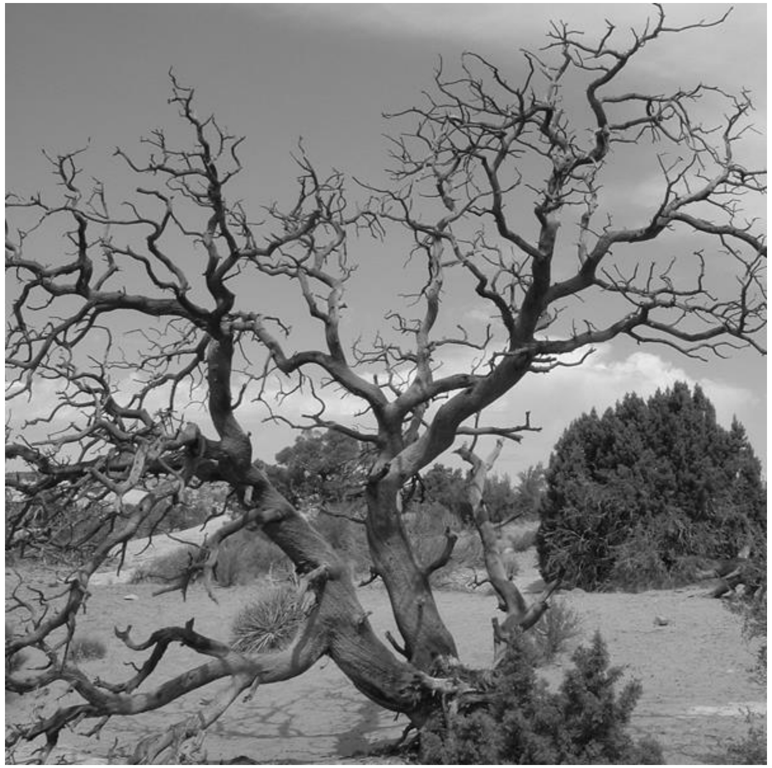
Famous Last Question

- Was geschieht, wenn man die Frequenzraumrepräsentation vor der Rücktransformation komplex-konjugiert?

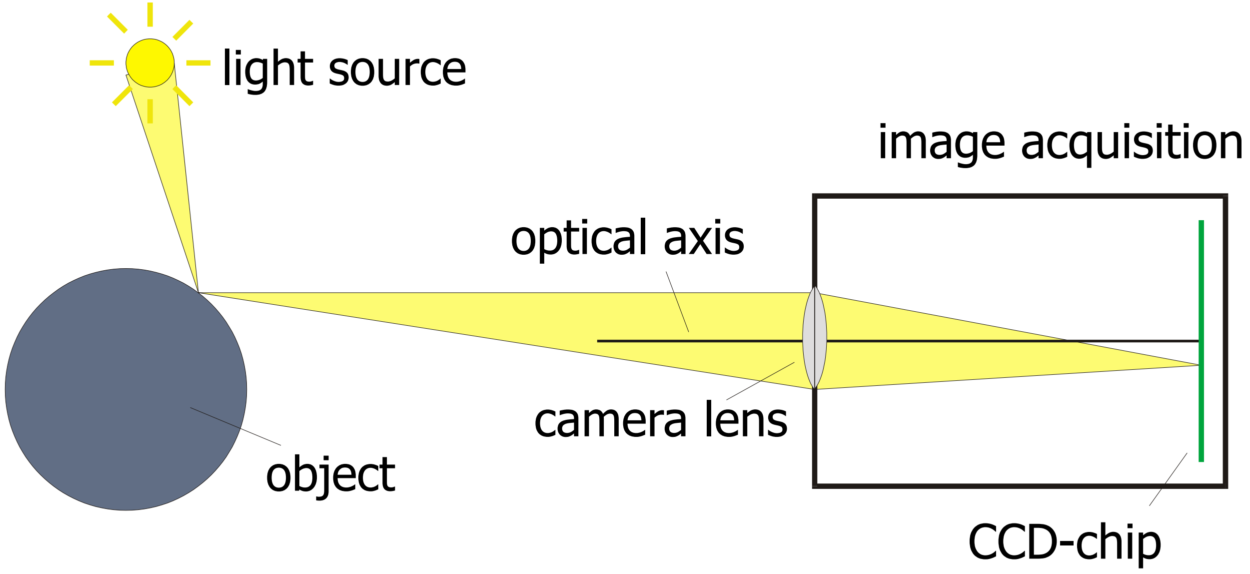


- Warum?

Abtastung bei der Bildaufnahme

- **Informationsverlust**: verloren gegangene Information beziffern und ggf. rekonstruieren (erfordert Modell).
- **Deterministische** Informationsveränderung: Veränderung beschreiben und – falls möglich – invertieren (Restauration, VL 6).
- **Stochastische Informationsveränderung**: Veränderung beschreiben und näherungsweise rückgängig machen (Bildverbesserung, VL 8-10).

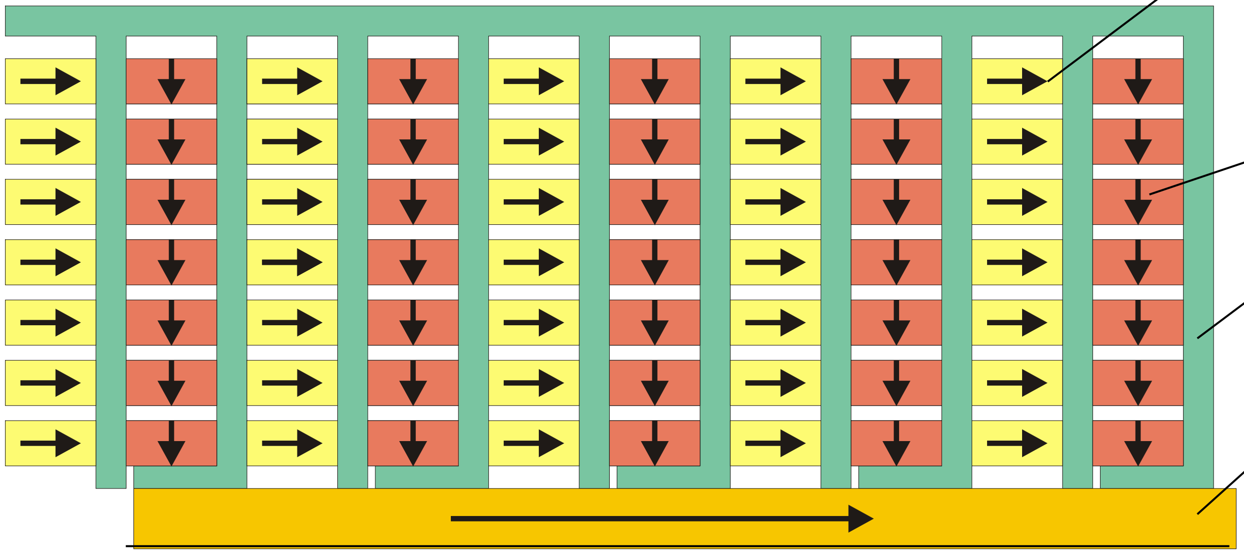
Bildaufnahme



Industrielle CCD Kameras

Die **Optische Achse** verläuft durch das Linsenzentrum und den Mittelpunkt des Bildes.

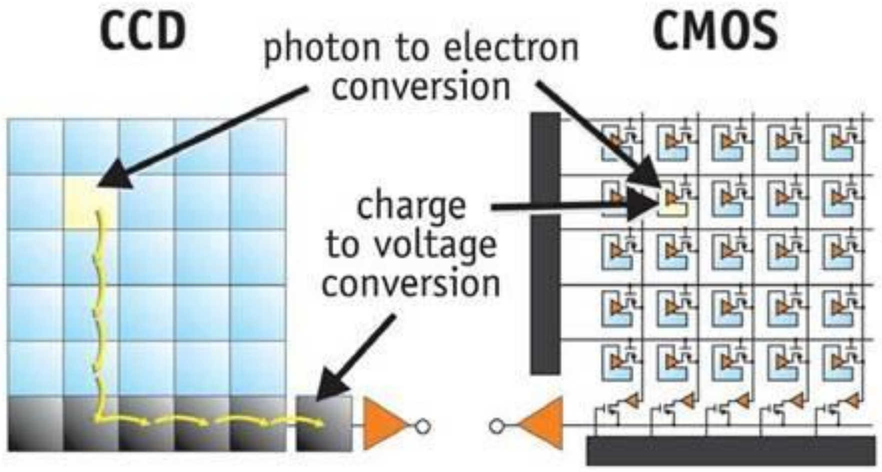
CCD-Kamera



CCD Chip (interline transfer architecture)

