

MODEL NAPOVEDI ODJEMA ELEKTRIČNE ENERGIJE

Matematika z računalnikom 2023/24

Karolina Šavli

Mentorstvo: dr. Blaž Krese in Rok Geršak iz GEN-I

6. junij 2024

Kratek pregled predstavitve

- 1 Podatki in cilj projektne naloge
- 2 Osnovna analiza podatkov
 - Odjem električne energije
 - Povezava med odjemom in temperaturo ter sevanjem
- 3 Napredna analiza podatkov
 - Izbira družine modelov
 - Odstranitev sezonskosti in pridobitev stacionarnosti
 - Identifikacija modela SARIMAX
 - Izbira modela SARIMAX-GARCH
 - Izbiran model
- 4 Testiranje modela
- 5 Zaključek

Predstavitev podatkov

- Podjetje GEN-I je pripravilo tabelo podatkov:

	DateTimeStartUTC	DateTimeStartCET	Odjem ACT	Temperatura ACT	Temperatura FC	Sevanje ACT	Sevanje FC
0	31.10.2021 23:00	1.11.2021 00:00	0.000010	3.60	5.300	0.0	0.0
1	31.10.2021 23:15	1.11.2021 00:15	0.000009	3.60	5.300	0.0	0.0
2	31.10.2021 23:30	1.11.2021 00:30	0.000009	3.60	5.300	0.0	0.0
3	31.10.2021 23:45	1.11.2021 00:45	0.000009	3.60	5.300	0.0	0.0
4	1.11.2021 00:00	1.11.2021 01:00	0.000008	3.45	5.300	0.0	0.0
...
81691	29.02.2024 21:45	29.02.2024 22:45	0.000012	6.80	7.475	0.0	0.0
81692	29.02.2024 22:00	29.02.2024 23:00	0.000011	6.65	7.300	0.0	0.0
81693	29.02.2024 22:15	29.02.2024 23:15	0.000011	6.50	7.300	0.0	0.0
81694	29.02.2024 22:30	29.02.2024 23:30	0.000010	6.50	7.300	0.0	0.0
81695	29.02.2024 22:45	29.02.2024 23:45	0.000010	6.50	7.300	0.0	0.0

- Obdobje od 1. novembra 2021 do 29. februarja 2024, na 15 minut
- Stolpec Odjem ACT sem pomnožila s 10^6

Predstavitev podatkov

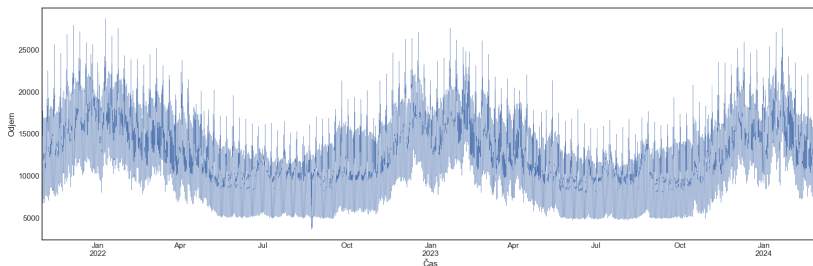
- Podjetje GEN-I je pripravilo tabelo podatkov:

	DateTimeStartUTC	DateTimeStartCET	Odjem ACT	Temperatura ACT	Temperatura FC	Sevanje ACT	Sevanje FC
0	31.10.2021 23:00	1.11.2021 00:00	0.000010	3.60	5.300	0.0	0.0
1	31.10.2021 23:15	1.11.2021 00:15	0.000009	3.60	5.300	0.0	0.0
2	31.10.2021 23:30	1.11.2021 00:30	0.000009	3.60	5.300	0.0	0.0
3	31.10.2021 23:45	1.11.2021 00:45	0.000009	3.60	5.300	0.0	0.0
4	1.11.2021 00:00	1.11.2021 01:00	0.000008	3.45	5.300	0.0	0.0
...
81691	29.02.2024 21:45	29.02.2024 22:45	0.000012	6.80	7.475	0.0	0.0
81692	29.02.2024 22:00	29.02.2024 23:00	0.000011	6.65	7.300	0.0	0.0
81693	29.02.2024 22:15	29.02.2024 23:15	0.000011	6.50	7.300	0.0	0.0
81694	29.02.2024 22:30	29.02.2024 23:30	0.000010	6.50	7.300	0.0	0.0
81695	29.02.2024 22:45	29.02.2024 23:45	0.000010	6.50	7.300	0.0	0.0

