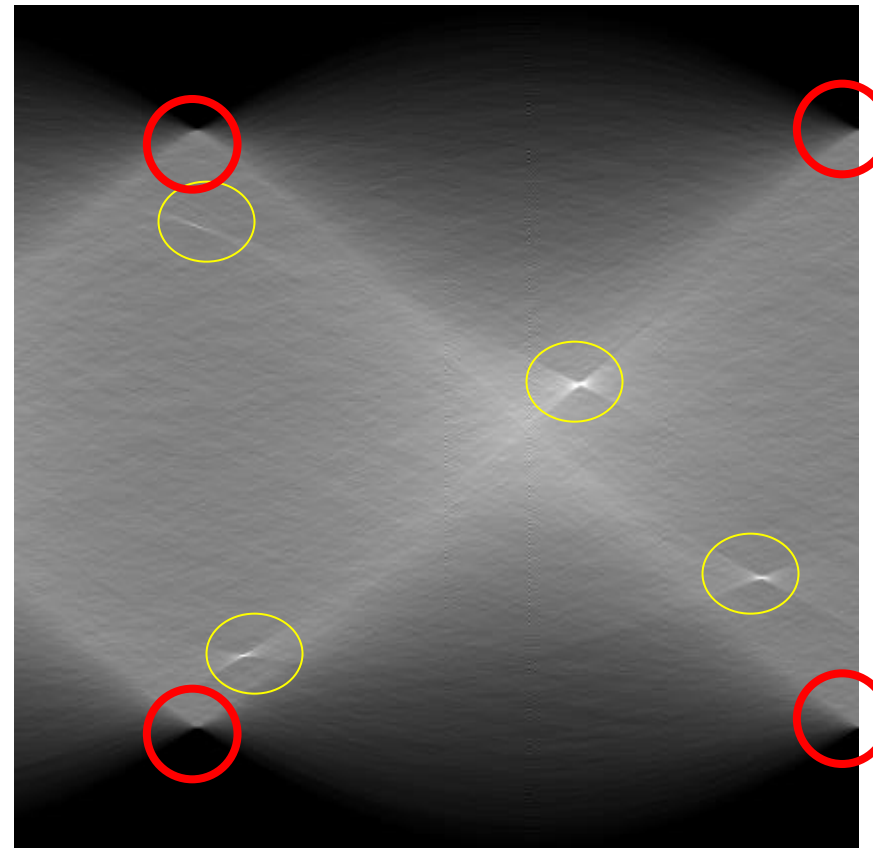
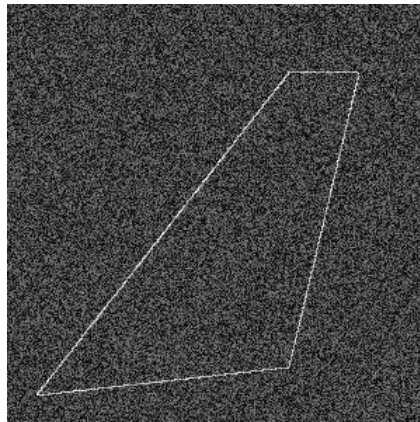




Famous Last Question

Wo kommen die zusätzlichen lokalen Maxima her?





Morphologische Operationen

- Erosion und Dilatation
- Opening und Closing
- Ränder und Distanzen, Morphing
- Hit-or-Miss-Operator
- Skelettierung



Morphologische Operationen

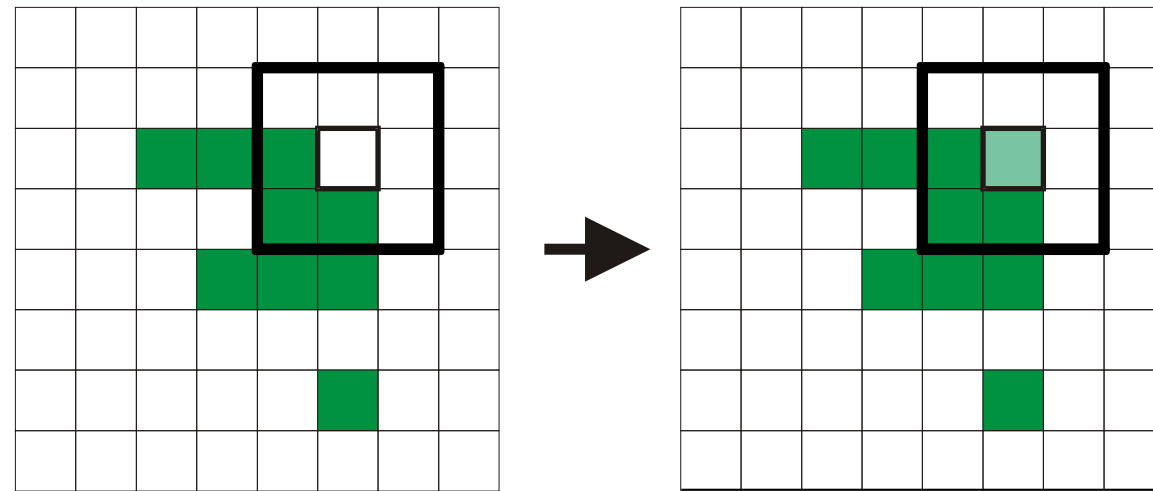
- Morphologisch: die äußere Gestalt betreffend
- morphologische Operationen:
 - Operationen auf der Gestalt von Objekten
→ setzt die Extraktion einer Gestalt voraus
 - also: in erster Linie Operation auf Segmenten (d.h., auf Binärbildern)
- Wozu ist es gut?
 - Veränderung der Gestalt, um Störungen nach einer Segmentierung zu beseitigen
 - Berechnung von Formmerkmalen
 - Suche nach bestimmten Formen (also: Analyse)



Dilatation

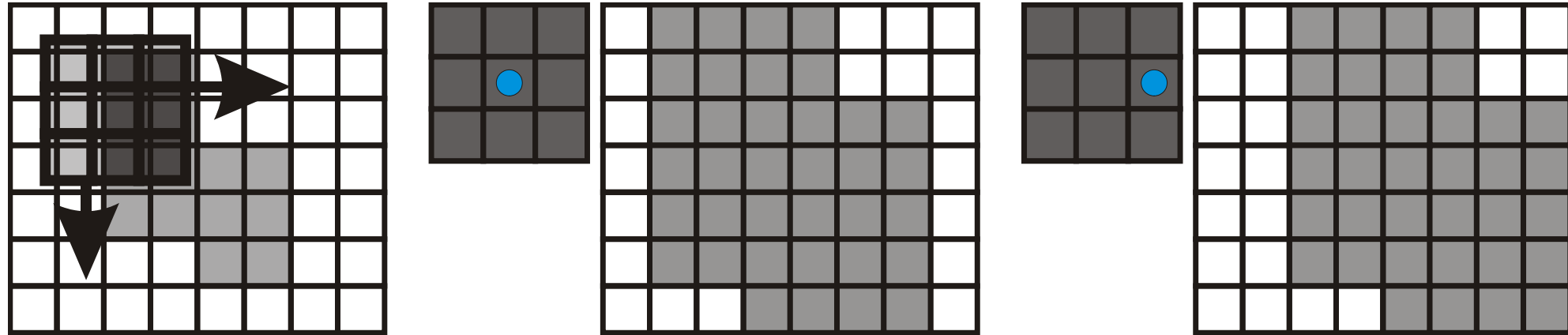
Dilatation (Ausdehnung): $G \oplus S$ mit Strukturelement S

$$g(m, n) = \bigvee_{(m_k, n_k) \in S} b(m + m_k, n + n_k)$$



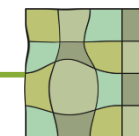


Dilatation



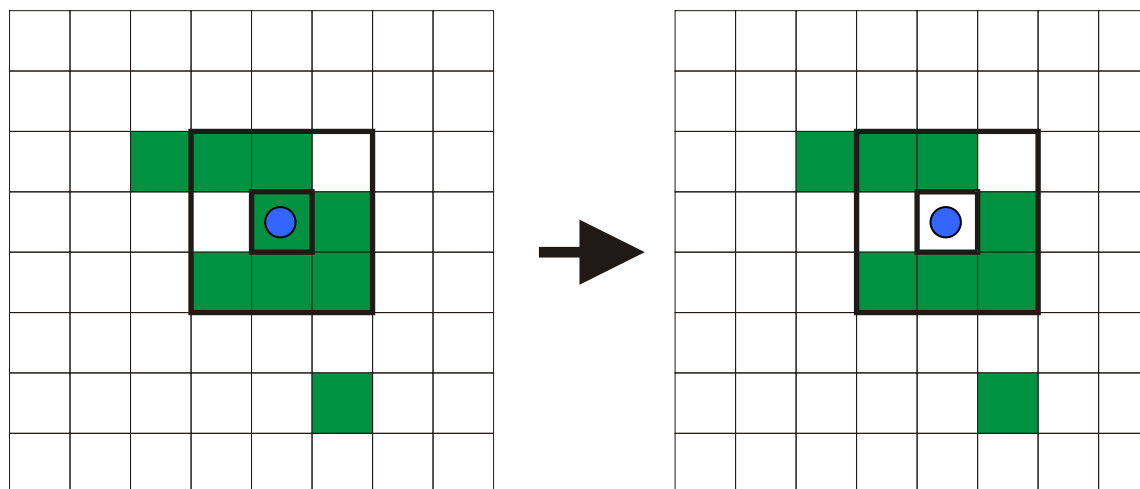
Dilatation wird (wie jede morphologische Operation) für einen **Ankerpunkt** ausgeführt.

