

Projeto 3 - Distribuição de Fluido

1 Introdução

Pode-se estabelecer uma relação entre a diferença de pressão e a vazão em um sistema de escoamento laminar através da lei de Hagen-Poiseuille:

$$\Delta p = \frac{8\mu L}{\pi r^4} Q$$

Onde:

Δp é a variação de pressão,
 μ é a viscosidade do fluido,
 Q é a vazão do fluido,
 L é o comprimento do cano,
 r é o raio do cano.

Em complemento a essa lei, existem outras duas que permitem o cálculo dos sistemas lineares:

- **Lei de Conservação Nodal** $J^T f = s$
- **Lei de Fluxo** $Rf = Jq + b$

J é a matriz de incidência (cada linha é uma aresta, todos os valores dessa linha são zero, exceto no valor de entrada da aresta que vale 1 e de saída que vale -1), s é o valor de algo que está ingressando à rede, a partir de algum ponto fora dela, f é o fluxo pela aresta, R é um valor de resistência, b são valores de bombeamento do fluxo em cada nó e q é a pressão nodal.

Ressalta-se que essas nomenclaturas são para o caso hidráulico, mas existem análogos em muitas outras áreas.

A partir dessas duas últimas equações, conhecidas como equações de rede é possível calcular o fluxo nas arestas e a pressão no sistema a partir de um sistema da forma $Bx=d$, que matricialmente:

$$\begin{bmatrix} R & -J \\ J^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ s \end{bmatrix}$$

2 Desenvolvimento

Considerando todas as constantes e as variáveis L e r valendo 1, o valor da pressão no vértice inferior esquerdo $P=0$ e a probabilidade de obstrução $p=0.05$, calculou-se a probabilidade do sistema colapsar pelo cálculo do

sistema linear, usando a equação de redes para uma rede 5x4 e o resultado da probabilidade de a pressão mínima em um dos nós ser menor do que -40 é de:

$$0.008 \pm 0.004$$

Foi gerado ainda, um exemplo do grafo com o valor de fluxo aumentando a espessura das arestas através do seguinte código:

```
scatter(coord(:,1),coord(:,2),200,1,"filled"); hold on
for i=1:m
   iaux=[coord(C(i,1),1) coord(C(i,2),1)];
   iaux=[coord(C(i,1),2) coord(C(i,2),2)];
    plot(iaux,iaux,"b-","linewidth",x(i))
end
```

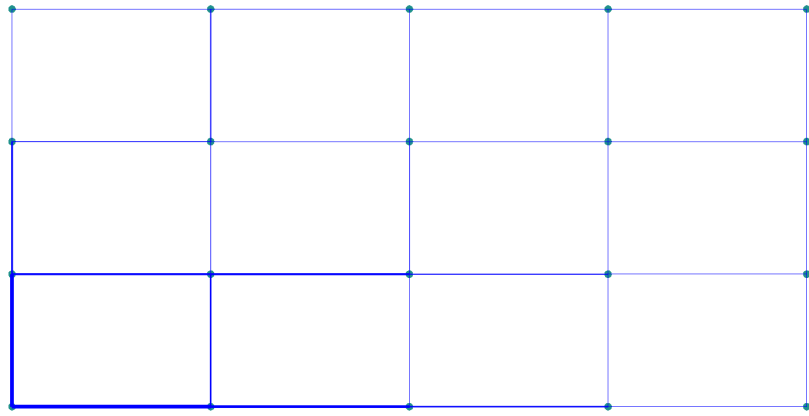


Figura 1: Exemplo do grafo gerado considerando intensidade do fluxo pelas arestas