

Algorytmy metaheurystyczne

Problem komiwojażera euklidesowego. Symulowane Wyżarzanie. Tabu Search.

Karol Janic

16 grudnia 2023

Spis treści

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Cel zadania | 2 |
| 2 | Opis algorytmów | 2 |
| 2.1 | Symulowane wyżarzanie | 2 |
| 2.2 | Tabu Search | 2 |
| 3 | Dane testowe | 2 |
| 4 | Strojenie parametrów | 2 |
| 4.1 | Symulowane wyżarzanie | 3 |
| 4.1.1 | Wpływ zmiany temperatury początkowej na średnią długość cyklu rozwiązania | 3 |
| 4.1.2 | Wpływ zmiany temperatury początkowej na minimalną długość cyklu rozwiązania | 4 |
| 4.1.3 | Wpływ zmiany temperatury początkowej na średni czas działania heurystyki | 5 |
| 4.1.4 | Wpływ zmiany chłodzenia na średnią długość cyklu rozwiązania | 6 |
| 4.1.5 | Wpływ zmiany chłodzenia na minimalną długość cyklu rozwiązania | 7 |
| 4.1.6 | Wpływ zmiany chłodzenia na średni czas działania heurystyki | 8 |
| 4.1.7 | Wpływ zmiany długości epoki i liczby iteracji bez poprawy na średnią długość cyklu rozwiązania | 9 |
| 4.1.8 | Wpływ zmiany długości epoki i liczby iteracji bez poprawy na minimalną długość cyklu rozwiązania | 10 |
| 4.1.9 | Wpływ zmiany długości epoki i liczby iteracji bez poprawy na średni czas działania heurystyki | 11 |
| 4.2 | Tabu Search | 12 |
| 4.2.1 | Wpływ zmiany długości listy tabu oraz liczby iteracji bez poprawy na średnią długość cyklu rozwiązania | 12 |
| 4.3 | Wpływ zmiany długości listy tabu oraz liczby iteracji bez poprawy na minimalną długość cyklu rozwiązania | 13 |
| 4.4 | Wpływ zmiany długości listy tabu oraz liczby iteracji bez poprawy na średni czas działania heurystyki | 14 |
| 4.4.1 | Wpływ rozwiązania początkowego i metody generowania otoczenia na średnią długość cyklu | 15 |
| 4.4.2 | Wpływ rozwiązania początkowego i metody generowania otoczenia na minimalną długość cyklu | 15 |
| 4.4.3 | Wpływ rozwiązania początkowego i metody generowania otoczenia na średni czas działania heurystyki | 15 |
| 5 | Dobór parametrów | 15 |
| 5.1 | Symulowane wyżarzanie | 15 |
| 5.2 | Tabu Search | 15 |
| 6 | Wyniki | 16 |

1 Cel zadania

Celem zadania jest sprawdzenie skuteczności heurystyki symulowanego wyżarzania oraz tabu search na przykładzie euklidesowego problemu komiwojażera oraz zbadanie wpływu wyboru parametrów tych heurystyk, rozwiązania początkowego i metody generowania otoczenia na jakość rozwiązania.

2 Opis algorytmów

2.1 Symulowane wyżarzanie

Metaheurystyka polega na przeszukiwaniu przestrzeni rozwiązań w celu znalezienia rozwiązania optymalnego. W każdym kroku algorytmu wybierane jest rozwiązanie z otoczenia aktualnego rozwiązania. Jeżeli rozwiązanie to jest lepsze od aktualnego, to staje się ono aktualnym rozwiązaniem. W przeciwnym wypadku, rozwiązanie to staje się aktualnym rozwiązaniem z pewnym prawdopodobieństwem. Prawdopodobieństwo to maleje wraz z upływem czasu poprzez ustalenie aktualnej temperatury, która zmniejsza się w czasie. Zatem w początkowej fazie algorytmu prawdopodobieństwo wybrania gorszego rozwiązania jest większe, a w końcowej małe.

Początkowa temperatura ustalana jest jako $T := \alpha N$, gdzie N to liczba wierzchołków. Szukanie rozwiązania podzielone jest na epoki o ustalonej liczbie iteracji równej $S := \gamma T$. Po każdej epoce aktualna temperatura jest zmniejszana o ustalony czynnik: $T' := \beta T$. Rozwiązanie szukane jest do momentu gdy od ustalonej liczby iteracji $M := \delta N$ nie udało się znaleźć lepszego rozwiązania.

Rozważane są dwa sposoby generowania otoczenia: pełne(sprawdzenie wszystkich sąsiadów) oraz losowe(sprawdzenie N losowych sąsiadów). Rozważanym otoczeniem jest otoczenie INVERT. Sprawdzane są także dwa sposoby generowania rozwiązania początkowego: losowe oraz oparte o MST.

2.2 Tabu Search

Metaheurystyka polega na przeszukiwaniu przestrzeni rozwiązań w celu znalezienia rozwiązania optymalnego.

W każdym kroku algorytmu wybierane jest takie rozwiązanie z otoczenia aktualnego rozwiązania aby było ono najlepsze spośród wszystkich rozwiązań w otoczeniu oraz nie znajdowało się na liście tabu. Jeżeli rozwiązanie to jest lepsze od aktualnego, to staje się ono aktualnym rozwiązaniem. Każde rozwiązanie dodawane jest do listy tabu na określoną liczbę iteracji. W ten sposób algorytm może wyjść z lokalnego minimum.

Maksymalna długość listy tabu ustalana jest jako $L := \alpha N$, gdzie N to liczba wierzchołków. Gdy lista tabu jest pełna, to usuwane jest z niej najstarsze rozwiązanie. Rozwiązanie szukane jest do momentu gdy od ustalonej liczby iteracji $M := \beta N$ nie udało się znaleźć lepszego rozwiązania.

Rozważane są dwa sposoby generowania otoczenia: pełne(sprawdzenie wszystkich sąsiadów) oraz losowe(sprawdzenie N losowych sąsiadów). Rozważanym otoczeniem jest otoczenie INVERT. Sprawdzane są także dwa sposoby generowania rozwiązania początkowego: losowe oraz oparte o MST.

3 Dane testowe

Opisane wyżej metaheurystyki zostały nastrojone oraz testowane na przykładach z <https://www.math.uwaterloo.ca/tsp/vlsi/index.html>.