- Dilatation:
- verbindet Strukturen
 - füllt Löcher
 - vergrößert



Erosion

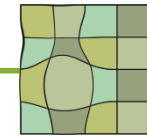
$$g(m,n) = \bigwedge_{(m_k, n_k) \in S} b(m + m_k, n + n_k).$$



Erosion: $G \ominus S$ mit
Strukturelement S

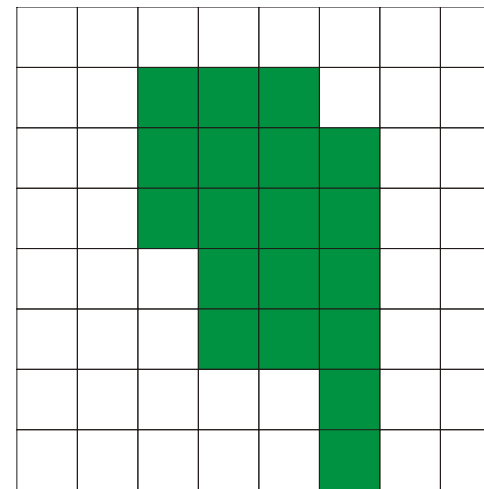
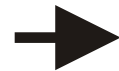
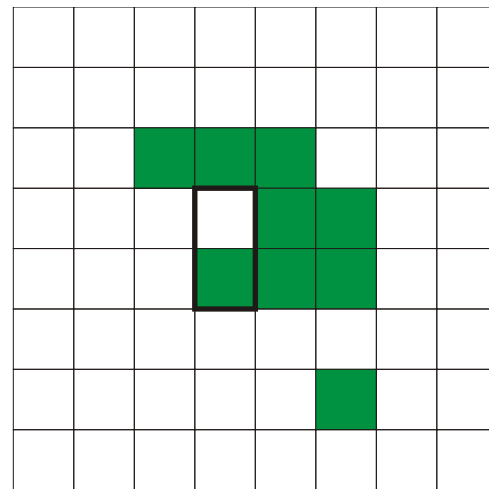
Erosion:

- löst Strukturen auf
- entfernt Details
- verkleinert



Strukturelemente

- Ein Strukturelement einer morphologischen Operation entspricht dem Faltungskern bei einer Konvolution.
- Mit einem gezielt geformten Strukturelement können genau definierte Formveränderungen erzeugt werden.