- Obdobje od 1. novembra 2021 do 29. februarja 2024, na 15 minut
- Stolpec Odjem ACT sem pomnožila s 10^6
- Cilj projekta:** sestaviti model, ki bo kar se da točno napovedal odjem električne energije **gospodinjskih odjemalcev** za naslenji dan

Odjem električne energije

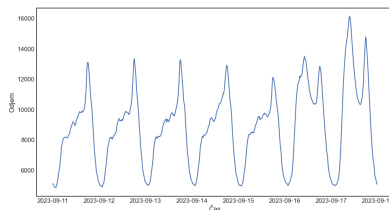
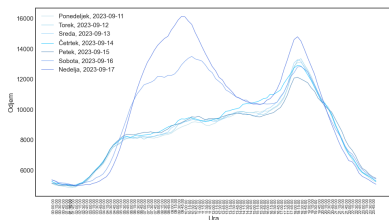
Slika: Odjem električne energije, 2021-2024



- Odjem je znatno večji jeseni in pozimi

Odjem električne energije na ravni tedna

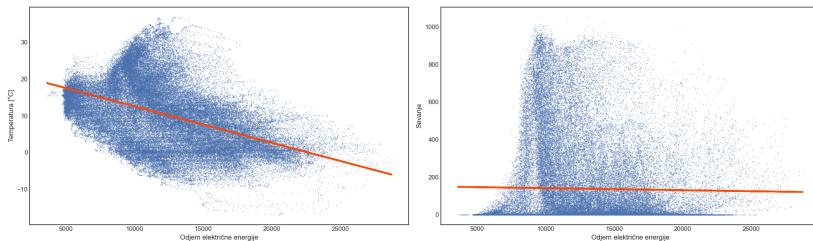
Slika: Odjem električne energije po urah, drugi teden septembra 2023



- Med tednom: en višek
- Vikend: dva viška
- Sezonskost na dnevni ravni

Povezava med odjemom in temperaturo ter sevanjem

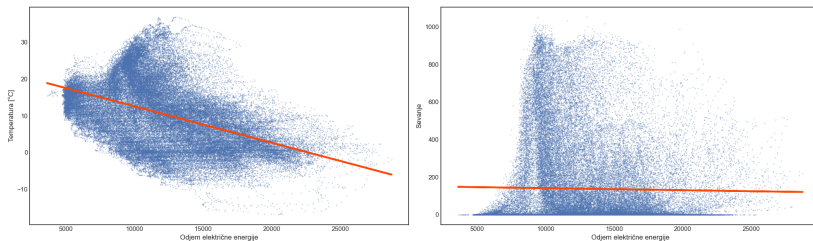
Slika: Povezava med odjemom in temperaturo ter sevanjem, 2021-2024



- \uparrow temperatura \rightarrow odjem \downarrow
- Povezava s sevanjem ni razvidna

Povezava med odjemom in temperaturo ter sevanjem

Slika: Povezava med odjemom in temperaturo ter sevanjem, 2021-2024



- \uparrow temperatura \rightarrow odjem \downarrow
- Povezava s sevanjem ni razvidna
- Temperaturo in sevanje bomo v model vključili kot eksogeni spremenljivki

Izbira družine modelov

- Gre za časovno vrsto → uporaba teorije časovnih vrst

Izbira družine modelov

- Gre za časovno vrsto → uporaba teorije časovnih vrst
- Časovna vrsta odjema: visofrekvenčna, ima sezonsko komponento in njeno povprečje ni konstantno
- Družina modelov ARMA
- Iskali bomo koeficiente v formuli:

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^P \phi_i X_{t-S} + \sum_{i=1}^Q \Theta_i \varepsilon_{t-S} + \sum_{r=1}^R \beta_r Y_{i_t} + \varepsilon_t$$

Izbira družine modelov

- Gre za časovno vrsto → uporaba teorije časovnih vrst
- Časovna vrsta odjema: visofrekvenčna, ima sezonsko komponento in njeno povprečje ni konstantno
- Družina modelov ARMA
- Iskali bomo koeficiente v formuli:

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^P \phi_i X_{t-S} + \sum_{i=1}^Q \Theta_i \varepsilon_{t-S} + \sum_{r=1}^R \beta_r Y_{i_t} + \varepsilon_t$$

- Kako pridemo do te formule?

