} &= \hat{Z}_l, \\ \hat{C}_{\pi n} &= \hat{Y}_{qa} + \hat{Y}_{qb} + \hat{Y}_{qa} \hat{Y}_{qb} \hat{Z}_l, \\ \hat{D}_{\pi n} &= 1 + \hat{Z}_l \hat{Y}_{qa}\end{aligned}$$

a pre symetrický bude platiť

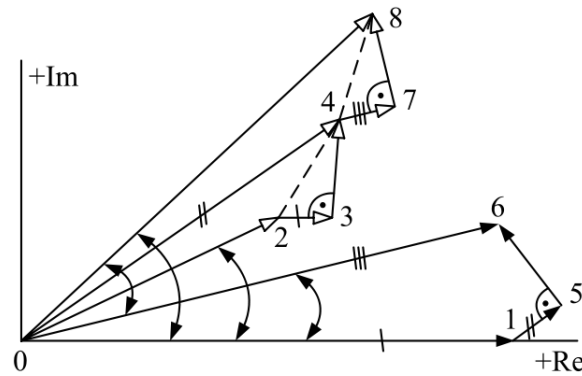
$$\begin{aligned}\hat{A}_{\pi s} = \hat{D}_{\pi s} &= 1 + 0,5 \hat{Z}_l \hat{Y}_q, \\ \hat{B}_{\pi s} &= \hat{Z}_l, \\ \hat{C}_{\pi s} &= \hat{Y}_q + 0,25 \hat{Z}_l \hat{Y}_q^2.\end{aligned}$$

Grafické riešenie π článku



Obr. 17. Schéma pre grafické riešenie π článku

Dvojbran na Obr. 17, zadaný svojimi prvkami, je na výstupe zaťažený záťažou kapacitného charakteru. Grafický výpočet potom vykonáme tak, ako je naznačené na obrázku Obr. 18.



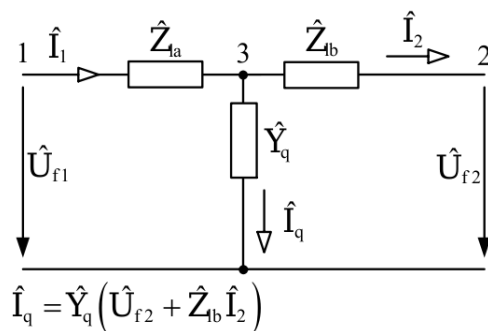
Obr. 18. Fázorový diagram π článku

4.2. Dvojbran v tvare T článku

T článok je menej používaný než π článok. Zavádza do riešenia ďalší uzol a to je často nevhodné. Je možné ho použiť ako náhradnú schému pre vonkajšie vedenia do dĺžky 200 km a káblové do 80 km. Častejšie je použitie pre trojfázové transformátory s dvoma vinutiami.

Ak nahrádza vedenie, tak platí, že

$$\hat{Z}_{la} = \hat{Z}_{lb} = 0,5 \hat{Z}_{l1} l \quad \hat{Y}_q = \hat{Y}_{q1} l.$$



Obr. 19. Náhradný T článok

Pre tento článok platia základné rovnice pre prúdy z Kirchhoffových zákonov

$$\begin{aligned} \hat{I}_1 - \hat{Y}_q(\hat{U}_{f2} + \hat{Z}_{1b}\hat{I}_2) - \hat{I}_2 &= 0 \longrightarrow \hat{I}_1 = \hat{Y}_q \hat{U}_{f2} + (\hat{Z}_{1b} \hat{Y}_q + 1)\hat{I}_2 \\ \hat{I}_1 &= \hat{C} \hat{U}_{f2} + \hat{D} \hat{I}_2 \end{aligned}$$

a pre napätie dostávame rovnicu

$$-\hat{U}_{f1} + \hat{Z}_{1a}\hat{I}_1 + \hat{Z}_{1b}\hat{I}_2 + \hat{U}_{f2} = 0$$

do ktorej môžeme dosadiť za \hat{I}_1 a dostaneme rovnicu

$$\begin{aligned} \hat{U}_{f1} &= (1 + \hat{Z}_{1a} \hat{Y}_q) \hat{U}_{f2} + (\hat{Z}_{1a} + \hat{Z}_{1b} + \hat{Z}_{1a} \hat{Z}_{1b} \hat{Y}_q) \hat{I}_2 \\ \hat{U}_{f1} &= \hat{A} \hat{U}_{f2} + \hat{B} \hat{I}_2 \end{aligned}$$

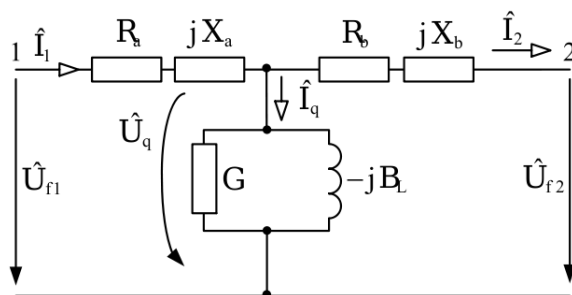
Pre obecný, nesymetrický, T článok sú Blondelove konštanty rovné

$$\begin{aligned} \hat{A}_{Tn} &= 1 + \hat{Z}_{1a} \hat{Y}_q, \\ \hat{B}_{Tn} &= \hat{Z}_{1a} + \hat{Z}_{1b} + \hat{Z}_{1a} \hat{Z}_{1b} \hat{Y}_q, \\ \hat{C}_{Tn} &= \hat{Y}_q, \\ \hat{D}_{Tn} &= 1 + \hat{Z}_{1b} \hat{Y}_q \end{aligned}$$

a pre symetrický bude platiť

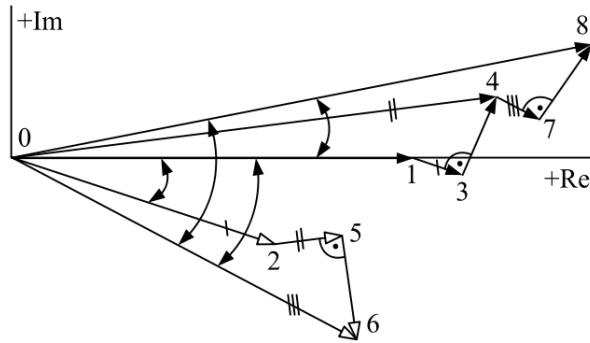
$$\begin{aligned} \hat{A}_{Ts} &= \hat{D}_{Ts} = 1 + 0,5 \hat{Z}_l \hat{Y}_q, \\ \hat{B}_{Ts} &= \hat{Z}_l + 0,25 \hat{Z}_l^2 \hat{Y}_q, \\ \hat{C}_{Ts} &= \hat{Y}_q. \end{aligned}$$

Grafické riešenie T článku



Obr. 20. Schéma pre grafické riešenie T článku

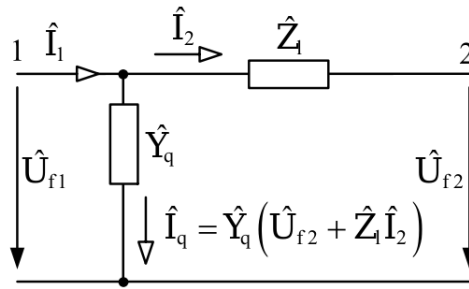
Dvojbran na Obr. 20, zadaný svojimi prvkami, je na výstupe zaťažný záťažou indukčného charakteru. Grafický výpočet potom vykonáme tak, ako je naznačené na Obr. 21.



Obr. 21. Fázorový diagram T článku

4.3. Článok Γ priečnym prvkom na vstupe a na výstupe

Použitie týchto článkov je pomerne malé. Možno ich využiť ako náhradnú schému kratších vedení (vonkajšie asi do 80 km a káblové asi do 25 km) a transformátorov, kde sa im dáva prednosť pretože nezavádzajú ďalší uzol.



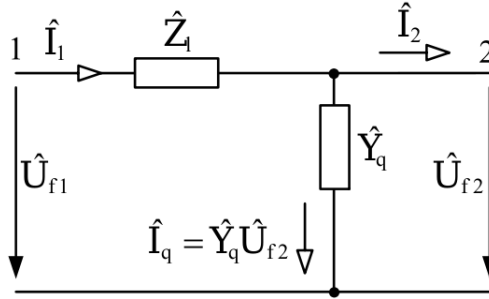
Obr. 22. Náhradný Γ článok s priečnym prvkom na vstupe

Pri zapojení s priečnym prvkom na vstupe, podľa Obr. 22 dostaneme rovnice

$$\begin{aligned} \hat{U}_{f1} &= \hat{U}_{f2} + \hat{Z}_1 \hat{I}_2 & \sim & \hat{U}_{f1} = \hat{A} \hat{U}_{f2} + \hat{B} \hat{I}_2 \\ \hat{I}_1 &= \hat{Y}_q \hat{U}_{f2} + (1 + \hat{Z}_1 \hat{Y}_q) \hat{I}_2 & \sim & \hat{I}_1 = \hat{C} \hat{U}_{f2} + \hat{D} \hat{I}_2 \end{aligned}$$

a pre Blondelove konštanty platí

$$\begin{aligned} \hat{A}_\Gamma &= 1 \\ \hat{B}_\Gamma &= \hat{Z}_1 \\ \hat{C}_\Gamma &= \hat{Y}_q \\ \hat{D}_\Gamma &= 1 + \hat{Z}_1 \hat{Y}_q \end{aligned}$$

Obr. 23. Náhradný Γ článok s priečnym prvkom na výstupe

Pri zapojení s priečnym prvkom na výstupe, podľa Obr. 23 dostaneme rovnice

$$\begin{aligned} 0 &= -\hat{U}_{f1} + \hat{Z}_1(\hat{Y}_q \hat{U}_{f2} + \hat{I}_2) + \hat{U}_{f2} \\ \hat{U}_{f1} &= (1 + \hat{Z}_1 \hat{Y}_q) \hat{U}_{f2} + \hat{Z}_1 \hat{I}_2 \quad \sim \quad \hat{U}_{f1} = (1 + \hat{Z}_1 \hat{Y}_q) \hat{U}_{f2} + \hat{Z}_1 \hat{I}_2 \\ \hat{I}_1 &= \hat{Y}_q \hat{U}_{f2} + \hat{I}_2 \quad \sim \quad \hat{I}_1 = \hat{C} \hat{U}_{f2} + \hat{I}_2 \end{aligned}$$

a pre Blondelove konštanty platí

$$\begin{aligned} \hat{A}_\Gamma &= 1 + \hat{Z}_1 \hat{Y}_q \\ \hat{B}_\Gamma &= \hat{Z}_1 \\ \hat{C}_\Gamma &= \hat{Y}_q \\ \hat{D}_\Gamma &= 1 \end{aligned}$$

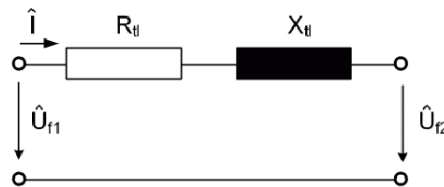
5. Tlmivky, kondenzátory a transformátory v trojfázovej sústave

5.1. Tlmivky

Sú to prístroje s jediným vinutím v každej fázi. Spotrebovávajú prevažne jalový indukčný výkon. Ich spotreba činného výkonu (straty) má byť čo najmenšia.

5.2. Tlmivky pozdĺžne (sériové) – reaktory

Používame ich na obmedzenie prúdov pri skratoch za miestom ich zabudovania na prijateľné hodnoty. Aplikujú sa v sieťach do 35 kV, ale iba tam, kde nie je možné dosiahnuť obmedzenie skratových prúdov inými prostriedkami. Pretože reaktancie sú relatívne malé, zhotovujú sa jednotlivé cievky tvoriace tlmivky ako vzduchové. Musia vydržať tepelné a mechanické namáhanie skratovými prúdmi. Pre $I_n \leq 200$ A sa vyrábajú ako trojfázové, pre väčšie nominálne prúdy ako jednofázové, obvykle s betónovými výstužami.



Obr. 24. Náhradná schéma sériovej tlmivky

Vždy platí, že $R_{t1} \ll X_{t1}$, takže ak nejde o výpočet strát výkonu, rezistanciu tlmivky môžeme zanedbať.

Pre výrobu pozdĺžnych tlmiviek sa zadáva percentná reaktancia $X_{tl\%}$ vzťahnutá na prechádzajúci výkon $S_{tl} = \sqrt{3}U_n I_n$, menovité napätie sústavy U_n a menovitý prúd tlmivky I_n . Reaktanciu určíme podľa vzťahu

$$X_{tl} = \frac{X_{tl\%} U_n}{100\sqrt{3}I_n} = \frac{X_{tl\%} U_n^2}{100S_{tl}}$$

a úbytok napätia v bezporuchovom stave určíme podľa vzťahu

$$\Delta \hat{U}_f = \hat{U}_{f1} - \hat{U}_{f2} = (R_{tl} + X_{tl}) \hat{I} = \hat{Z}_{tl} \hat{I}.$$

Pre trojfázovú tlmivku môžeme zapísať rovnice v maticovom tvare ako

$$[\hat{Z}_{tlabc}] = [\hat{Z}_{tl012}] = \hat{Z}_{tl}[E].$$

Pretože tlmivka zväčšuje úbytok napätia, môže byť v bezporuchovom stave premostená, napríklad poistkou. V prípade poruchy sa poistka preruší a tlmivka sa uvedie do činnosti.

5.3. Tlmivky priečne (paralelné)

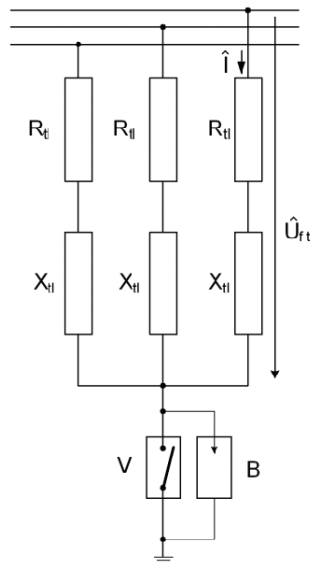
Najznámejšie je použitie v sústavách s menovitým napätím $U_n \geq 220$ kV na kompenzáciu kapacitných (nabíjajúcich) prúdov vedenia pri chode naprázdno alebo pri malých zaťaženiach. Pre výrobu je treba zadať trojfázový menovitý (jalový) výkon $Q_{tl n}$ a menovité napätie $U_{tl n}$. Tlmivka má jadro zložené zo železných plechov a pracuje v nenasýtenej oblasti magnetizačnej charakteristiky.

Pri zanedbaní rezistancie, čo si môžeme dovoliť pretože $R_{tl} \ll X_{tl}$, platí

$$X_{tl} = \frac{U_{tl n}}{\sqrt{3}I_{tl n}} = \frac{U_{tl n}^2}{Q_{tl n}}.$$

Tlmivka galvanicky spojená s vedením

Takto zapojená tlmivka kompenzuje nabíjací výkon vedenia, ku ktorému je pripojená. Nominálne napätie tlmivky je rovnaké ako nominálne napätie siete. Uzol vinutia do hviezdy sa spája so zemou iba v dobe cyklu opätovného zapínania špeciálnym vypínačom V. Uzol je chránený proti prepätiu bleskoistkou B.



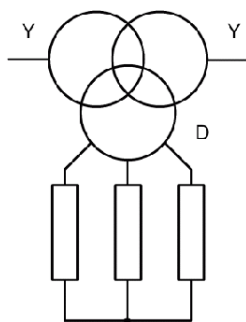
Obr. 25. Základná schéma paralelnej tlmivky galvanicky spojenej s vedením

Tlmivka pripojená do terciárneho vinutia transformátoru

Takto zapojená tlmivka môže mať menšie nominálne napätie, ktoré je dané nominálnym napätím terciárneho vinutia transformátoru, ktoré je od 10 kV do 35 kV. Vznikajú však problémy pri vypínaní, pretože vypínač má vypnúť prakticky čisto indukčivnú záťaž.

Vzhľadom na zapojenie do hviezdy s izolovaným uzlom nemôže tlmivkou prechádzať prúd netočivej zložkovej sústavy:

$$\hat{Z}_{t11} = \hat{Z}_{t12} = \hat{Z}_{t1} \quad \hat{Z}_{t10} \rightarrow \infty.$$



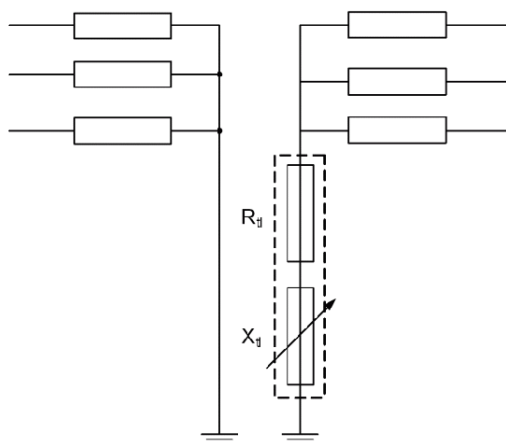
Obr. 26. Základná schéma paralelnej tlmivky zapojenej do terciárneho vinutia transformátoru

5.4. Tlmivky uzlové

V trojfázových sústavách, ktoré nemajú uzol spojený so zemou priamo, je možné medzi uzol a zem vložiť impedanciu na kompenzáciu prúdov pri zemných spojeniach, teda pri poruche izolácie fázy voči zemi. Ak je uzol spojený so zemou priamo alebo cez rezistanciu, predstavujú poruchy izolácie voči zemi skraty.