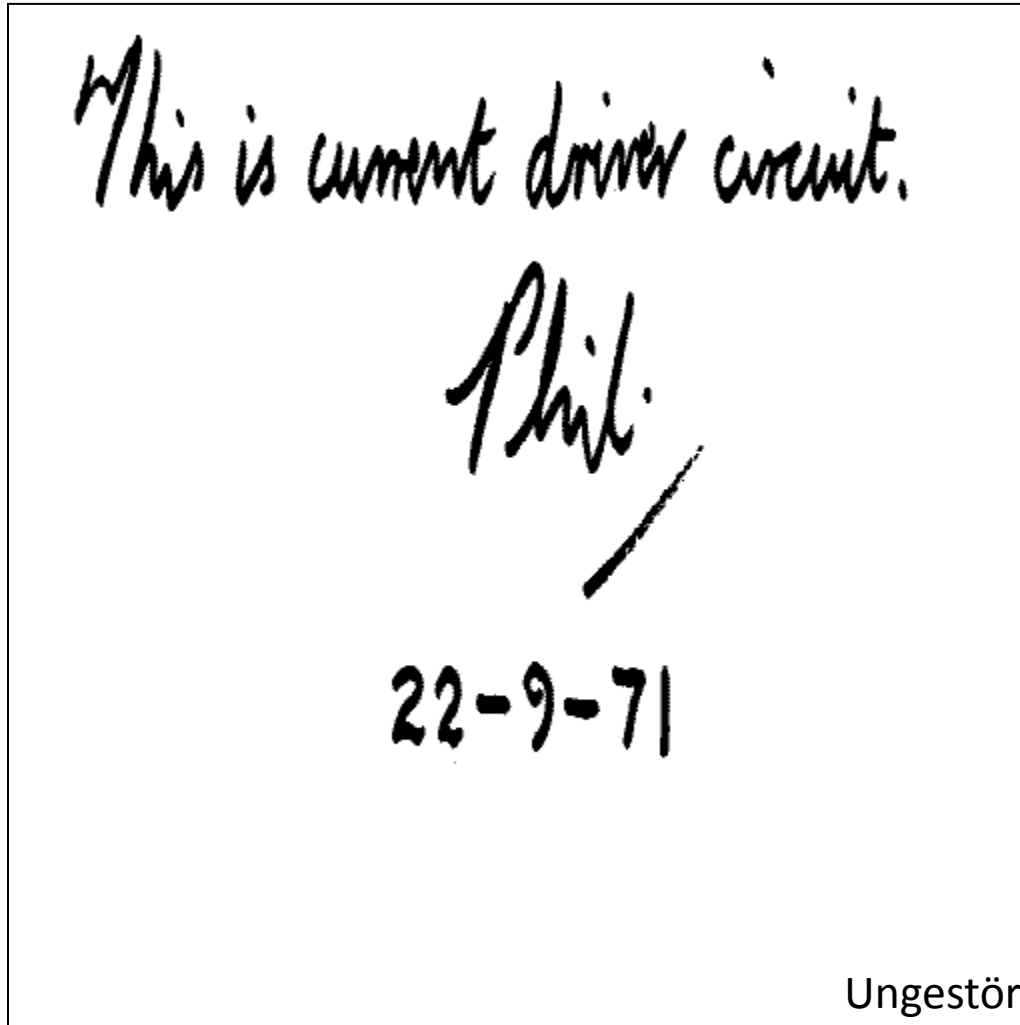


Strukturelement

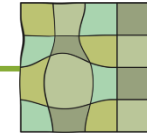
Dilatation



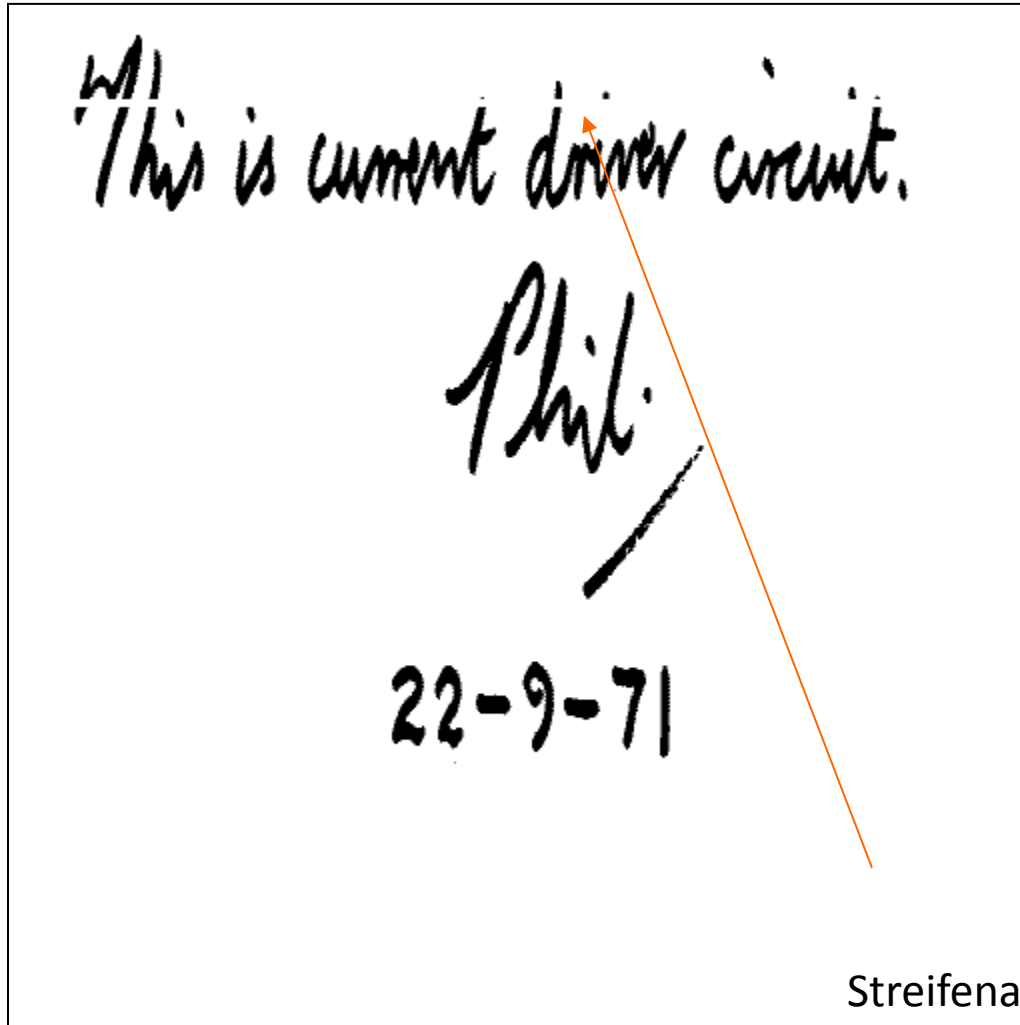
Gezielter Einsatz



Ungestörtes Binärbild



Gezielter Einsatz



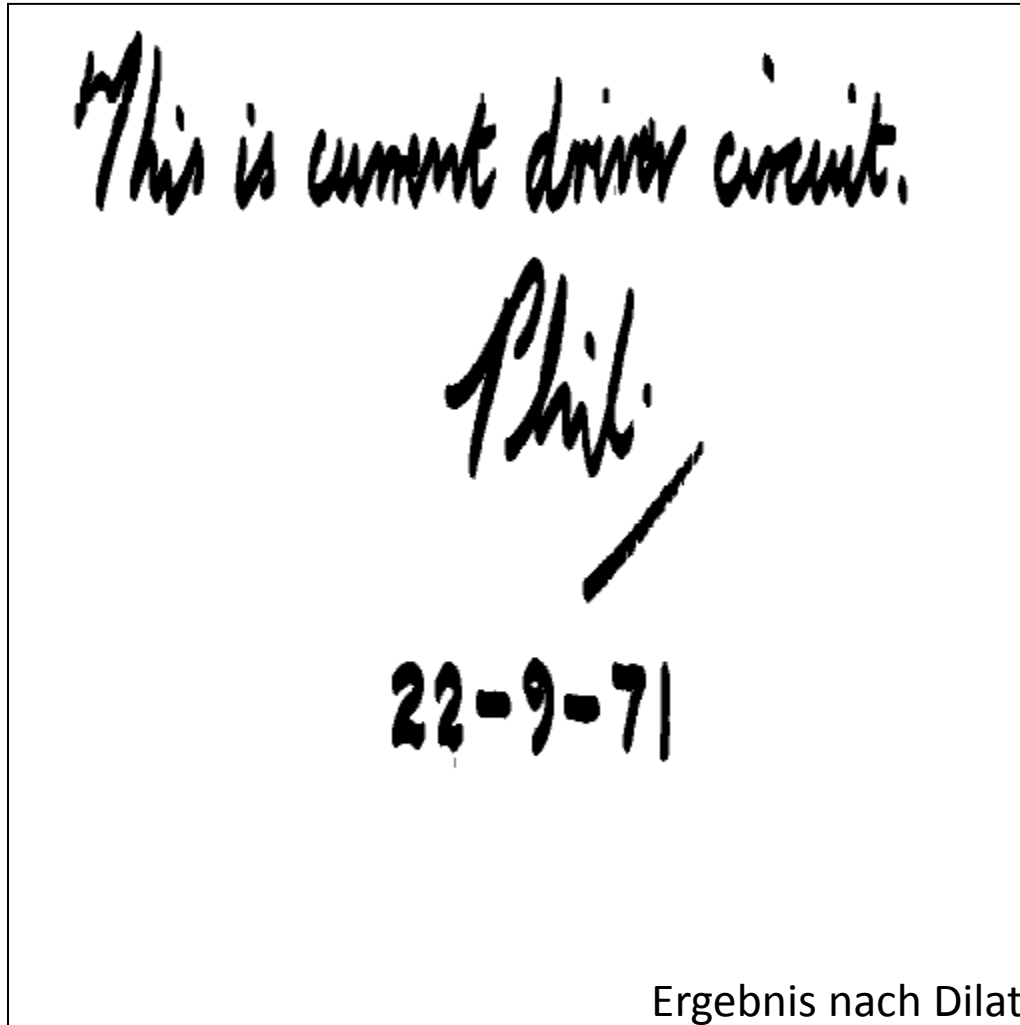
Streifen­auslöschung



Strukturelement zum
Schließen des Streifens

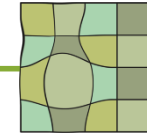


Gezielter Einsatz

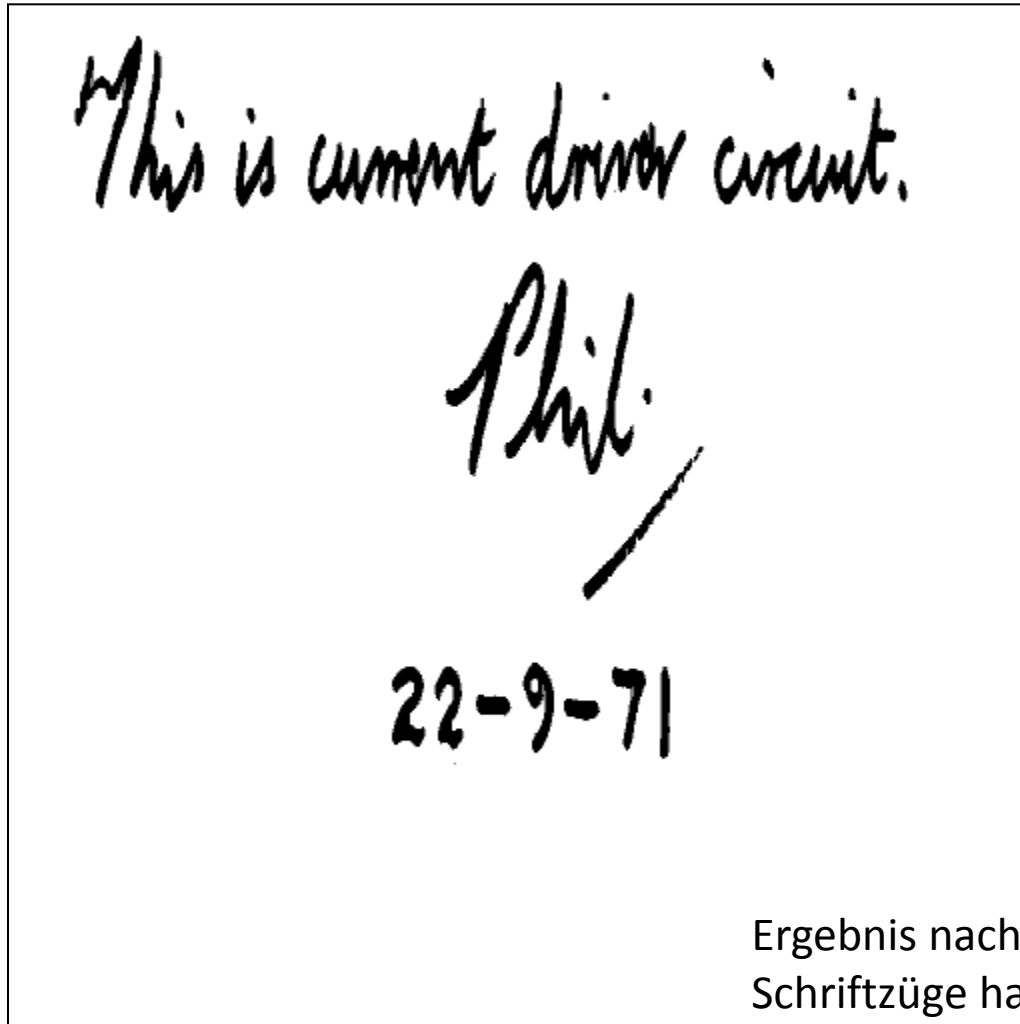


Strukturelement zum
Schließen des Streifens

Ergebnis nach Dilatation: Streifen ist geschlossen

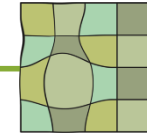


Gezielter Einsatz



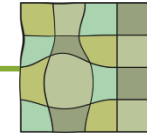
Strukturelement zur Erosion
des zu breiten Schriftzugs

Ergebnis nach nachfolgender Erosion:
Schriftzüge haben ihre Ursprungsstärke



Einige Eigenschaften von morphologischen Operatoren

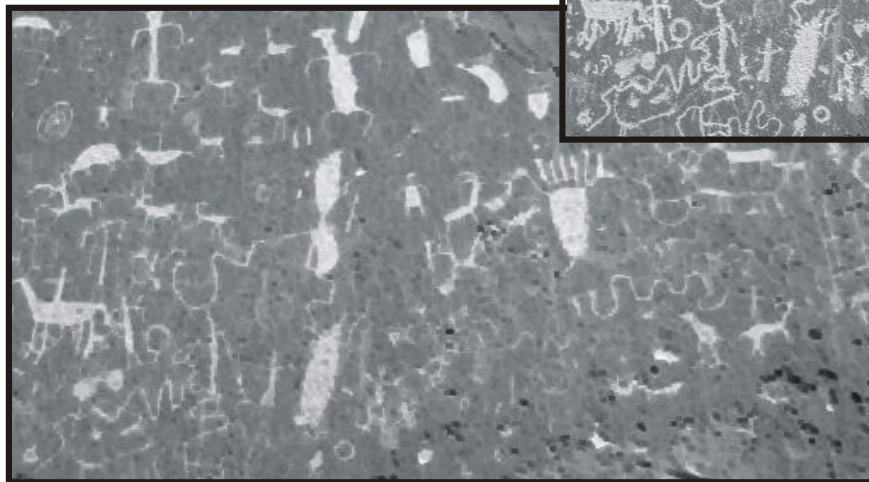
- **Verschiebungsinvarianz:** Wegen der Beschreibung von Erosion/Dilatation als Faltung sind beide Operationen genau wie eine Faltung verschiebungsinvariant.
- **Kommutativität und Assoziativität:** $M_1 \oplus M_2 = M_2 \oplus M_1$ aber $M_1 \ominus M_2 \neq M_2 \ominus M_1$
es gilt jedoch $(G \ominus M_1) \ominus M_2 = G \ominus (M_1 \ominus M_2) = (G \ominus M_2) \ominus M_1$
- **Dualität:** $\overline{G \ominus M} = \overline{G} \oplus \overline{M}$ und $\overline{G \oplus M} = \overline{G} \ominus \overline{M}$