4 Strojenie parametrów

Proces strojenia polegał na sprawdzeniu wpływu zmiany poszczególnych parametrów na jakość rozwiązania. Został on przeprowadzony na kilku mniejszych przykładach. Wykresy poniżej prezentują minimalną wagę cyklu, średnią wagę cyklu oraz średni czas działania heurystyki dla jednej iteracji w zależności od wyboru parametrów. Zostały one wyznaczone na podstawie 10 uruchomień heurystyki dla każdej kombinacji parametrów.

4.1 Symulowane wyżarzanie

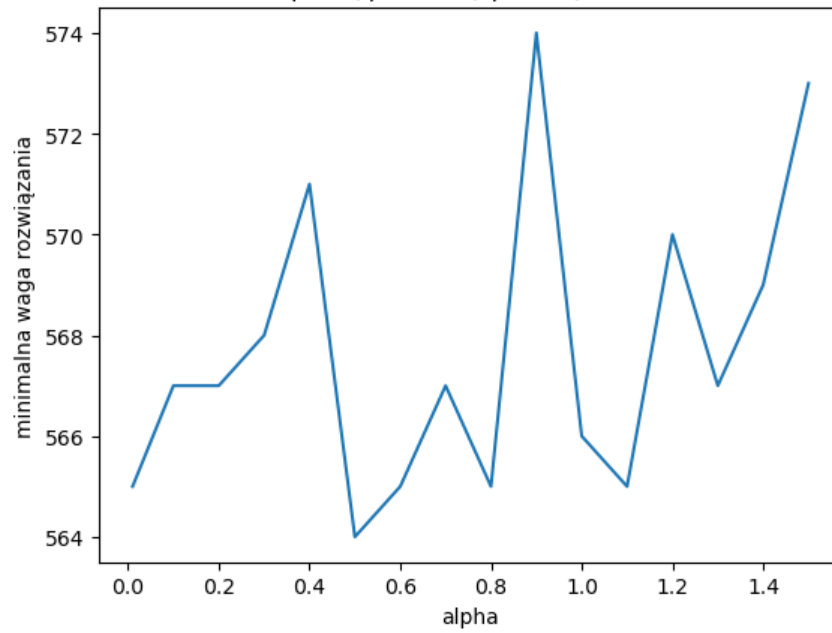
4.1.1 Wpływ zmiany temperatury początkowej na średnią długość cyklu rozwiązania



4.1.2 Wpływ zmiany temperatury początkowej na minimalną długość cyklu rozwiązania

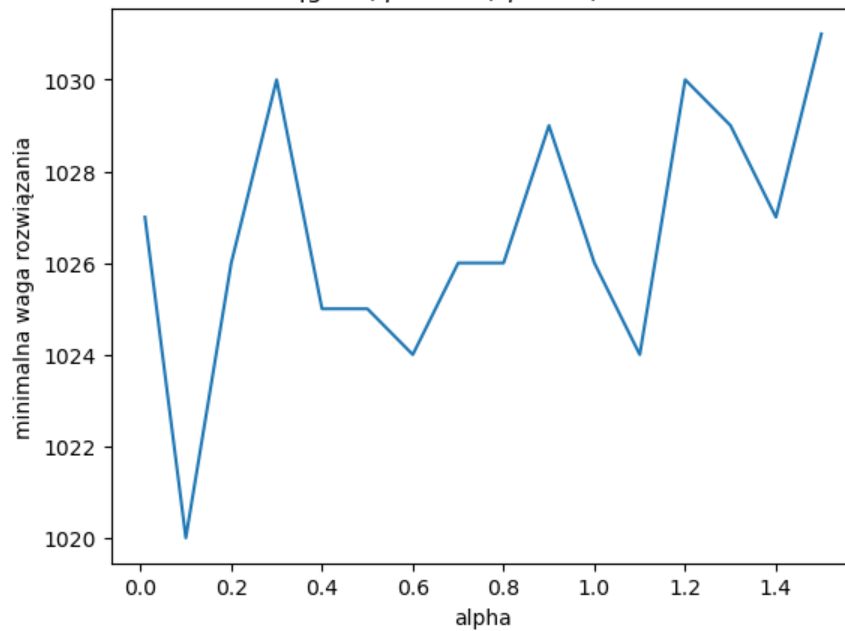
Wpływ parametru alpha na najlepszy wynik metaheurystyki