Družina modelov ARMA

- Model ARMA

Družina modelov ARMA

- Model ARMA
- Nimamo popolnoma stacionarnih podatkov \rightarrow ARIMA

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

Družina modelov ARMA

- Model ARMA
- Nimamo popolnoma stacionarnih podatkov \rightarrow ARIMA

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

- Imamo sezonsko komponentno \rightarrow SARIMA

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^P \phi_i X_{t-S} + \sum_{i=1}^Q \Theta_i \varepsilon_{t-S} + \varepsilon_t$$

Družina modelov ARMA

- Model ARMA
- Nimamo popolnoma stacionarnih podatkov \rightarrow ARIMA

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

- Imamo sezonsko komponentno \rightarrow SARIMA

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^P \phi_i X_{t-S} + \sum_{i=1}^Q \Theta_i \varepsilon_{t-S} + \varepsilon_t$$

- Vključitev eksogenih podatkov \rightarrow SARIMAX

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^P \phi_i X_{t-S} + \sum_{i=1}^Q \Theta_i \varepsilon_{t-S} + \sum_{r=1}^R \beta_r Y_{r,t} + \varepsilon_t$$

Model SARIMAX-GARCH

- Družina modelov ARMA ima težavo predvsem pri napovedih časovnih vrst, ki se jim skozi čas spreminja varianca → povezava z modelom GARCH

Model SARIMAX-GARCH

- Družina modelov ARMA ima težavo predvsem pri napovedih časovnih vrst, ki se jim skozi čas spreminja varianca → povezava z modelom **GARCH**
- Dobimo model SARIMAX(p,d,q)(P,D,Q)[S]-GARCH(p,q):

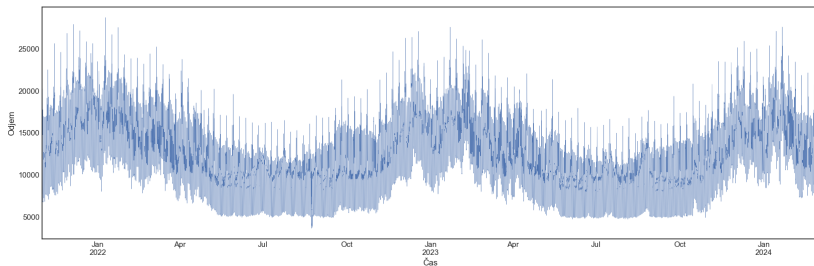
$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^P \phi_i X_{t-S} + \sum_{i=1}^Q \Theta_i \varepsilon_{t-S} + \sum_{r=1}^R \beta_r Y_{i_t} + \varepsilon_t + \sqrt{\sigma_t} z_t,$$

kjer je $\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{pG} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{qG} \beta_i \sigma_{t-i}^2$, σ_t^2 je pogojna varianca ob času t , ε_t pa beli šum ob času t in $z_t \sim \text{NEP}(0, 1)$.

Originalna časovna vrsta

- $W_t \dots$ originalna časovna vrsta odjema električne energije

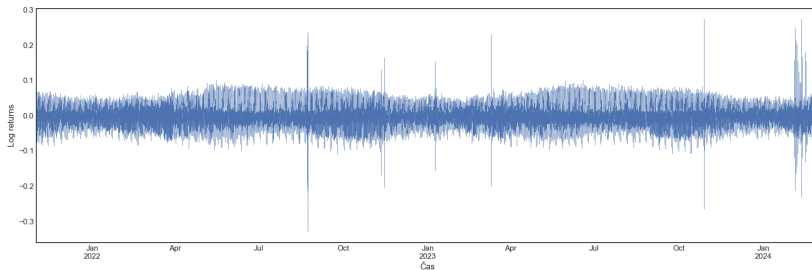
Slika: Odjem električne energije, 2021-2024



- Podatki so volatilni \rightarrow naredimo **logaritmične donose** (ang. *log returns*): $Y_t = \ln \left(\frac{W_t}{W_{t-1}} \right)$

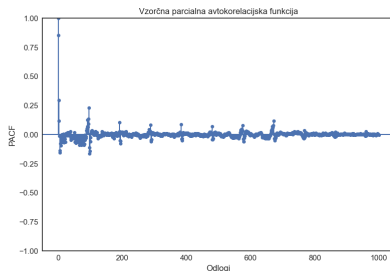
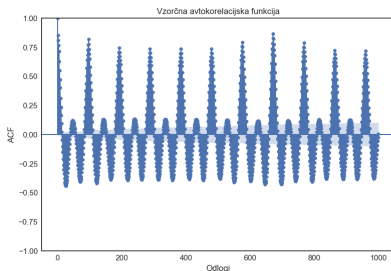
Log returns