V prípade zemného spojenia ide o takmer čisto kapacitný prúd. Ak vložíme medzi uzol vinutia transformátoru a zem tlmivku, pre ktorú platí $R_{tl} \ll X_{tl}$, privedieme do miesta poruchy od tlmivky takmer indukčný prúd.

Ak nastavíme reaktanciu tlmivky tak, aby veľkosť jej indukčného prúdu bola veľmi podobná kapacitnému prúdu, prúd prechádzajúci miestom poruchy sa zmenší a spôsobí zhasnutie prípadne existujúceho elektrického oblúku. Pretože veľkosť kapacitného prúdu závisí na rozsahu siete a teda aj na zapínaní a vypínaní určitých častí, musíme dokázať meniť reaktanciu tlmivky. To dosahujeme zmenou vzduchovej medzery jej magnetického obvodu. Tlmivku nazývame kompenzačná, prípadne zhášacia.



Obr. 27. Základná schéma uzlovej tlmivky

Touto tlmivkou pri zložkovom pojatí môže prechádzať iba prúd netočivej zložkovej sústavy, v ktorej schémach sa rešpektuje hodnotou $3X_{t1} = X_0$, pretože tlmivkou prechádza trojnásobne väčší prúd netočivej zložky, než v jednotlivých fázach.

5.5. Kondenzátory

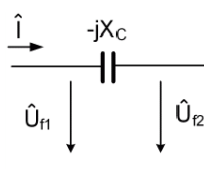
Spravidla nejde o kondenzátory, ale o kondenzátorové batérie, ktoré vzniknú sériovo-paralelným radením kondenzátorov. Straty činného výkonu nedosahujú ani 0,5 % ich menovitého výkonu.

Kondenzátory sériové

Používajú sa v sieťach vn na zlepšenie napäťových pomerov a v prípade dlhých vedení vvn na úpravu parametrov. Pre napätie na kondenzátore a výkon platí

$$\begin{aligned}\hat{U}_c &= -j X_c \hat{I} = -j \frac{1}{\omega C} \hat{I}, \\ \hat{S}_c &= 3 \hat{U}_c^* \hat{I} = j 3 X_c I^2\end{aligned}$$

a je vidieť, že napätie a výkon sa mení so zaťažením.



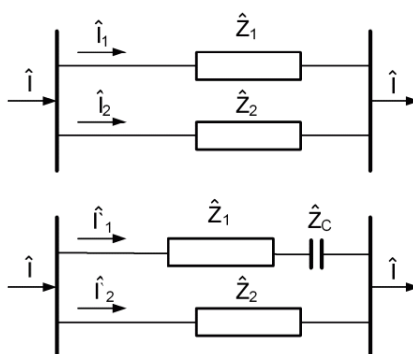
Obr. 28. Základné zapojenie sériového kondenzátoru

Nevýhodou je, že v prípade nadprúdov a skratov na nich vzniká prepätie. Proti ich účinkom chránime sériový kondenzátor špeciálnymi prepäťovými ochranami s veľmi rýchlym pôsobením.

Sériový kondenzátor musíme izolovať voči zemi, napríklad umiestnením na izolačné podpery, alebo ich inštalujeme na plošinách, ktoré sú nesené závesnými izolátormi.

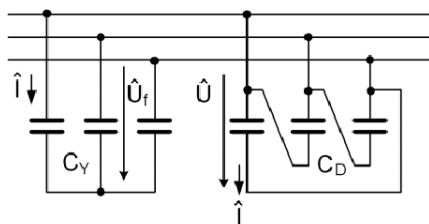
Nevýhodou sériových kondenzátorov je, že umožňujú prestup prúdov vyšších harmonických zložiek, čo sa môže prejaviť pri spínaní.

Taktiež je nimi možné dosiahnuť rozdelenie prúdov na paralelné prenosové cesty. Zmenou rozdelenia prúdov dosahujeme to, že napríklad nedôjde k preťaženiu jednej z prenosových ciest pri nevyužití druhej, alebo sa uskutoční prenos s najmenšími stratami činného výkonu.



Obr. 29. Rozdelenie prúdov na paralelné prenosové cesty pomocou sériového kondenzátoru

Kondenzátory paralelné



Obr. 30. Základné zapojenie paralelného kondenzátoru

Paralelné kondenzátory sa používajú predovšetkým v priemyslových sieťach do 1 kV. Môžu byť zapojené do hviezdy alebo do trojuholníka (v sieťach nn). Pri zanedbaní strát činného výkonu a uvažovaní súmernosti platí pre jalový výkon odoberaný jednou fázou a trojfázový výkon

$$Q_f = UI_c = U^2\omega C_\Delta \quad Q = 3U^2\omega C_\Delta$$

v prípade zapojenia do trojuholníka a

$$Q_f = U_f I_c = U_f^2\omega C_Y \quad Q = 3U_f^2\omega C_Y = U^2\omega C_Y$$

v prípade zapojenia do hviezdy. Pri rovnakom jalovom výkone dostávame vzťah

$$3U^2\omega C_\Delta = U^2\omega C_Y \longrightarrow C_Y = 3C_\Delta.$$

Pri zaradovaní do hviezdy je potrebná kapacita kondenzátoru trojnásobná, preto v prípade sietí do 1 kV používame zapojenie do trojuholníka všade tam, kde je to možné.

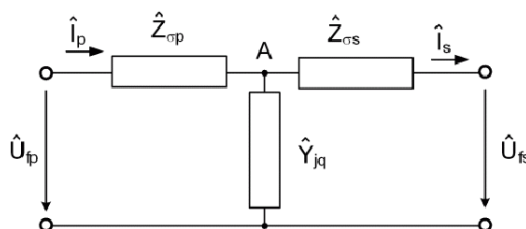
Pri zanedbaní činného výkonu kondenzátoru odoberá zo siete iba kapacitný jalový výkon a dodáva do siete indukčný jalový výkon. Túto vlastnosť používame na kompenzáciu jalového výkonu. Spotrebič odoberá zo siete výkon $P - jQ$. Podľa hodnoty Q_c rozlišujeme tri základné prípady:

- $Q_c < Q$ — podkompenzované, kondenzátor nedodáva celý jalový výkon požadovaný spotrebičom,
- $Q_c = Q$ — presná kompenzácia, sieť dodáva iba činný výkon,
- $Q_c > Q$ — prekompenzované, kondenzátor dodá celý jalový výkon pre spotrebič, ale aj do siete.

Kompenzácia je možná individuálna pre každý spotrebič, alebo skupinová pre niekoľko spotrebičov respektíve pre celý závod. Pri individuálnej kompenzácii sa kompenzuje najmenší jalový výkon, ktorý spotrebič požaduje pri svojej prevádzke. Pri skupinovej kompenzácii sú kondenzátory rozdelené na stupne, ktoré sú podľa potreby pripájané a odpájané pri zmenách zaťaženia.

5.6. Parametre transformátorov s dvoma vinutiami

Pri zanedbaní nesúmerností v priestorovom usporiadaní môžeme uvažovať každú fázu zvlášť. Náhradná schéma sa obvykle realizuje pomocou T článku.



Obr. 31. Náhradná schéma transformátoru pomocou T článku

Pre rozptyľové reaktancie platia vzťahy

$$\hat{\mathbf{Z}}_{\sigma p} = R_p + j X_{\sigma p} \quad \hat{\mathbf{Z}}_{\sigma s} = R_s + j X_{\sigma s}$$

a pre priečnu admitanciu vzťah

$$\hat{\mathbf{Y}}_q = G_q - j B_q.$$

Znamienko mínus vyjadruje, že v priečnej vetve je zapojená indukčnosť, netreba sa nechať pomýliť podobnosťou s náhradným T článkom, kde priečna vetva predstavuje kapacitu.

Hodnoty jednotlivých veličín sa zistia výpočtom a overia meraniami naprázdno a nakrátko na hotovom výrobku. Skúšky poskytnú straty činného výkonu naprázdno ΔP_0 (W), pomerný prúd naprázdno i_0 (%), straty činného výkonu nakrátko ΔP_k a pomerné napätie nakrátko rovné pomernej impedancii nakrátko $u_k = z_k$ (%).

Pre priečnu vetvu platia vzťahy vzťahnuté na menovitý zdanlivý výkon S_n a menovité napätie U_n

$$g_q = \frac{\Delta P_0}{S_n} \quad y_q = \frac{i_0\%}{100} \quad b_q = \sqrt{y_q^2 - g_q^2}$$

$$\hat{\mathbf{y}}_q = g_q - j b_q = \frac{\Delta P_0}{S_n} - j \sqrt{\left(\frac{i_0\%}{100}\right)^2 - \left(\frac{\Delta P_0}{S_n}\right)^2}$$

případne prevodný vzťah

$$\hat{\mathbf{Y}}_q = G_q - j B_q = \hat{\mathbf{y}}_q \frac{S_n}{U_n^2} = \frac{S_n}{U_n^2} \left[\frac{\Delta P_0}{S_n} - j \sqrt{\left(\frac{i_0\%}{100}\right)^2 - \left(\frac{\Delta P_0}{S_n}\right)^2} \right].$$

Pre pozdĺžnu vetvu platia vzťahy v pomerných jednotkách

$$r_k = \frac{\Delta P_k}{S_n} \quad z_k = \frac{u_k\%}{100} \quad x_k = \sqrt{z_k^2 - r_k^2}$$

$$\hat{\mathbf{z}}_k = r_k + j z_k = \frac{\Delta P_k}{S_n} + j \sqrt{\left(\frac{u_k\%}{100}\right)^2 + \left(\frac{\Delta P_k}{S_n}\right)^2}$$

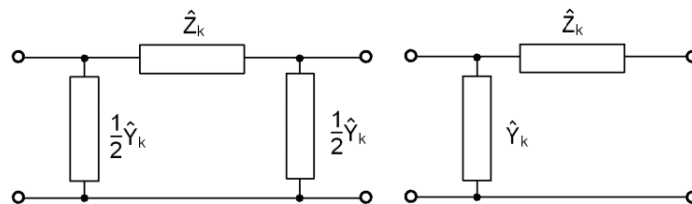
případne prevodný vzťah

$$\hat{\mathbf{Z}}_k = R_k + j X_k = \hat{\mathbf{z}}_k \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{U_n^2}{S_n} \left[\frac{\Delta P_k}{S_n} + j \sqrt{\left(\frac{u_k\%}{100}\right)^2 + \left(\frac{\Delta P_k}{S_n}\right)^2} \right].$$

Impedanciu $\hat{\mathbf{Z}}_{\sigma ps} = \hat{\mathbf{Z}}_k = (R_p + R_s) + j (X_{\sigma p} + X_{\sigma s})$ rozkladáme na dve časti tak, že kladieme

$$\hat{\mathbf{Z}}_{\sigma p} = 0,5 \hat{\mathbf{Z}}_{\sigma ps} = \hat{\mathbf{Z}}_{\sigma s}.$$

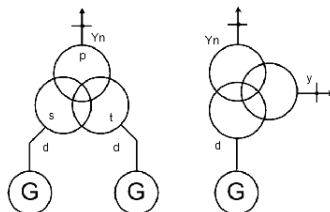
Fyzikálne toto rozdelenie nie je bez vady – rozptyľové toky a rezistancie nie sú rovnaké. Pre niektoré úlohy, napríklad pri výpočte uzlových sietí, nie je vhodné použitie T článku – vadí nám, že zavádza ďalší uzol. Preto niekedy používame π článok alebo Γ článok podľa Obr. 32.



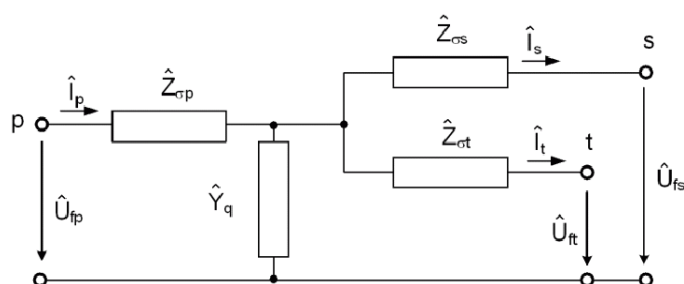
Obr. 32. Príklad náhradnej schémy transformátoru pomocou π a Γ článku

5.7. Parametre transformátorov s troma vinutiami

Ide o transformátory s troma vinutiami na fázu. Obvykle majú veľký výkon a môžu byť konštrukčne riešené ako tri jednofázové jednotky. Pre označenie jednotlivých vinutí – primárneho, sekundárneho a terciárneho – používame indexy p, s, t. Môžu slúžiť na napájanie sústavy z dvoch alternátorov, prípadne pre pružné napájanie dvoch sietí s rôznymi menovitými napätiami z jedného alternátora.



Obr. 33. Základná schéma zapojenia s troma vinutiami na fázu



Obr. 34. Náhradná schéma transformátoru s troma vinutiami na fázu

Parametre pre náhradnú schému, ktorá je znázornená na Obr. 34 určíme výpočtom pri návrhu a overíme skúškami na hotovom výrobku.

Pri skúške naprázdno určíme straty činného výkonu naprázdno ΔP_0 a prúd naprázdno i_0 . Určíme priečnu admitanciu vzťahnutú na menovitý výkon a menovité napätie primárneho vinutia

$$\hat{y}_q = g_q - j b_q = \frac{\Delta P_0}{S_{pn}} - j \sqrt{\left(\frac{i_0\%}{100}\right)^2 - \left(\frac{\Delta P_0}{S_{pn}}\right)^2}$$

prípadne ako

$$\hat{Y}_q = \hat{q}_z \frac{S_{pn}}{U_{pn}^2} = G_q - j B_q = \frac{S_{pn}}{U_{pn}^2} \left[\frac{\Delta P_0}{S_{pn}} - j \sqrt{\left(\frac{i_0\%}{100}\right)^2 - \left(\frac{\Delta P_0}{S_{pn}}\right)^2} \right]$$

Pri skúške nakrátko, ktoré sú tri, jedno vinutie napájame, druhé je skratované a tretie je naprázdno. Pretože menovité výkony jednotlivých vinutí obecné môžu byť rôzne (napríklad pre napájanie jednej sústavy z dvoch alternátorov môže platiť $S_{sn} = S_{tn} = 0,5 S_{pn}$), uskutočňujú sa merania nakrátko pri prúde, ktorý zodpovedá vinutiu s menším výkonom a potom sa prepočítavajú na výkon vyšší.

Tab. 6. Meranie nakrátko pri predpoklade $S_{pn} \neq S_{sn} \neq S_{tn}$

merané medzi	p-s	p-t	s-t
straty nakrátko (W)	ΔP_{kps}	ΔP_{kpt}	ΔP_{kst}
napätie nakrátko (%)	u_{kps}	u_{kpt}	u_{kst}
straty nakrátko (W)	S_{sn}	S_{tn}	S_{tn}

Nasledovný rozbor platí pre skúšku s-t. Má sa zistiť impedancia nakrátko

$$\hat{Z}_{st} = \hat{Z}_{os} + \hat{Z}_{ot} \text{ pričom } \hat{Z}_{os} = R_s + j X_{os}.$$

Straty nakrátko zistíme pri menovitom prúde I_{tn} ako

$$\Delta P_{kst} = 3R_{st}^+ I_{tn}^2$$

kde R_{st}^+ je rezistencia sekundárneho a terciárneho vinutia vzťahnutá na U_{tn} . Po dosadení za prúd I_{tn} dostaneme

$$\Delta P_{kst} = 3R_{st}^+ \left(\frac{S_{tn}}{\sqrt{3}U_{tn}} \right)^2 \rightarrow R_{st}^+ = \frac{\Delta P_{kst}}{S_{tn}^2} U_{tn}^2.$$

Pri prevedení v pomere kvadrátov napätí z terciárneho na primárne vinutie dostávame

$$R_{st} = R_{st}^+ \frac{U_{pn}^2}{U_{tn}^2} \rightarrow R_{st} = R_s + R_t = \frac{\Delta P_{kst}}{S_{tn}^2} U_{pn}^2$$

kde R_s respektíve R_t je rezistencia sekundárneho respektíve terciárneho vinutia prepočítaná na primárne vinutie.

Impedancia nakrátko v percentách zodpovedá napätiu nakrátko u_{kst} v percentách. Pomerné impedanciu nakrátko sekundárneho a terciárneho vinutia, vzťahnutú na S_{pn} a U_{pn} a k nej zodpovedajúcu impedanciu nakrátko prevedená na menovité napätie primárneho vinutia vyjadríme ako

$$z_{st} = \frac{u_{kst\%}}{100} \frac{S_{pn}}{S_{tn}} \quad Z_{st} = z_{st} \frac{U_{pn}^2}{S_{pn}} = \frac{u_{kst\%}}{100} \frac{U_{pn}^2}{S_{tn}}$$

a platí

$$\begin{aligned} \hat{z}_{st} &= r_{st} + j x_{st} & x_{st} &= \sqrt{z_{st}^2 - r_{st}^2} & x_{st} &= x_{os} + x_{ot}, \\ \hat{Z}_{st} &= R_{st} + j X_{st} & X_{st} &= \sqrt{Z_{st}^2 - R_{st}^2} & X_{st} &= X_{os} + X_{ot}. \end{aligned}$$

Po dosadení môžeme pre všetky tri merania nakrátko písať vzťahy typu

$$\hat{z}_{st} = r_{st} + j x_{st},$$

kam postupne dosádzame indexy ps, pt, st.