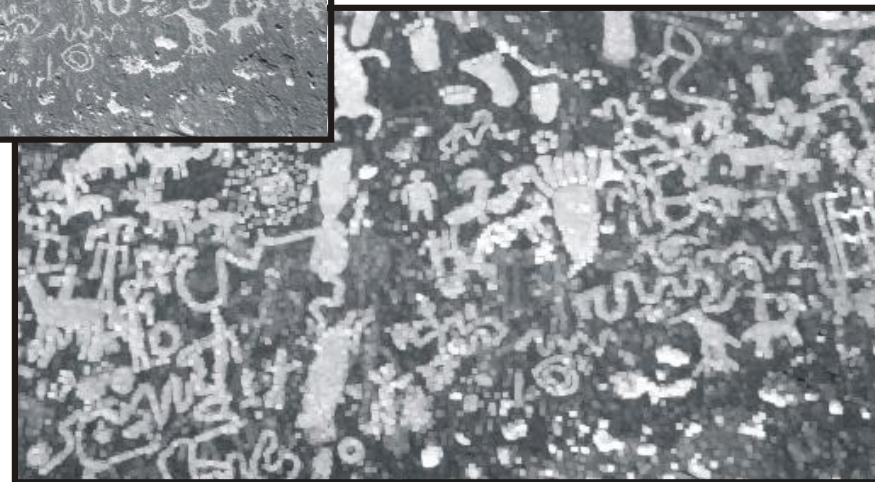
Morphologische Operationen auf Grauwertbildern

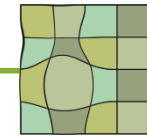
- Dilatation:
$$g(m, n) = \max_{(m_k, n_k) \in S} (b(m + m_k, n + n_k))$$
- Erosion:
$$g(m, n) = \min_{(m_k, n_k) \in S} (b(m + m_k, n + n_k))$$

Erosion



Dilatation





Opening

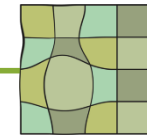
Opening (Öffnen):

Kombination von Erosion gefolgt von einer Dilation am Ankerpunkt gespiegelten Strukturelement S'

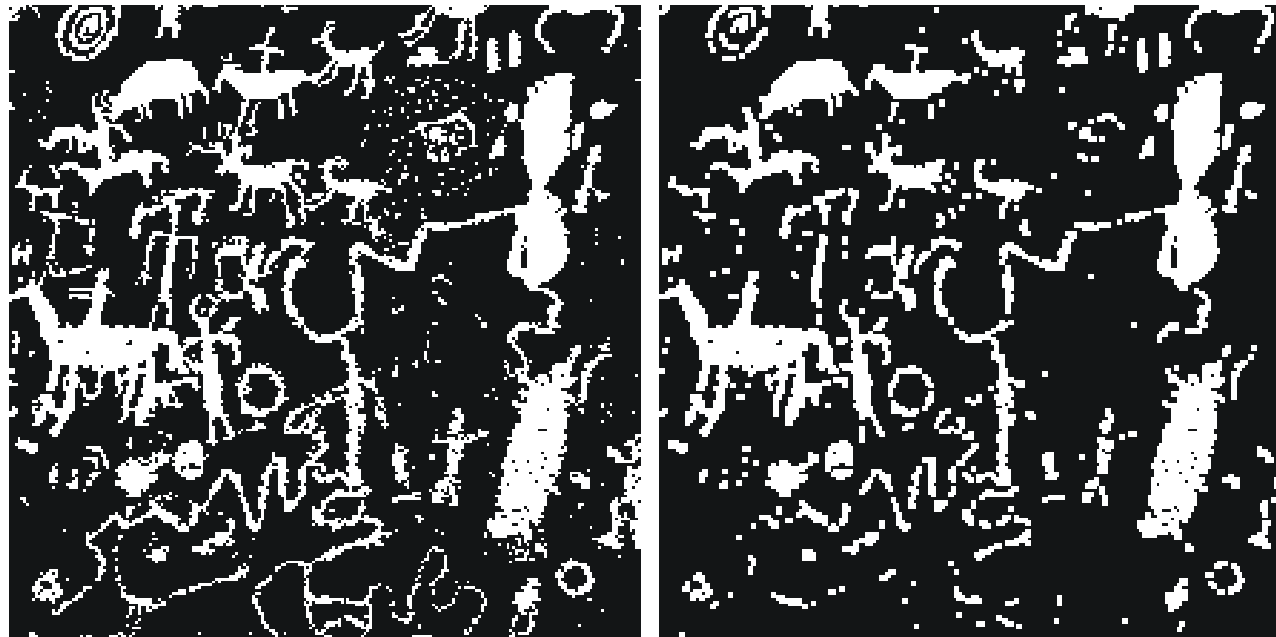
$$G \circ S = (G \ominus S) \oplus S'$$

Ziel:

- | | |
|--------------|---|
| Erosion - | Entfernung aller (Teil-)strukturen, die kleiner als das Strukturelement sind |
| Dilatation - | Wiederherstellung der ursprünglichen Größe des Objekts mit Ausnahme der vollständig entfernten Teilstrukturen |

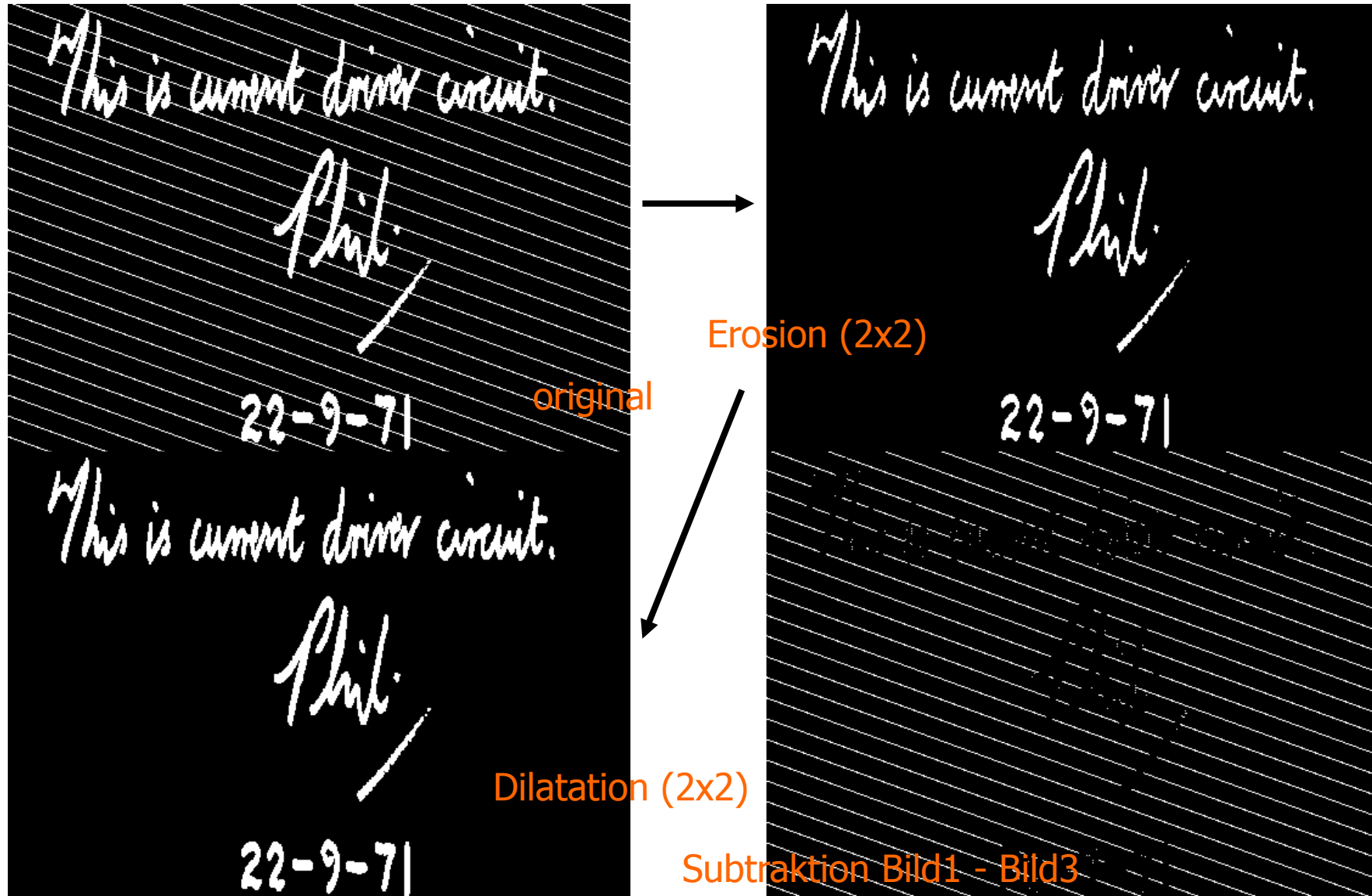


Beispiel Opening





Entfernung von Linien





Closing

Closing (Schließen):