Slika: Logaritmični donosi odjema električne energije, 2021-2024



ACF in PACF za Log returns

Slika: Vzorčna avtokorelacijska in parcialna avtokorelacijska funkcija logaritmičnih donosov

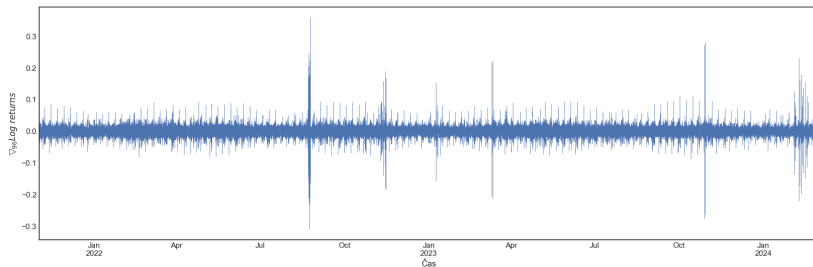


- Časovna vrsta **ni** stacionarna
- Sezonska komponentna: 96 (ravno en dan) → sezonsko diferenciramo

Sezonska diferenciacija

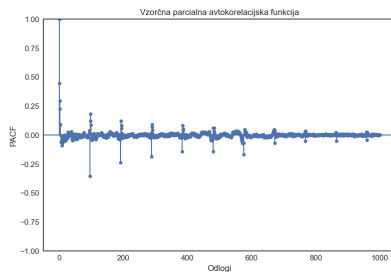
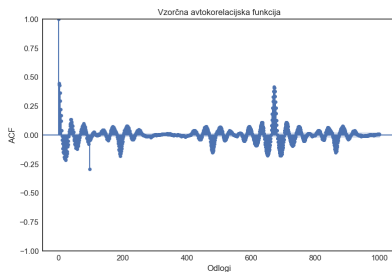
- Podatke **sezonsko diferenciramo**
- Nova časovna vrsta: $Z_t = Y_t - Y_{t-96} = \nabla_{96} Y_t$.

Slika: Časovna vrsta Z_t , 2021-2024



ACF in PACF časovne vrste Z_t

Slika: Vzorčna avtokorelacijska in parcialna avtokorelacija funkcija časovne vrste Z_t

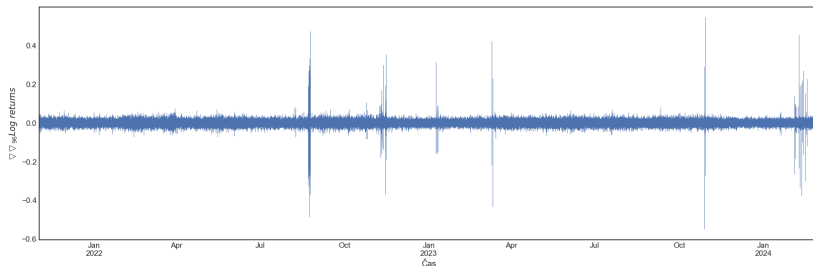


- Ponavljanje vzorca \rightarrow vrsta še kar ni stacionarna \rightarrow *navadno* diferenciramo

Navadna diferenciacija

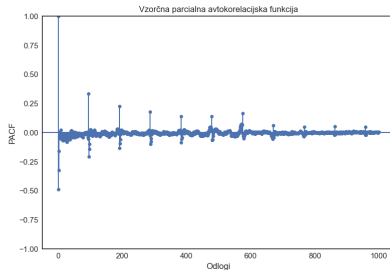
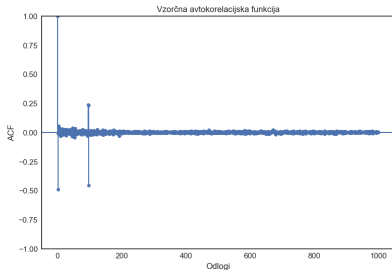
- Dobimo časovno vrsto $X_t = Z_t - Z_{t-1} = \nabla Z_t$

Slika: Časovna vrsta X_t , 2021-2024



ACF in PACF časovne vrste X_t

Slika: Vzorčna avtokorelacijska in parcialna avtokorelacija funkcija časovne vrste X_t



- Časovna vrsta je stacionarna

Kaj smo torej naredili z originalno časovno vrsto?