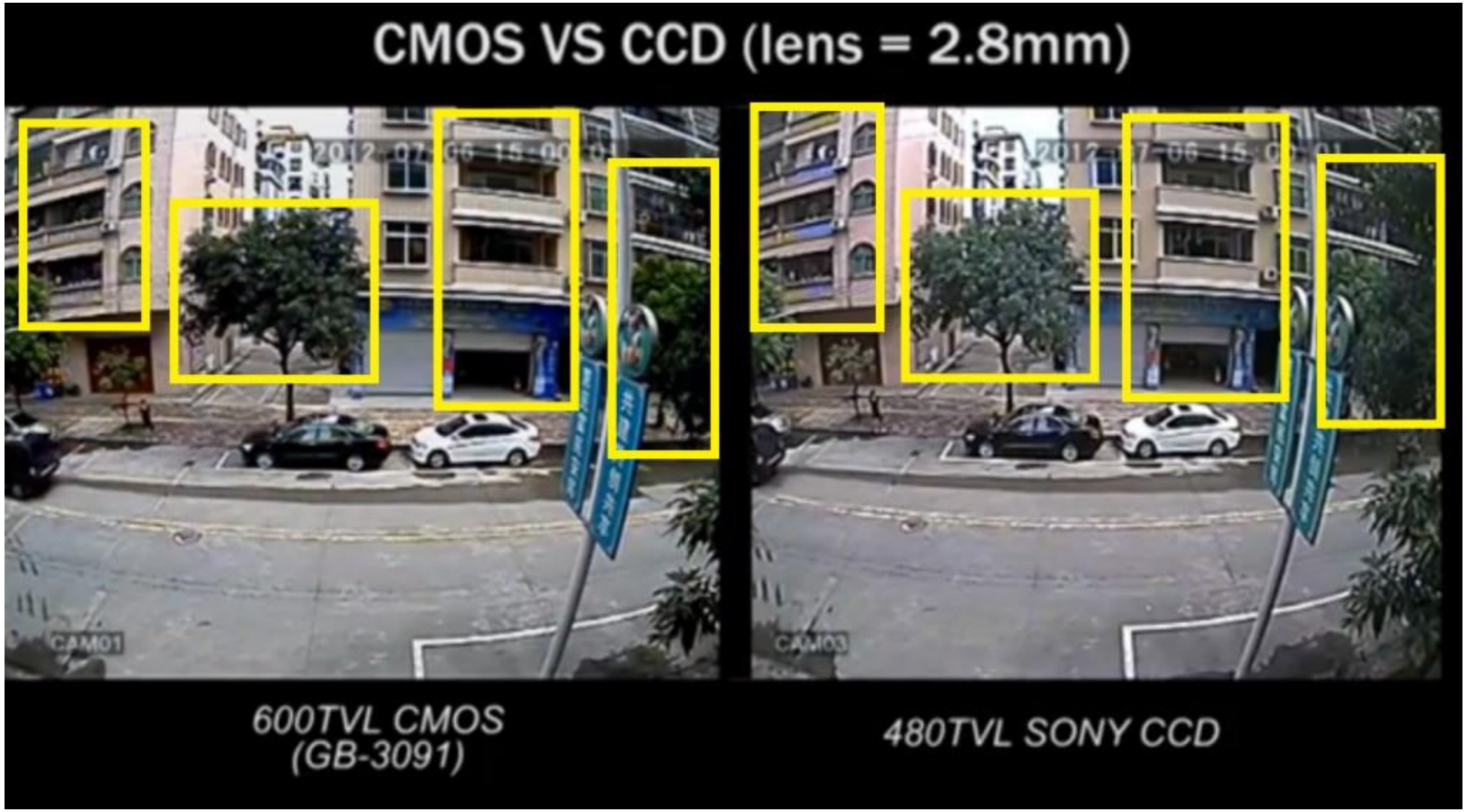
CMOS Sensoren

- Nachteil CCD: Verstärkung des Signals erst nach dem sequentiellen Auslesen
- CMOS-Sensor (Active Sensor): jedes Bildelement wird einzeln verstärkt
- Vorteile
  - Pixel können gleichzeitig ausgelesen werden (hohe Bildraten)
  - Geringer Energieverbrauch
  - preiswerter
- Nachteil
  - Kleinere photosensorische Fläche (geringere Lichtempfindlichkeit)
  - Kleinere Pixel = Höheres Bildrauschen
  - Höherer Dunkelstrom

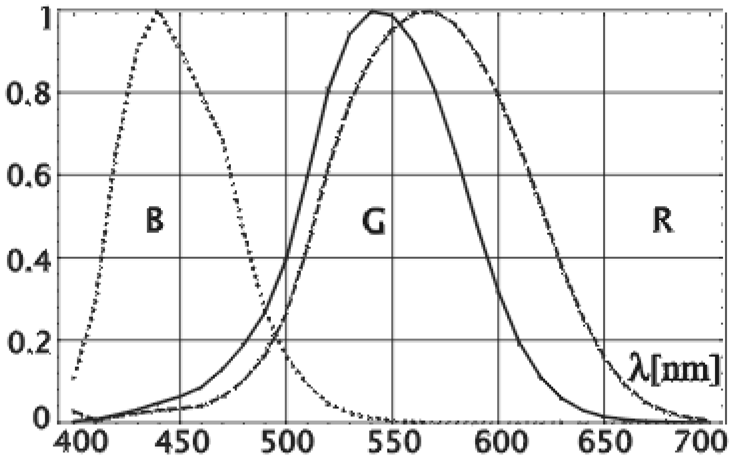


CMOS vs. CCD

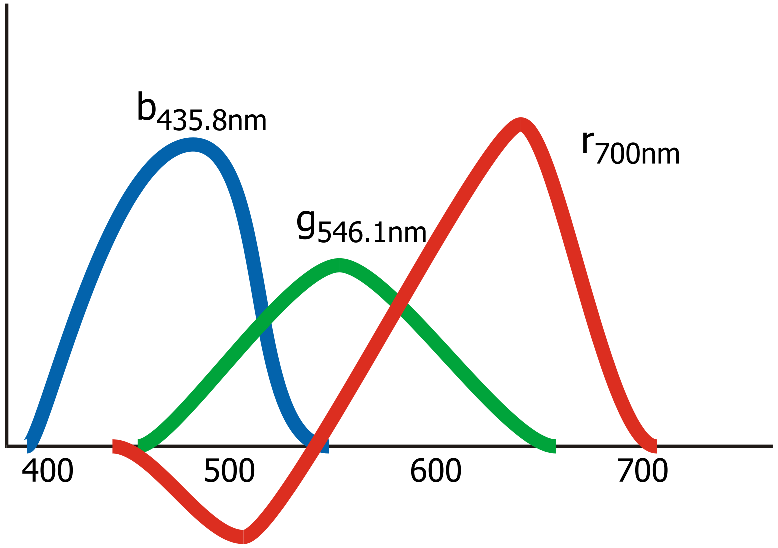
- CCD hat besseres Dynamik-verhalten (Abbildung bei großer Helligkeitsvariation)



Farbe

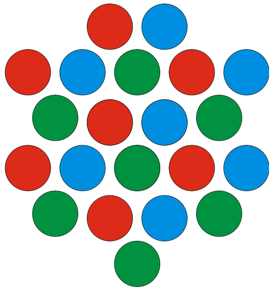


Menschliche visuelle Wahrnehmung erfolgt über drei unterschiedlich für das wahrgenommene Spektrum empfindliche Zelltypen.



Der Wahrnehmung fast aller sichtbaren Wellenlängen kann durch Kombination von drei Wellenlängen angenähert werden.

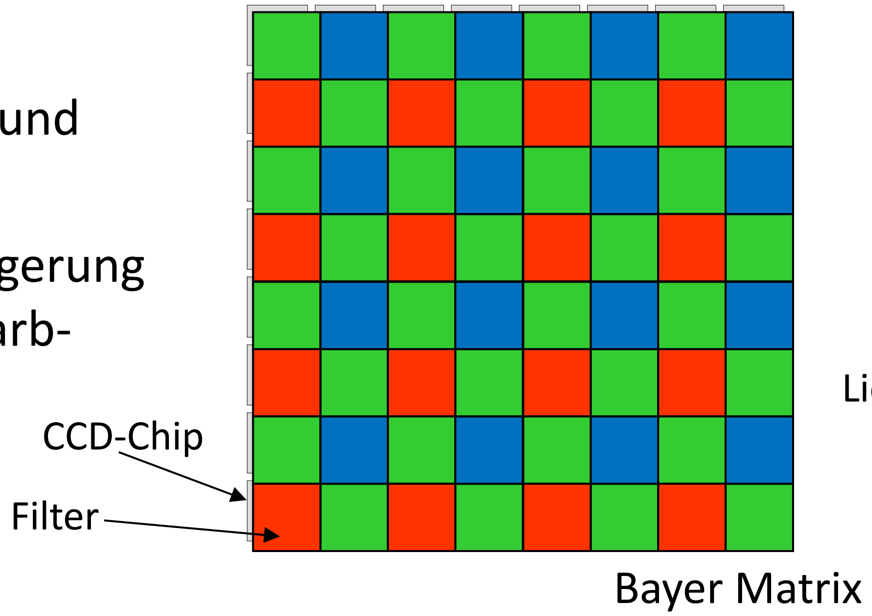
Farbe kann als additives Rot-Grün-Blau-Signal vermittelt werden.