xqf131, $\beta = 0.99$, $\gamma = 0.3$, $\delta = 0.3$

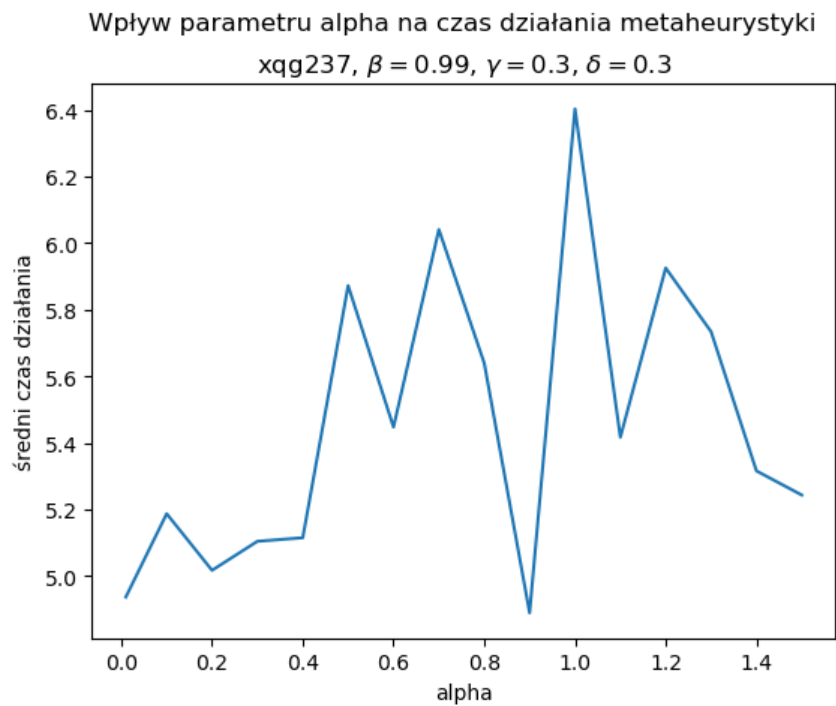


Wpływ parametru alpha na najlepszy wynik metaheurystyki

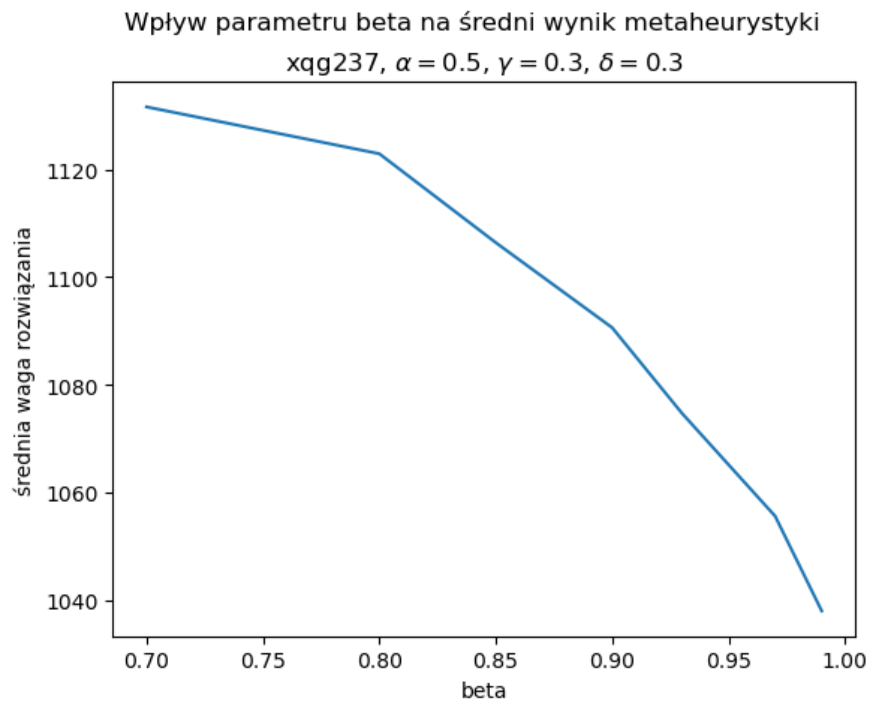
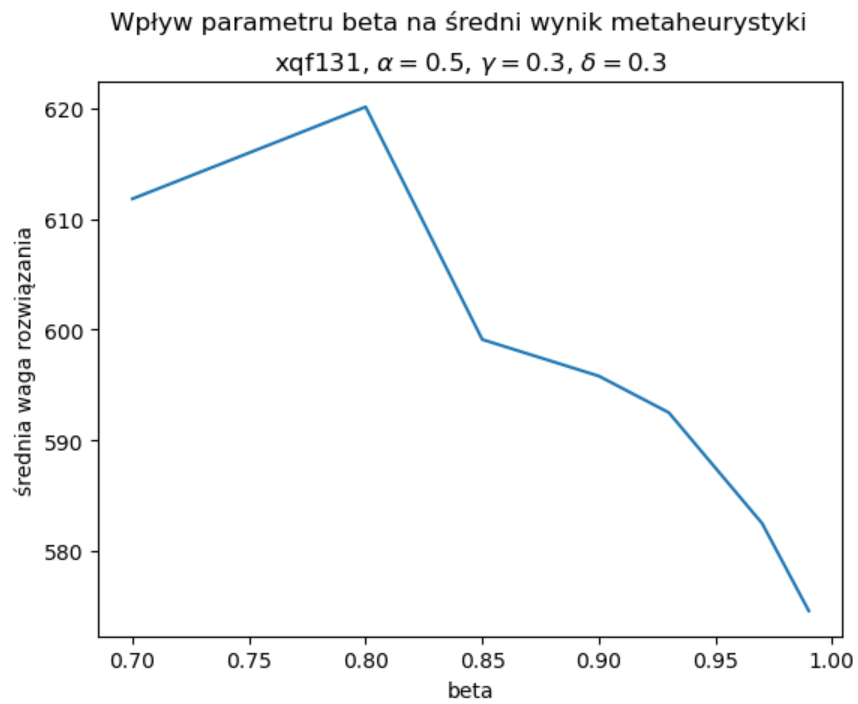
xqg237, $\beta = 0.99$, $\gamma = 0.3$, $\delta = 0.3$