Originalna časovna vrsta → Log returns → sezonsko diferencirali →
Navadno diferencirali

Kaj smo torej naredili z originalno časovno vrsto?

Originalna časovna vrsta → Log returns → sezonsko diferencirali →
Navadno diferencirali

Naslednji korak:

S pomočjo ACF in PACF stacionarne časovne vrste X_t določilmo parametre modela SARIMAX

Določitev parametrov modela SARIMAX

SARIMAX(p,d,q)(P,D,Q)[S]

- Enkrat smo sezonsko diferencirali $\rightarrow D = 1$
- Enkrat smo navadno diferencirali $\rightarrow d = 1$
- Perioda je 96 $\rightarrow S = 96$

Določitev parametrov modela SARIMAX

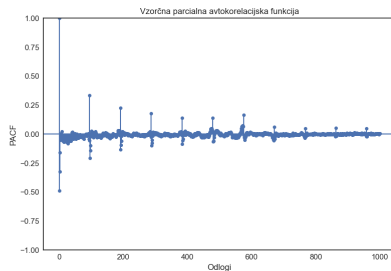
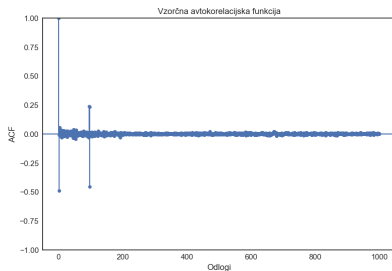
SARIMAX(p, d, q)(P, D, Q)[S]

- Enkrat smo sezonsko diferencirali $\rightarrow D = 1$
- Enkrat smo navadno diferencirali $\rightarrow d = 1$
- Perioda je 96 $\rightarrow S = 96$

Za določitev **sezonskih** parametrov P in Q gledamo korelacije pri odlogih, ki so večkratniki periode S

SARIMAX(**p,1,q**)(**P,1,Q**)[96]

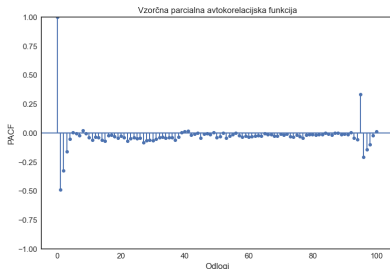
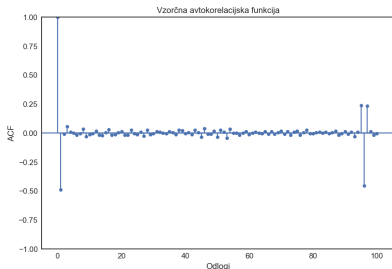
Slika: Vzorčna avtokorelacijska in parcialna avtokorelacija funkcija časovne vrste X_t



- PACF \rightarrow **P** je vsaj 1
- ACF \rightarrow **Q** = 1

SARIMAX(p,1,q)(P,1,1)[96]

Slika: Vzorčna avtokorelacijska in parcialna avtokorelacija funkcija vrste X_t , odlogi do 100



Za določitev nesezonskih parametrov p in q gledamo ACF in PACF do prve periode (torej do odloga 96)

Večja korelacija pri prvih nekaj urah in v uri tik pred periodo → vključimo prvih nekaj 15-minutnih intervalov

Izbira modela SARIMAX na podlagi vrednosti kriterija AIC

- Eksogeni premenljivki: temperatura in sevanje
- Model sem trenirala na 75 % podatkih

Izbira modela SARIMAX na podlagi vrednosti kriterija AIC

- Eksogeni premenljivki: temperatura in sevanje
- Model sem trenirala na 75 % podatkih
- Vrednosti kriterije AIC za izbrane modele:

Model	AIC
SARIMAX(1,1,0)(0,1,0)[96]	-338588,046
SARIMAX(0,1,1)(0,1,0)[96]	-346718,519
SARIMAX(1,1,1)(0,1,0)[96]	-346768,583
SARIMAX(2,1,1)(0,1,0)[96]	-347555,507
SARIMAX(3,1,2)(0,1,0)[96]	-347573,394
SARIMAX(4,1,3)(0,1,0)[96]	-278981,698
SARIMAX(5,1,4)(0,1,0)[96]	-345287,413
SARIMAX(5,1,5)(0,1,0)[96]	-345310,105
SARIMAX(4,1,5)(0,1,0)[96]	-347619,304
SARIMAX(6,1,5)(0,1,0)[96]	-345325,842
SARIMAX(6,1,6)(0,1,0)[96]	-345342,972
SARIMAX(5,1,6)(0,1,0)[96]	-345351,794