Znalosť impedancie nakrátko umožňuje stanoviť rezistancie a rozptylové reaktancie jednotlivých vinutí, ktoré sú tvorené zložkami rozptýlenej reaktancie, ako

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{op} &= R_p + j X_{op} = 0,5(\hat{Z}_{ps} + \hat{Z}_{pt} + \hat{Z}_{st}) \\ \hat{Z}_{os} &= R_s + j X_{os} = 0,5(\hat{Z}_{ps} + \hat{Z}_{st} + \hat{Z}_{pt}) \\ \hat{Z}_{ot} &= R_t + j X_{ot} = 0,5(\hat{Z}_{pt} + \hat{Z}_{st} + \hat{Z}_{ps}) \end{aligned}$$

Znalosť pozdĺžnych impedancií a priečných admitancií umožňuje sledovať napäťové a výkonové pomery trojvinutových transformátorov.

6. Transformácia do zložkových sústav

Ide v podstate o náhradu fázorov fyzikálnych veličín zložkami. Často sa používa názov „rozklad do zložiek“. Motiváciou je zjednodušenie výpočtu v nesúmerných sústavách.

6.1. Prechod do zložkových sústav

V prípade súmerných trojfázových sústav je dostačujúce uvažovať iba jednu fázu, druhé dve sú iba časovo posunuté. V prípade nesymetrických sústav však je situácia komplikovanejšia (indukčné a kapacitné

väzby medzi fázami neumožňujú obecné nezávislé a izolované uvažovanie jednotlivých fáz) a preto si pomáhame transformáciami, pomocou ktorých nahrádzame veličiny pôvodnej sústavy veličinami zložkovej sústavy. Pritom platí, že fyzikálne zákony platia aj v sústave pôvodnej, aj v sústave zložkovej.

V pôvodnej trojfázovej sústave platí

$$[\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c]^T = [\hat{U}_{abc}] \quad [\hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c]^T = [\hat{I}_{abc}]$$

a v transformovanej sústave platí

$$[\hat{U}_o, \hat{U}_m, \hat{U}_n]^T = [\hat{U}_{omn}] \quad [\hat{I}_o, \hat{I}_m, \hat{I}_n]^T = [\hat{I}_{omn}].$$

Transformáciu zabezpečujú štvorcové regulárne prevodné matice $[T_u]$ a $[T_i]$, pre ktoré z definície platí

$$\begin{aligned} [\hat{U}_{abc}] &= [T_u][\hat{U}_{omn}] & [\hat{U}_{omn}] &= [T_u]^{-1}[\hat{U}_{abc}], \\ [\hat{I}_{abc}] &= [T_i][\hat{I}_{omn}] & [\hat{I}_{omn}] &= [T_i]^{-1}[\hat{I}_{abc}] \end{aligned}$$

Transformačná matica je obvykle rovnaká pre napätie aj pre prúd, teda

$$[T_u] = [T_i] = [T].$$

Vzťah medzi napätím a prúdom v trojfázovej sústave popíšeme rovnicou

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{11} & \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{13} \\ \hat{Z}_{21} & \hat{Z}_{22} & \hat{Z}_{23} \\ \hat{Z}_{31} & \hat{Z}_{32} & \hat{Z}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix}$$

a vzťah medzi napätím a prúdom v zložkovej sústave rovnicou

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_o \\ \hat{U}_m \\ \hat{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{oo} & \hat{Z}_{om} & \hat{Z}_{on} \\ \hat{Z}_{mo} & \hat{Z}_{mm} & \hat{Z}_{mn} \\ \hat{Z}_{no} & \hat{Z}_{nm} & \hat{Z}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_o \\ \hat{I}_m \\ \hat{I}_n \end{bmatrix}.$$

Medzi maticami impedancií pôvodnej sústavy a zložkovej sústavy platí vzťah, ktorý postupne dostaneme ako

$$\begin{aligned} [\hat{U}_{abc}] &= [\hat{Z}_{abc}][\hat{I}_{abc}] \\ [T_u][\hat{U}_{omn}] &= [\hat{Z}_{abc}][T_i][\hat{I}_{omn}] \\ [\hat{U}_{omn}] &= [T_u]^{-1}[\hat{Z}_{abc}][T_i][\hat{I}_{omn}] \\ [\hat{Z}_{omn}] &= [T_u]^{-1}[\hat{Z}_{abc}][T_i] \end{aligned}$$

a analogicky platí vzťah pre admitanciu, ktorý postupne dostaneme ako

$$\begin{aligned} [\hat{I}_{abc}] &= [\hat{Y}_{abc}][\hat{U}_{abc}] \\ [T_i][\hat{I}_{omn}] &= [\hat{Y}_{abc}][T_u][\hat{U}_{omn}] \\ [\hat{I}_{omn}] &= [T_i]^{-1}[\hat{Y}_{abc}][T_u][\hat{U}_{omn}] \\ [\hat{Y}_{omn}] &= [T_i]^{-1}[\hat{Y}_{abc}][T_u]. \end{aligned}$$

Obecné použitie zložiek neprináša žiadne výhody, ani zjednodušenie výpočtov. Prínos transformácie do zložiek je iba vtedy, ak sa stanú matice $[\hat{Z}_{omn}]$ respektíve $[\hat{Y}_{omn}]$ diagonálnymi. Diagonalizáciu je možné dosiahnuť pre matice cyklicky súmerné $[\hat{Z}_{cs}]$ a matice fázovo súmerné $[\hat{Z}_{fs}]$, ktoré majú tvar

$$[\hat{Z}_{cs}] = \begin{bmatrix} \hat{Z} & \hat{Z}' & \hat{Z}'' \\ \hat{Z}'' & \hat{Z} & \hat{Z}' \\ \hat{Z}' & \hat{Z}'' & \hat{Z} \end{bmatrix} \quad [\hat{Z}_{fs}] = \begin{bmatrix} \hat{Z} & \hat{Z}' & \hat{Z}' \\ \hat{Z}' & \hat{Z} & \hat{Z}' \\ \hat{Z}' & \hat{Z}' & \hat{Z} \end{bmatrix}$$

Matica $[\hat{Z}_{fs}]$ predstavuje symetrickú sústavu, kde sú prvky v hlavnej diagonále rovnaké pre všetky fázy (vlastné impedancie) a mimo nej rôzne (vzájomné impedancie).

Podmienky pre prvky transformačnej matice za účelom diagonalizácie matíc stanovíme pomocou charakteristických čísel λ a charakteristických vektorov príslušných matici $[T]$. Charakteristické vektory sú nenulové riešenia maticovej rovnice

$$([\hat{\mathbf{Z}}_{abc}] - \lambda[E])[t] = [0] \quad (13)$$

kde $[E]$ je jednotková matica a $[0]$ nulový vektor. Nenulové riešenia tejto rovnice existujú iba vtedy ak

$$\det([\hat{\mathbf{Z}}_{abc}] - \lambda[E]) = 0.$$

Riešením tejto rovnice sú charakteristické čísla

$$\lambda_1 = \hat{\mathbf{Z}} + 2\hat{\mathbf{Z}}' \quad \lambda_2 = \lambda_3 = \hat{\mathbf{Z}} - \hat{\mathbf{Z}}'.$$

Ak ich vložíme do rovnice (13) dostaneme podmienky pre určenie charakteristických vektorov

$$\begin{bmatrix} -2\hat{\mathbf{Z}}' & \hat{\mathbf{Z}}' & \hat{\mathbf{Z}}' \\ \hat{\mathbf{Z}}' & -2\hat{\mathbf{Z}}' & \hat{\mathbf{Z}}' \\ \hat{\mathbf{Z}}' & \hat{\mathbf{Z}}' & -2\hat{\mathbf{Z}}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{11} \\ t_{21} \\ t_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

z čoho plynie

$$t_{11} = t_{21} = t_{31} \quad t_{12} + t_{22} + t_{32} = 0 \quad t_{13} + t_{23} + t_{33} = 0.$$

6.2. Súmerné zložky v trojfázovej sústave

Pôvodná sústava fázorov sa rozkladá do troch zložkových sústav: netočivej (index 0), súslednej (index 1), spätnej (index 2).

Na transformáciu trojfázovej sústavy pre základnú harmonickú potrebujeme doplniť ešte ďalšie podmienky. Pre fázory napätí platí

$$\hat{U}_a = U_a \quad \hat{U}_b = \hat{a}^2 U_a \quad \hat{U}_c = \hat{a} U_a$$

kde

$$\hat{a} = \exp\left(j \frac{2}{3}\pi\right) \quad \hat{a}^2 = \exp\left(j \frac{4}{3}\pi\right) \quad 1 + \hat{a} + \hat{a}^2 = 0.$$

Ak uvažujeme súmernú zložkovú sústavu,

$$[\hat{U}_o, \hat{U}_m, \hat{U}_n]^T = [\hat{U}_0, \hat{U}_1, \hat{U}_2]^T,$$

potom platí pre súslednú zložku (súmernej sústave po prevode prislúcha nenulová hodnota iba súslednej zložky)

$$\begin{bmatrix} U_a \\ \hat{a}^2 U_a \\ \hat{a} U_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ U_a \\ 0 \end{bmatrix}$$

z čoho ihneď plynie

$$t_{12} = 1 \quad t_{22} = \hat{a}^2 \quad t_{32} = \hat{a}.$$

Pre spätnú zložku platí

$$\begin{bmatrix} U_a \\ \hat{a} U_a \\ \hat{a}^2 U_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_a \end{bmatrix}$$

z čoho ihneď plynie

$$t_{13} = 1 \quad t_{23} = \hat{a} \quad t_{33} = \hat{a}^2.$$

Pre netočivú zložku platí

$$\begin{bmatrix} U_a \\ U_a \\ U_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

z čoho ihneď plynie

$$t_{11} = 1 \quad t_{21} = 1 \quad t_{31} = 1.$$

Prevodnú maticu a maticu k nej inverznú potom môžeme zapísať ako

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \end{bmatrix} \quad [T]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \end{bmatrix}$$

a prevod medzi sústavami realizujeme ako

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_0 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \hat{U}_0 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix}.$$

6.3. Diagonálne zložkové sústavy

Pre diagonálne zložkové sústavy platí

$$[\hat{U}_o, \hat{U}_m, \hat{U}_n] = [\hat{U}_0, \hat{U}_\alpha, \hat{U}_\beta].$$

Tieto sústavy nemajú jednoznačný fyzikálny význam, ale sú vhodné na riešenie dvojfázových porúch.

Prevodnú maticu a maticu k nej inverznú zapisujeme ako

$$[D] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad [D]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

a prevod medzi sústavami realizujeme ako

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_0 \\ \hat{U}_\alpha \\ \hat{U}_\beta \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \hat{U}_0 \\ \hat{U}_\alpha \\ \hat{U}_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix}$$

Aby platila invariantnosť výkonov v zložkových sústavách, zavádzajú s normované zložky

$$[T_n] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \end{bmatrix} \quad [T_n]^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \end{bmatrix}$$

$$[D_n] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad [D_n]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

6.4. Súmerné zložky vyšších harmonických

Kmitočet k -tej harmonickej je k -krát väčší než základný. Ak je fázor harmonickej veličiny \hat{N} pre k -tú harmonickej vo fázi „a“ rovný N_{aks} , bude matica fázorov príslušná k -tej harmonickej v symetrickej sústave pre k -tu harmonickej v pôvodnej sústave

$$\begin{bmatrix} \hat{N}_{aks} \\ \hat{N}_{bks} \\ \hat{N}_{cks} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{a}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{a} \end{bmatrix}^k \begin{bmatrix} \hat{N}_{aks} \\ \hat{N}_{aks} \\ \hat{N}_{aks} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{N}_{aks} \\ \hat{a}^{2k} \hat{N}_{aks} \\ \hat{a}^k \hat{N}_{aks} \end{bmatrix}$$

Hlavnú zložkovú sústavu pre harmonickú typy $k \in \mathbb{N}$ tvorí pri

- $3k$ netočivá zložková sústava,
- $3k + 1$ súsledná zložková sústava,
- $3k + 2$ spätná zložková sústava.

Pri nesymetriách platí pre diagonálnu maticu

$$[\hat{B}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{b} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{c} \end{bmatrix}$$

kde

$$\hat{b} = \frac{\hat{N}_{bk}}{\hat{N}_{bks}} \quad \hat{c} = \frac{\hat{N}_{ck}}{\hat{N}_{cks}}.$$

Transformáciu súmernej zložky \hat{N}_{0k} , \hat{N}_{1k} , \hat{N}_{2k} príslušnej harmonickej realizujeme ako

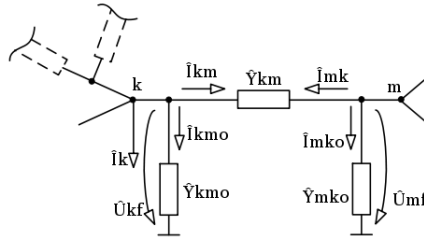
$$\begin{bmatrix} \hat{N}_{0k} \\ \hat{N}_{1k} \\ \hat{N}_{2k} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{b} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{a}^{2k} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{a}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{N}_{aks} \\ \hat{N}_{aks} \\ \hat{N}_{aks} \end{bmatrix}$$

7. Ustálené chody v uzlových sieťach

7.1. Metóda uzlových napätí

V uvažovanom uzle k uzlovej siete, ktorej časť je znázornená na Obr. 35, platí podľa Kirchhoffovho zákona o prúdoch v uzle pri prijatých orientáciách fázorov prúdov

$$\hat{I}_k + \sum_{m \in M_k} (\hat{I}_{km} + \hat{I}_{km0}) = 0. \quad (14)$$



Obr. 35. Základná schéma pri riešení pomocou metódy uzlových napätí

Označenie M_k predstavuje množinu indexov uzlov bezprostredne susediacich s uzlom k neobsahujúcu tento uzol.

Pre prúdy platia vzťahy

$$\begin{aligned} \hat{I}_{km} &= \hat{Y}_{km}(\hat{U}_{kf} - \hat{U}_{mf}) = -\hat{I}_{mk}, \\ \hat{I}_{km0} &= \hat{Y}_{km0} \hat{U}_{kf}. \end{aligned}$$

Ak do rovnice (14) dosadíme za prúdy, dostaneme vzťahy

$$\begin{aligned} \hat{I}_k &= - \sum_{m \in M_k} [\hat{Y}_{km}(\hat{U}_{kf} - \hat{U}_{mf}) + \hat{Y}_{km0} \hat{U}_{kf}] \\ \hat{I}_k &= \hat{U}_{kf} \sum_{m \in M_k} [-(\hat{Y}_{km0} + \hat{Y}_{km})] + \sum_{m \in M_k} \hat{Y}_{km} \hat{U}_{mf} \end{aligned}$$

Definične zavedieme vlastnú uzlovú impedanciu

$$\hat{Y}_{kk} = - \sum_{m \in M_k} (\hat{Y}_{km0} + \hat{Y}_{km}.$$

Jej zavedenie umožňuje zápis rovníc v tvare

$$\hat{I}_k = \hat{Y}_{kk} \hat{U}_{kf} + \sum_{m \in M_k} \hat{Y}_{km} \hat{U}_{mf} \longrightarrow \hat{I}_k = \sum_{m \in M_{kk}} \hat{Y}_{km} U_{mf} \quad (15)$$

kde M_{kk} je množina uzlov bezprostredne susediaca s uzlom k vrátane tohto uzla.

Na základe rovnice (15) dostávame v maticovom tvare rovnice

$$[\hat{I}] = [\hat{Y}][\hat{U}_f] \quad \sqrt{3}[\hat{I}] = [\hat{Y}][\hat{U}].$$

7.2. Metóda uzlových napätí so zadaným napätím v jednom uzle

Uzlu so zadaným fázorom napätia pridáme index 1. V zostávajúcich $n - 1$ uzloch (indexy 2 až n) sú zadané prúdy svojimi fázormi. Usporiadanie zodpovedá napríklad napájaniu z jedného napájacieho uzla.

V maticovom tvare môžeme pre tento prípad zostaviť rovnicu

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \vdots \\ \hat{I}_{n-1} \\ \hat{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} & \hat{Y}_{13} & \cdots & \hat{Y}_{1(n-1)} & \hat{Y}_{1n} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} & \hat{Y}_{23} & \cdots & \hat{Y}_{2(n-1)} & \hat{Y}_{2n} \\ \hat{Y}_{31} & \hat{Y}_{32} & \hat{Y}_{33} & \cdots & \hat{Y}_{3(n-1)} & \hat{Y}_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hat{Y}_{(n-1)1} & \hat{Y}_{(n-1)2} & \hat{Y}_{(n-1)3} & \cdots & \hat{Y}_{(n-1)(n-1)} & \hat{Y}_{(n-1)n} \\ \hat{Y}_{n1} & \hat{Y}_{n2} & \hat{Y}_{n3} & \cdots & \hat{Y}_{n(n-1)} & \hat{Y}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_{1f} \\ \hat{U}_{2f} \\ \hat{U}_{3f} \\ \vdots \\ \hat{U}_{(n-1)f} \\ \hat{U}_{nf} \end{bmatrix}$$

ktorú môžeme pre prehľadnosť zapísať pomocou blokov v tvare

$$\begin{bmatrix} [\hat{I}_1] \\ [\hat{I}_p] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\hat{Y}_{11}] & [\hat{Y}_{1p}] \\ [\hat{Y}_{p1}] & [\hat{Y}_{pp}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\hat{U}_{1f}] \\ [\hat{U}_{pf}] \end{bmatrix} \quad p = (2, 3, \dots, n)$$

Uvažujeme, že bloky $[\hat{Y}_{11}]$ a $[\hat{Y}_{pp}]$ sú regulárne a teda majú inverznú maticu. Z predošlého vzťahu plynú rovnosti

$$[\hat{I}_1] = [\hat{Y}_{11}][\hat{U}_{1f}] + [\hat{Y}_{1p}][\hat{U}_{pf}] \quad [\hat{I}_p] = [\hat{Y}_{p1}][\hat{U}_{1f}] + [\hat{Y}_{pp}][\hat{U}_{pf}].$$

Po násobení inverznou maticou $[\hat{Y}_{pp}]^{-1}$ a úpravách dostávame vzťahy

$$\begin{aligned} [\hat{U}_{pf}] &= [\hat{Y}_{pp}]^{-1}[\hat{I}_p] - [\hat{Y}_{pp}]^{-1}[\hat{Y}_{p1}][\hat{U}_{1f}] \quad \text{respektíve} \\ [\hat{Y}_{pp}][\hat{U}_{pf}] &= [\hat{I}_p] - [\hat{Y}_{p1}][\hat{U}_{1f}] \end{aligned}$$

ktoré predstavujú v maticovom zápise sústavu $n - 1$ lineárnych rovníc s obecné komplexnými číslami. Tie budeme riešiť.