4.1.3 Wpływ zmiany temperatury początkowej na średni czas działania heurystyki

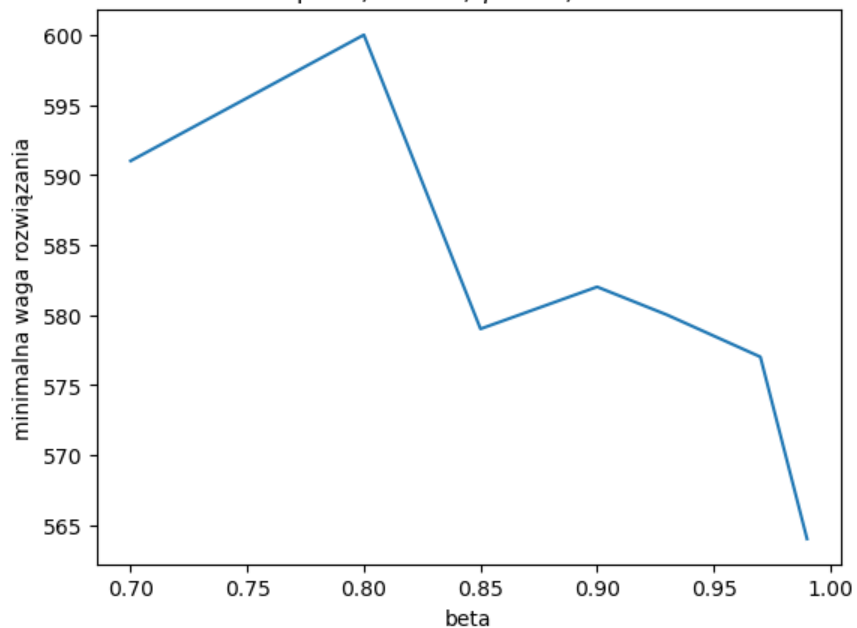


4.1.4 Wpływ zmiany chłodzenia na średnią długość cyklu rozwiązania

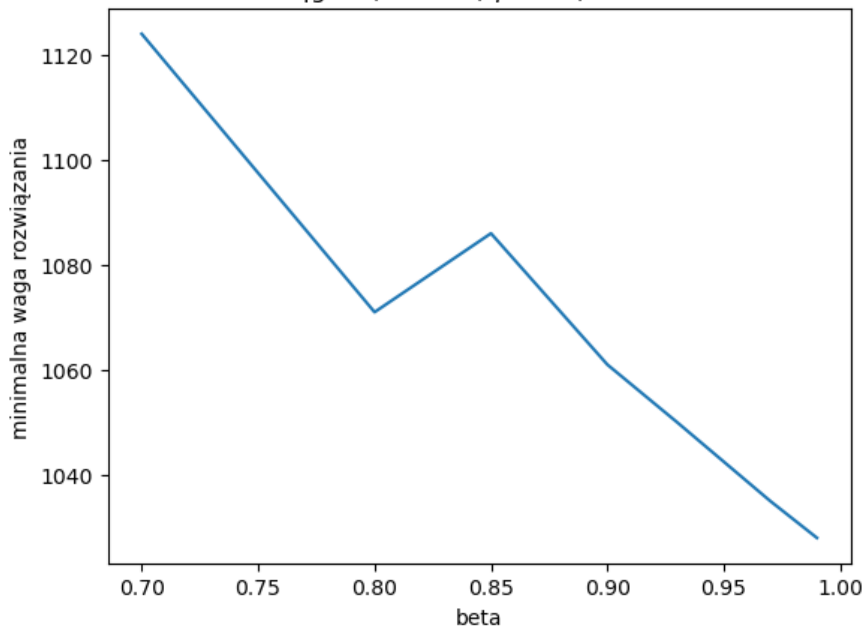


4.1.5 Wpływ zmiany chłodzenia na minimalną długość cyklu rozwiązania

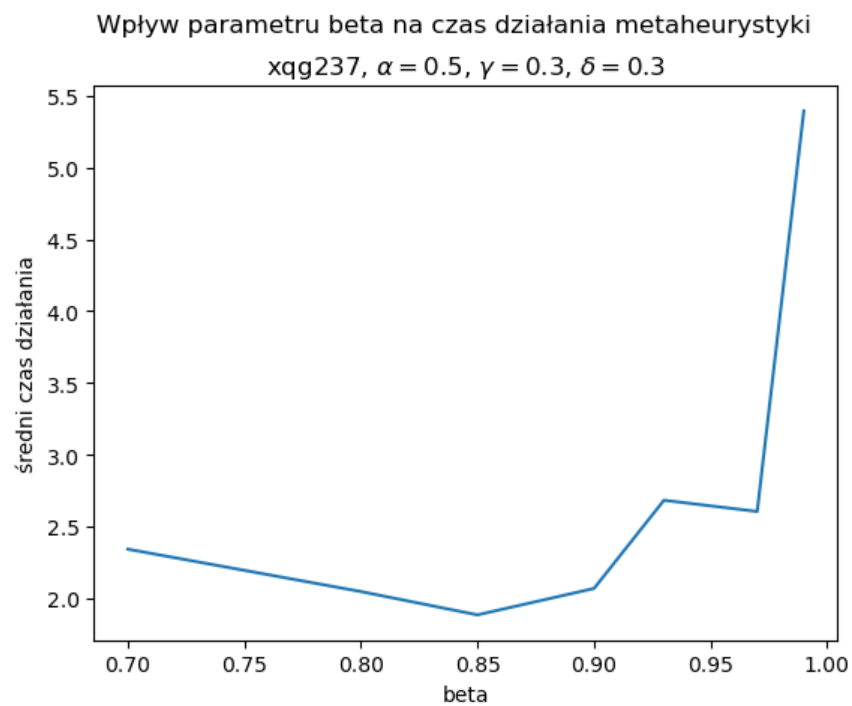
Wpływ parametru beta na najlepszy wynik metaheurystyki
xqf131, $\alpha = 0.5$, $\gamma = 0.3$, $\delta = 0.3$



Wpływ parametru beta na najlepszy wynik metaheurystyki
xqg237, $\alpha = 0.5$, $\gamma = 0.3$, $\delta = 0.3$

