

Univerza v Ljubljani  
Fakulteta za matematiko in fiziko  
Finančna matematika 1. stopnja

Karolina Šavli, Klara Travnik

# **The firefighter problem**

Projekt pri predmetu Finančni praktikum

Ljubljana, januar 2023

# Kazalo

<b>1</b>	<b>Naslov</b>	<b>3</b>
1.1	Podnaslov . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Opis in formulacija problema</b>	<b>4</b>

# 1 Naslov

Besedilo ...

## 1.1 Podnaslov

- Opis in formulacija problema (opis, predstavitev clp-ja, koda clp-ja, ali je problem končan, ali je potreben) Klara
- Vizualizacija problema (koda barvanja, primer G2) Karolina
- (Časovna zahtevnost algoritma):
- Testiranje programa glede na število vozlišč grafa, komentar grafov Karolina
- Sklep in zaključek (uporaba problema gasilca v praksi (hiše, bolezen)) Klara

## 2 Opis in formulacija problema

*The firefighter problem* oziroma *problem gasilca* je optimizacijski problem, katerega cilj je minimiziranje števila pogorelih vozlišč na grafu.

Vhodni podatki problema so:

- graf  $G$ ,
- množica vozlišč  $B_{init} \subseteq V(G)$ , na katerih v času 0 izbruhne požar,
- število gasilcev  $D$ .

V vsaki časovni enoti ( $t > 0$ ) gasilci izberejo nepogorela vozlišča, ki jih bodo rešili tako, da čim bolj omejijo požar. Ta se razširi le na sosednja vozlišča pogorelih v prejšnji časovni enoti, ki jih gasilci niso uspeli rešiti. Proces se ponavlja dokler požar ni zajezen.

Opisani problem sva v programu CoCalc, v programskem jeziku SageMaths zapisali kot **celoštevilski linearni program (CLP)**:

```
def clp(G, B, gasilci):
''' vhodni podatki:
    G            izbran graf
    B            vozlišča, ki na začetku zgorijo
    gasilci      število gasilcev, ki v vsakem koraku gasijo požar
izhodni podatki:
    seznam oblike [število časovnih enot, pogorela/burnt vozlišča po časih,
    zaščitena/defended vozlišča po časih] '''
cas = 10
while True:
    casi = range(1, cas+1) # uprabljamo pri zankah

    # CLP:
    p = MixedIntegerLinearProgram(maximization=False) # CLP
    d = p.new_variable(binary=True) # spremenljivka, defended
    b = p.new_variable(binary=True) # spremenljivka, burnt

    p.set_objective(sum(b[i, cas] for i in G)) # minimiziramo število
    pogorelih vozlišč na koncu

    for t in casi:
        for i in G:
            for j in G[i]: # j je številka v seznamu vozlišča i, sosed od i
                p.add_constraint(b[i,t] + d[i,t] - b[j,t-1] >= 0)
                p.add_constraint(b[i,t] + d[i,t] <= 1)
                p.add_constraint(b[i,t] - b[i,t-1] >= 0)
                p.add_constraint(d[i,t] - d[i,t-1] >= 0)
            p.add_constraint(sum((d[i,t] - d[i,t-1]) for i in G) <= gasilci)
```

```

for i in G:
    p.add_constraint(b[i,0] == (1 if i in B else 0))
    p.add_constraint(d[i,0] == 0)

k = p.solve()
l = p.get_values(b)
m = p.get_values(d)

#Ali je problem končan?
n = skrcitev(l, cas) # burnt vozlišča v cas
e = skrcitev(m, cas) # defended vozlišča v cas
skupaj = n + e

koncan = 1
# sosedi od pogorelih vozlišč so lahko pogoreli ali zaščiteni.
Ne smejo biti prazna vozlišča
for pogorelo_vozlisce in n:
    for sosed_od_pogorelo_vozlisce in G[pogorelo_vozlisce]:
        if sosed_od_pogorelo_vozlisce not in skupaj:
            koncan = 0

koncan

if koncan == 1:
    break
else:
    cas += 10

return [k, l, m]

```

CLP sva želeli zastaviti tako, da v argumentu funkcije ni potrebno nastaviti časa, za katerega naj bi bil CLP končan. Zato sva nastavili nek začetni čas *cas* = 10, za katerega je bil rešen algoritem. Potem sva preverili, če je ta **rešitev končna**, torej, ali je vrednost spremenljivk v zadnji časovni enoti ustrezna. To pomeni, da za vsako vozlišče, ki je zgorelo, velja, da je vsako sosednje vozlišče le-tega tudi zgorelo, ali pa bilo rešeno. V nasprotnem primeru proces še ne bi bil končen, in čas *cas* se nastavi na večjo vrednost ter ponovimo algoritem.

Za točen čas, za katerega dobimo končno rešitev (proces se v naslednjih časih ne spreminja), sva napisali sledečo funkcijo:

```
def cas_potreben(G, B, gasilci):
    ''' iz p.solve() pridobi čas po katerem se nič več ne spremeni
    -> dobimo potreben čas '''
    #cas = 10 #začetni cas
    cas = 10
    while True:
        t, burnt, defended = clp(G, B, gasilci)

        urej_burnt = sorted(burnt.items(), key=lambda tup: tup[0][1])
        #uredi glede na čas po vozliščih naraščajoče
        urej_defended = sorted(defended.items(), key=lambda tup: tup[0][1])

        vredn_burnt= []
        for i, v in urej_burnt:
            vredn_burnt.append(v)
        # pridobim ven vrednosti spremenljivk b v časih in vozliščih naraščajoče

        vredn_defended= []
        for i, v in urej_defended:
            vredn_defended.append(v)
        # pridobim ven vrednosti spremenljivk d v časih in vozliščih naraščajoče

        # from itertools import islice
        from itertools import accumulate
        dolzina = [len(G)] * (cas +1)
        # Vrednosti zgrupiram v pakete, v vsakem je toliko vrednosti, kolikor je v
        seznam_vrednosti_po_casih_burnt = [tuple(vredn_burnt[x - y: x])
        for x, y in zip(accumulate(dolzina), dolzina)]

        seznam_vrednosti_po_casih_defended = [tuple(vredn_defended[x - y: x])
        for x, y in zip(accumulate(dolzina), dolzina)]

        d = next(i for i in range(len(dolzina)) if all(len(set(l[i:i+2])) == 1
        for l in (seznam_vrednosti_po_casih_burnt, seznam_vrednosti_po_casih_defended)))

        if d < cas:
            break
        else:
            cas += 10
    return d
```

Funkcija *cas\_potreben* torej za vsak graf, podmnožico vozlišč  $B$  grafa ter določeno število gasilcev izračuna potreben čas za rešitev algoritma. Pomembna opomba tukaj je, da ta čas ni enak časovni zahtevnosti algoritma. Potreben čas predstavlja število časovnih enot v procesu širjenja požara in reševanju vozlišč.