7.3. Gauss-Seidlova metóda

Ide o iteratívnu metódu určenú na riešenie nelineárnych rovníc. Nie vždy dobre konverguje.

Základná úvaha

Rovnicu $f(x) = 0$ prepíšeme do tvaru $x = g(x)$. Ak je $x^{(k)}$ odhad v k -tom kroku, potom ďalšia iterácia je $x^{(k+1)} = g(x^{(k)})$. Takto pokračujeme pokiaľ rozdiel nasledujúcich iterácií nie je menší než stanovená presnosť ε ,

$$|x^{(k+1)} - x^{(k)}| \leq \varepsilon.$$

Niekedy je možné konvergenciu zlepšiť takzvaným akceleračným faktorom α ,

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha \left[g(x^{(k)}) - x^{(k)} \right].$$

Majme zadanú sústavu n rovníc s n neznámymi

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= c_1, \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= c_2, \\ &\dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= c_n \end{aligned}$$

a z každej rovnice vyjadríme jednu neznámu

$$\begin{aligned} x_1 &= c_1 + g_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ x_2 &= c_2 + g_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ &\dots \\ x_n &= c_n + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{aligned}$$

Pri výpočte k -tej iterácie sa využívajú aj k -té aproximácie z predchádzajúcich rovníc,

$$x_m^{(k)} = c_1 + g_1 \left(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{m-1}^{(k)}, \dots, x_n^{(k-1)} \right).$$

Konvergenciu testujeme pre každú premennú zvlášť.

7.4. Newton-Raphsonova metóda

Ide o najrozšírenejšiu metódu vhodnú pre riešenie nelineárnych rovníc. Pri jej použití využívame Taylorov polynom. Riešenie nelineárnych rovníc prevádza na riešenie rovníc lineárnych, odhad je postupne spresňovaný.

Základná úvaha

Majme rovnicu $f(x) = c$. Ak je $x^{(0)}$ počiatočný odhad a $\Delta x^{(0)}$ odchýlka od správneho riešenia, potom

$$f \left(x^{(0)} + \Delta x^{(0)} \right) = c.$$

Rozvojom do Taylorovej rady dostaneme

$$f \left(x^{(0)} \right) + \left(\frac{df}{dx} \right)^{(0)} \Delta x^{(0)} + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 f}{dx^2} \right)^{(0)} \left(\Delta x^{(0)} \right)^2 + \dots = c.$$

Vyššie rády však môžeme zanedbať (linearizácia) a dostávame

$$\Delta c^{(0)} \approx \left(\frac{df}{dx} \right)^{(0)} \Delta x^{(0)}$$

kde

$$\Delta c^{(0)} = c - f \left(x^{(0)} \right)$$

je takzvaný defekt.

Pričítaním $\Delta x^{(0)}$ k počiatočnému odhadu získame druhú aproximáciu

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \frac{\Delta c^{(0)}}{\left(\frac{df}{dx} \right)^{(0)}}.$$

(pre nultú deriváciu nie je možné).

Rovnakými vzťahmi v ďalších krokoch získame algoritmus metódy:

$$\begin{aligned}\Delta c^{(k)} &= c - f\left(x^{(k)}\right), \\ \Delta x^{(k)} &= \frac{\Delta c^{(k)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(k)}}, \\ x^{(k+1)} &= x^{(k)} + \Delta x^{(k)}, \\ \Delta c^{(k+1)} &= c - f\left(x^{(k+1)}\right).\end{aligned}$$

7.5. Systém n rovníc s n neznámymi

Majme rovnice

$$\begin{aligned}f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= c_1, \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= c_2, \\ &\dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= c_n.\end{aligned}$$

Z nich rozvojom do Taylorovej rady dostaneme

$$\begin{aligned}(f_1)^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} &= c_1, \\ (f_2)^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} &= c_2, \\ &\dots \\ (f_n)^{(0)} + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} &= c_n.\end{aligned}$$

Z toho po zápise do maticového tvaru dostávame

$$\begin{bmatrix} c_1 - \left(f_1^{(0)}\right) \\ c_2 - \left(f_2^{(0)}\right) \\ \vdots \\ c_n - \left(f_n^{(0)}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

a to môžeme skrátene zapísať ako

$$\Delta C^{(0)} = J^{(0)} \Delta X^{(0)}.$$

Potom platí rovnosť

$$\Delta X^{(0)} = [J^{(0)}]^{-1} \cdot \Delta C^{(0)}.$$

Algoritmus metódy teda je

$$\begin{aligned}\Delta C^{(k)} &= \begin{bmatrix} c_1 - \left(f_1^{(k)}\right) \\ c_2 - \left(f_2^{(k)}\right) \\ \vdots \\ c_n - \left(f_n^{(k)}\right) \end{bmatrix} \\ \Delta X^{(k)} &= [J^{(k)}]^{-1} \cdot \Delta C^{(k)}\end{aligned}$$

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \Delta X^{(k)}$$

$$\Delta C^{(k+1)} = \begin{bmatrix} c_1 - \left(f_1^{(k+1)}\right) \\ c_2 - \left(f_2^{(k+1)}\right) \\ \vdots \\ c_n - \left(f_n^{(k+1)}\right) \end{bmatrix}$$

kde

$$\Delta X^{(k)} = [\Delta x_1^{(k)}, \Delta x_2^{(k)}, \dots, \Delta x_n^{(k)}].$$

Matica $J^{(k)}$ je Jakobiho matica, s predpokladom regulárnosti, a platí pre ňu vzťah

$$J^{(k)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(k)} \end{bmatrix}.$$

7.6. Riešenie výkonových tokov (load flow)

Pretože v energetike sa častejšie požaduje znalosť výkonu a napätia, než prúdu a napätia, môžeme systém rovníc upraviť tak, že dostaneme vzťah

$$\hat{S}_k = 3\hat{S}_{kf} = 3\hat{U}_{kf}I_k^* = \sqrt{3}U_{kf} \sum_{m \in M_k} \sqrt{3}\hat{Y}_{km}^* U_{mf}^*$$

a po úprave

$$\hat{S}_k = \hat{U}_k \sum_{m \in M_k} \sqrt{3}\hat{Y}_{km}^* U_m^*.$$

V maticovom zápise platia pre výkon fázový \hat{S}_{kf} a trojfázový \hat{S}_k v uzle k rovnice

$$\begin{aligned} [\hat{S}_f] &= [\hat{U}_{f \text{ diag}}^*][\hat{I}] & [\hat{S}_f] &= [\hat{U}_{f \text{ diag}}^*][\hat{Y}][\hat{U}_f] \\ [\hat{S}] &= [\hat{U}_{\text{diag}}^*][\hat{I}]\sqrt{3} & [\hat{S}] &= [\hat{U}_{\text{diag}}^*][\hat{Y}][\hat{U}] \end{aligned}$$

Poslednú rovnicu môžeme rozpísať ako

$$\begin{bmatrix} \hat{S}_1 \\ \vdots \\ \hat{S}_k \\ \vdots \\ \hat{S}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U}_1^* & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \hat{U}_k^* & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & \hat{U}_n^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \dots & \hat{Y}_{1k} & \dots & \hat{Y}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \hat{Y}_{11} & \dots & \hat{Y}_{1k} & \dots & \hat{Y}_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{Y}_{11} & \dots & \hat{Y}_{1k} & \dots & \hat{Y}_{1n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \vdots \\ \hat{U}_k \\ \vdots \\ \hat{U}_n \end{bmatrix}$$

– zadané výkony \rightarrow nelinearita

Ciel: určenie \hat{P} , \hat{Q} , \hat{U} , $\hat{\delta}$ v uzloch a vetvách

Jednotlivé typy uzlov

Tab. 7. Rôzne možnosti zadania veličín v uzloch

	výkon v uzle		zložky fázoru napätia v uzle	
Kategória uzla	zadaný	má sa určiť	zadaný	má sa určiť
slack $U\delta$	—	P, Q	U, ϑ	—
PQ	P, Q	—	—	U, ϑ
PU	P	Q	U	ϑ
$Q\delta$	Q	P	ϑ	U

Slack predstavuje bilančný uzol. K tomuto uzlu sa vzťahujú fázové posuny napätí všetkých ostatných uzlov. Spravidla obsahuje zdroj s veľkým výkonom, môže tvoriť mohutnú sústavu. Dorovnáva činný aj jalový výkon.

Uzly PQ predstavujú záťaže a elektrárne s výkonom určeným podľa harmonogramu.

Uzly PU predstavujú uzly s odberom a s kompenzátorom, slúžiacim na udržanie veľkosti napätia.

Veličiny rozdeľujeme na

- pevné — požiadavky (P, Q záťaže, P generátora),
- stavové — nezávisle premenné (U, δ záťaže, δ generátora),
- riadiace — tu nemenné (U bilančného uzla a generátorov), menia sa pri optimalizáciách.

Pre uzlový prúd a uzlový výkon platia vzťahy

$$\begin{aligned}
 I_i &= U_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} U_j \quad j \neq i \\
 P_i + j Q_i &= U_i I_i^* \\
 I_i &= \frac{P_i - j Q_i}{U_i^*}
 \end{aligned}$$

čo po úprave je možné zapísať ako

$$\frac{P_i - j Q_i}{U_i^*} = U_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} U_j \quad j \neq i$$

Gauss-Seidel Power Flow Solution

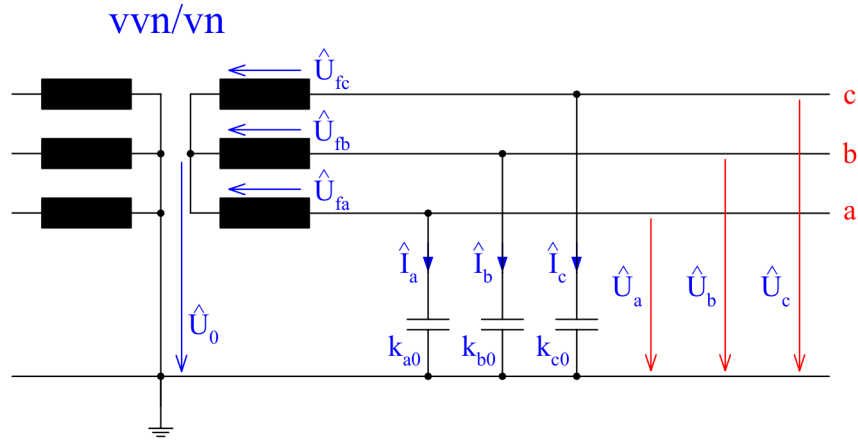
FIXME

Newton-Raphson Power Flow Solution

FIXME

8. Zemné spojenia

V sieťach prevádzkovaných s izolovaným uzlom, prípadne v sieťach, ktorých uzol je pripojený na zem cez zhašiaciu tlmičku, nazývame vodivé spojenie jednej fázy so zemou zemné spojenie. Zásadný rozdiel medzi jednofázovým skratom a zemným spojením je v tom, že skratový prúd je väčšinou niekoľkonásobne väčší než prúd prevádzkový a má indukčný charakter, zato v mieste zemného spojenia prechádza iba malý prúd kapacitného charakteru. Ďalšou zvláštnosťou tohto prúdu je, že nezávisí na vzdialenosti od zdroja (je približne rovnaký vo všetkých miestach siete).



Obr. 36. Trojfázová sústava s izolovaným uzlom

Pre napätia a prúdy podľa obrázku Obr. 36 platia vzťahy

$$\begin{aligned}\hat{U}_{fk} + \hat{U}_0 - \hat{U}_k &= 0 \\ \hat{I}_k &= j\omega k_{k0} \hat{U}_k\end{aligned}$$

pre $k \in a, b, c$.

Pretože sieť má izolovaný uzol, musí pre prúdy platiť

$$\hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c = 0 = \sum \hat{I}_k.$$

Vzhľadom na to, že napätia sú rovnaké a iba fázovo posunuté, teda platí

$$\hat{U}_{fb} = \hat{a}^2 \hat{U}_{fa} \quad \hat{U}_{fc} = \hat{a} \hat{U}_{fa},$$

môžeme vzťah pre \hat{U}_0 , zostavený na základe predošlých rovníc, napísať ako

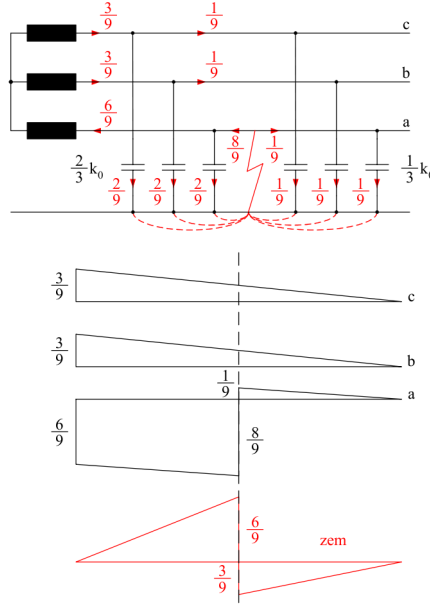
$$\hat{U}_0 = -\frac{k_{a0} + \hat{a}^2 k_{b0} + \hat{a} k_{c0}}{k_{a0} + k_{b0} + k_{c0}} \hat{U}_{fa}.$$

Je vidieť, že v prípade kapacitne symetrickej siete, kde platí

$$k_{a0} = k_{b0} = k_{c0} = k_0,$$

bude napätie izolovaného uzla voči zemi pri bezporuchovom stave nulové,

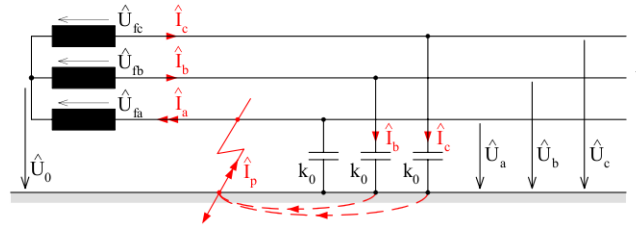
$$\hat{U}_0 = 0.$$



Obr. 37. Približné vyjadrenie veľkostí prúdov vo fázach a v zemi v závislosti na polohe zemného spojenia

8.1. Dokonalé trvalé zemné spojenie

Pri dokonalom (kovovom) trvalom zemnom spojení bude schéma symetrickej siete podľa Obr. 38.



Obr. 38. Trvalé zemné spojenie

Poruchový prúd \hat{I}_p je zložený z dvoch prúdov, ktoré tečú cez kapacity nepostihnutých fáz. Kapacita postihnutej fázy je preklenutá poruchou a preto sa neuplatní.

Z Obr. 38 plynú nasledovné vzťahy:

$$\begin{aligned}\hat{I}_p &= \hat{I}_a = \hat{I}_b + \hat{I}_c, \\ \hat{U}_a &= 0, \\ \hat{I}_b &= j\omega k_0 \hat{U}_b \quad \hat{I}_c = j\omega k_0 \hat{U}_c, \\ \hat{U}_{fk} + \hat{U}_0 - \hat{U}_k &= 0 \quad \forall k \in \{a, b, c\}.\end{aligned}$$

Pretože $\hat{U}_a = 0$, platí pre napätia

$$\begin{aligned}\hat{U}_0 &= -\hat{U}_{fa} \\ \hat{U}_b &= \hat{U}_0 + \hat{U}_{fb} = (-1 + \hat{a}^2) \hat{U}_{fa} = -\sqrt{3}e^{j30^\circ} \hat{U}_{fa} \\ \hat{U}_c &= \hat{U}_0 + \hat{U}_{fc} = (-1 + \hat{a}) \hat{U}_{fa} = -\sqrt{3}e^{-j30^\circ} \hat{U}_{fa}\end{aligned}$$

Pri dokonalom zemnom spojení sa zväčšia napätia nepostihnutých fáz oproti zemi na združenú hodnotu.