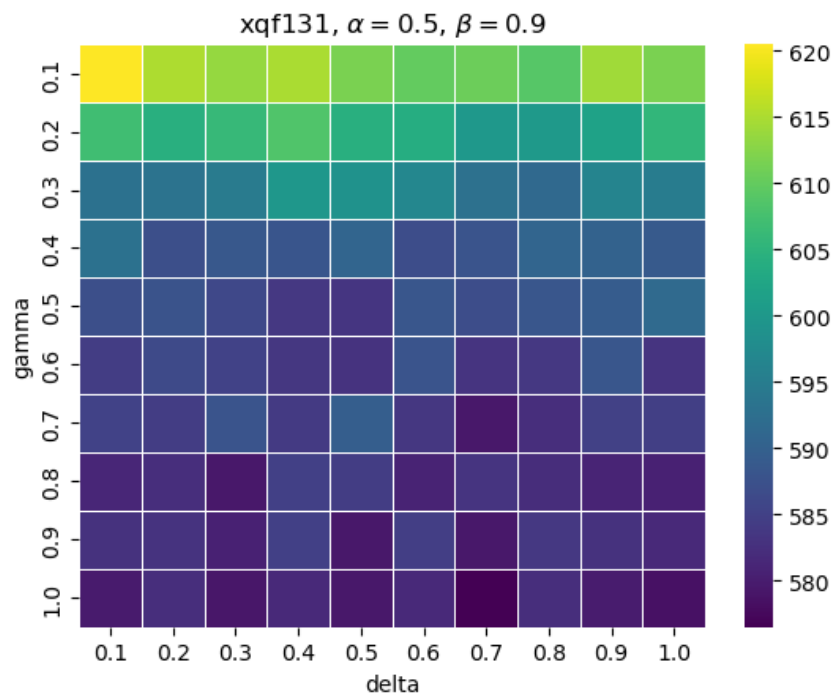


4.1.6 Wpływ zmiany chłodzenia na średni czas działania heurystyki

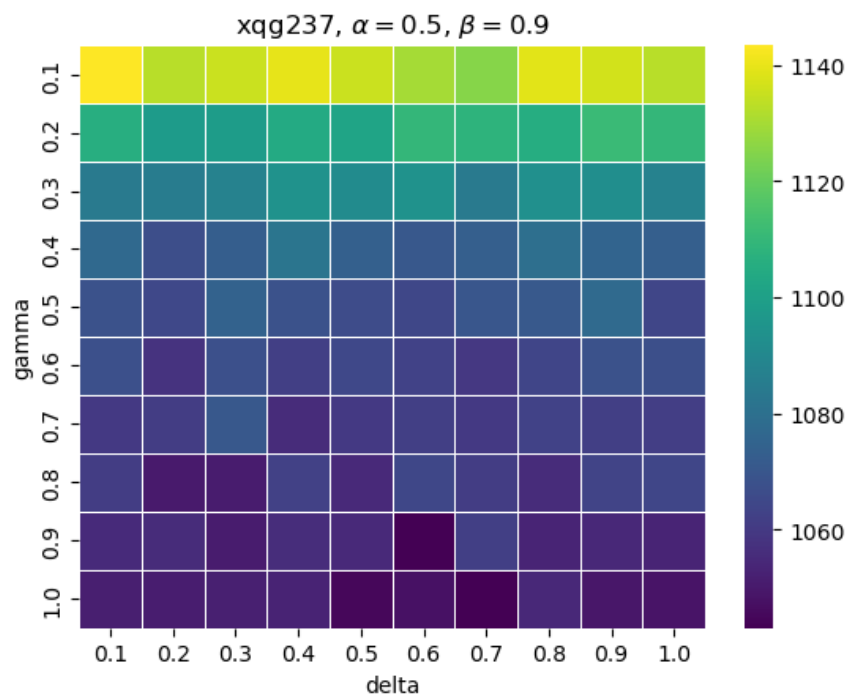


4.1.7 Wpływ zmiany długości epoki i liczby iteracji bez poprawy na średnią długość cyklu rozwiązania

Wpływ parametrów gamma i delta na średni wynik metaheurystyki

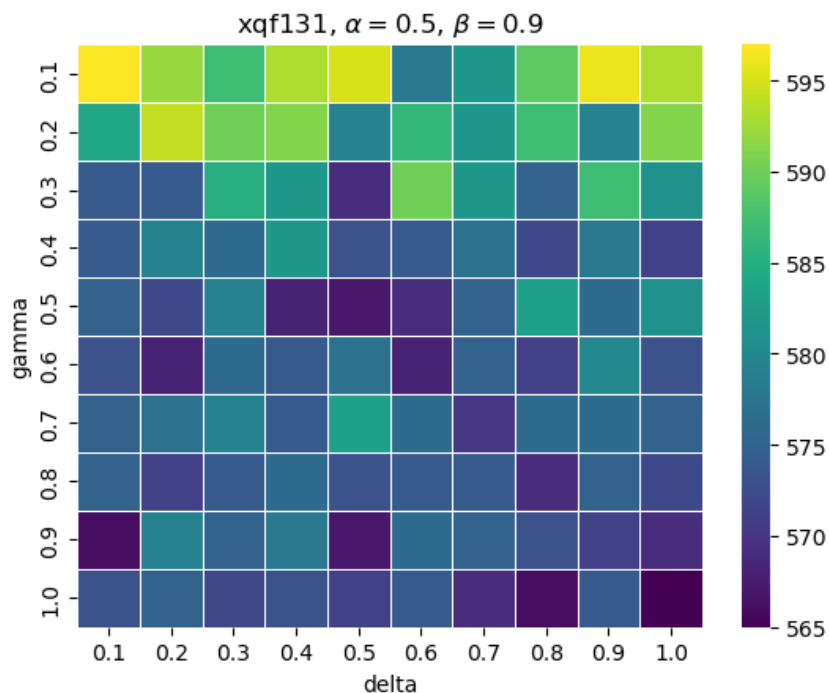


Wpływ parametrów gamma i delta na średni wynik metaheurystyki

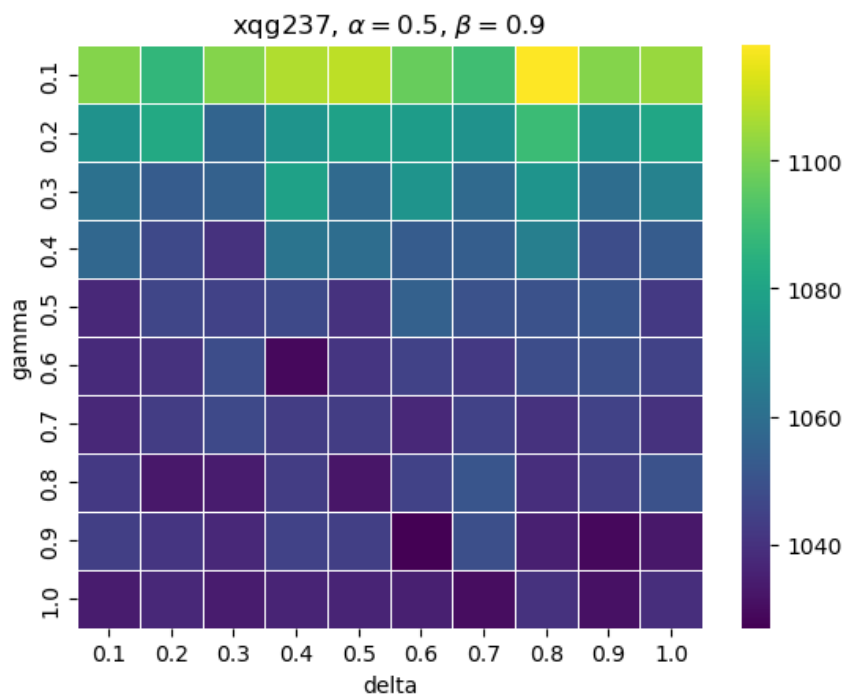


4.1.8 Wpływ zmiany długości epoki i liczby iteracji bez poprawy na minimalną długość cyklu rozwiązania