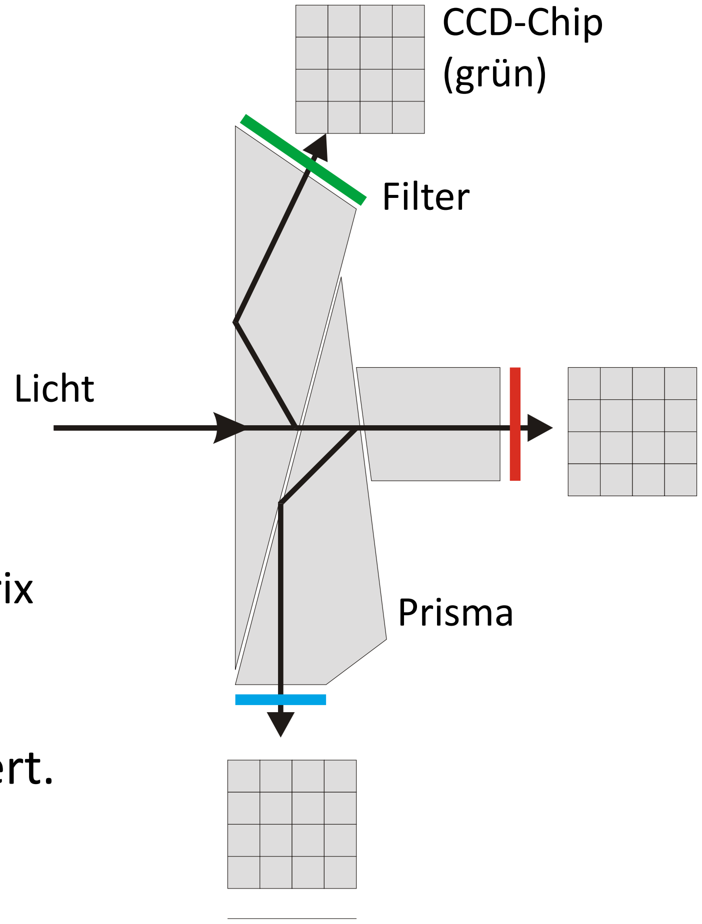


Farbe und CCD-Kameras

1-Chip-Kamera:
Sensorelemente und RGB-Filter.

Nachteile: Verringerung der Auflösung, Farb-aliasing



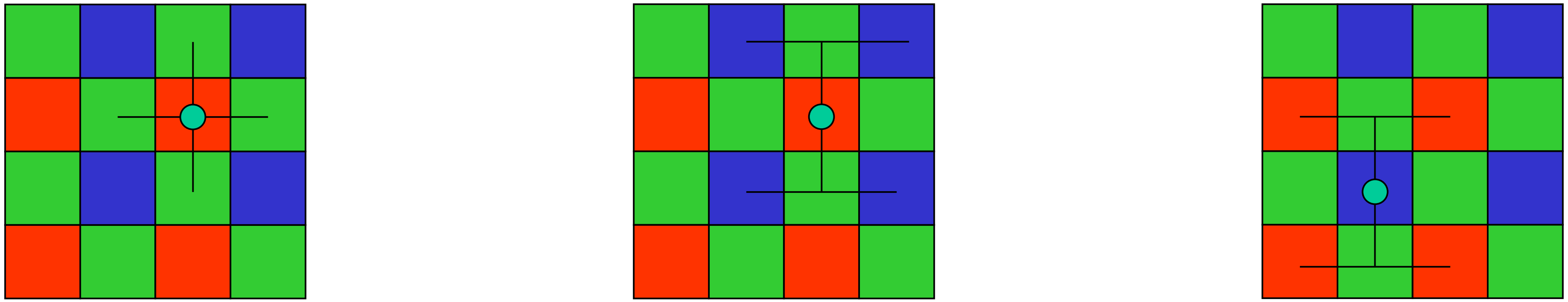


3-Chip-Kamera:
Licht wird durch ein Prisma getrennt und separat gefiltert.

Nachteil:
Aufwändige Konstruktion.

Farb-Interpolation bei 1-Chip Kameras

- Annahme: Farbwerte ändern sich nur langsam
- Interpolation:
  - Fehlende Information (50% bei grün, 75% bei rot und blau) wird interpoliert
  - Einfachste Interpolation: linear aus den Nachbarn
  - Bessere Verfahren: Berücksichtigung von Farbkanten = richtungsabhängige Interpolation



Farbartefakte

- Vor allem an Kanten mit starkem Kontrast
- False Coloring
  - Verursacht durch die örtlich unterschiedlichen Farbkanäle, die interpoliert werden.
- Zippering (zip lock = Reißverschluss)
  - Vor allem an Kanten, die fast parallel zur X- bzw. Y-Achse verlaufen.
- Interpolation unter Berücksichtigung der Kantenorientierung verhindert die Artefakte

Andere Aufnahmesysteme

- Röntgenbilder
- Schichtbildrekonstruktionen
- Reflexionslaufzeitbilder
- Tiefenkarten

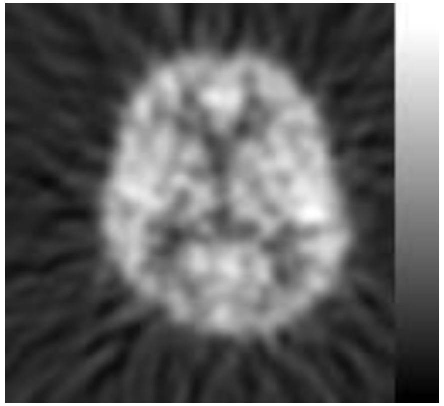
Interpretation, Definitions- und Wertebereich dieser Bilder unterscheidet sich von digitalen Fotos

Röntgenbilder

- monochrom.
- Semantik: projizierte Strahlenabsorption.
- Hochauflösend (>4 Megapixel).
- Wertebereich 8-12 Bit.
- Problem: keine Tiefeninformation

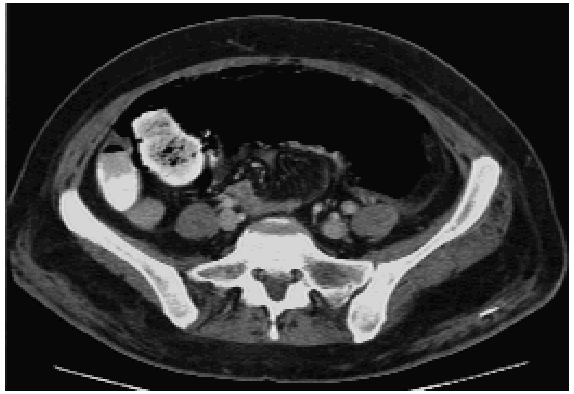
Schichtbilder

- monochrom
- Semantik: unterschiedlich
- Geringe Auflösung (0.02-0.25 Megapixel).
- Wertebereich 8-12 Bit
- Probleme: Artefakte und Rauschen.



PET (Metabolismus)

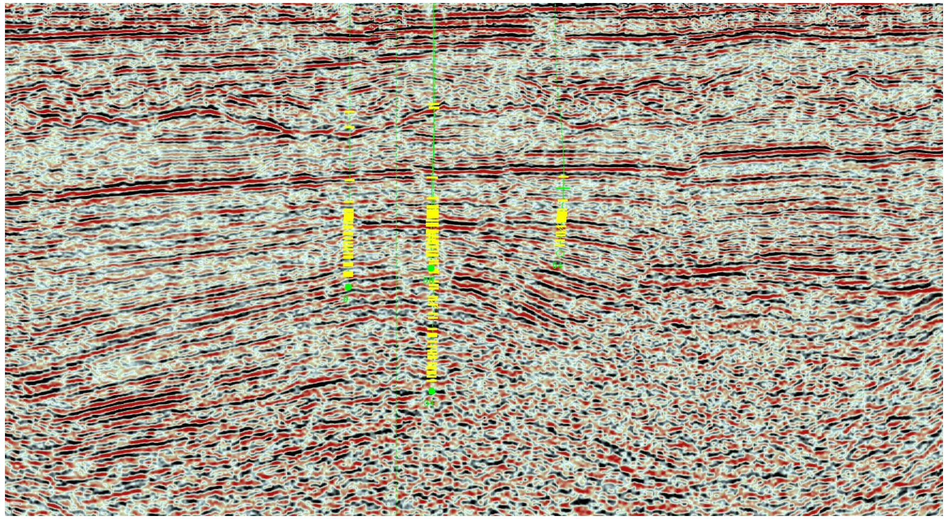
MRT (H_2 und Bindung)

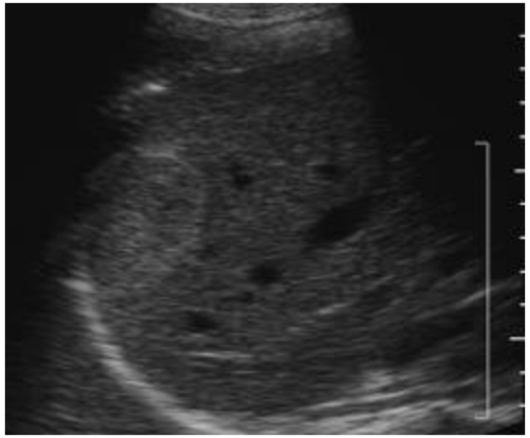


Röntgen-CT (Strahlenabsorption)

Reflexionslaufzeitbilder

- monochrom
- Semantik: Laufzeit und Reflexionsstärke von Schallwellen
- Auflösung unterschiedlich
- Wertebereich 8 Bit
- Problem: Artefakte