Pre poruchový prúd platí vzťah

$$\hat{I}_p = \hat{I}_b + \hat{I}_c = j\omega k_0(\hat{U}_b + \hat{U}_c)$$

kam dosadíme za \hat{U}_b a \hat{I}_c a dostávame

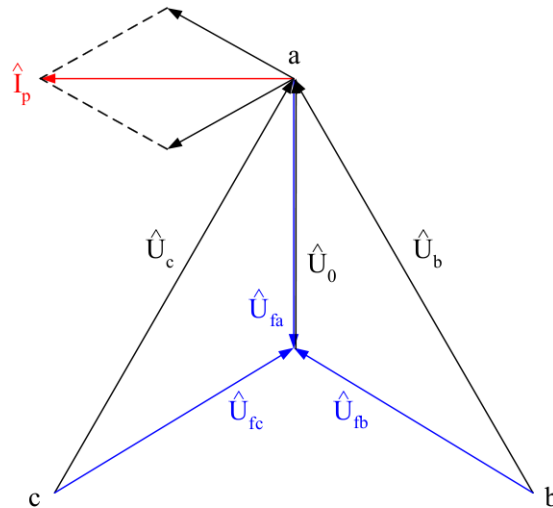
$$\begin{aligned}\hat{I}_p &= j\omega k_0(-\hat{U}_{fa} + \hat{a}^2 \hat{U}_{fa} - \hat{U}_{fa} + \hat{a} \hat{U}_{fa}) = \\ &= j\omega k_0 \hat{U}_{fa}[-1 + \hat{a}^2 - 1 + \hat{a}] = \\ &= j\omega k_0 \hat{U}_{fa}[-1 + (\hat{a}^2 + \hat{a} + 1) - 1 - 1] = \\ &= j\omega k_0 \hat{U}_{fa}[-1 + 0 - 1 - 1] = \\ &= -3j\omega k_0 \hat{U}_{fa} = 3j\omega k_0 \hat{U}_0.\end{aligned}$$

Pre veľkosť poruchového prúdu platí

$$I_p = 3\omega k_0 U_0 \quad (\text{A}; \text{s}^{-1}, \text{F}, \text{V}).$$

Je vidieť, že poruchový prúd prebieha o $\pi/2$ napätie v uzle sústavy a je súčtom kapacitných prúdov z ostatných, nepostihnutých, fáz. Závisí na celkovej rozlohe siete pripojenej k transformátoru. Jeho veľkosť v danej sieti prakticky nezáleží na vzdialenosti miesta poruchy od transformátoru.

Napäťové a prúdové pomery sú znázornené vo fázorovom diagrame v Obr. 39.

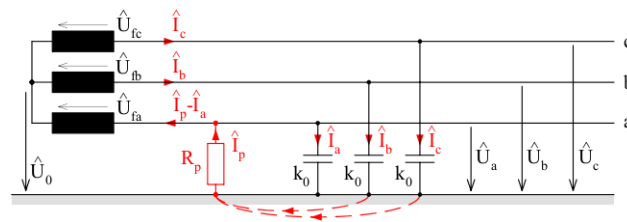


Obr. 39. Fázorový diagram trvalého zemného spojenia

8.2. Odporové zemné spojenie

V prípade odporového zemného spojenia je poruchový prúd obmedzený prechodovým odporom, ktorého hodnota je niekoľko stoviek ohmov.

Základná schéma je zobrazená na Obr. 40.



Obr. 40. Odporové zemné spojenie

V tomto prípade platia rovnice

$$\begin{aligned}\hat{U}_{fk} + \hat{U}_0 - \hat{U}_k &= 0 \\ \hat{I}_k &= j\omega k_{k0} \hat{U}_k \\ \hat{I}_p &= -R_p^{-1} \hat{U}_a \\ \hat{U}_0 &= -\frac{j\omega(k_{a0} + \hat{a}^2 k_{b0} + \hat{a}^2 k_{c0}) + R_p^{-1}}{j\omega(k_{a0} + k_{b0} + k_{c0}) + R_p^{-1}} \hat{U}_{fa}.\end{aligned}$$

Symbolicky zapísané,

$$\hat{U}_0 = -\frac{\hat{A} + G_p}{\hat{B} + G_p} \hat{U}_{fa} \quad \hat{U}_0 = f(G_p).$$

Rozlišujeme dva krajné prípady vzhľadom na G_p :

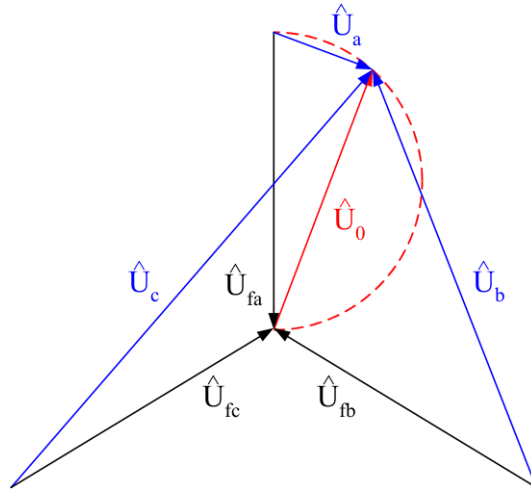
- $G_p = 0$

$$[\hat{U}_0]_{G_p=0} = 0,$$

- $G_p \rightarrow \infty$

$$[\hat{U}_0]_{G_p \rightarrow \infty} = -\hat{U}_{fa}.$$

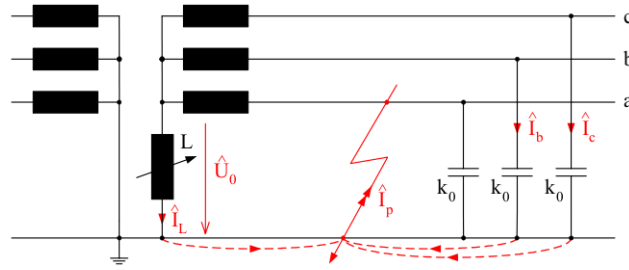
Napätové a pomery sú znázornené vo fázorovom diagrame v Obr. 41.



Obr. 41. Fázorový diagram odporového zemného spojenia

8.3. Zhášacia tlmivka

Zhášacia tlmivka predstavuje najpoužívanější spôsob kompenzácie zemných prúdov. Zapája sa medzi uzol transformátoru a zem. Jej indukčnosť nastavujeme tak, aby indukčný prúd tečúci od nej k miestu zemného spojenia kompenzoval kapacitné prúdy zdravých fáz a aby došlo k uhaseniu oblúka.



Obr. 42. Zemné spojenie so zhášacou tlmivkou

Pre poruchový prúd v takomto usporiadaní platí vzťah

$$\hat{I}_p = \hat{I}_L + \hat{I}_b + \hat{I}_c.$$

Je vidieť, že ak sa nám podarí dosiahnuť vhodnú veľkosť prúdu tlmivkou, poruchový prúd môžeme vykompenzovať.

Prúd tečúci ideálnou zhášacou tlmivkou bude oneskorený o $\pi/2$ za napätím \hat{U}_0 a bude preň platiť vzťah

$$\hat{I}_L = -j \frac{1}{\omega L} \hat{U}_0.$$

S uvažovaním vzťahov

$$\begin{aligned} \hat{I}_p &= \hat{I}_b + \hat{I}_c = 3j\omega k_0 \hat{U}_0, \\ \hat{I}_p &\stackrel{!}{=} 0 \end{aligned}$$

dostávame pre poruchový prúd a následne pre indukčnosť vzťahy

$$\hat{I}_p = j \hat{U}_0 \left(3\omega k_0 - \frac{1}{\omega L} \right)$$

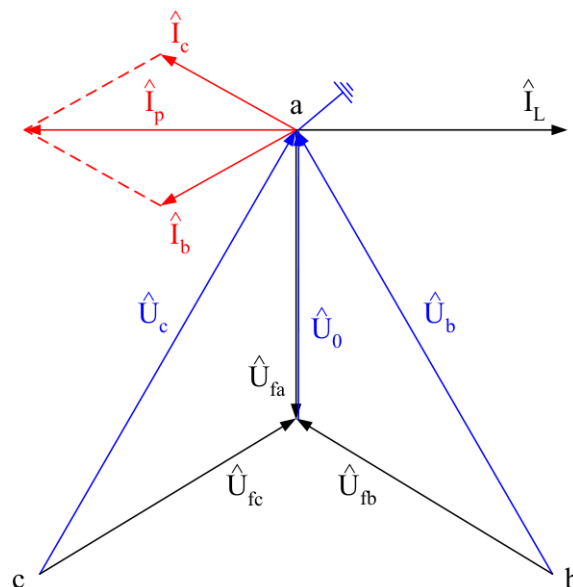
$$L = \frac{1}{3\omega^2 k_0}$$

Zdanlivý výkon zhášacej tlmivky určíme ako

$$\hat{S} = \hat{U}_0 \hat{I}_L^* = j \frac{U_0^2}{\omega L} = j \frac{k_0 U_0^2 3\omega^2}{\omega} = j\omega k_0 U^2$$

Pri ideálnej kompenzácii netečie miestom poruchy žiaden prúd a teda oblúk sa neudrží. V skutočnosti však zostáva v mieste poruchy zbytkový prúd – kompenzácia nie je nikdy ideálna, napríklad vplyvom nepresného nastavenia indukčnosti, nevykompenzovateľnou zložkou spôsobenou zvodmi vedení a činným odporom zhášacej tlmivky alebo prúdmi vyšších harmonických. Avšak ak je zbytkový prúd malý, aj tak môže dôjsť k uhaseniu oblúka.

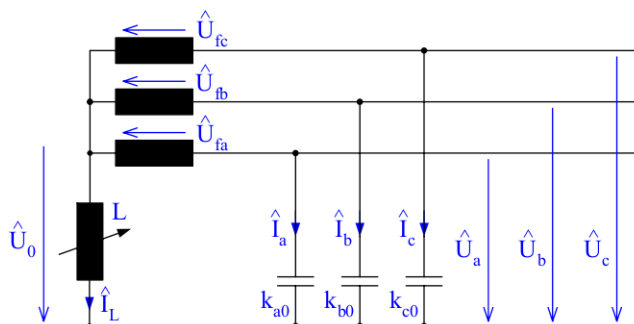
Napäťové a prúdové pomery sú znázornené vo fázorovom diagrame v Obr. 43.



Obr. 43. Fázorový diagram zemného spojenia so zhášacou tlmivkou

Ladenie zhášacej tlmivky

Vhodná veľkosť indukčnosti zhášacej tlmivky sa stanovuje pri návrhu a voľbe tlmivky výpočtom. Správne nastavenie sa potom vykonáva v bezporuchovom stave danej siete. Pri odpojení alebo pripojení niektorého vedenia do rozvodne je potrebné tlmivku preladiť. Preladenie je možné odbočkami, alebo jednoducho a plynulo, na diaľku, ručne alebo samočinne, zmenou magnetického obvodu pomocou motoru.



Obr. 44. Ladenie zhášacej tlmivky pripojenej do uzla trojfázovej siete

Pre zapojenie na Obr. 44 platia rovnice

$$\begin{aligned}\hat{U}_0^+ &= j\omega L \hat{I}_L \\ \hat{U}_k &= \hat{U}_{fk} + \hat{U}_0^+\end{aligned}$$

pre $k \in a, b, c$. Pre prúdy platia rovnice

$$-\hat{I}_L = \hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c = j\omega(k_{a0}\hat{U}_a + k_{b0}\hat{U}_b + k_{c0}\hat{U}_c)$$

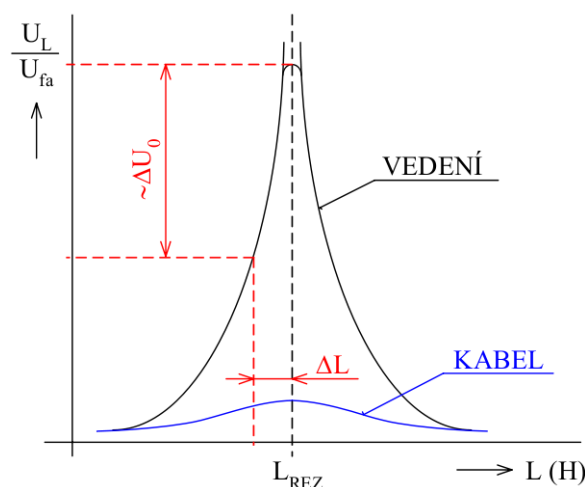
kam po dosadení za napätia a za prúd \hat{I}_L dostávame vzťah

$$\hat{U}_0^+ = \frac{-\omega^2 L (k_{a0} + \hat{a}^2 k_{b0} + \hat{a} k_{c0})}{\omega^2 L (k_{a0} + k_{b0} + k_{c0}) - 1} \hat{U}_{fa}.$$

Graf funkcie

$$\left| \frac{U_0^+}{U_{fa}} \right| = f(L)$$

znázornený na Obr. 45 je rezonančnou krivkou obvodu na Obr. 44.



Obr. 45. Rezonančné krivky

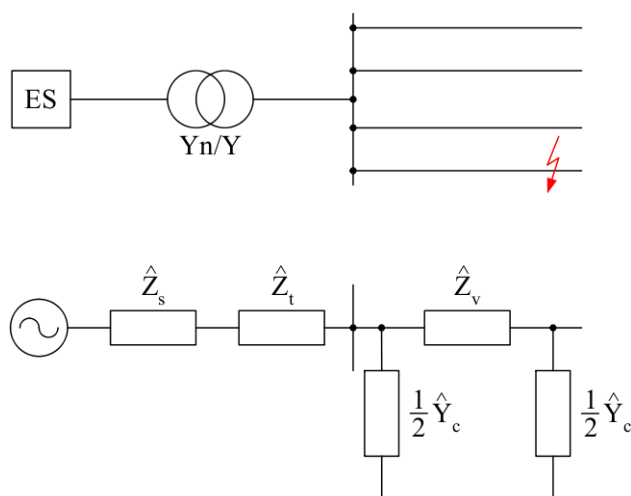
Priamka prechádzajúca vrcholom určuje indukčnosť L_{rez} pri ktorej dochádza v prípade zemného spojenia k úplnej kompenzácii zemného prúdu.

V prípade káblového vedenia je krivka plochá, pretože je zaručená dobrá symetria. V prípade nesy-metrických vedení by pri naladení do rezonancie bol uzol transformátoru namáhaný veľkým napätím. Preto je zhášacia tlmivka zámerne rozladená o hodnotu ΔL . Tým poklesne aj napätie. Hlavné je, aby aj pri tomto rozladení dokázala tlmivka vykompenzovať poruchový prúd aspoň na takú hodnotu, aby zhasol oblúk.

8.4. Trvalé zemné spojenie metódou súmerných zložiek

V prípade poruchy na fáze a a jej spojením so zemou môžeme napísať charakteristické rovnice

$$\hat{U}_a = 0 \quad \hat{I}_b = 0 \quad \hat{I}_c = 0.$$



Obr. 46. Trvalé zemné spojenie

Na Obr. 46 je $\hat{\mathbf{Z}}_s$ impedancia sústavy, $\hat{\mathbf{Z}}_t$ impedancia transformátora, $\hat{\mathbf{Z}}_v$ impedancia vedenia a $\hat{\mathbf{Y}}_c$ je kapacitná admitancia vedenia. Pre ich veľkosti platí

$$\hat{\mathbf{Y}}_c^{-1} = \hat{\mathbf{Z}}_c = -jX_c$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_c \gg \hat{\mathbf{Z}}_v, \hat{\mathbf{Z}}_t, \hat{\mathbf{Z}}_s$$

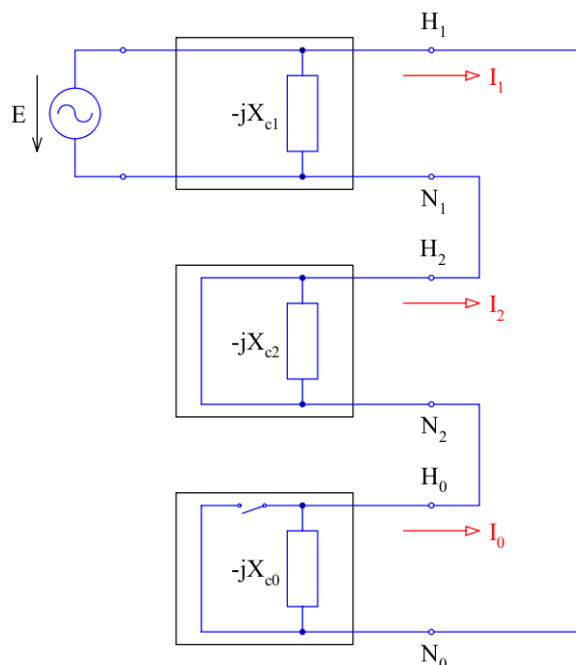
Prechodom k zložkovým veličinám získame pre zložkové prúdy rovnice

$$\hat{\mathbf{I}}_F = \hat{\mathbf{F}}^{-1} \hat{\mathbf{I}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}}_a \\ \hat{\mathbf{I}}_a \\ \hat{\mathbf{I}}_a \end{bmatrix}$$

Pre prúdy v zložkových sústavách platia vzťahy

$$\hat{\mathbf{I}}_1 = \hat{\mathbf{I}}_2 = \hat{\mathbf{I}}_0 = \frac{1}{3} \hat{\mathbf{I}}_a$$

a podľa nich môžeme vzájomne prepojiť náhradné schémy zložkových sústav. Ak však zohľadníme veľkosti jednotlivých impedancií, môžeme zapojenie zjednodušiť tak, ako je na Obr. 47.