Wpływ parametrów gamma i delta na najlepszy wynik metaheurystyki

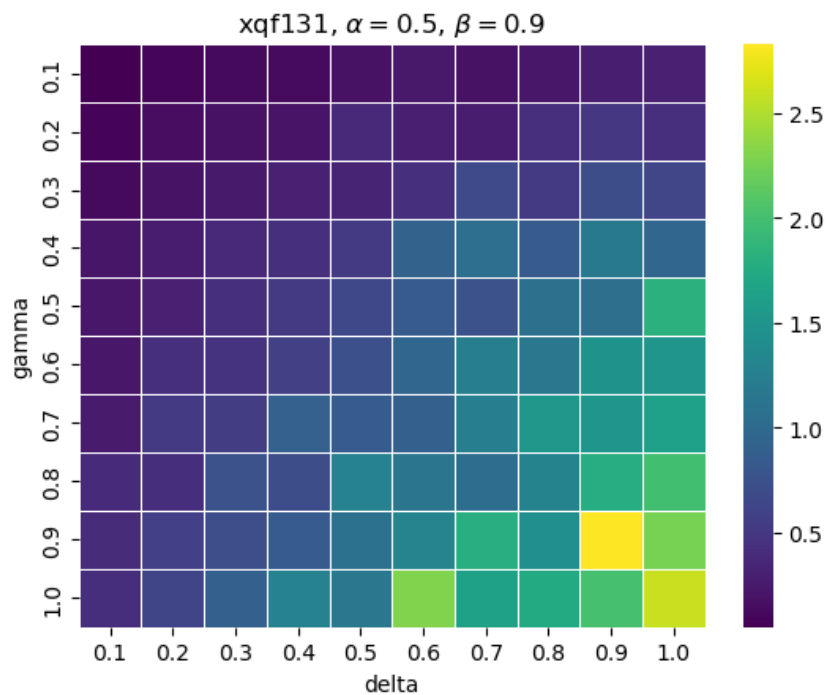


Wpływ parametrów gamma i delta na najlepszy wynik metaheurystyki

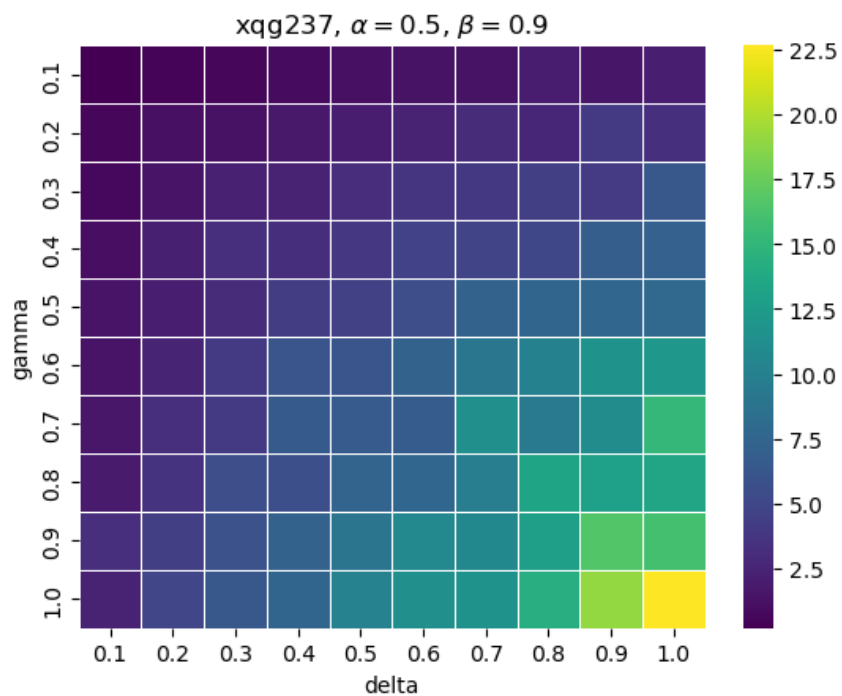


4.1.9 Wpływ zmiany długości epoki i liczby iteracji bez poprawy na średni czas działania heurystyki

Wpływ parametrów gamma i delta na średni czas działania metaheurystyki



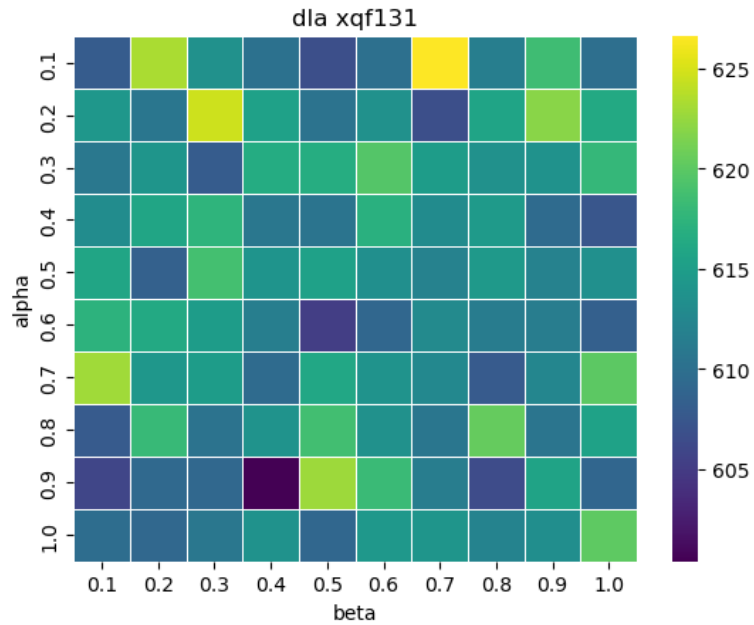
Wpływ parametrów gamma i delta na średni czas działania metaheurystyki