Tiefenkarten

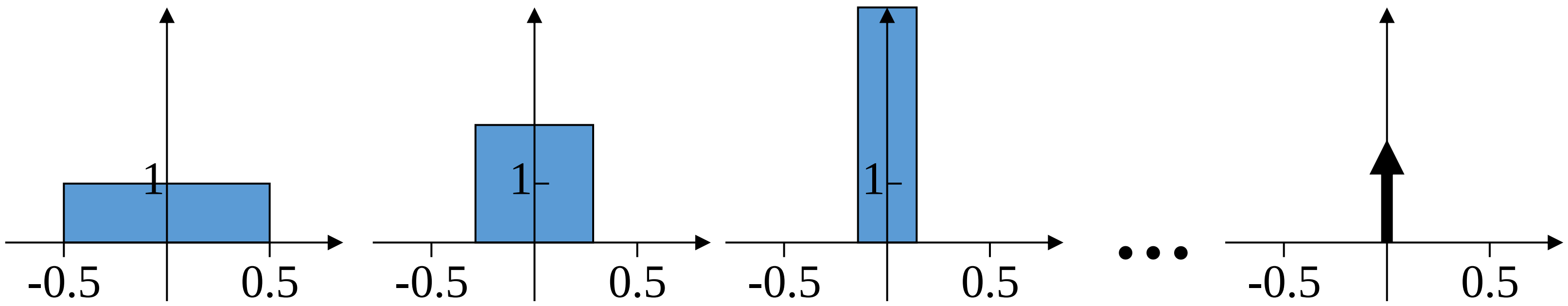
- monochrom
- Semantik: Abstand zur Kamera
- Auflösung wie digitale Fotos
- Wertebereich 8-16 Bit
- Problem: häufige „Ausreißer“

Zusammenfassung

- Semantik eines Bilds wird zum Teil durch das Aufnahmeverfahren bestimmt
- Ein-Kanal- oder Mehr-Kanal-Bilder
- Bilder sind immer eine Abtastung der (bezüglich des Aufnahmesystems sichtbaren) Szene
  - Oberfläche
  - Projektion von transparenten/transluzenten Flächen
  - Schichtbild
- Die Abtastung bildet einen reellen auf einen ganzzahligen Definitionsbereich ab (=Informationsverlust)

Abtastung (Mathematische Beschreibung)

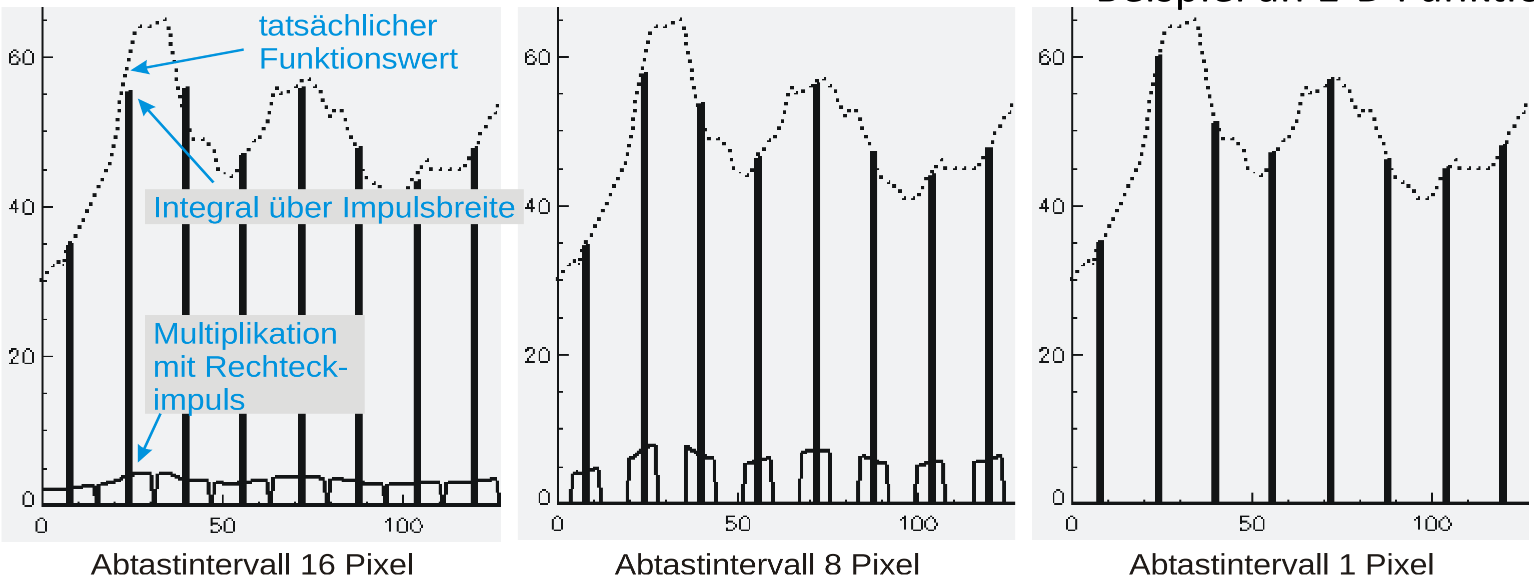
- Multiplikation der Bildfunktion $f(x)$ mit einer Impulsfolge.
- Impulsfolge: Folge von Dirac-Impulsen $\delta(x)$.
- $\delta(x) = 0$ für $x \neq 0$ und $\int \delta(x) = 1$
- Näherungsweise Bestimmung durch Rechteckimpuls:



Abtastung

- Multiplikation mit dem Rechteckimpuls ergibt den Durchschnittswert.
- Je kleiner die Impulsbreite desto mehr nähert sich das Ergebnis dem tatsächlichen Funktionswert am Abtastort an.

Beispiel an 1-D Funktion



Transformation und Abtastung

- Die Transformationen Translation, Rotation und Skalierung sind auf reellen Zahlen definiert:

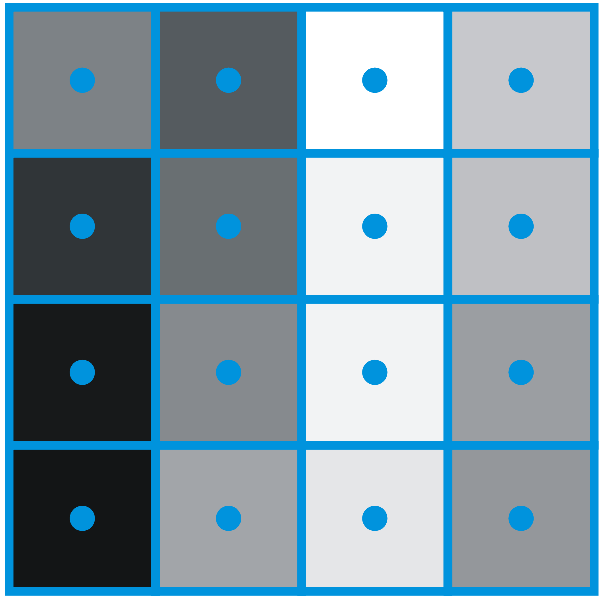
$$Rot_{\alpha}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad Tr_{dx,dy}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+dx \\ y+dy \end{pmatrix}, \quad Sc_{s}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = s\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

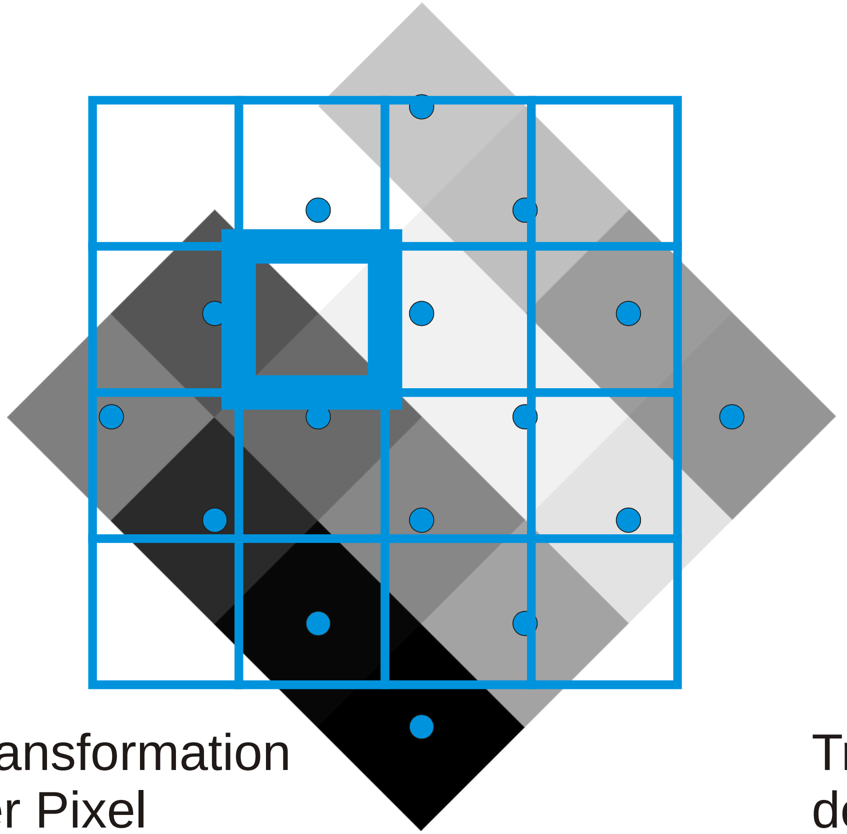
- Digitale Bilder haben einen ganzzahligen Definitionsbereich.
- Nach Transformation eines bereits abgetasteten Bildes ist eine Interpolation notwendig.

