

MEC8211 – Hiver 2024  
Devoir 2 – Vérification de code – MMS – 8,33%  
Vérification et Validation en Modélisation Numérique

Date de remise sur Moodle : 26/02 à midi

Directives :

- À réaliser en équipe de 3 (même équipe que le Devoir 1);
- Le langage de programmation est laissé à votre discrétion parmi les langages suivants : Python, MATLAB, C/C++ ou Fortran. Nous recommandons toutefois l'utilisation d'un langage de prototypage interprété vu la faible demande en calcul et les possibilités de post-traitement disponibles. Commentez votre code de façon appropriée et en suivant les bonnes pratiques de programmation abordées en classe;
- Les résultats aux diverses questions seront à rapporter au moyen d'une présentation de type PowerPoint (10 slides maximum). Faites des réponses courtes aux questions;
- Créer un projet public sur le GitHub et démontrer l'utilisation de Git durant la phase d'écriture du code et fournir l'adresse du dépôt dans votre présentation PowerPoint;
- Apporter une attention particulière à qualité de vos graphiques. Tracer vos analyses de convergence sur un graphique log-log tel que mentionné en classe;
- Remettre un fichier zip par équipe (Devoir2-Matricule1-Matricule2-Matricule3.zip) sur Moodle contenant la présentation PowerPoint des résultats et le code source (et éventuellement les directives pour le compiler et une version compilée);
- Noter que l'énoncé de ce devoir fait suite à celui du Devoir 1.

Barème d'évaluation :

Item	État				
Programme	Non-fonctionnel	Fonctionnel	Fonctionnel	Fonctionnel	Fonctionnel
Résultats	Inexistant	La plupart des résultats manquants ou erronés	Environ la moitié des résultats corrects	Presque tous les résultats corrects	La totalité des résultats corrects
Note	0-30%	40-50%	60-70%	80-90%	100%

Enoncé :

Mme D'AVIGNON s'est montrée satisfaite de la vérification effectuée précédemment (Devoir 1). Toutefois, elle vous fait remarquer que la vérification n'a pu être réalisée que sur la solution à l'état stationnaire avec un terme source  $S$  constant et que l'équation d'intérêt (Eq.(1) du Devoir 1) contient en fait une réaction du première ordre telle que  $S = kC$  avec  $k = 4 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1}$  et une évolution dans le temps. Comme il n'existe pas de solution analytique triviale et finie<sup>1</sup> pour tester le schéma numérique

---

<sup>1</sup> Dans les faits, il existe une solution analytique (non-triviale) à ce problème, mais qui fait intervenir une sommation à

(discrétisation à réaliser au moyen du schéma de la question F du Devoir 1) pour l'équation complète, elle vous demande, en considérant une concentration initiale de sel nulle dans le pilier de béton, de :

- A) Réaliser une analyse de convergence, AU CHOIX, au moyen d'une comparaison code à code OU de la méthode des problèmes proches (MNP). Pour la comparaison code à code, elle vous propose par exemple d'utiliser le logiciel d'éléments finis COMSOL Multiphysics avec des éléments d'ordre élevé et d'utiliser un maillage aussi fin que le cas le plus fin testé avec votre code de différences finies. Pour la MNP, elle vous conseille de vous inspirer des exemples dans le livre d'Oberkampf & Roy à la Section 6.4.2. Spécifiquement, vous veillerez à :
- détailler la procédure choisie et comment elle a été réalisée;
  - fournir tous graphiques appropriés pour vérifier votre code de différences finies et discuter brièvement des résultats obtenus;
  - fournir dans votre fichier zip le code ou le fichier COMSOL qui vous a été utile pour réaliser cette étude.
- B) Réaliser maintenant une analyse de convergence à l'aide de la méthode des solutions manufacturées (MMS). Seule contrainte, elle vous demande d'utiliser une solution manufacturée différente de celle utilisée dans l'exemple du cours (c-à-d Eq. 6.20 dans Oberkampf & Roy) et de faire en sorte que votre solution manufacturée fasse intervenir une condition de Neumann au centre du pilier et de Dirichlet en périphérie. Elle vous demande ici de :
- préciser et tracer sur un graphique votre solution manufacturée;
  - préciser les développements vous permettant d'obtenir le terme source additionnel et les conditions frontières appropriées;
  - fournir tous graphiques appropriés pour vérifier votre code de différences finies à l'aide de la MMS et discuter brièvement des résultats obtenus;
  - fournir tout code pertinent à l'obtention des résultats.
- C) Conclure brièvement sur la méthode qui vous semble la plus facile à mettre en œuvre et la plus précise.

NB : notez qu'ici il vous faudra vérifier ici les ordres de convergence en espace et en temps. Attention pour mesurer l'un, il faudra s'assurer que le pas de l'autre soit assez fin pour que son erreur ne domine

---

l'infini de fonctions de Bessel (cf. p. 294 de *Handbook of Linear Partial Differential Equations for Engineers and Scientists* par Andrei D. Polyanin, Vladimir E. Nazaikinskii, <https://doi.org/10.1201/b19056>).

pas l'erreur de l'autre. Par ailleurs, vous n'êtes pas obligé de vérifier l'erreur à la solution stationnaire. Vous pouvez décider de mesurer les ordres de convergence jusqu'à un temps donné suffisamment éloigné de la condition initiale (préciser à quel temps dans vos diapos). Pour calculer des erreurs  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_\infty$ , l'intégrale sur  $\Omega$  (voir définition diapo 7 sur la partie Vérification de code) est en fait une intégrale double (ou un maximum) en temps et en espace.