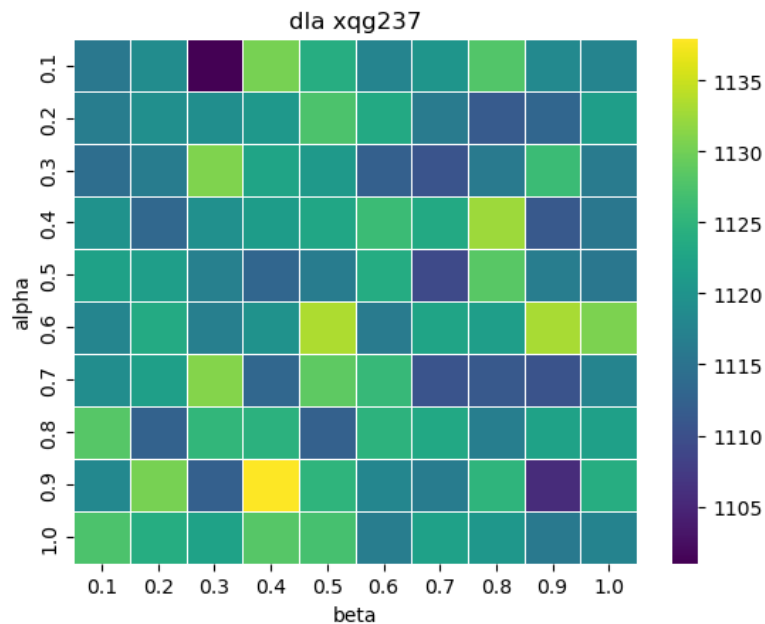
4.2 Tabu Search

4.2.1 Wpływ zmiany długości listy tabu oraz liczby iteracji bez poprawy na średnią długość cyklu rozwiązania

Wpływ parametrów alpha i beta na średni wynik metaheurystyki

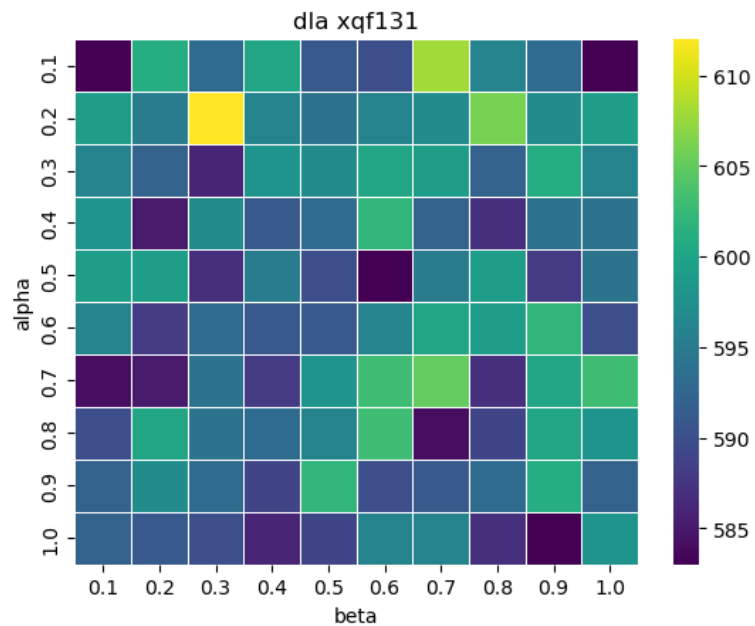


Wpływ parametrów alpha i beta na średni wynik metaheurystyki

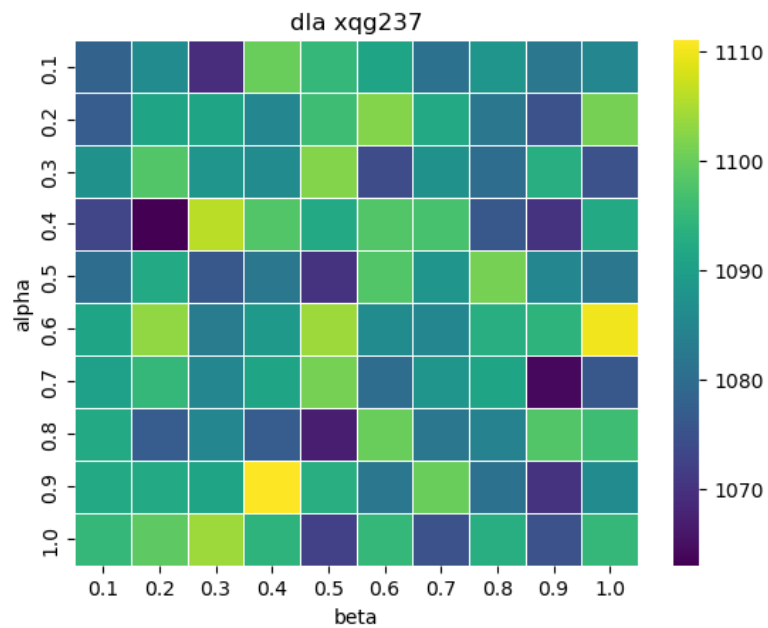


4.3 Wpływ zmiany długości listy tabu oraz liczby iteracji bez poprawy na minimalną długość cyklu rozwiązania

Wpływ parametrów alpha i beta na najlepszy wynik metaheurystyki

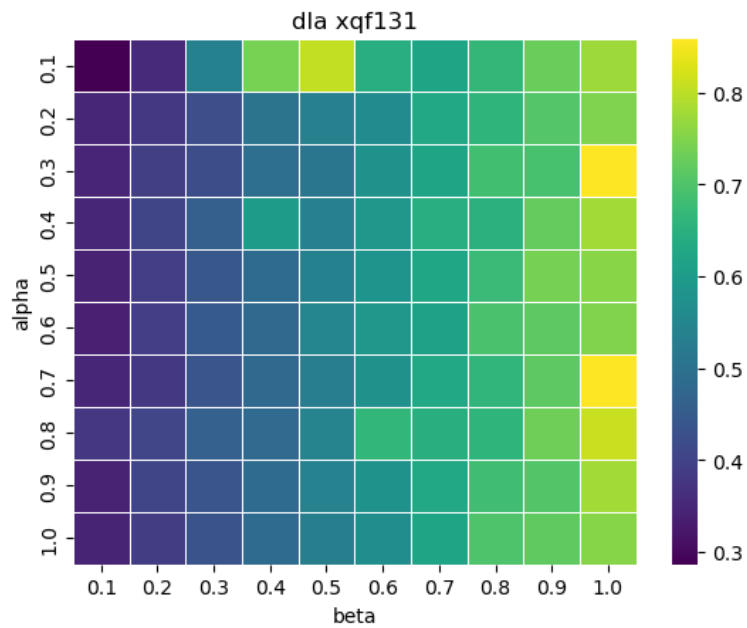


Wpływ parametrów alpha i beta na najlepszy wynik metaheurystyki

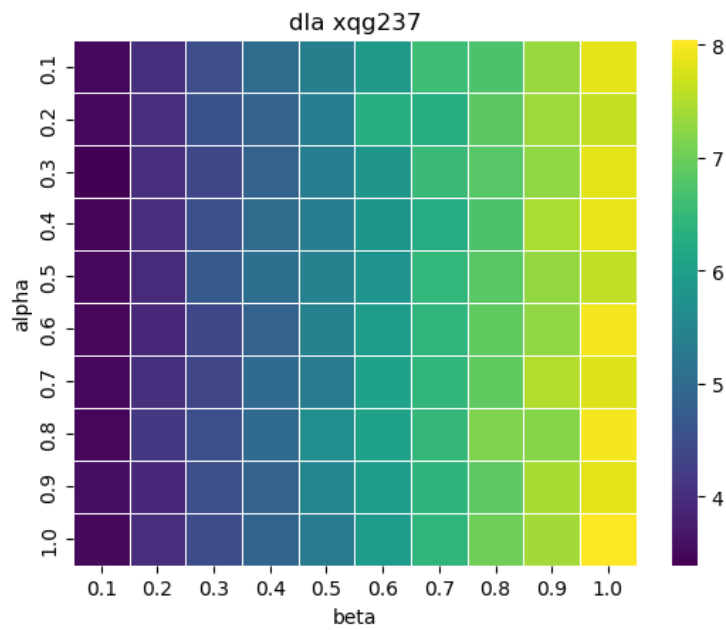


4.4 Wpływ zmiany długości listy tabu oraz liczby iteracji bez poprawy na średni czas działania heurystyki

Wpływ parametrów alpha i beta na średni czas działania metaheurystyki



Wpływ parametrów alpha i beta na średni czas działania metaheurystyki



4.4.1 Wpływ rozwiązania początkowego i metody generowania otoczenia na średnią długość cyklu

| Przykład | Losowe rozwiązania początkowe | | Rozwiązanie początkowe bazujące na MST | |
|----------|-------------------------------|------------------|--|------------------|
| | Otoczenie pełne | Otoczenie losowe | Otoczenie pełne | Otoczenie losowe |
| xqf131 | 610 | 640 | 602 | 620 |
| xqg237 | 1116 | 1166 | 1089 | 1132 |
| pma343 | 1487 | 1535 | 1454 | 1503 |

4.4.2 Wpływ rozwiązania początkowego i metody generowania otoczenia na minimalną długość cyklu

| Przykład | Losowe rozwiązania początkowe | | Rozwiązanie początkowe bazujące na MST | |
|----------|-------------------------------|------------------|--|------------------|
| | Otoczenie pełne | Otoczenie losowe | Otoczenie pełne | Otoczenie losowe |
| xqf131 | 582 | 593 | 594 | 594 |
| xqg237 | 1070 | 1118 | 1060 | 1085 |
| pma343 | 1433 | 1474 | 1428 | 1455 |

4.4.3 Wpływ rozwiązania początkowego i metody generowania otoczenia na średni czas działania heurystyki

| Przykład | Losowe rozwiązania początkowe | | Rozwiązanie początkowe bazujące na MST | |