Interpolation

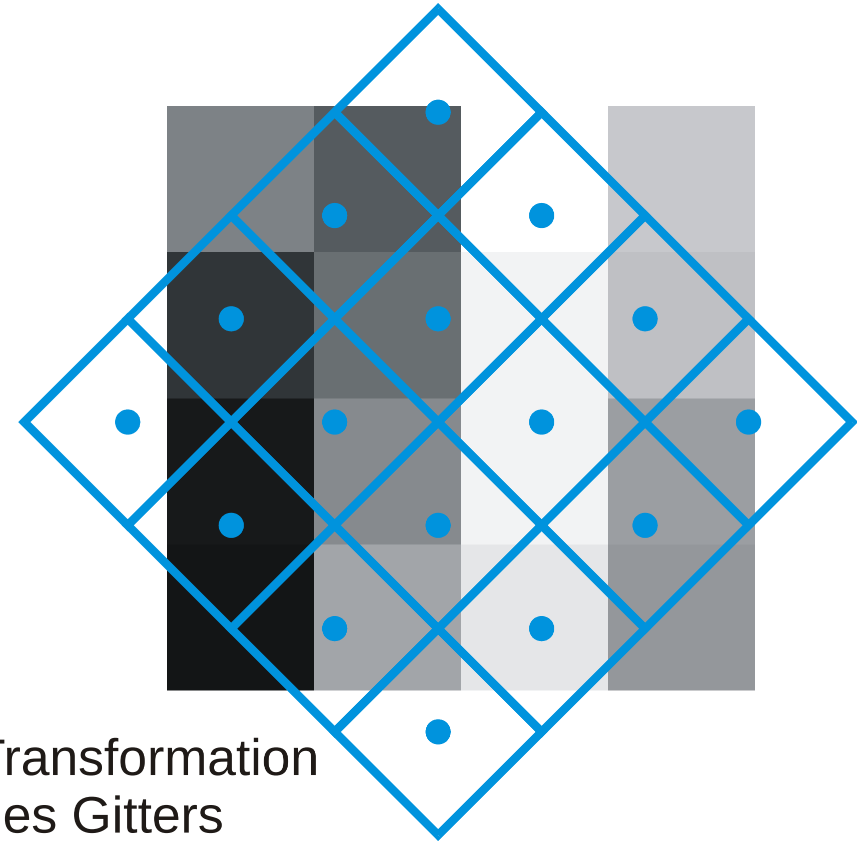
- Konstante Interpolation (Wert des nächsten Nachbarpixels):
- Lineare Interpolation
- Interpolation durch Polynome höheren Grades.
- Interpolation im Frequenzraum.

Konstante Interpolation



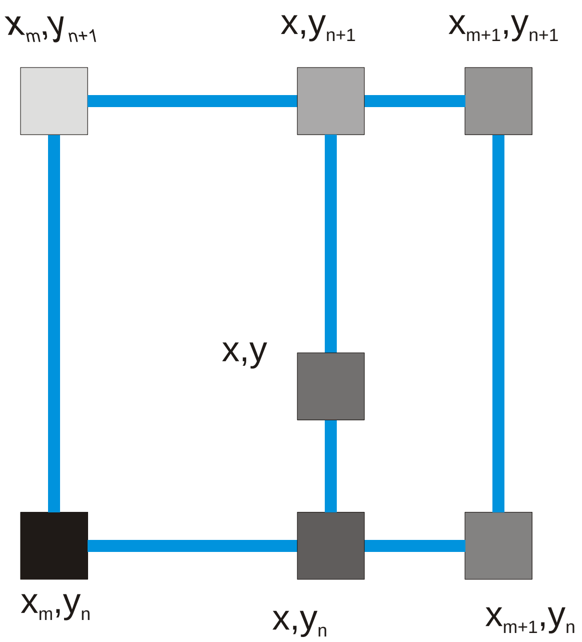


Transformation
der Pixel



Transformation
des Gitters

Bilineare Interpolation



Erster Schritt:

$$g_1(x_m, y) = \frac{y_{n+1} - y}{y_{n+1} - y_n} f(x_m, y_n) + \frac{y - y_n}{y_{n+1} - y_n} f(x_m, y_{n+1}),$$

$$g_1(x_{m+1}, y) = \frac{y_{n+1} - y}{y_{n+1} - y_n} f(x_{m+1}, y_n) + \frac{y - y_n}{y_{n+1} - y_n} f(x_{m+1}, y_{n+1}).$$

Zweiter Schritt:

$$g(x, y) = \frac{x_{m+1} - x}{x_{m+1} - x_m} g_1(x_m, y) + \frac{x - x_m}{x_{m+1} - x_m} g_1(x_{m+1}, y).$$

Polynome höheren Grades

- Die Bildfunktion wird besser angenähert, wenn mehr Terme der Taylor-Approximation berücksichtigt werden.
- Ableitungen für die Taylor-Reihe werden durch Differenzen angenähert.
- Grad des Polynoms ist ein Kompromiss zwischen
  - steigender Anzahl berücksichtigter Terme der Taylor-Reihe.
  - steigender Ungenauigkeit der geschätzten Ableitungen.

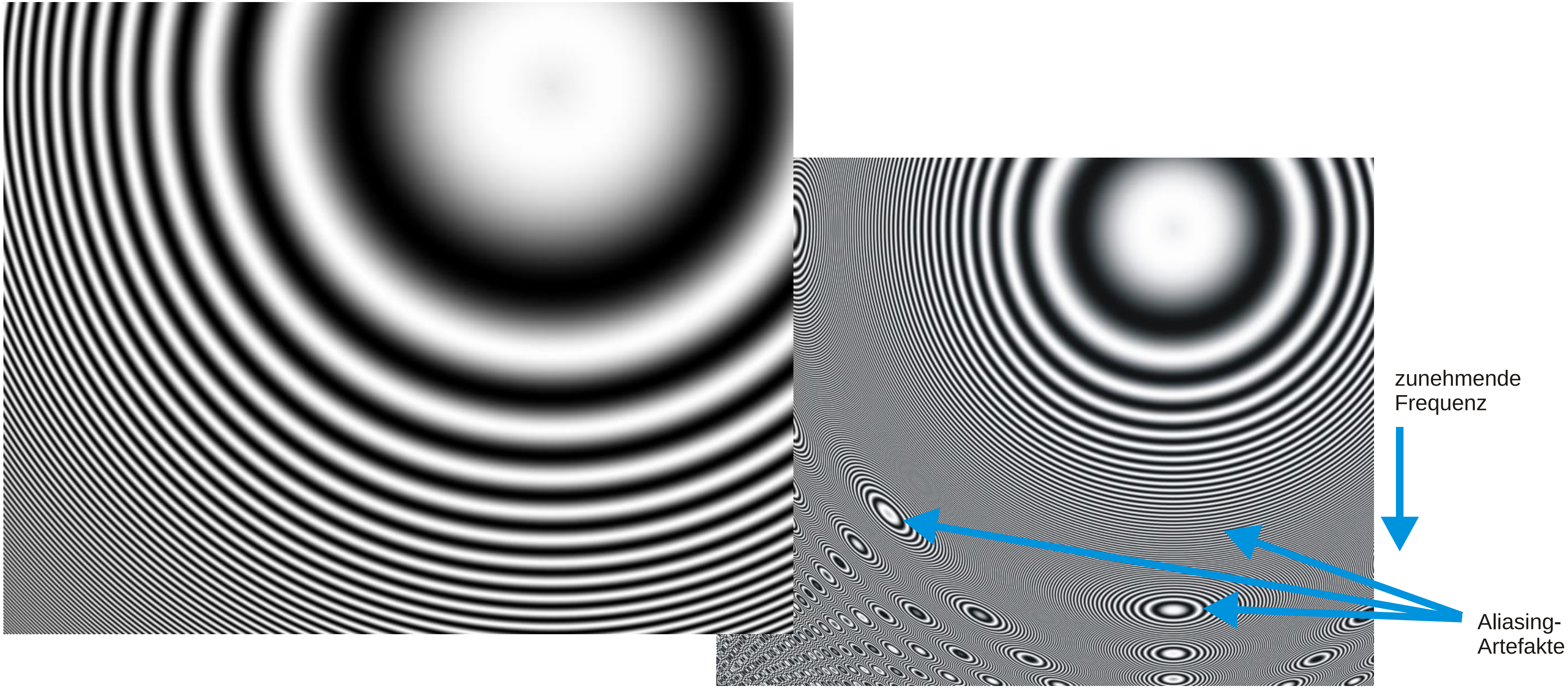
Interpolation im Frequenzraum

- Die Basisfunktionen der Fouriertransformation haben einen reellen Definitionsbereich.
- Ein Funktionswert kann an beliebiger Stelle (x, y) bestimmt werden durch

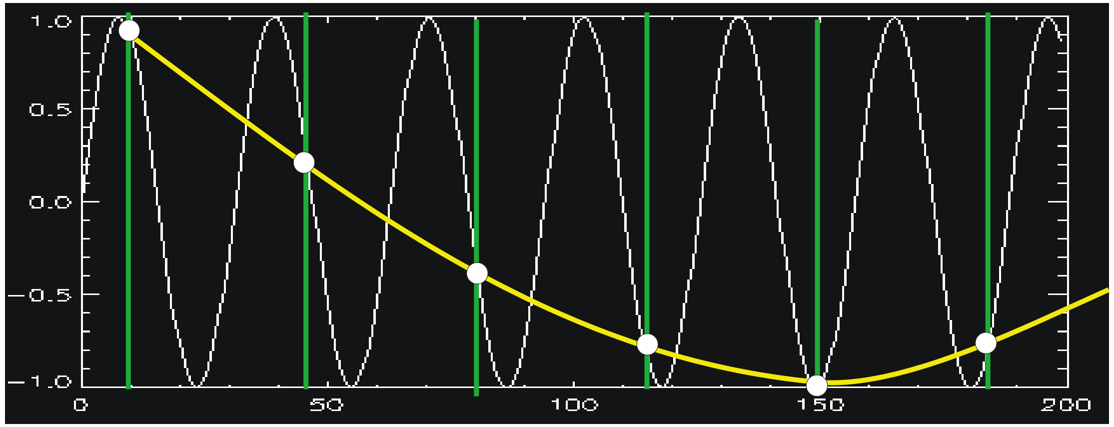
$$g_F(x,y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) \exp\left(i2\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right) \right)$$

- Die Interpolation ist exakt, falls die Funktion bandbegrenzt ist (was die meisten Funktionen jedoch nicht sind).