Obr. 47. Prepojenie náhradných schém zložkových sústav pri zanedbaní indukčných reaktancií článkov ES

Na základe Obr. 47 môžeme napísať rovnice pre zložkové prúdy

$$\hat{\mathbf{I}}_1 = \frac{\hat{\mathbf{E}}}{-jX_{c0}} \quad \hat{\mathbf{I}}_2 = \hat{\mathbf{I}}_1 \quad \hat{\mathbf{I}}_0 = \hat{\mathbf{I}}_1.$$

Zložkové napätia v mieste poruchy sú

$$\hat{\mathbf{U}}_1 = \hat{\mathbf{E}} \quad \hat{\mathbf{U}}_2 = 0 \quad \hat{\mathbf{U}}_0 = -\hat{\mathbf{E}}.$$

Fázové prúdy sú rovné

$$\hat{\mathbf{I}}_a = 3\hat{\mathbf{I}}_1 \quad \hat{\mathbf{I}}_b = 0 \quad \hat{\mathbf{I}}_c = 0$$

a poruchový prúd je rovný

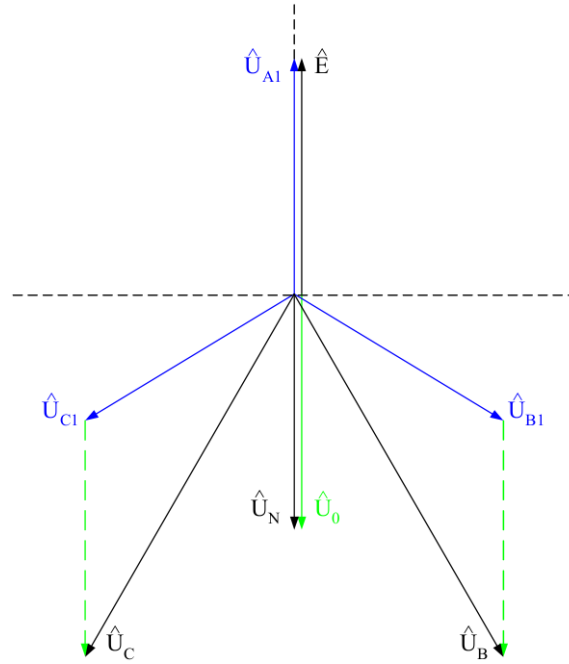
$$\hat{\mathbf{I}}_p = -\hat{\mathbf{I}}_a = -3j \frac{\hat{\mathbf{E}}}{X_{c0}} = -3j \omega k_0 \hat{\mathbf{E}}.$$

Fázové napätia stanovíme ako

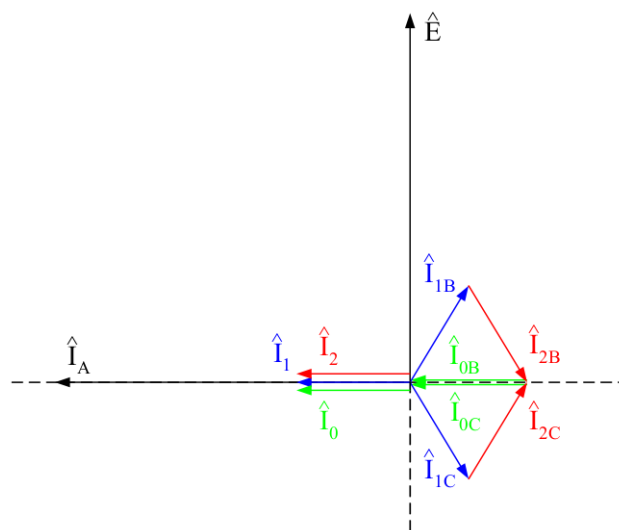
$$\begin{aligned}\hat{U}_a &= 0, \\ \hat{U}_b &= \hat{U}_{b1} + \hat{U}_{b2} + \hat{U}_{b0} = \hat{a}^2 \hat{U}_1 + \hat{a} \hat{U}_2 + \hat{U}_0 = \hat{a}^2 \hat{E} - \hat{E} = (\hat{a}^2 - 1) \hat{E}, \\ \hat{U}_c &= \hat{a} \hat{U}_1 + \hat{a}^2 \hat{U}_2 + \hat{U}_0 = \hat{a} \hat{E} - \hat{E} = (\hat{a} - 1) \hat{E}.\end{aligned}$$

Fázor napätia uzla stanovíme ako

$$\begin{aligned}\hat{U}_N &= \frac{1}{3}(\hat{U}_a + \hat{U}_b + \hat{U}_c) = \frac{1}{3}(\hat{a}^2 - 1 + \hat{a} - 1) \hat{E}, \\ \hat{U}_N &= -\hat{E}.\end{aligned}$$



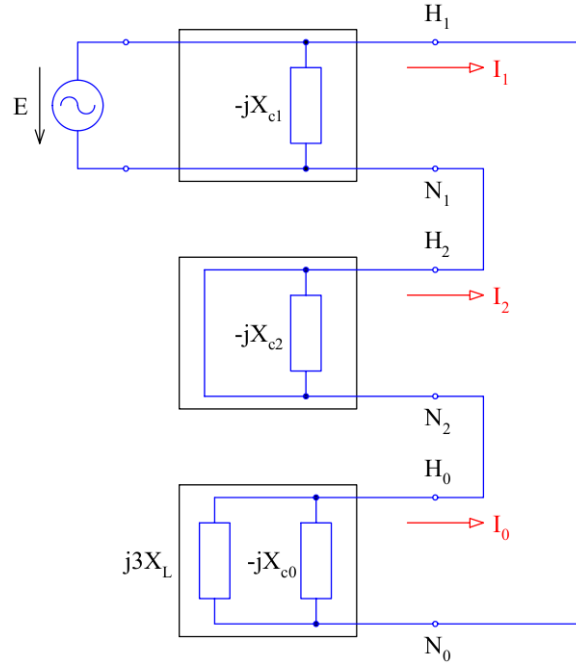
Obr. 48. Fázorový diagram napätí pri trvalom zemnom spojení



Obr. 49. Fázorový diagram prúdov pri trvalom zemnom spojení

S uzlom transformátoru uzemneným cez zhášaciu tlmivku

Náhradná zložková schéma sa bude líšiť od predchádzajúceho prípadu tým, že v obvode transformátoru bude v schéme nulovej zložky zapojená trojnásobná reaktancia X_L . Dostávame tak náhradnú zložkovú schému, ktorá je znázornená na Obr. 50.



Obr. 50. Náhradná schéma zložkových sústav pri zemnom spojení a pri uzemnení uzla transformátoru cez zhášaciu tlmivku

Aj v tomto prípade zanedbáme rezistancie a indukčné reaktancie ostatných článkov oproti kapacitným reaktanciám. Pre celkové impedancie zložkových schém potom platí

$$\hat{Z}_{c1} = 0 \quad \hat{Z}_{c2} = 0 \quad \hat{Z}_{c0} = \frac{j3X_L(-jX_c)}{j3X_L - jX_c} = j \frac{3X_L X_c}{X_c - 3X_L}.$$

Pre súsledný prúd platí vzťah

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{E}}{\hat{Z}_{c1} + \hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}} = \frac{\hat{E}}{j \frac{3X_L X_{c0}}{X_{c0} - 3X_L}} = -j \frac{X_{c0} - 3X_L}{3X_L X_{c0}} \hat{E}$$

a pre poruchový zemný prúd platí vzťah

$$\hat{I}_p = -\hat{I}_a = -3\hat{I}_1 = j \frac{X_c - 3X_L}{X_L X_c} \hat{E}.$$

Z podmienky aby bol poruchový prúd nulový, $\hat{I}_p \stackrel{!}{=} 0$, plyní vzťah

$$\begin{aligned} X_{c0} - 3X_L &= 0 \\ X_L &= \frac{1}{3} X_{c0} = \frac{1}{3\omega k_0} \end{aligned}$$

9. Skraty

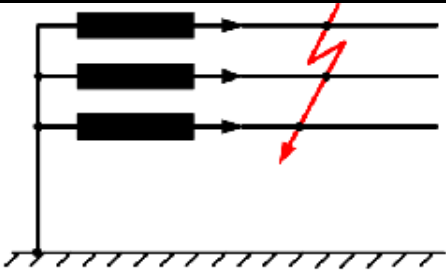
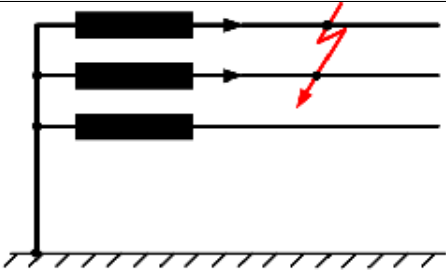
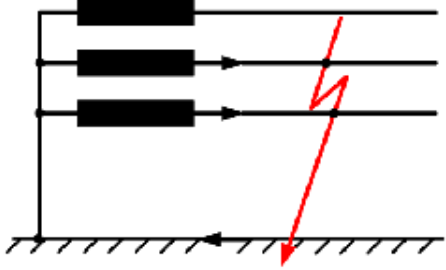
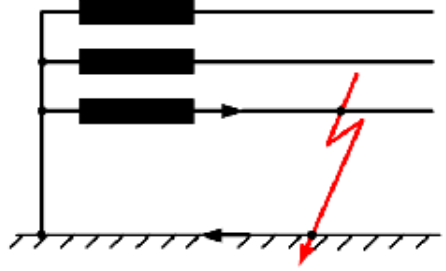
Skratky predstavujú najrozšírenejšie poruchy v elektrizačnej sústave. Skrat vznikne poruchovým spojením fáz navzájom, alebo spojením so zemou v sústave s uzemneným uzlom.

Pri skrate sa celková impedancia skratom postihnutej oblasti siete znižuje a zväčšujú sa prúdy. To vedie k zníženiu napätí v miestach blízkyh skratu. Obvykle v mieste skratu vznikajú prechodové odpory (odpor elektrického oblúku).

9.1. Druhy skratov

V prípade vonkajších vedení sú trojfázové skraty málo časté, zato v prípade káblových vedení sú časté kvôli tomu, že pôsobením oblúka prechádzajú ostatné typy skratov na trojfázový.

Tab. 8. Druhy skratov

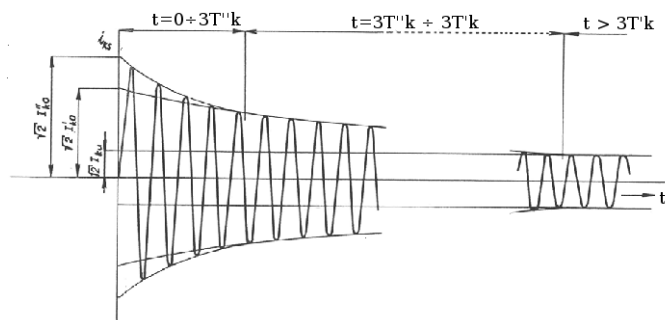
Druh skratu	Schéma	Pravdepodobnosť výskytu (%)		
		vn	110 kV	220 kV
trojfázový		5	0,6	0,9
dvojfázový		10	4,8	0,6
dvojfázový zemný		20	3,8	5,4
jednofázový		*	91	93,1

9.2. Časové priebehy skratových prúdov

Súmerný skratový prúd

Predpokladáme, že pred skratom bola sústava v chode naprázdno, že činné odpory sú zanedbateľné a skratový prúd obmedzujú iba reaktancie. Skratový prúd má predovšetkým indukčný charakter a je

oneskorený za napätím o $\pi/2$. Nastáva vtedy, ak ku skratu dochádza v okamihu prechodu napätia maximom.



Obr. 51. Priebeh súmerného skratového prúdu

Symetrický skratový prúd má tri zložky:

- **rázová zložka** — má sínusový priebeh s kmitočtom sústavy, exponenciálne klesá s časovou konštantou T''_k ,
- **prechodná zložka** — má sínusový priebeh s kmitočtom sústavy, exponenciálne klesá s časovou konštantou T'_k ,
- **ustálená zložka** — má sínusový priebeh so stálou amplitúdou a s kmitočtom sústavy.

Názvoslovie popisu skratového prúdu:

- **Súmerný skratový prúd** v sústave I_{ks} je efektívna hodnota súčtu ustálenej prechodnej a rázovej zložky skratového prúdu.
- **Rázový skratový prúd** v sústave I''_k je efektívna hodnota súmerného skratového prúdu v období trvania rázovej zložky skratového prúdu, teda prakticky v období $t = 0 \div 3T''_k$.
- **Počiatočný rázový skratový prúd** v sústave I''_{k0} je hodnota rázového skratového prúdu v okamžiku vzniku skratu pre $t = 0$.
- **Prechodný skratový prúd** v sústave I'_k je súmerný skratový prúd v období od vzniku rázovej zložky do zániku prechodnej zložky, teda prakticky v období $t = 3T''_k \div 3T'_k$.
- **Počiatočný prechodný skratový prúd** v sústave I'_{k0} je efektívna hodnota súčtu trvalej a prechodnej zložky skratového prúdu v okamžiku vzniku skratu $t = 0$. Pri vyvinutí rázového skratového prúdu sa k nej dospeje predĺžením exponenciály prechodného skratového prúdu do okamžiku vzniku skratu.
- **Ustálený skratový prúd** v sústave I_{ku} je súmerný skratový prúd po zaniknutí prechodných zložiek, teda pre $t > 3T'_k$.

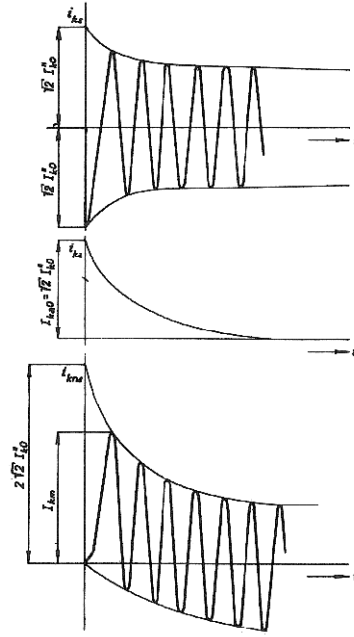
Nesúmerný skratový prúd

Tento prípad nastáva, ak skrat vznikne v okamihu nulového napätia. Fázovo posunutý prúd by mal začínať zo svojej maximálnej hodnoty. Skoková zmena prúdu však nie je možná, preto sa vytvorí ďalšia zložka prúdu:

- **jednosmerná zložka** — exponenciálne zanikajúca s časovou konštantou T_a .

K tomu sa viažu ďalšie pojmy:

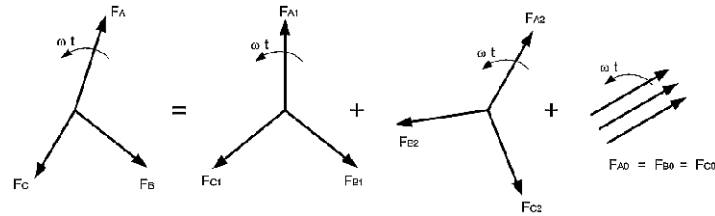
- **Počiatočná jednosmerná zložka** I_{ka} je jednosmerná zložka skratového prúdu v čase $t = 0$. Jej veľkosť je taká, aby po superpozícii so striedavými zložkami skratového prúdu výsledný skratový prúd začínal z nulovej hodnoty.
- **Nárazový prúd** I_{km} je vrcholová hodnota prvej polperiody skratového prúdu pri najväčšej možnej jednosmernej zložke.



Obr. 52. Priebeh nesúmerného skratového prúdu

9.3. Metóda súmerných zložiek

V trojfázových sústavách môžeme každú hviezdicu nesymetrických napätí nahradiť zložením symetrických fázorov sústavy súslednej, spätnej a netočivej, tak ako je znázornené na Obr. 53.



Obr. 53. Náhrada nesymetrických fázorov zložkovými fázormi

Vzťah medzi napätiami fáz a napätiami v zložkách

$$\begin{aligned}\hat{U}_a &= \hat{U}_{a1} + \hat{U}_{a2} + \hat{U}_{a0}, \\ \hat{U}_b &= \hat{U}_{b1} + \hat{U}_{b2} + \hat{U}_{b0}, \\ \hat{U}_c &= \hat{U}_{c1} + \hat{U}_{c2} + \hat{U}_{c0}.\end{aligned}$$

Ak zvolíme za referenčný bod fázu A, môžeme tieto rovnice prepísať do tvaru

$$\begin{aligned}\hat{U}_a &= \hat{U}_1 + \hat{U}_2 + \hat{U}_0, \\ \hat{U}_b &= \hat{a}^2 \hat{U}_1 + \hat{a} \hat{U}_2 + \hat{U}_0, \\ \hat{U}_c &= \hat{a} \hat{U}_1 + \hat{a}^2 \hat{U}_2 + \hat{U}_0\end{aligned}$$

a rovnice pre prúdy môžeme zapísať ako

$$\begin{aligned}\hat{I}_a &= \hat{I}_1 + \hat{I}_2 + \hat{I}_0, \\ \hat{I}_b &= \hat{a}^2 \hat{I}_1 + \hat{a} \hat{I}_2 + \hat{I}_0, \\ \hat{I}_c &= \hat{a} \hat{I}_1 + \hat{a}^2 \hat{I}_2 + \hat{I}_0\end{aligned}$$

pričom pre \hat{a} platí

$$\hat{a} = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \hat{a}^2 = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Tieto rovnice môžeme zapísať v maticovom tvare ako

$$\begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \hat{a}^2 & \hat{a} & 1 \\ \hat{a} & \hat{a}^2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_0 \end{bmatrix} \quad \hat{U} = \hat{F} \hat{U}_F$$

respektíve

$$\hat{U}_F = \hat{F}^{-1} \hat{U} \quad \hat{F}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

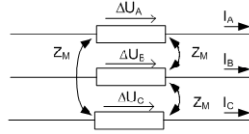
Z rovnice (16) plynú vzťahy

$$\begin{aligned} \hat{U}_1 &= \frac{1}{3} (\hat{U}_a + \hat{a}U_b + \hat{a}^2U_c) \\ \hat{U}_2 &= \frac{1}{3} (\hat{U}_a + \hat{a}^2U_b + \hat{a}U_c) \\ \hat{U}_0 &= \frac{1}{3} (\hat{U}_a + \hat{U}_b + \hat{U}_c) \end{aligned}$$

9.4. Symetické články v podmienkach nesymetrického prevádzkového stavu

Pri rozbere nesymetrických prevádzkových stavov ES sa obmedzíme na prípady jedinej miestnej nesymetrie, teda budeme predpokladať, že nesymetria je spôsobená jediným nesymetrickým článkom a že ostatné články ES sú symetrické. Sieť medzi zdrojmi a miestom nesymetrie je možné vyjadriť kombináciou symetrických pasívnych článkov.