|----------|-------------------------------|------------------|--|------------------|
| | Otoczenie pełne | Otoczenie losowe | Otoczenie pełne | Otoczenie losowe |
| xqf131 | 0.18 | 0.007 | 0.06 | 0.004 |
| xqg237 | 1.9 | 0.03 | 0.5 | 0.02 |
| pma343 | 7.4 | 0.13 | 2.1 | 0.07 |

5 Dobór parametrów

5.1 Symulowane wyżarzanie

- Temperatura początkowa: $\alpha = 0.5$
- Chłodzenie: $\beta = 0.95$
- Długość epoki: $\gamma = 0.2$
- Liczba iteracji bez poprawy: $\delta = 0.1$
- Typ otoczenia: INVERT
- Wybór otoczenia: pełne
- Rozwiązanie początkowe: losowe

5.2 Tabu Search

- Długość listy tabu: $\alpha = 0.1$
- Liczba iteracji bez poprawy: $\beta = 0.2$
- Typ otoczenia: INVERT
- Wybór otoczenia: pełne
- Rozwiązanie początkowe: oparte o MST

6 Wyniki

| Przykład | Optimum | Local Search | | Sumulowane Wyżarzanie | | Tabu Search | |
|----------|---------|--------------|-----------|-----------------------|-----------|-------------|-----------|
| | | śr. waga | min. waga | śr. waga | min. waga | śr. waga | min. waga |
| xqf131 | 564 | 612 | 578 | 580.8 | 567 | 602.4 | 594 |
| xqg237 | 1019 | 1115.8 | 1062 | 1056 | 1036 | 1089 | 1060 |
| pma343 | 1368 | 1484.7 | 1424 | 1395.2 | 1378 | 1454.0 | 1428 |
| pka379 | 1332 | 1445.9 | 1399 | 1380.6 | 1360 | 1398.8 | 1376 |
| bcl380 | 1621 | 1817.5 | 1728 | 1730.4 | 1685 | 1750 | 1707 |
| pbl395 | 1281 | 1429.0 | 1359 | 1363.8 | 1317 | 1377.8 | 1352 |
| pbk411 | 1343 | 1488.5 | 1426 | 1431.9 | 1397 | 1433.3 | 1405 |
| pbn423 | 1365 | 1521.6 | 1454 | 1457.6 | 1412 | 1468.4 | 1440 |
| pbm436 | 1443 | 1612.0 | 1535 | 1540.2 | 1481 | 1563.5 | 1535 |
| xql662 | 2513 | 2813.3 | 2707 | 2682.5 | 2617 | 2699.4 | 2673 |
| xit1083 | 3558 | 4021.2 | 3919 | 3825.5 | 3746 | 3909.11 | 3768 |
| icw1483 | 4416 | 4990.5 | 4839 | 4731.1 | 4628 | 4739.7 | 4733 |
| djc1785 | 6115 | 6872.1 | 6697 | 6545.1 | 6460 | 6470.7 | 6450 |
| dcb2086 | 6600 | 7457.8 | 7313 | 7129.6 | 7074 | 7171.7 | 7153 |
| pds2566 | 7643 | 8701.8 | 8506 | 8225 | 8151 | 8377 | 8255 |

Tabela 1: Porównanie wyników metaheurystyk: Local Search, Symulowane Wyżarzanie oraz Tabu Search.