Kombination von Dilatation gefolgt von einer Erosion mit einem am Ankerpunkt gespiegelten Strukturelement S'

$$G \bullet S = (G \oplus S) \ominus S'$$

Ziel:

- | | |
|--------------|---|
| Dilatation - | Schließen von kleinen Löchern (kleiner als das Strukturelement) |
| Erosion - | Wiederherstellung der ursprünglichen Größe des Objekts |



Opening vs. Closing



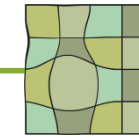
original



opening

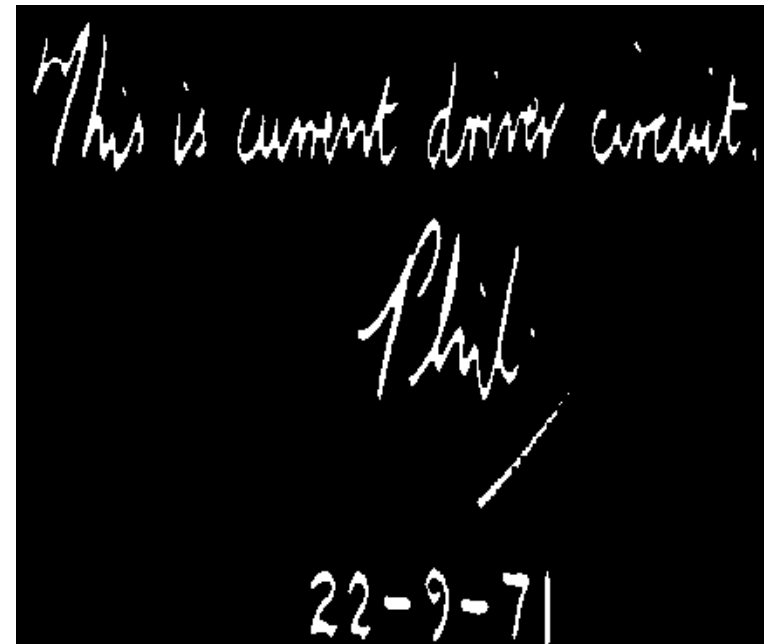
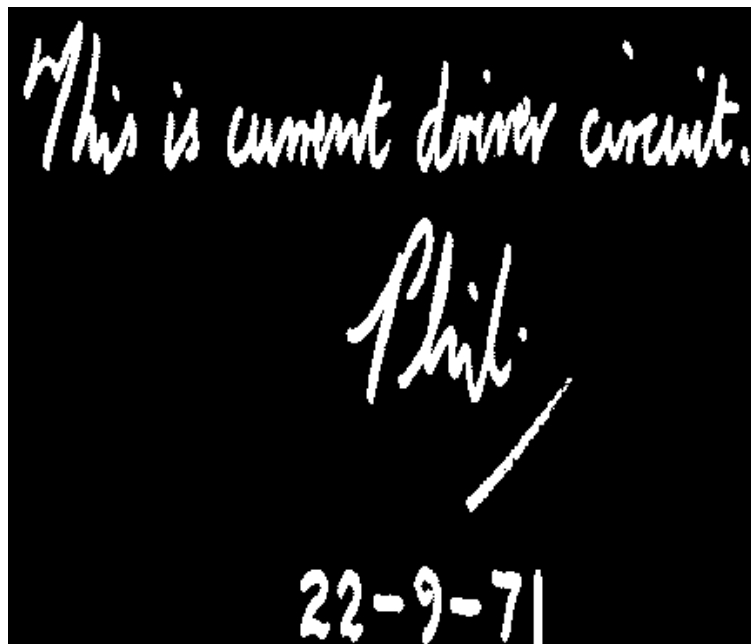


closing



Extraktion von Rändern

- Erosion mit S_{b4} bzw. S_{b8} entfernt alle Objektpixel, in deren 4- bzw. 8-Nachbarschaft sich Hintergrundpixel befinden.
- Der Rand kann nun durch Differenzbildung zwischen Ursprungsbild und erodiertem Bild erzeugt werden: $\partial G = G \setminus (G \ominus S_b)$



$$S_{b4} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$S_{b8} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

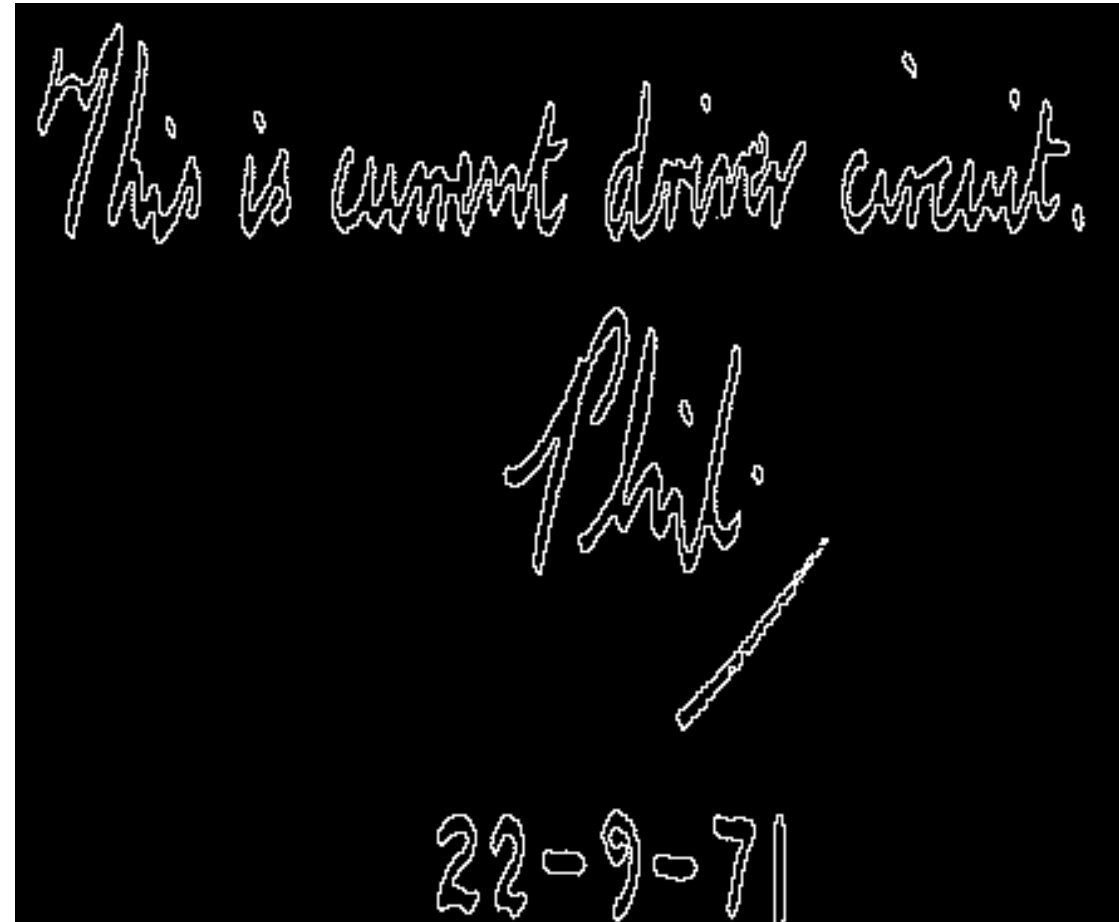


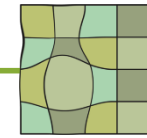
Extraktion von Rändern

$$\begin{aligned}\partial G &= G \setminus (G \ominus M_b) \\ &= G \cap \overline{(G \ominus M_b)} \\ &= G \cap \overline{(G \oplus M_b)}\end{aligned}$$