Pozdĺžne články



Obr. 54. Pozdĺžny symetrický statický článok

Pre úbytky na článku zapojenom podľa Obr. 54 platia rovnice

$$\begin{bmatrix} \Delta U_a \\ \Delta U_b \\ \Delta U_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad \Delta \hat{U} = \hat{Z} \hat{I}.$$

Prejdeme k súmerným zložkám a dostaneme

$$\hat{F} \Delta \hat{U}_F = \hat{Z} \hat{F} \hat{I}_F \implies \Delta \hat{U}_F = \hat{F}^{-1} \hat{Z} \hat{F} \hat{I}_F = \hat{Z}_s \hat{I}_F$$

kde

$$\hat{Z}_s = \hat{F}^{-1} \hat{Z} \hat{F} = \begin{bmatrix} \hat{Z} - \hat{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \hat{Z} - \hat{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Z} + 2\hat{Z}_m \end{bmatrix}.$$

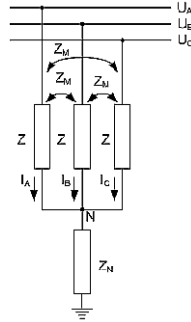
Úbytky napätí na pozdĺžne zapojenom statickom článku sú v sústave súmerných zložiek závislé iba na prúde príslušnej zložkovej sústavy a na impedanciách daného článku,

$$\begin{aligned} \Delta \hat{U}_1 &= (\hat{Z} - \hat{Z}_m) \hat{I}_1 = \Delta \hat{U}_F = \hat{Z}_1 \hat{I}_1 \\ \Delta \hat{U}_2 &= (\hat{Z} - \hat{Z}_m) \hat{I}_1 = \Delta \hat{U}_F = \hat{Z}_2 \hat{I}_2 \\ \Delta \hat{U}_0 &= (\hat{Z} + 2\hat{Z}_m) \hat{I}_0 = \Delta \hat{U}_F = \hat{Z}_0 \hat{I}_0 \end{aligned}$$

Pre statické symetrické články pozdĺžne zapojené platí

$$\hat{Z}_1 = \hat{Z}_2 = \hat{Z} - \hat{Z}_m \quad \hat{Z}_0 = \hat{Z} + 2\hat{Z}_m.$$

Priečne články



Obr. 55. Priečny symetrický statický článok

Zapojeniu z Obr. 55 zodpovedajú rovnice

$$\hat{U} = \hat{Z}\hat{I} + \hat{Z}_N\hat{I}$$

kde

$$\hat{Z}_N = \begin{bmatrix} Z_N & Z_N & Z_N \\ Z_N & Z_N & Z_N \\ Z_N & Z_N & Z_N \end{bmatrix}$$

Prejdeme k súmerným zložkám

$$\begin{aligned} \hat{F}\hat{U}_F &= \hat{Z}\hat{F}\hat{I}_F + \hat{Z}_N\hat{F}\hat{I}_F \\ \hat{U}_F &= \hat{F}^{-1}\hat{Z}\hat{F}\hat{I}_F + \hat{F}^{-1}\hat{Z}_N\hat{F}\hat{I}_F = \hat{Z}_p\hat{I}_F \end{aligned}$$

kde \hat{Z}_p je matica zložkových sústav impedancií priečného článku a platí pre ňu

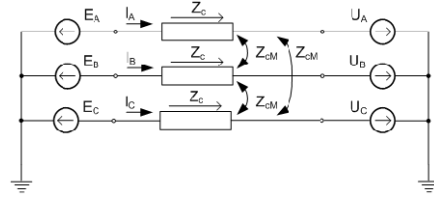
$$\hat{Z}_p = \begin{bmatrix} \hat{Z} - \hat{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \hat{Z} - \hat{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Z} + 2\hat{Z}_m + 3\hat{Z}_N \end{bmatrix}.$$

Každé zložkové napätie na priečne zapojenom priečnom článku je závislé iba na prúde príslušnej zložkovej sústavy a na impedanciách daného článku,

$$\begin{aligned} \hat{U}_1 &= (\hat{Z} - \hat{Z}_m)\hat{I}_1 = \hat{Z}_1\hat{I}_1 \\ \hat{U}_2 &= (\hat{Z} - \hat{Z}_m)\hat{I}_2 = \hat{Z}_2\hat{I}_2 \\ \hat{U}_0 &= (\hat{Z} + 2\hat{Z}_m + 3\hat{Z}_N)\hat{I}_0 = \hat{Z}_0\hat{I}_0 \end{aligned}$$

9.5. Napäťové rovnice v sústave súmerných zložiek

Pri odvodzovaní napäťových rovníc pre ES s miestnou nesymetriou nahradíme pre jednoduchosť všetky zdroje ES jedným ekvivalentným zdrojom a sieť pasívnych symetrických článkov medzi svorkami a miestnu nesymetriu jedným ekvivalentným pasívnym článkom, ako je znázornená na Obr. 56.



Obr. 56. Náhradná schéma ES s miestnou priečnou nesymetriou

Nesymetrický článok (miestna nesymetria) je nahradený nesymetrickými fázovými napätiami \hat{U}_a , \hat{U}_b , \hat{U}_c .

Napäťové rovnice vo fázových súradniciach

$$\hat{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{I}} \hat{\mathbf{U}}$$

transformujeme do súmerných zložiek a dostávame

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}} \hat{\mathbf{E}} &= \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{F}} \hat{\mathbf{I}}_F + \hat{\mathbf{F}} \hat{\mathbf{U}}_F \\ \hat{\mathbf{E}}_F &= \hat{\mathbf{F}}^{-1} \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{F}} \hat{\mathbf{I}}_F + \hat{\mathbf{U}}_F = \hat{\mathbf{Z}}_s \hat{\mathbf{I}}_F + \hat{\mathbf{U}}_F \end{aligned} \quad (17)$$

kde

$$\hat{\mathbf{Z}}_s = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}_{c1} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\mathbf{Z}}_{c2} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\mathbf{Z}}_{c0} \end{bmatrix}.$$

Impedancie $\hat{\mathbf{Z}}_{c1}$, $\hat{\mathbf{Z}}_{c2}$ a $\hat{\mathbf{Z}}_{c0}$ sú celkové impedancie súslednej, späťnej a netočivej zložky medzi miestom nesymetrie a nulovým bodom príslušnej zložkovej sústavy.

Pre zložkové napätia platí

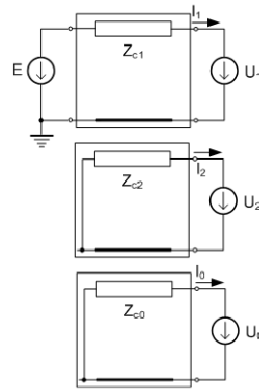
$$\hat{\mathbf{E}}_F = \hat{\mathbf{F}}^{-1} \hat{\mathbf{E}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}} \\ \hat{a}^2 \hat{\mathbf{E}} \\ \hat{a} \hat{\mathbf{E}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Po dosadení za $\hat{\mathbf{Z}}_s$ a $\hat{\mathbf{E}}_F$ do rovnice (17) môžeme zapísať v maticovom tvare

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{E}} &= \hat{\mathbf{Z}}_{c1} \hat{\mathbf{I}}_1 + \hat{\mathbf{U}}_1, \\ 0 &= \hat{\mathbf{Z}}_{c2} \hat{\mathbf{I}}_2 + \hat{\mathbf{U}}_2, \\ 0 &= \hat{\mathbf{Z}}_{c0} \hat{\mathbf{I}}_0 + \hat{\mathbf{U}}_0. \end{aligned} \quad (18)$$

Z toho plynú dôležité závery:

- Elektromotorické napätie zdroja pôsobí iba v súslednej zložkovej sústave, v ostatných je nulové.
- V každej zložkovej sústave pôsobia iba napätia a prúdy danej zložkovej sústavy, preto sú jednotlivé zložkové sústavy až do miesta vzniku nesymetrie vzájomne nezávislé. Môžeme použiť náhradnú schému zobrazenú na Obr. 57.
- Napäťové rovnice predstavujú tri základné rovnice pre riešenie prevádzkových pomerov pri miestnej nesymetrii. Rovnice (18) doplníme ďalšími troma rovnicami, ktoré sú určené charakterom vzniknutej miestnej nesymetrie.



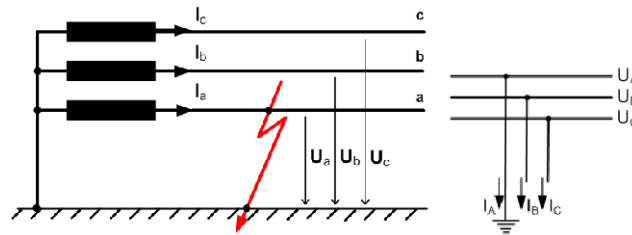
Obr. 57. Náhradná schéma zložkových sústav ES s miestnou priečnou nesymetriou

9.6. Poruchy miestneho charakteru

Medzi najčastejšie poruchy patria nesymetrické skraty (miestna priečna nesymetria) a prerušenia fáz niektorého článku (miestna pozdĺžna nesymetria).

Ľubovoľný druh priečnej alebo pozdĺžnej nesymetrie v niektorom mieste ES môžeme modelovať zapojením obecného nesymetrického priečného alebo pozdĺžneho článku v tomto mieste. Našou úlohou bude analýza najčastejšie sa vyskytujúcich prípadov miestnej nesymetrie.

Jednofázový skrat



Obr. 58. Jednofázový skrat

Na základe Obr. 58 môžeme zapísať charakteristické rovnice ako

$$\hat{U}_a = 0 \quad \hat{I}_b = 0 \quad \hat{I}_c = 0.$$

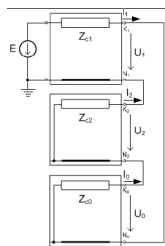
Prechodom k zložkovým veličinám získame pre zložkové prúdy rovnice

$$\hat{I}_F = \hat{F}^{-1} \hat{I} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_a \\ \hat{I}_a \end{bmatrix}$$

z ktorých plynie vzťah

$$\hat{I}_1 = \hat{I}_2 = \hat{I}_0 = \frac{1}{3} \hat{I}_a$$

na základe ktorého môžeme vzájomne prepojiť zložkové schémy.



Obr. 59. Prepojenie náhradných schém zložkových sústav pri jednofázovom skrate

Pre zložkové prúdy platia vzťahy

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{E}}{\hat{Z}_{c1} + \hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}} = \hat{I}_2 = \hat{I}_0.$$

Súčet zložkových napätí v mieste skratu je nulový, teda

$$\hat{U}_1 + \hat{U}_2 + \hat{U}_0 = 0.$$

Pre zložkové napätia v mieste skratu môžeme napísať rovnice

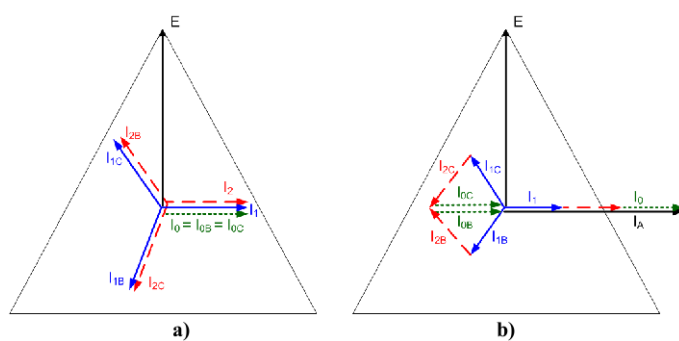
$$\begin{aligned}\hat{U}_0 &= -\hat{Z}_{c0}\hat{I}_0 = -\hat{Z}_{c0}\hat{I}_1, \\ \hat{U}_2 &= -\hat{Z}_{c2}\hat{I}_2 = -\hat{Z}_{c2}\hat{I}_1, \\ \hat{U}_1 &= (\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c1})\hat{I}_1.\end{aligned}$$

Pre fázové prúdy platia vzťahy

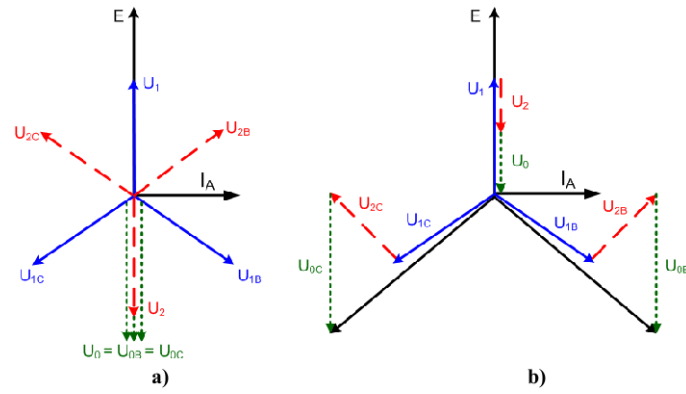
$$\hat{I}_a = 3\hat{I}_1 \quad \hat{I}_b = 0 \quad \hat{I}_c = 0.$$

Vzťahy pre fázové napätia v mieste skratu získame lineárnou transformáciou zložkových napätí

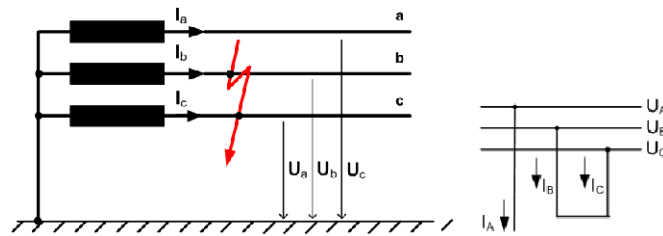
$$\hat{U} = \hat{F} \hat{U}_F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \hat{a}^2 & \hat{a} & 1 \\ \hat{a} & \hat{a}^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \\ \hat{U}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (\hat{a}^2 - \hat{a})\hat{Z}_{c2} + (\hat{a}^2 - 1)\hat{Z}_{c0} \\ (\hat{a} - \hat{a}^2)\hat{Z}_{c2} + (\hat{a} - 1)\hat{Z}_{c0} \end{bmatrix} \hat{I}_1.$$



Obr. 60. Fázorový diagram prúdov pri jednofázovom skrate



Obr. 61. Fázorový diagram napätí v mieste jednofázového skratu

Dvojfázový skrat

Obr. 62. Dvojfázový skrat

Na základe Obr. 62 môžeme zapísať charakteristické rovnice ako

$$\hat{I}_a = 0 \quad \hat{I}_b = \hat{I}_c \quad \hat{U}_b = \hat{U}_c.$$

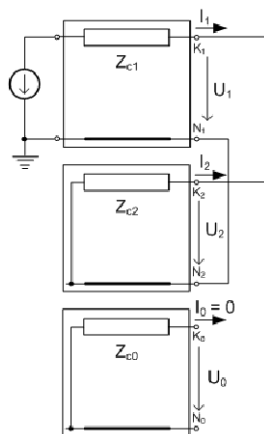
Prechodom k zložkovým veličinám získame pre zložkové prúdy rovnice

$$\hat{I}_F = \hat{F}^{-1} \hat{I} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{I}_b \\ -\hat{I}_b \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} j\sqrt{3}\hat{I}_b \\ -j\sqrt{3}\hat{I}_b \\ 0 \end{bmatrix}$$

z ktorých plynú vzťahy

$$\hat{I}_1 = -\hat{I}_2 \quad \hat{I}_0 = 0$$

na základe ktorých môžeme vzájomne prepojiť zložkové schémy.