Moiré-Effekt bei Abtastung



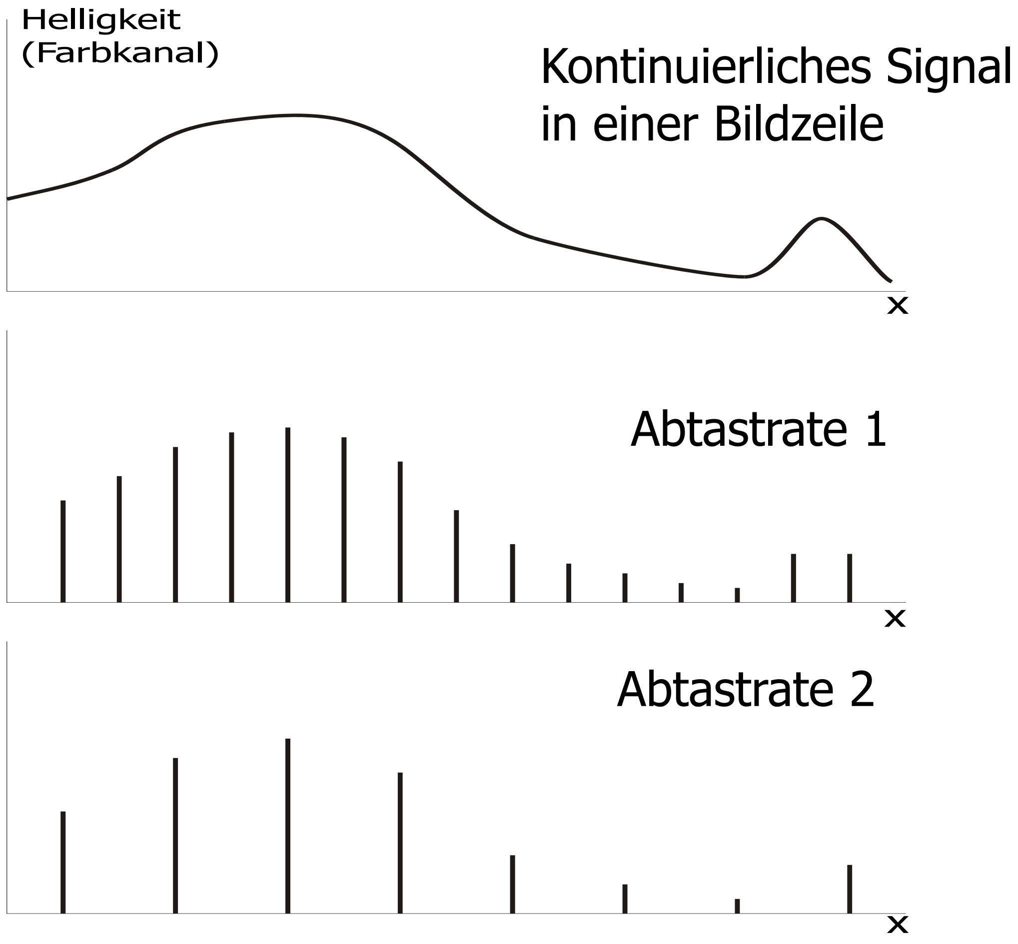
Aliasing



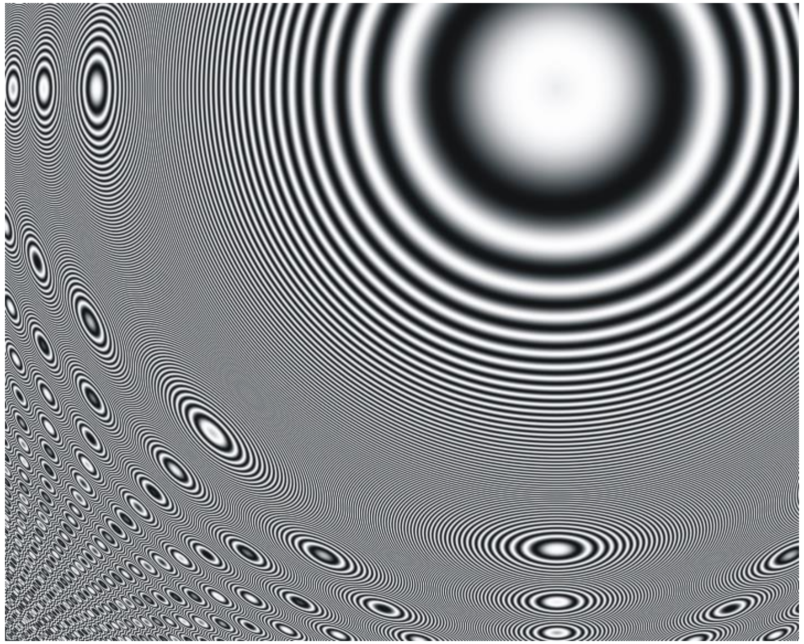
Durch die Abtastung wird eine Frequenz rekonstruiert, die nicht im Original vorhanden ist (Alias-Frequenz).

Folgerung: Moiré-Effekt kann mit Hilfe der Repräsentation im Frequenzraum erklärt werden.

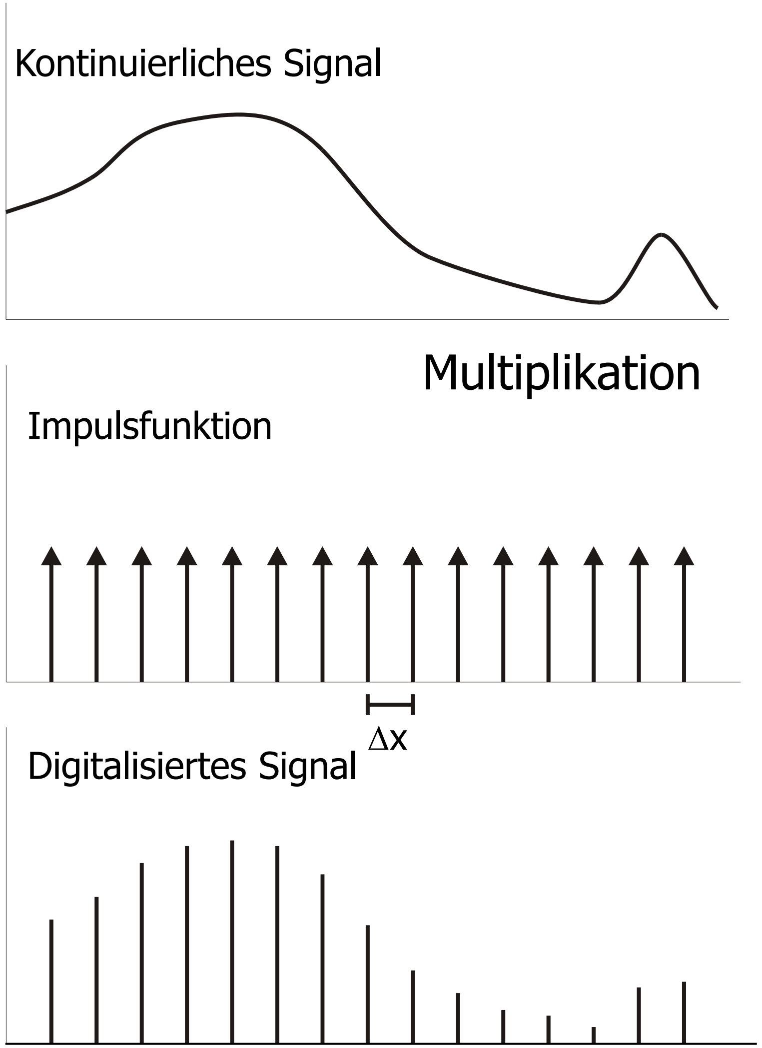
Abtastung im Ortsraum



Abtastung durch CCD-Kamera, als Punktabtastung.



Was ist geschehen?



Das kontinuierliche Signal $f(x)$ wurde mit der Impulsfunktion $s(x)$ multipliziert.

$s(x) = d(x + n \cdot \Delta x)$ ist die Abtastfunktion.

Multiplikation im Ortsraum ist Konvolution im Frequenzraum!

Was geschieht im Frequenzraum?