Izbira modela SARIMAX-GARCH

- Izbran model: **SARIMAX(4,1,5)(0,1,0)[96]**
- Model GARCH(p,q) konstruiramo na rezidualih izbranega modela

Izbira modela SARIMAX-GARCH

- Izbran model: **SARIMAX(4,1,5)(0,1,0)[96]**
- Model GARCH(p,q) konstruiramo na rezidualih izbranega modela
- Poiskujemo 6 kombinacij parametrov:

SARIMAX-GARCH(p,q)	AIC
(0, 0)	-347619,304
(1, 1)	-365754,448
(1, 2)	-366056,218
(2, 1)	-365434,577
(2, 2)	-365843,673
(1, 3)	-366134,335
(3, 1)	-365252,576

- Izbran model: **SARIMAX(4,1,5)(0,1,0)[96]-GARCH(1,3)**

SARIMAX(4,1,5)(0,1,0)[96]-GARCH(1,3)

- Spomnimo se:

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^P \phi_i X_{t-S} + \sum_{i=1}^Q \Theta_i \varepsilon_{t-S} + \sum_{r=1}^R \beta_r Y_{i_t} + \varepsilon_t + \sqrt{\sigma_t} z_t,$$

kjer je $\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{pG} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{qG} \beta_i \sigma_{t-i}^2$

SARIMAX(4,1,5)(0,1,0)[96]-GARCH(1,3)

- Spomnimo se:

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^P \phi_i X_{t-S} + \sum_{i=1}^Q \Theta_i \varepsilon_{t-S} + \sum_{r=1}^R \beta_r Y_{i_t} + \varepsilon_t + \sqrt{\sigma_t} z_t,$$

kjer je $\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{pG} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{qG} \beta_i \sigma_{t-i}^2$

- Vstavimo izbrane parametre:

$$X_t = \sum_{i=1}^4 \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^5 \theta_i \varepsilon_{t-i} + 0 + \beta_1 Y_{1_t} + \beta_2 Y_{2_t} + \varepsilon_t + \sqrt{\sigma_t} z_t,$$

kjer je $\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^1 \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^3 \beta_i \sigma_{t-i}^2$, Y_{2_t} je eksogena spremenljivka temperature Y_{2_t} pa sevanja

Koeficienti modela

$$X_t = \sum_{i=1}^4 \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^5 \theta_i \varepsilon_{t-i} + 0 + \beta_1 Y_{1t} + \beta_2 Y_{2t} + \varepsilon_t + \sqrt{\sigma_t} z_t,$$

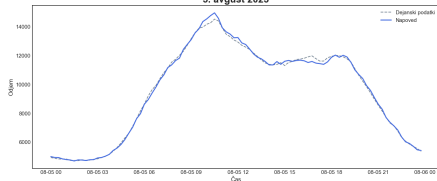
kjer je $\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^1 \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^3 \beta_i \sigma_{t-i}^2$

Koeficienti:

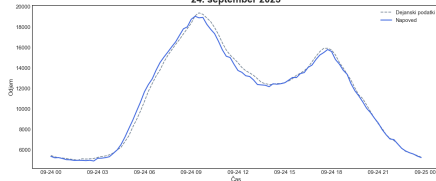
- AR del: $\varphi_1 = -0,3686$, $\varphi_2 = -0,4185$, $\varphi_3 = -0,2894$, $\varphi_4 = 0,0486$
- MA del: $\theta_1 = -0,3311$, $\theta_2 = 0,1863$, $\theta_3 = 0,0931$, $\theta_4 = -0,2059$, $\theta_5 = 0,0583$
- sezonskih del: parametrov nimamo, ker sta P in Q enaka 0
- GARCH del: $\alpha_1 = 0,2$, $\beta_1 = 0,2333$, $\beta_2 = 0,2333$, $\beta_3 = 0,2333$
- Eksogene spremenljivke: $\beta_1 = -0,0003$ in $\beta_2 = 3,747 \cdot 10^{-6}$