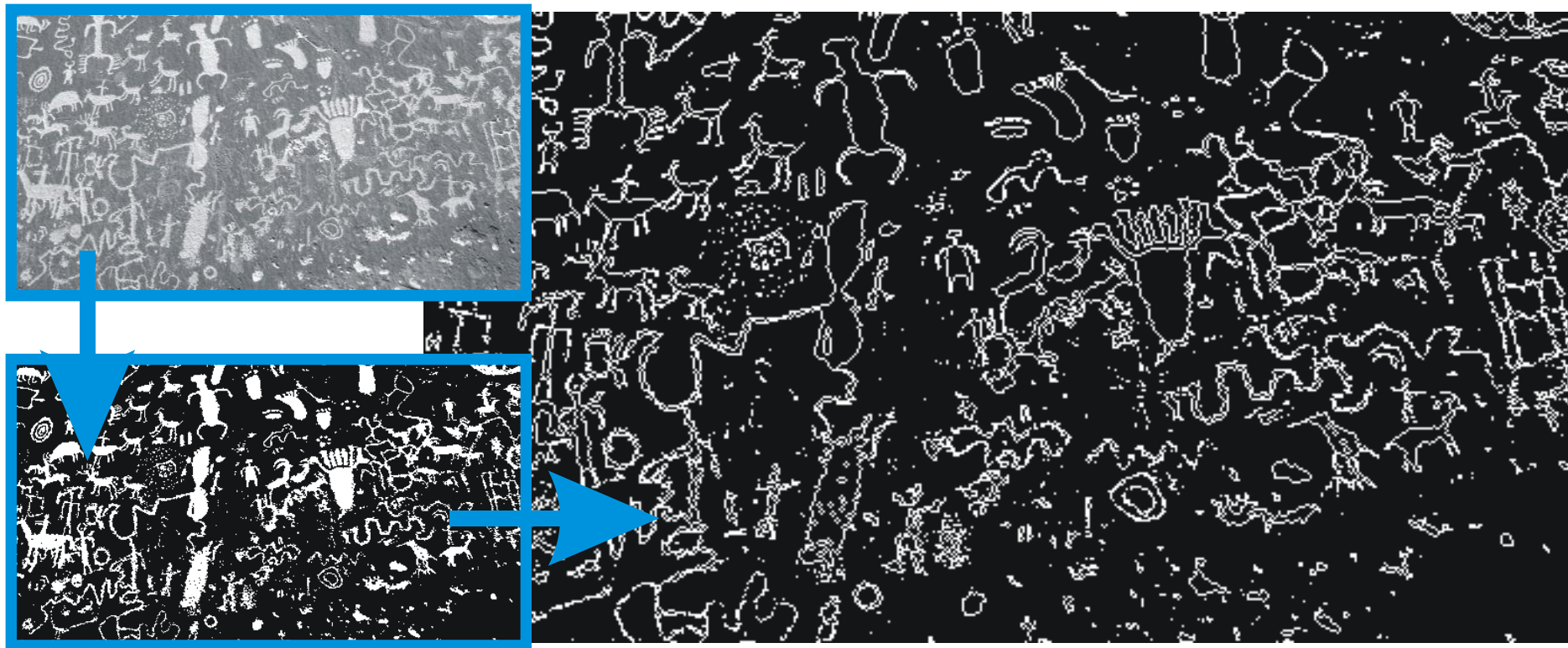
Hintergrundrand:

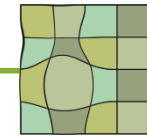
$$\partial G_B = (G \oplus M_b) \setminus G$$





Beispiel





Distanztransformation

Resultat der Randoperation $\partial G_0 = G \setminus (G \ominus S_b)$:

Menge aller Pixel, die den **Abstand 1** zum Rand haben.

Falls die gleiche Operation auf dem um den Rand verminderten Bild nochmals angewendet wird:

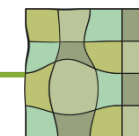
$$\partial G_1 = (G \ominus S_b) \setminus (G \ominus S_b \ominus S_b)$$

Menge aller Pixel, die den **Abstand 1** zum Rand haben.

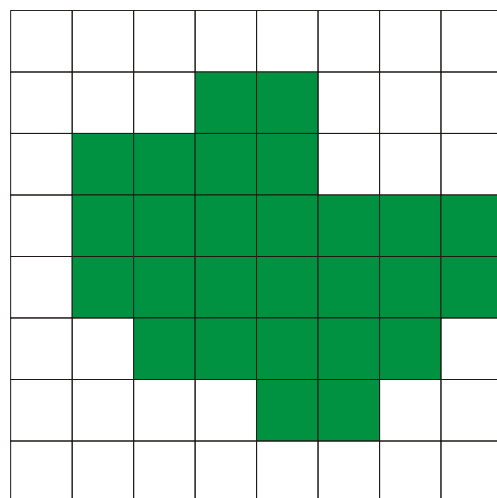
Fortgesetzte Extraktion von immer weiter vom Rand entfernten Linien und Multiplikation der jeweiligen Resultate mit der aktuellen Entfernung überführt das Binärbild in ein **Distanzbild D**:

$$D = \bigcup_{n=1,\infty} [(G \ominus S_b^{n-1}) \setminus (G \ominus S_b^n) \cdot n] ,$$

wobei die Operation \cdot die punktweise Multiplikation der n -ten Randkurve mit der Zahl n (dem aktuellen Abstand) darstellt.

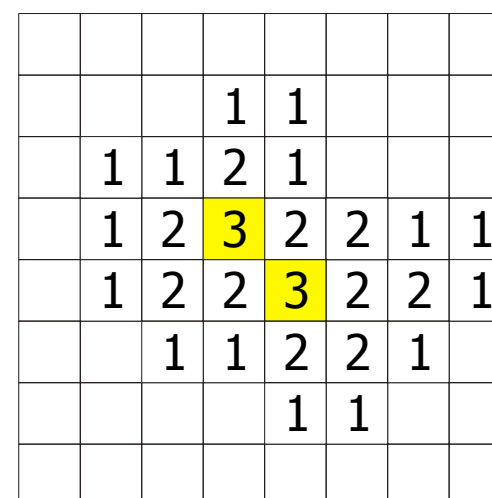
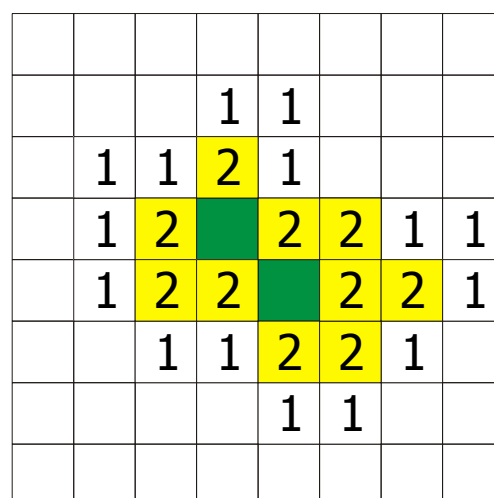
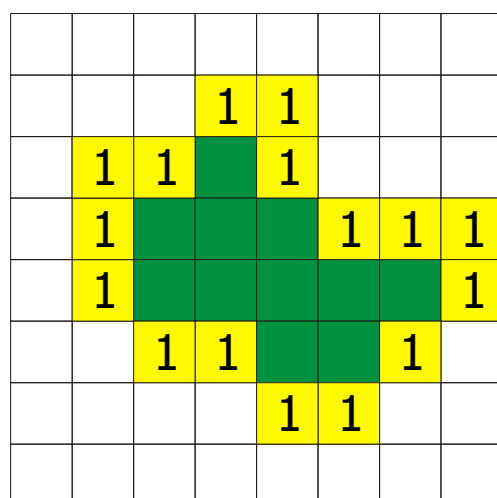


Beispiel



Originalbild

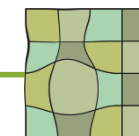
- Objektinneres (nach fortgesetzter Erosion)
- Randpixel nach der n-ten Erosion einschließlich Distanz