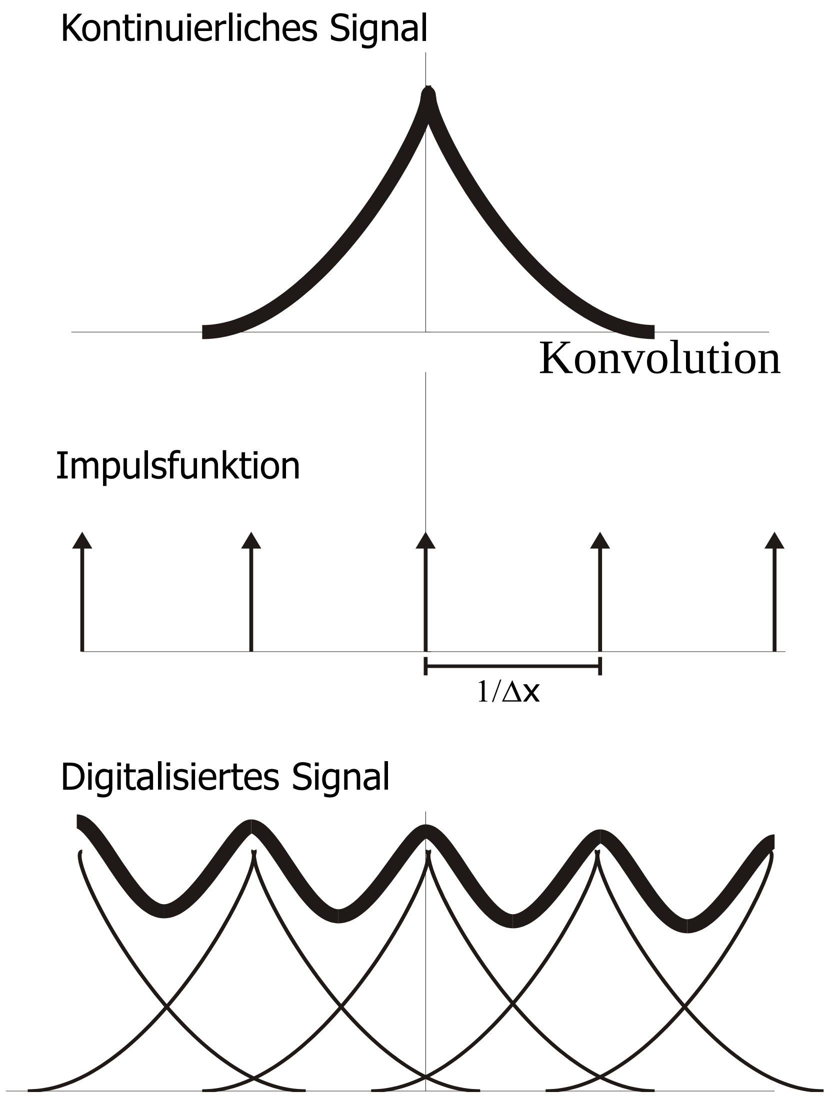
Was ist geschehen?

Fouriertransformierte Abtastfunktion:

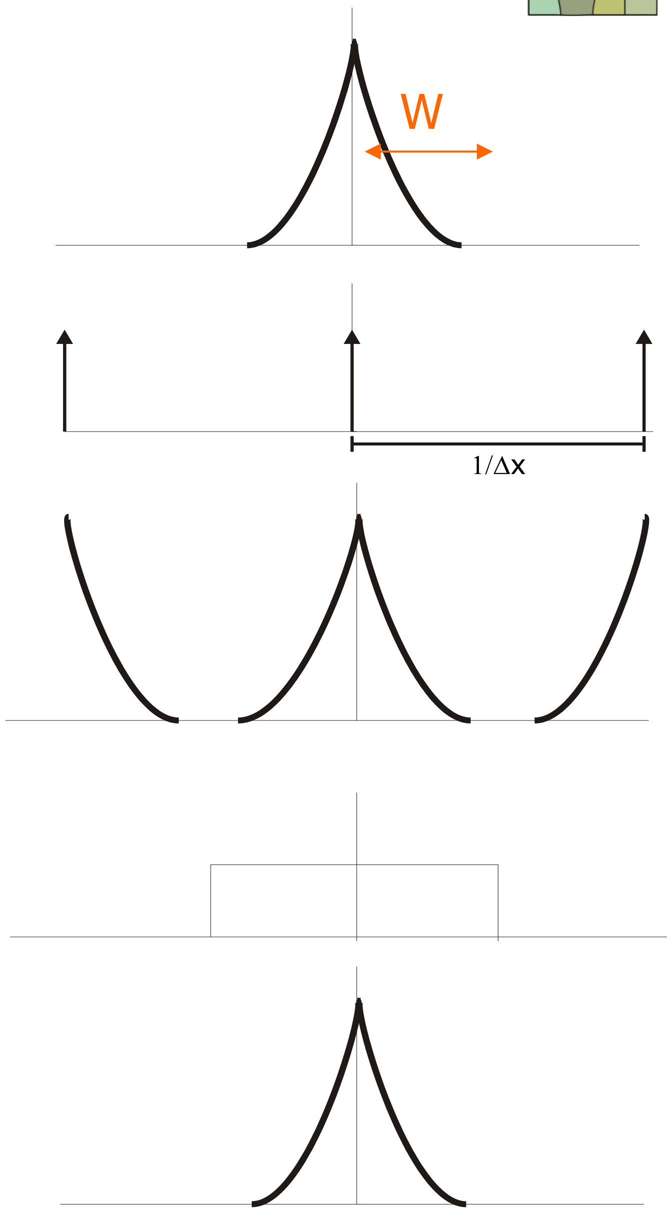
Impulsfolge mit Abstand $1/\Delta x$ zwischen Impulsen.

Die Konvolution führt zur Überlappung von Anteilen des kontinuierlichen Signals (=Aliasfrequenzen).

Aliasfrequenzen tauchen nur dann nicht auf, wenn die Frequenzanteile nach der Konvolution sich nicht überlappen.



Shannon‘sches Abtast-Theorem



Falls die aufgenommene Funktion bandlimitiert auf Frequenzen < W ist und gilt:

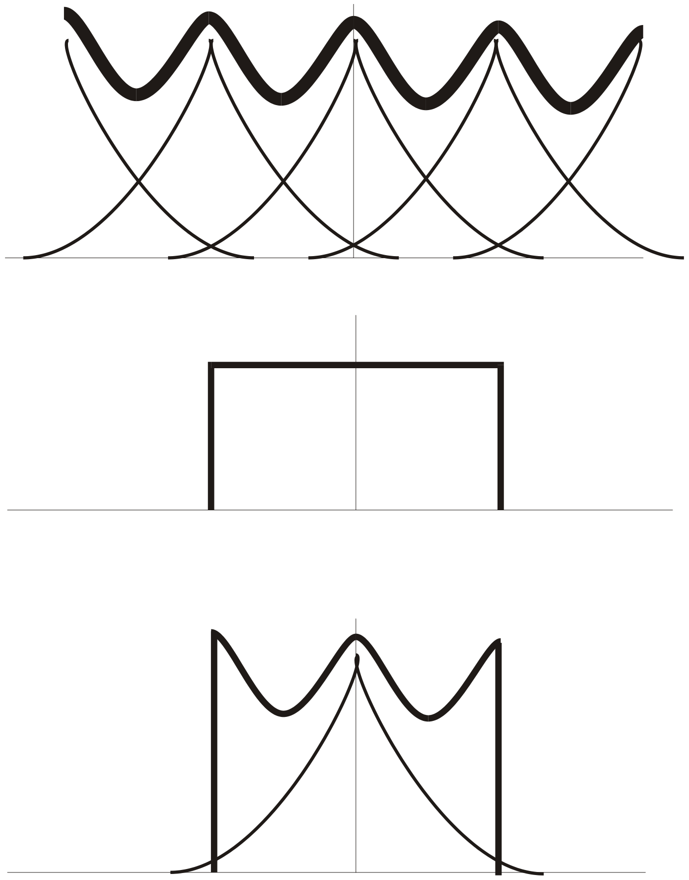
$$2W \leq {}^{1}/_{\Delta x} \qquad \Leftrightarrow \qquad \Delta x \leq {}^{1}/_{2W},$$

dann kann die ursprüngliche Funktion aus der abgetasteten Funktion komplett rekonstruiert werden.

Anti-Aliasing Techniken

Abzutastende Funktion muss dem Shannon-Theorem genügen

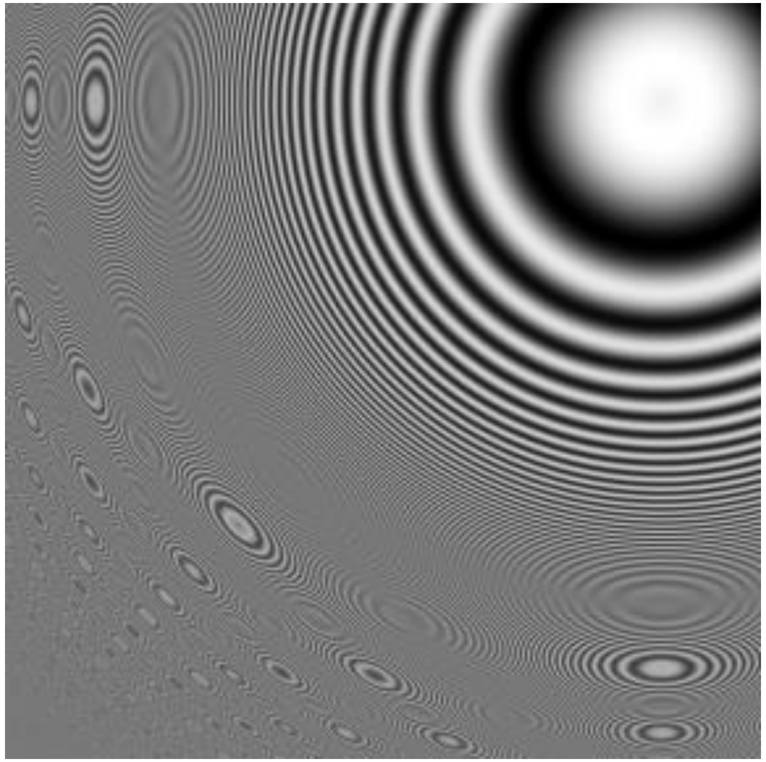
- Abtastrate solange erhöhen, bis $\Delta x \leq {}^{1}/_{2W}$ gilt
- Filterung durchführen, so dass alle Frequenzen W mit $W \leq {}^{1}/_{2\Delta x}$ gelöscht werden.