Testiranje modela

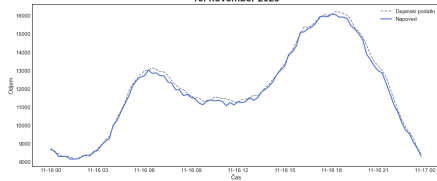
5. avgust 2023



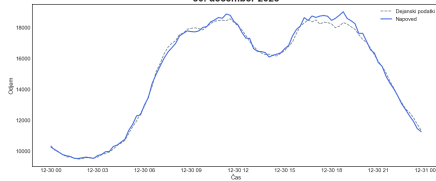
24. september 2023



16. november 2023



30. december 2023



Napaki MAPE in RMSE

Napaki RMSE (ang. *Root-mean-square deviation*) in MAPE (ang. *Mean absolute percentage error*) izračunamo po formulah:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{96} \sum_{t=1}^{96} (W_t - \hat{W}_t)^2} \quad \text{in} \quad MAPE = \frac{1}{96} \sum_{t=1}^{96} \frac{W_t - \hat{W}_t}{W_t},$$

kjer je W_t dejanska vrednost odjema, \hat{W}_t pa napovedana

Napaki MAPE in RMSE za izbrane datume

Datum	RMSE	MAPE
5. avgust 2023	156,600	1,104
24. september 2023	365,372	2,392
16. november 2023	176,901	1,199
30. december 2023	224,123	1,046
7. januar 2024	399,578	1,839
12. februar 2024	248,981	1,287
Povprečje	261,926	1,478

- Z vključitvijo še drugih primerov ugotovimo, da RMSE znaša okrog 260, MAPE pa 1,5 %
- Vključitev eksogenih podatkov prispeva k bolj točni napovedi

Zaključek

- Izbran model: SARIMAX(4,1,5)(0,1,0)[96]-GARCH(1,3)
- Dobre napovedi
- Z bolj zmogljivim računalnikom bi prišli do boljših rezultatov
- Funkcija `napoved_z_SARIMA_GARCH`

Funkcija `napoved_z_SARIMA_GARCH`

Funkcija `napoved_z_SARIMA_GARCH`

Kako funkcijo uporabiti?

V funkcijo `napoved_z_SARIMA_GARCH` damo datum v obliki 'yyyy-mm-dd'; npr. `napoved_z_SARIMA_GARCH("2023-10-10")` za napoved dne 10. oktobra 2023. Najbolj je smiselno, da je datum iz testnega obdobja, torej med '2023-08-05' in '2024-02-28'. Rezultat se sicer dobi za vsak datum od '2021-11-03' naprej.

Kaj funkcija vrne?

Funkcije izriše prilaganje grafa napovedi (po modelu $\text{SARIMA}(4,1,5)(0,1,0)_{[96]}$ - $\text{GARCH}(1,3)$ z upoštevanjem eksogenih podatkov temperature in sevanja) dejanskemu odjemu. Prav tako izpiše napaki RMSE in MAPE. Do napak lahko tudi dostopamo, saj je return funkcije `napoved_z_SARIMA_GARCH` v obliki seznama [napovedane vrednosti po urah, napaka RMSE, napak MAPE].

Koliko časa funkcija potrebuje da vrne rezultat?

Okrog 1 minuto.

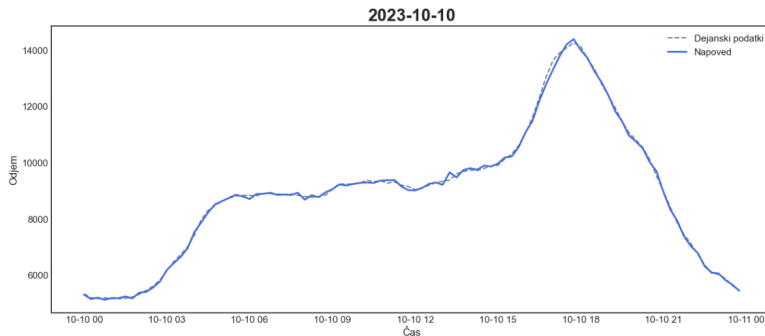
Primer uporabe napoved_z_SARIMA_GARCH

1. Napoved za 10. oktober 2023:

```
napoved_1 = napoved_z_SARIMA_GARCH('2023-10-10')
```

✓ 1m 12.1s

Python



RMSE: 85.8307826939613

MAPE: 0.7302950497184921