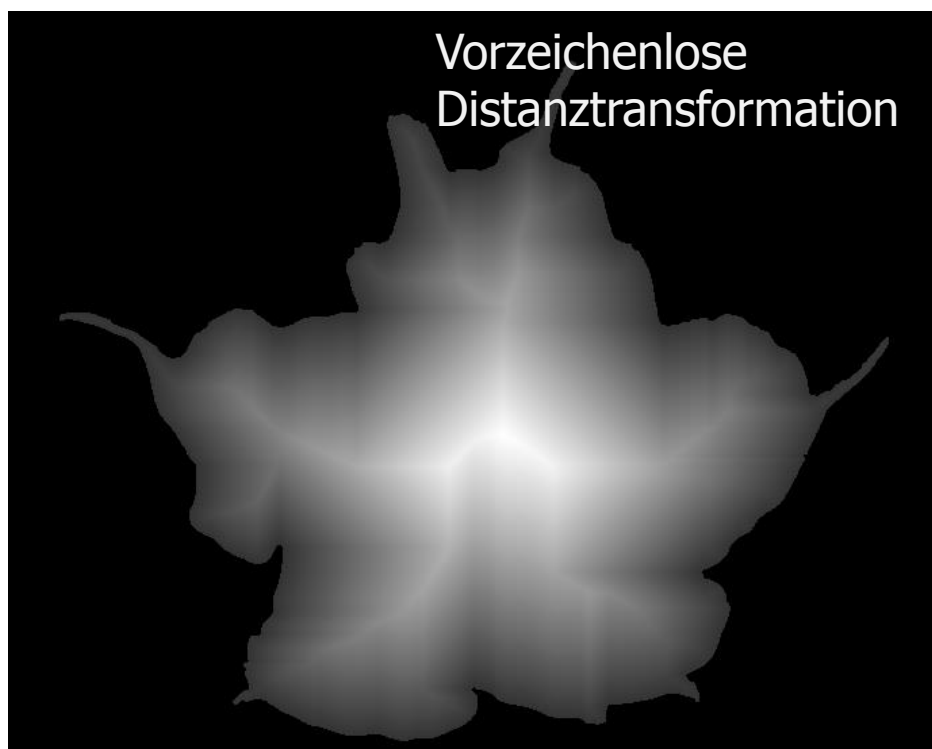


Vorzeichenbehaftete DT

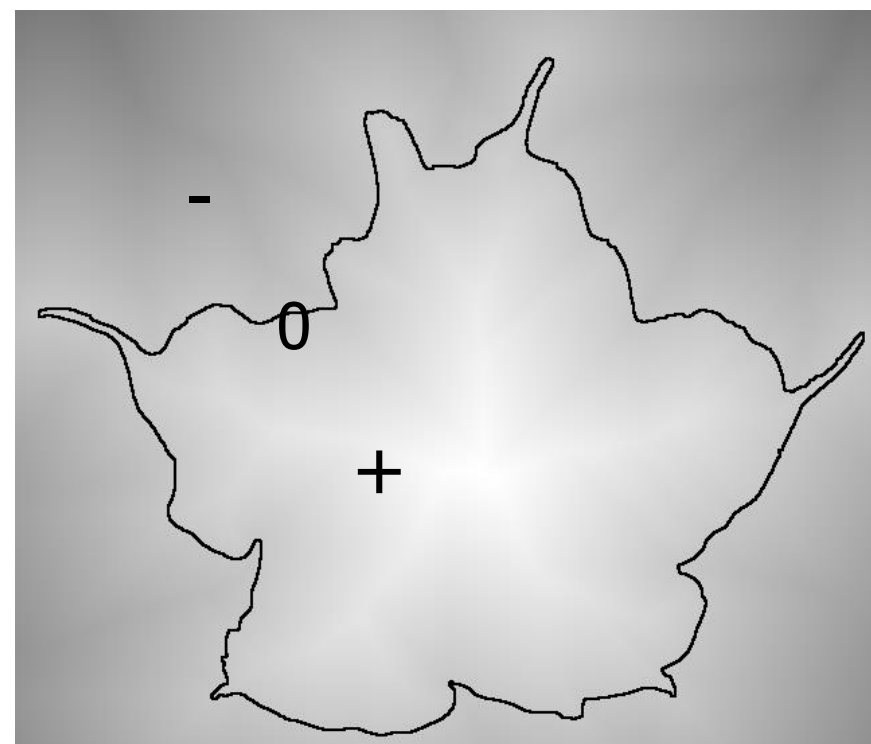
- Distanztransformation auf dem Vordergrund (1-Pixel)
- Distanztransformation auf dem Hintergrund (Operation auf dem negierten Bild)
- Kombination beider DTs
 - Übernahme der Ergebnisse auf dem Vordergrund
 - Hintergrunddistanzen werden negativ eingetragen



Beispiel



vorzeichenbehaftete
Distanztransformation





Morphing

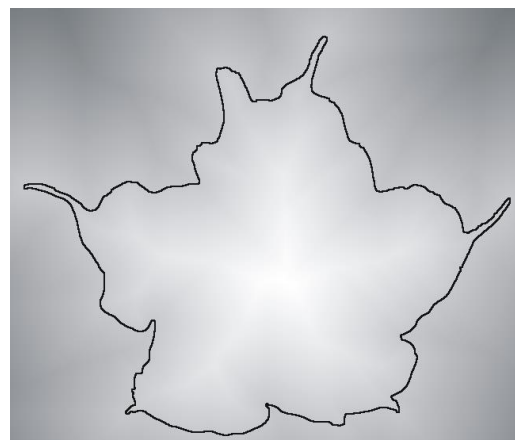
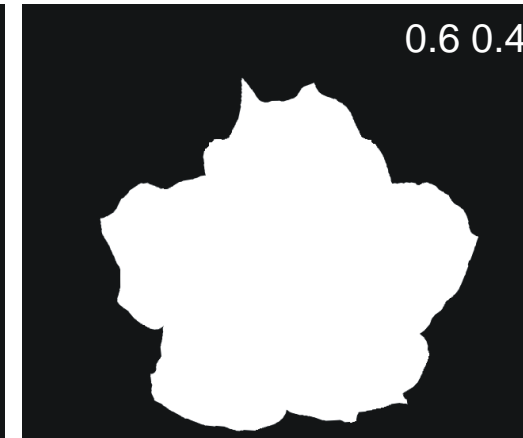
- Vorzeichenbehaftete Distanztransformation auf Binärbildern b_A und b_B durchführen.
- Für $i=0, N-1$ Distanzbilder linear aus den Distanzbildern A_A und A_B interpolieren

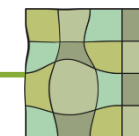
$$A_i = \frac{i \cdot A_B + (L - i) \cdot A_A}{L}$$

- Objekt einer Zwischenstufe i sind diejenigen Pixel, für die im i -ten Distanzbild A_i die Distanzen positiv sind.

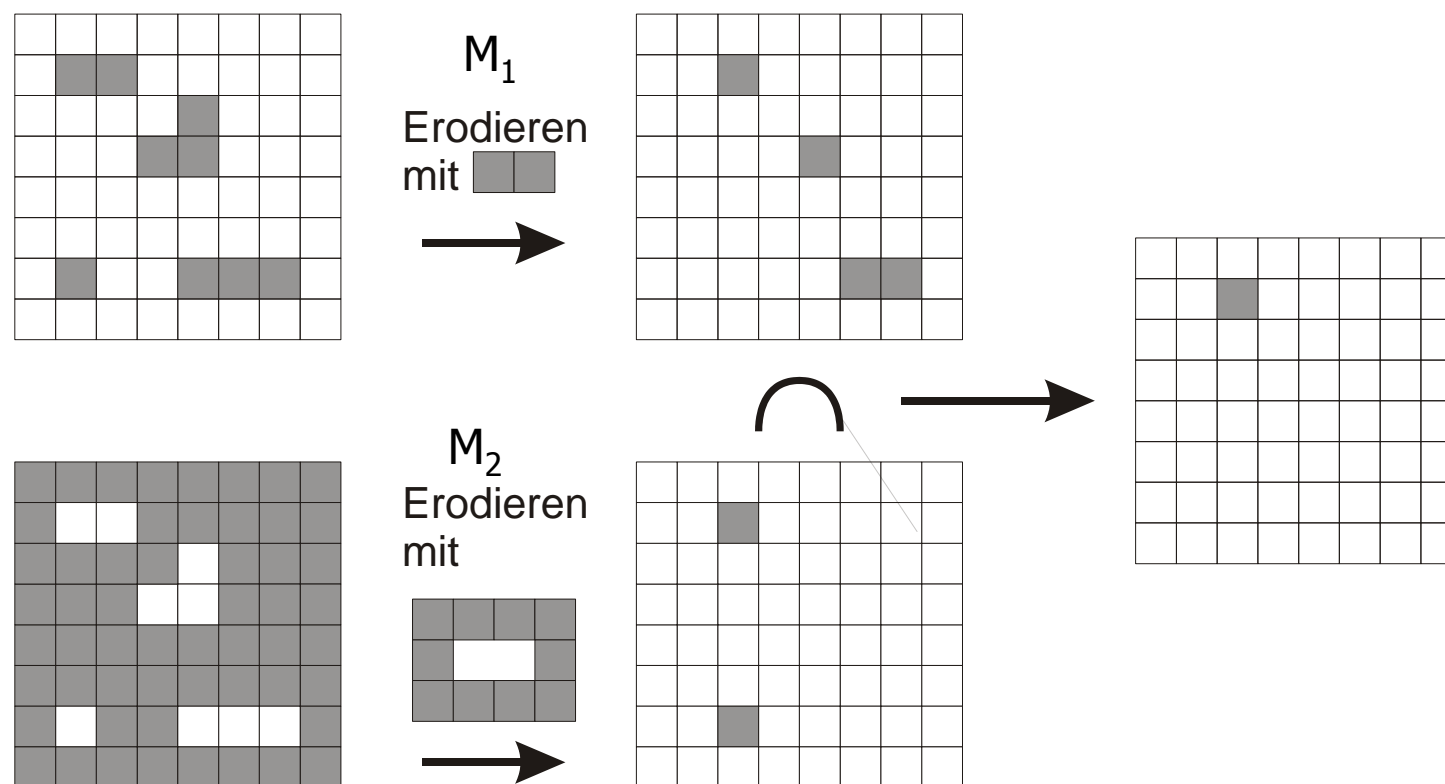


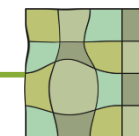
Beispiel





Hit-or-Miss Operator





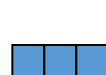
Hit-or-Miss Operator

Hit-or-Miss Operator:

$$\begin{aligned} G \otimes (M_1, M_2) &= (G \ominus M_1) \cap (\overline{G} \ominus M_2) \\ &= (G \ominus M_1) \cap \overline{(G \oplus M_2)} \end{aligned}$$

mit $M_1 \cap M_2 = \emptyset$ (sonst wäre das Resultat der Operation die leere Menge)

Hit-or-Miss-Operator für **variable Strukturgrößen**, z.B.:



Hit



Miss

führt zur Akzeptanz von horizontalen Linien von 3, 4, und 5 Pixeln Länge.

