

KOLEKTIVNI MODEL TVEGANJA IN PANJERJEV ALGORITEM

Kolektivni model tveganja v zavarovalništvu opisuje vsoto višin odškodninskih zahtevkov, ki jih zavarovalnica izplača svojim zavarovancem znotraj danega časovnega obdobja. Naj nenegativna celoštevilaska spremenljivka N šteje odškodninske zahtevke v omenjenem obdobju in naj zaporedje neodvisnih in enako porazdeljenih slučajnih spremenljivk $\{Y_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ predstavlja višine odškodnin. Model privzema še, da so spremenljivke Y_i neodvisne od N .

Kumulativna škoda, ki jo v danem obdobju utрпи zavarovalnica, znaša

$$S = \sum_{i=1}^N Y_i.$$

Zanimajo nas izbrane številske karakteristike in porazdelitev spremenljivke S . Pri delu s programom R bomo uporabljali paket `actuar`.

1. Porazdelitev individualnih škodnih zahtevkov

- Na spletni učilnici z glasovanjem izberite vzorec škod, ki ga boste uporabili v kolektivnem modelu. Na voljo imate 2 vzorca. Podatke uvozite v R in narišite histogram, ki prikazuje vzorčno porazdelitev individualnih škodnih zahtevkov.
- Za modeliranje višine škodnega zahtevka uporabite eno izmed spodnjih porazdelitev (spremenljivka Y). Neznane parametre izračunajte po metodi najmanjše razdalje, kar storite z uporabo funkcije `mde`.

| Porazdelitev | Ukaz v R | Imena parametrov |
|--------------|----------------------|--|
| Paretova | <code>pareto1</code> | <code>shape = α</code> in <code>min = x_m</code> |
| eksponentna | <code>exp</code> | <code>rate = λ</code> |
| Weibullova | <code>weibull</code> | <code>shape = k</code> in <code>scale = λ</code> |

Črkovne oznake parametrov so izbrane tako, kot so prikazane v angleški Wikipediji (<http://en.wikipedia.org>).

- Na histogram iz (a) narišite krivuljo, ki prikazuje gostoto spremenljivke Y . Grafično primerjajte še vzorčno in teoretično porazdelitveno funkcijo.
- Za porazdelitev števila odškodninskih zahtevkov bomo vzeli:

| Porazdelitev | Ukaz v R | Izbrane vrednosti parametrov |
|--------------|-------------------|---|
| Poissonova | <code>pois</code> | <code>lambda = $\lambda = 15$</code> |

Z Waldovima identitetama

$$\begin{aligned} E(S) &= E(N)E(Y) \\ \text{var}(S) &= \text{var}(Y)E(N) + E(Y)^2\text{var}(N) \end{aligned}$$

izračunajte upanje in disperzijo kolektivne škode S .

2. Določanje porazdelitve kumulativne škode s Panjerjevim algoritmom

- (a) Z zaokroževanjem diskretizirajte porazdelitev spremenljivke Y . Izberite dolžino koraka h in tak njen večkratnik nh , da je na intervalu $[0, nh]$ zbrana skoraj vsa verjetnostna gostota spremenljivke Y . Pomagajte si z nalogo (1.c) ter ukazoma `discretize` in `diffinv`.
- (b) Narišite graf porazdelitvene funkcije spremenljivke Y in dorišite še porazdelitveno funkcijo njene diskretizacije. Le-ta je odsekoma linearna funkcija, zato pri risanju uporabite ukaz `stepfun`.
- (c) S Panjerjevim algoritmom izračunajte porazdelitveno funkcijo kumulativne škode S . V R-u je algoritem implementiran v funkciji `aggregateDist`, če izberete možnost `method='recursive'`.
- (d) Iz porazdelitvene funkcije spremenljivke S , ki ste jo dobili v nalogi (c), izračunajte upanje in disperzijo kumulativne škode.

Nasvet: Kakšna spremenljivka je S ? Potrebovali boste ukaz `knots`.

3. Določanje porazdelitve kumulativne škode z Monte Carlo simulacijami

- (a) Simulirajte 10000 vrednosti slučajne spremenljivke S . To storite z dvostopenjsko simulacijo, kjer najprej simulirate vrednosti spremenljivke N in nato ustrezno število neodvisnih realizacij spremenljivke Y .
- (b) Iz simulacije ocenite upanje in disperzijo spremenljivke S ter ju primerjajte z vrednostmi iz (1.d) in (2.d).
- (c) Narišite simulirano porazdelitveno funkcijo spremenljivke S ter jo primerjajte s porazdelitveno funkcijo iz naloge (2.c).