Obr. 63. Prepojenie náhradných schém zložkových sústav pri dvojfázovom skrate

Pre zložkové prúdy platia podľa Obr. 63 vzťahy

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{E}}{\hat{Z}_{c1} + \hat{Z}_{c2}} \quad \hat{I}_2 = -\hat{I}_1 \quad \hat{I}_0 = 0.$$

Zložkové napätia sú

$$\begin{aligned} \hat{U}_2 &= -\hat{Z}_{c2} \hat{I}_2 = \hat{Z}_{c2} \hat{I}_1, \\ \hat{U}_1 &= \hat{U}_2 = \hat{Z}_{c2} \hat{I}_1, \\ \hat{U}_0 &= 0. \end{aligned}$$

Pre fázové prúdy platia vzťahy

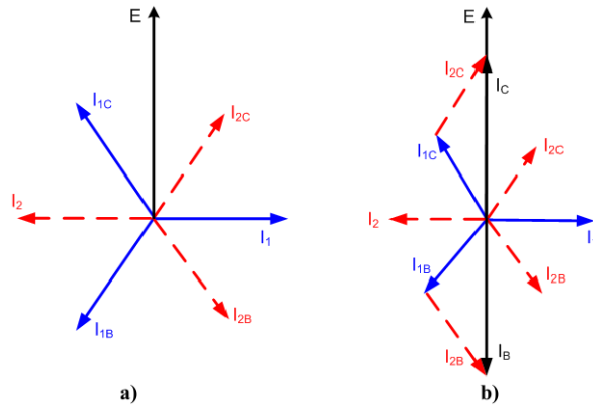
$$\hat{I}_a = 0 \quad \hat{I}_b = \frac{3\hat{I}_1}{j\sqrt{3}} = -j\sqrt{3}\hat{I}_1 \quad \hat{I}_c = -\hat{I}_b = j\sqrt{3}\hat{I}_1.$$

Vzťahy pre fázové napätia v mieste skratu získame lineárnou transformáciou zložkových napätí

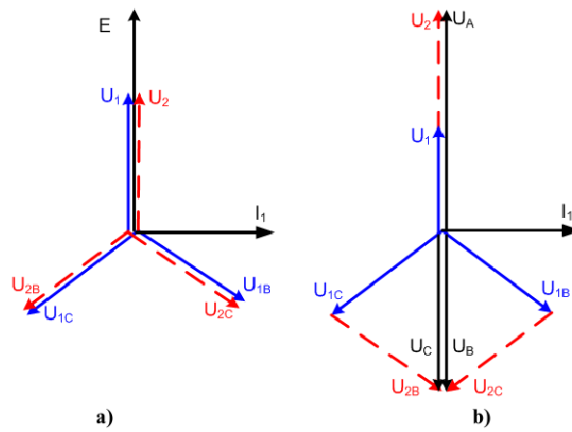
$$\hat{U} = \hat{F} \hat{U}_F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \hat{a}^2 & \hat{a} & 1 \\ \hat{a} & \hat{a}^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \\ \hat{U}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\hat{u}_1 \\ -\hat{U}_1 \\ -\hat{U}_1 \end{bmatrix}$$

z ktorých po dosadení za zložkové napätia dostaneme vzťahy

$$\begin{aligned} \hat{U}_a &= 2\hat{Z}_{c2} \hat{I}_1 \\ \hat{U}_b &= -\hat{Z}_{c2} \hat{I}_1 = -\frac{1}{2} \hat{U}_a \\ \hat{U}_c &= -\hat{Z}_{cs} \hat{I}_1 = -\frac{1}{2} \hat{U}_a = \hat{U}_b \end{aligned}$$

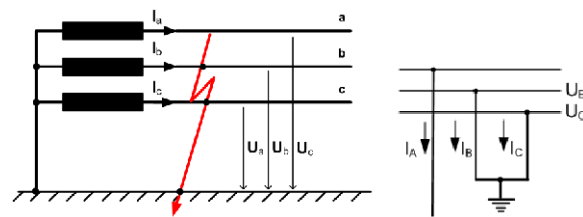


Obr. 64. Fázorový diagram prúdov pri dvojfázovom skrate



Obr. 65. Fázorový diagram napätí v mieste dvojfázového skratu

Dvojfázový zemný skrat



Obr. 66. Dvojfázový zemný skrat

Na základe Obr. 66 môžeme zapísať charakteristické rovnice ako

$$\hat{I}_a = 0 \quad \hat{U}_b = 0 \quad \hat{U}_c = 0.$$

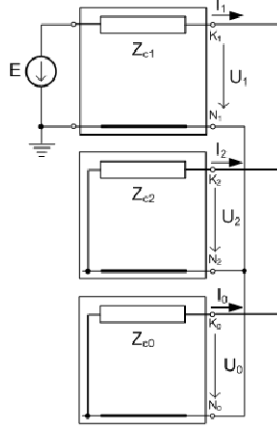
Lineárnou transformáciou napätí pri rešpektovaní týchto charakteristických rovníc dostávame vzťahy

$$\hat{U}_F = \hat{F}^{-1} \hat{U} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_a \\ \hat{U}_a \end{bmatrix}$$

z ktorých plynú vzťahy medzi zložkovými napätiami v mieste skratu

$$\hat{U}_1 = \hat{U}_2 = \hat{U}_0.$$

Na základe týchto rovníc môžeme zostrojiť schému zložkových sústav pri dvojfázovom zemnom skrate.



Obr. 67. Prepojenie náhradných schém zložkových sústav pri dvojfázovom zemnom skrate

Na základe schémy (Obr. 67) môžeme písať vzťahy pre prúdy zložkových sústav

$$\begin{aligned}\hat{I}_1 &= \frac{\hat{E}}{\hat{Z}_{c1} + \frac{\hat{Z}_{c2}\hat{Z}_{c0}}{\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}}} \\ \hat{I}_2 &= -\frac{\hat{Z}_{c0}}{\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_0 &= -\frac{\hat{Z}_{c2}}{\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}} \hat{I}_1\end{aligned}$$

Pre napätia v zložkových sústavách platia vzťahy

$$\hat{U}_2 = -\hat{Z}_{c2}\hat{I}_2 = \frac{\hat{Z}_{c2}\hat{Z}_{c0}}{\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}} \hat{I}_1 \quad \hat{U}_1 = \hat{U}_2 = \hat{U}_0$$

Vzťahy pre fázové prúdy získame lineárnou transformáciou zložkových prúdov

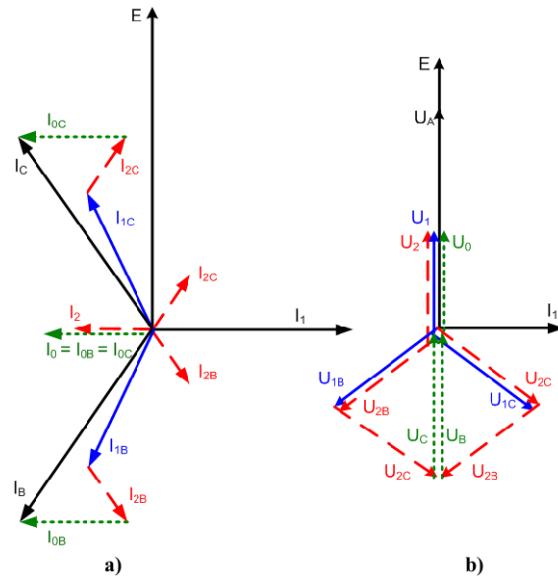
$$\hat{I} = \hat{F} \hat{I}_F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \hat{a}^2 & \hat{a} & 1 \\ \hat{a} & \hat{a}^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}} \\ -\frac{\hat{Z}_{c0}}{\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}} \\ -\frac{\hat{Z}_{c2}}{\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}} \end{bmatrix} \hat{I}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{(\hat{a}^2 - 1)\hat{Z}_{c2} + (\hat{a}^2 - \hat{a})\hat{Z}_{c0}}{\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}} \\ -\frac{(\hat{a} - 1)\hat{Z}_{c2} + (\hat{a} - \hat{a}^2)\hat{Z}_{c0}}{\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}} \end{bmatrix} \hat{I}_1$$

Fázové napätia v mieste skratu je možné určiť lineárnou transformáciou zložkových napätí,

$$\hat{U} = \hat{F} \hat{U}_F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \hat{a}^2 & \hat{a} & 1 \\ \hat{a} & \hat{a}^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \\ \hat{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\hat{U}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

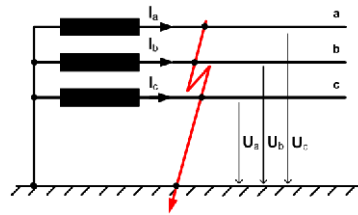
Ak do tejto rovnice dosadíme za zložkové napätia, získame vzťahy pre fázové napätia

$$\hat{U}_a = 3 \frac{\hat{Z}_{c2}\hat{Z}_{c0}}{\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}} \hat{I}_1 \quad \hat{U}_b = \hat{U}_c = 0$$



Obr. 68. Fázorový diagram prúdov a napätí v mieste skratu pri dvojfázovom zemnom skrate

Trojfázový skrat



Obr. 69. Trojfázový skrat

Pre trojfázový skrat platia podmienky

$$\hat{U}_a = \hat{U}_b = \hat{U}_c = 0.$$

Transformáciou do zložkových sústav

$$\hat{U} = \hat{F} \hat{U}_F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \hat{a}^2 & \hat{a} & 1 \\ \hat{a} & \hat{a}^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \\ \hat{U}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

z čoho plynú vzťahy

$$\begin{aligned} \hat{U}_0 &= \hat{U}_1 = \hat{U}_2 = 0 \\ \hat{I}_1 &= \frac{\hat{E}}{\hat{Z}_{c1}} \quad \hat{I}_2 = 0 \quad \hat{I}_0 = 0 \end{aligned}$$

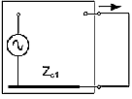
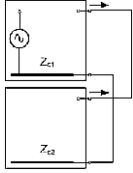
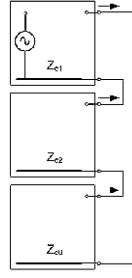
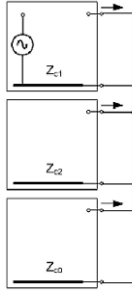
Pri spätnej transformácii dostaneme pre fázové prúdy vzťahy

$$\hat{I}_a = \frac{\hat{E}}{\hat{Z}_{c1}} \hat{I}_1 \quad \hat{I}_b = \hat{a}^2 \hat{I}_a \quad \hat{I}_c = \hat{a} \hat{I}_a.$$

Pri trojfázovom skrate sa uplatňuje iba súsledná zložková sústava.

Ekvivalencia nesymetrických skratov s trojfázovým skratom

Tab. 9. Prehľad jednotlivých druhov skratov

Druh skratu	trojfázový	dvojfázový	jednofázový	dvojfázový zemný
\hat{Z}_{Δ}	0	\hat{Z}_{c2}	$\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}$	$\frac{\hat{Z}_{c2}\hat{Z}_{c0}}{\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}}$
Zložky prúdu	\hat{I}_1	$\hat{I}_2 = -\hat{I}_1$	$\hat{I}_1 = \hat{I}_2 = \hat{I}_0$	$\hat{I}_1 = -(\hat{I}_2 + \hat{I}_0)$
m	1	$\sqrt{3}$	3	$\sqrt{3}\sqrt{1 - \frac{X_{c2}X_{c0}}{(X_{c2} + X_{c0})^2}}$
Náhradná schéma				

Pri výpočte skratov môžeme používať pre súsledný prúd jeden vzťah,

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{E}}{\hat{Z}_{c1} + \hat{Z}_{\Delta}},$$

do ktorého dosadíme za \hat{Z}_{Δ} hodnotu podľa Tab. 9.

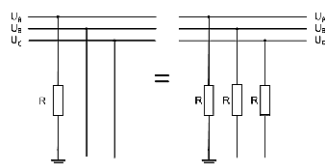
Impedancia \hat{Z}_{Δ} je prídavná impedancia. Je závislá na druhu skratu a je určovaná iba impedanciami \hat{Z}_{c2} a \hat{Z}_{c0} . Nie je závislá na parametroch súslednej zložkovej sústavy. Pre každý druh skratu v danom mieste ES zostáva konštantná po celú dobu trvania skratu.

Veľkosť fázového skratového prúdu môžeme vyjadriť pomocou koeficientu m z Tab. 9 ako

$$I_k = mI_1.$$

Vplyv oblúku pri skrate

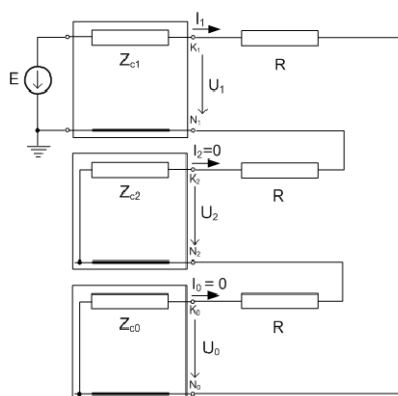
V prvom priblížení je možné vplyv oblúku nahradiť rezistenciou, ako je znázornené na Obr. 70. Pri jednofázovom skrate sa zväčší o R vo všetkých zložkových sústavách celková skratová impedancia. Ináč sa tento prípad vôbec nelíši od jednofázového.



Obr. 70. Schéma náhrady oblúku rezistenciou pri jednosmernom skrate

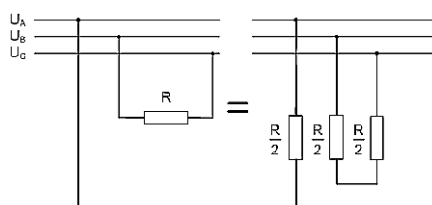
Pre súsledný prúd máme vzťah

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{E}}{\hat{Z}_{c1} + \hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0} + 3R}.$$



Obr. 71. Náhradná schéma jednofázového skratu pri náhrade skratového oblúku rezistanciou

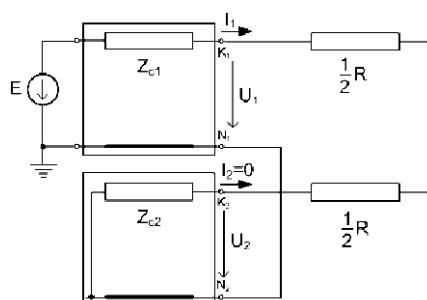
Ak chceme rešpektovať vplyv oblúku pri výpočte dvojfázového skratu, do skratovej odbočky zaradíme symetrický článok s rezistanciami $R/2$, ako je znázornené na Obr. 72.



Obr. 72. Schéma náhrady oblúku rezistanciou pri dvojfázovom skrate

Pre súsledný prúd platí vzťah

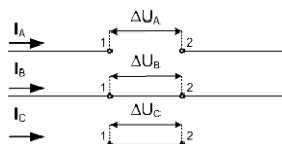
$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{E}}{\hat{Z}_{c1} + \hat{Z}_{c2} + R}.$$



Obr. 73. Náhradná schéma dvojfázového skratu pri náhrade skratového oblúku rezistanciou

Prerušenie fázy

Prerušenie jednej fázy môžeme chápať ako zapojenie nesymetrického článku v mieste poruchy, charakterizovaného úbytkami napätia v jednotlivých fázach.



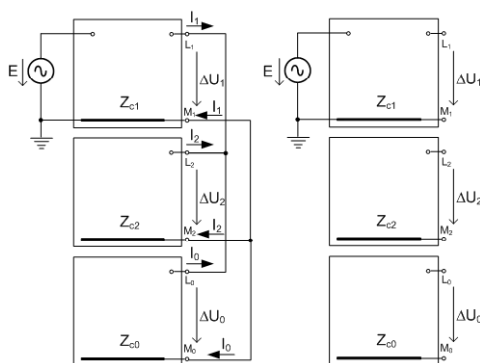
Obr. 74. Schématické znázornenie prerušenia jednej fázy

Charakteristické rovnice sú

$$\hat{I}_a = 0 \quad \Delta \hat{U}_b = 0 \quad \Delta \hat{U}_c = 0.$$

Ak porovnáme tieto rovnice s charakteristickými rovnicami pre dvojfázový skrat, tak vidíme, že sú formálne zhodné. Pre zložkové napätia teda môžeme písať vzťahy

$$\Delta \hat{U}_1 = \Delta \hat{U}_2 = \Delta \hat{U}_0 = \frac{1}{3} \Delta \hat{U}_a$$



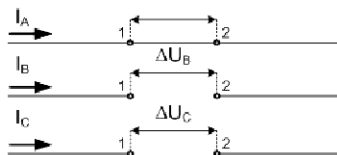
Obr. 75. Náhradná schéma zložkových sústav pri prerušení fázy

Pre súsledný prúd dostávame vzťah

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{E}}{\hat{Z}_{c1} + \frac{\hat{Z}_{c2}\hat{Z}_{c0}}{\hat{Z}_{c2} + \hat{Z}_{c0}}} = \frac{\hat{E}}{\hat{Z}_{c1} + \Delta \hat{Z}}$$

Pri prerušení dvoch fáz zapojíme v mieste poruchy nesymetrický článok, charakterizovaný úbytkami napätia podľa Obr. 76. Charakteristické rovnice sú

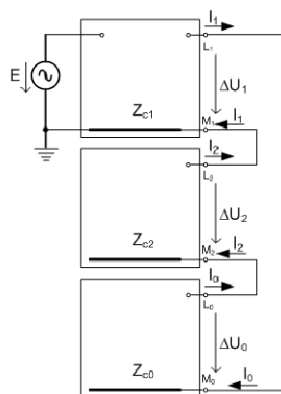
$$\hat{I}_b = 0 \quad \hat{I}_c = 0 \quad \Delta \hat{U}_a = 0.$$



Obr. 76. Schématické znázornenie prerušenia dvoch fáz

Charakteristické rovnice sú zhodné s charakteristickými rovnicami platnými pre jednofázový skrat a preto môžeme písať

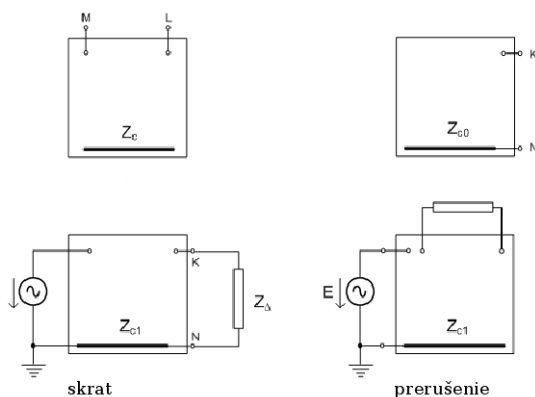
$$\hat{I}_1 = \hat{I}_2 = \hat{I}_0 = \frac{1}{3} \hat{I}_a$$



Obr. 77. Prepojenie náhradných schém zložkových sústav pri prerušení dvoch fáz

Analógia medzi prerušeniami a skratmi

Prerušenia fáz a skraty sú podobné, ale predsa rozdielne. Prídavná impedancia \hat{Z}_{Δ} sa zapája na iné miesto. V prípade skratu sú Z_{c1}, Z_{c2}, Z_{c0} impedancie medzi miestom skratu a nulou príslušnej zložkovej sústavy a v prípade prerušenia fáz tieto impedancie zodpovedajú výsledným impedanciám zložkových sústav vypočítaným medzi bodmi po oboch stranách prerušenia príslušnej zložkovej sústavy.



Obr. 78. Porovnanie prerušenia fázy a skratu

Viacnásobné nesymetrie v elektrizačnej sústave

FIXME

Skratová impedančná matica

FIXME

Použité materiály

- Němeček: Přenos a rozvod elektrické energie. ČVUT, Praha 1983.
- Fejt, Čermák: Elektroenergetika. ČVUT, Praha 1985.
- Trojánek, Hájek, Kvasnica: Přechodné jevy v elektrizačních soustavách. SNTL, Praha 1987.
- Materiály k predmetu X15PJE. <http://www.powerwiki.cz/wiki/X15PJE>.



Ну, погоди!