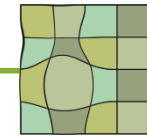
Notation für Hit-or-Miss-Operator:

0 - Miss

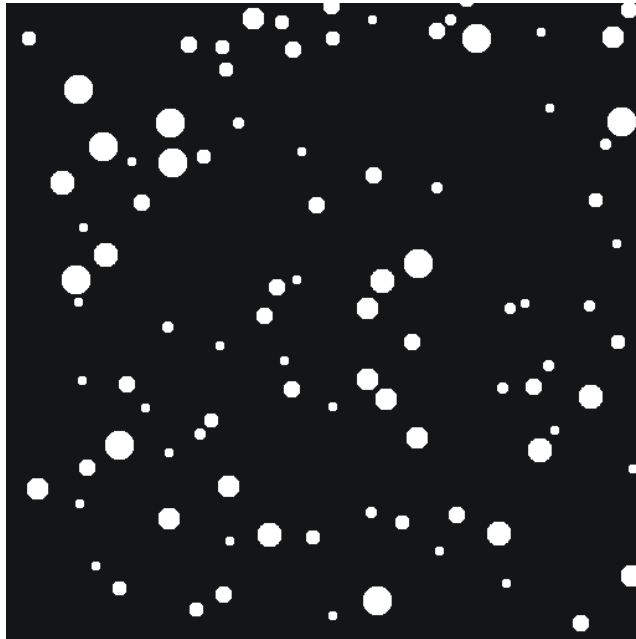
1 - Hit

x - weder Miss noch Hit

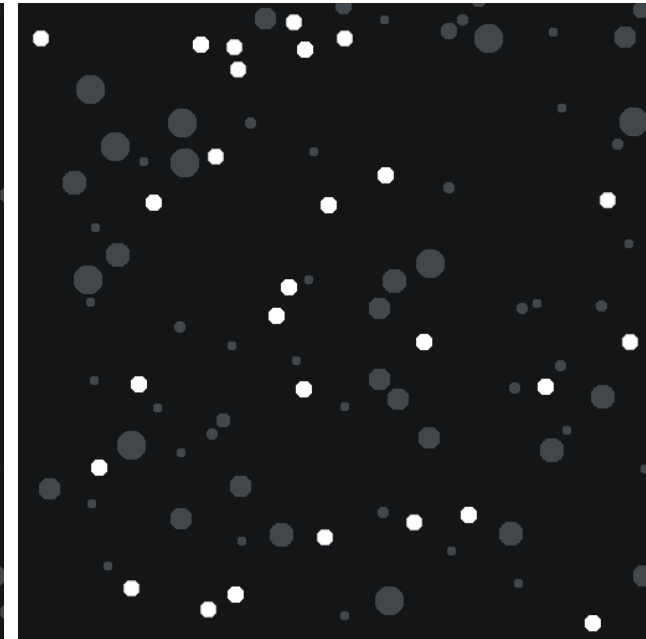
$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & 1 & 1 & 1 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



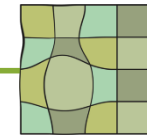
Beispiel



Kreise mit Radius von 6 Pixel



Kreise mit Radius 6-7 Pixel



Hit-or-Miss-Operatoren

$$M_I = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

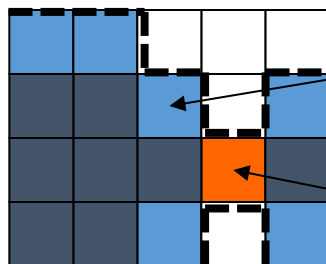
Entfernung einzelner Pixel

$$M_C = \begin{matrix} & & x & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & & \end{matrix}$$

detektiert untere, rechte Ecken eines Objekts

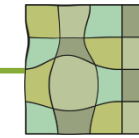
$$M_{T1} = \begin{matrix} & & 0 & 0 & 0 \\ & & x & 1 & x \\ 1 & 1 & 1 & & \end{matrix}$$

findet alle Randpunkte von oben, die ein Objekt nicht teilen würden, wenn sie entfernt würden.



Diese Punkte würden gefunden werden.

Dieser Punkt würden nicht gefunden werden.



Thinning mit Hit-or-Miss-Operatoren

$$S_{T1} = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ x & 1 & x \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$S_{T2} = \begin{matrix} 0 & x & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & x & 1 \end{matrix}$$

$$S_{T3} = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ x & 1 & x \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$S_{T4} = \begin{matrix} 1 & x & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & x & 0 \end{matrix}$$

$$S_{T5} = \begin{matrix} 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 1 \\ x & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$S_{T6} = \begin{matrix} x & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & x \end{matrix}$$

$$S_{T7} = \begin{matrix} 1 & 1 & x \\ 1 & 1 & 0 \\ x & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$S_{T8} = \begin{matrix} x & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & x \end{matrix}$$

Ziel: Skelettierung

Methode: Randpixel solange entfernen, bis der zusammenhängende Schriftzug aufgelöst werden würde.

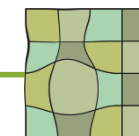
Thinning-Operator von oben:

$$G \oslash S_T = G \setminus (G \otimes S_{T1})$$

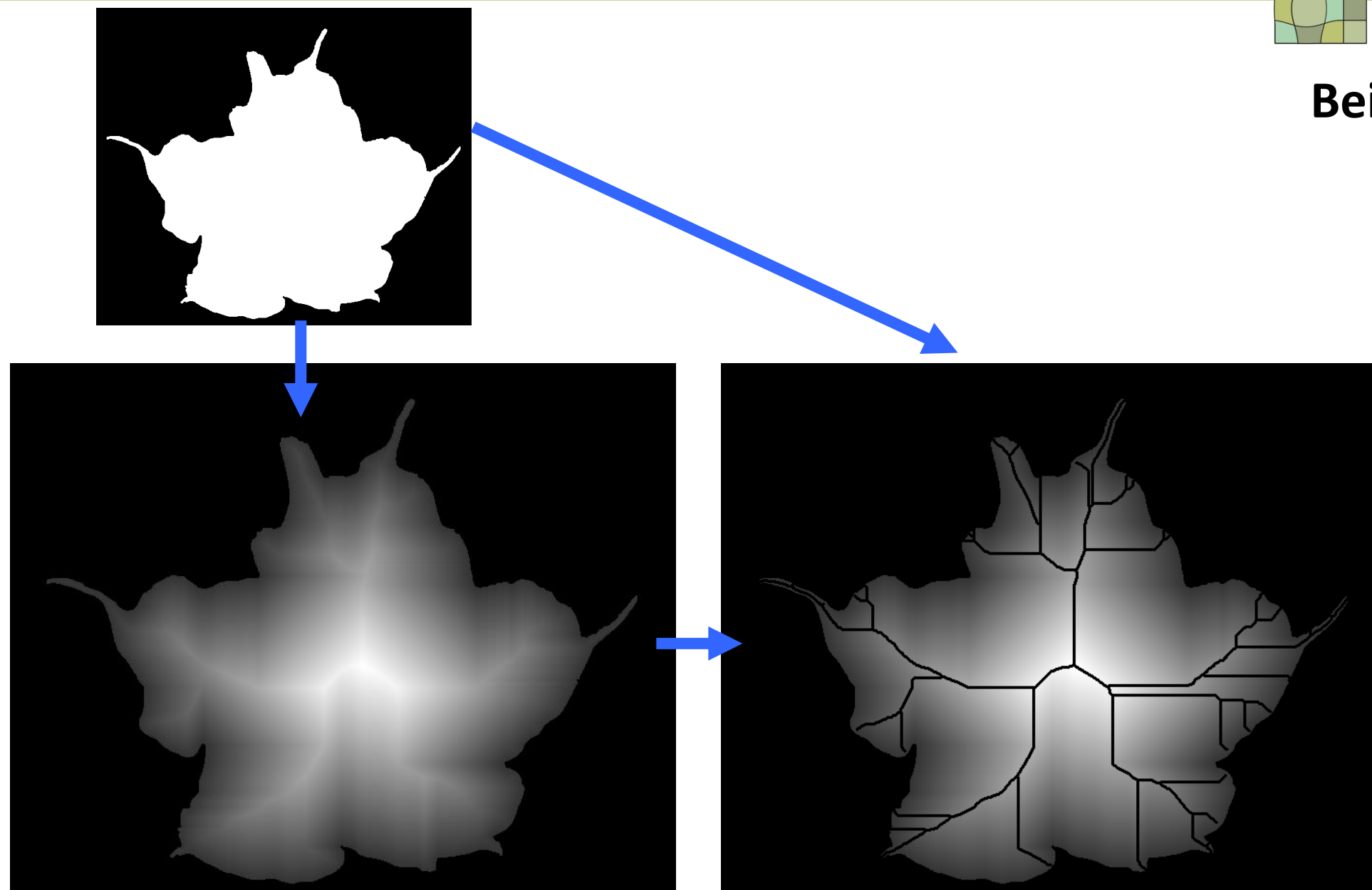
Symmetrisches Thining:

$$G \oslash S_T = G \setminus \bigcup_{n=1,8} G \otimes S_{Ti}$$

Thinning wird wiederholt, bis $G \oslash S_T = G$ ist.



Beispiel





Was sollten Sie gelernt haben?

Morphologische Operationen: Formverändernde oder formauswertende Operationen auf Segmenten.

Morphologische Filter zur:

- Unterdrückung von Artefakten nach einer Segmentierung
- Suche nach vorgegebenen Formen
- Randbestimmung, Distanztransformation und Morphing
- Skelettierung von Segmenten



Famous Last Question

**Wie lässt sich das folgende
Bild nach Textur
segmentieren?**