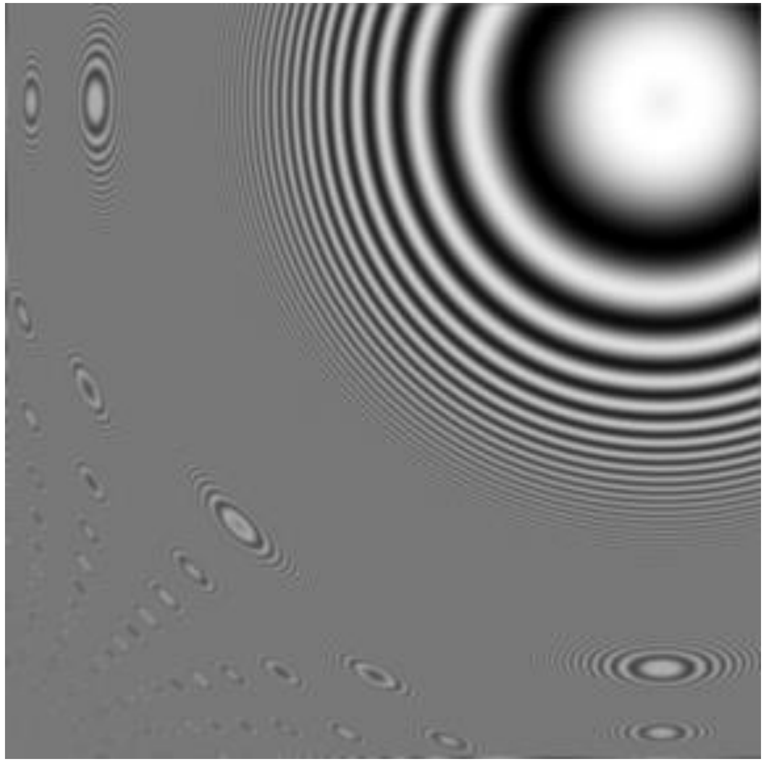


Probleme:

- Funktion ist meist nicht bandlimitiert.
- Filterung muss vor der Abtastung erfolgen.

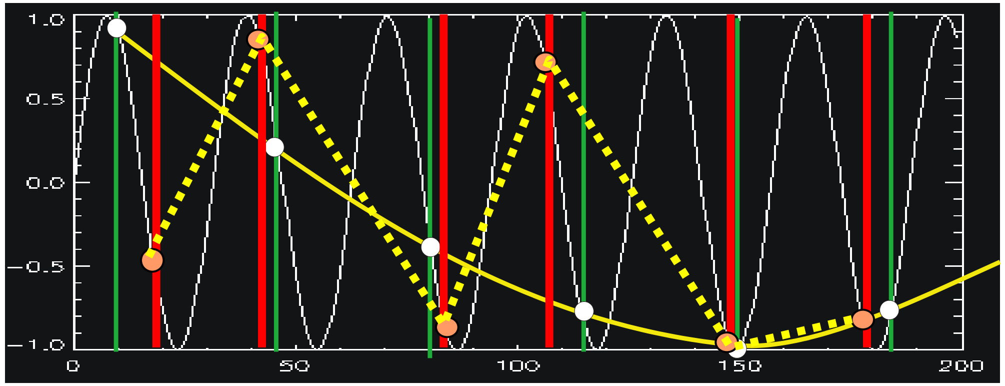
Anti-Aliasing (Beispiel)





Tiefpassfilterung

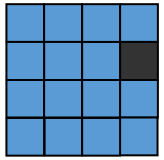
Anti-Aliasing (Computergraphik)

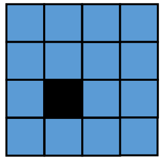


- Menschliche Wahrnehmung ist nicht Aliasing-empfindlich
- Erklärung:
  - Sehzellen sind nicht exakt gleichmäßig verteilt
  - Zerstört das (falsche) Regelmaß des gesehenen Objekts
- Simulation bei der Bildgenerierung (Computergraphik)
  - Zufällige Variation des genauen Abtastorts
  - Übertragen auf die Bildverarbeitung: Neuabtastung mit Reduktion der Ortsauflösung und zufälliger Variation der Abtastorte

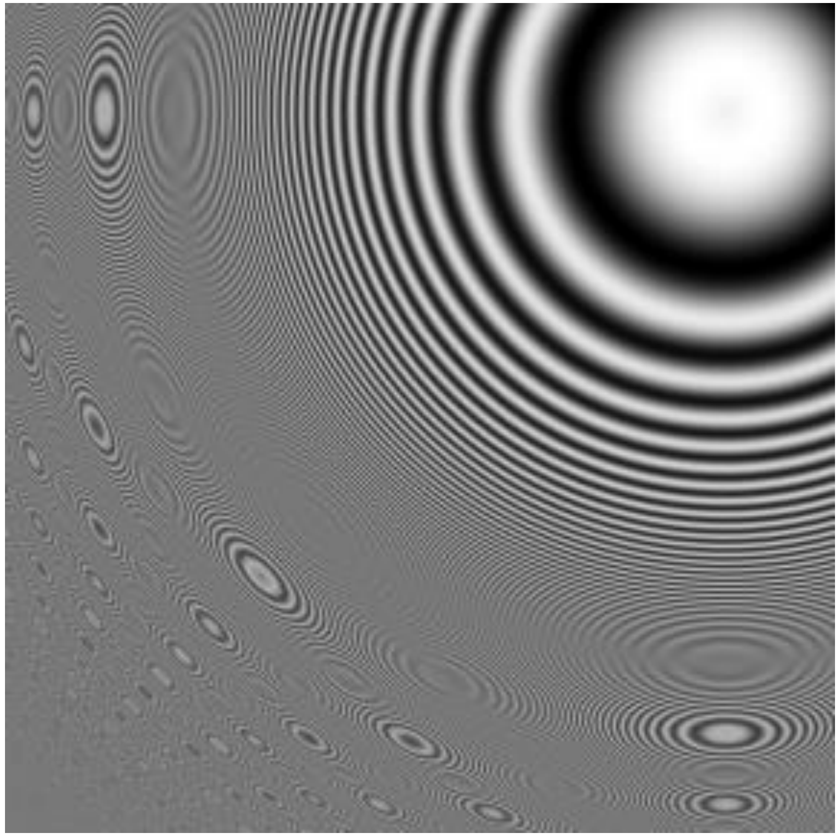
Anti-Aliasing (Beispiel)

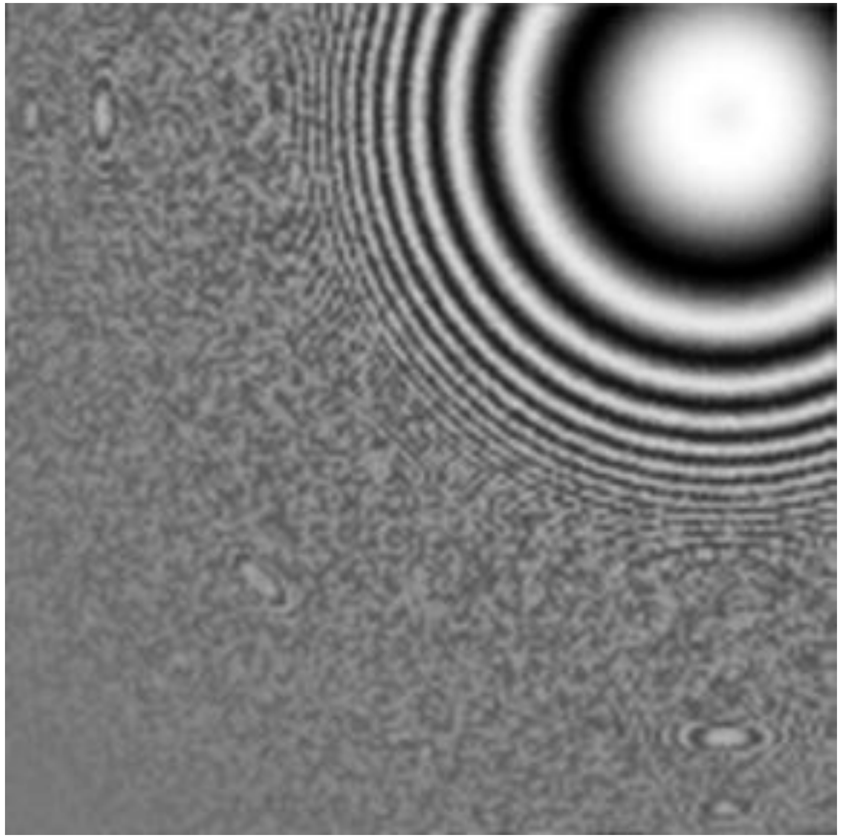
Zufällige
Abtastorte





…





Was sollten Sie heute gelernt haben?

- Informationsverlust durch Abtastung
- Interpolation in Bildern
- Aliasing (Moiré-Effekt)
- Abtasttheorem

Famous Last Question

Wenn die Abtastorte zufällig sind, wieso sieht man noch die niedrigen Frequenzen?