

Metody Optymalizacji

Karol Janic

1 kwietnia 2025

Spis treści

1	Zadanie 1	2
1.1	Cel	2
1.2	Model	2
1.3	Wyniki	2
2	Zadanie 2	2
2.1	Cel	2
2.2	Model	3
2.2.1	Zmienne decyzyjne	3
2.2.2	Funkcja celu	3
2.2.3	Ograniczenia	3
2.3	Dane	3
2.4	Wyniki	3
2.4.1	Uwagi	4
3	Zadanie 3	4
3.1	Cel	4
3.2	Model	5
3.2.1	Zmienne decyzyjne	5
3.2.2	Funkcja celu	5
3.2.3	Ograniczenia	5
3.3	Dane	5
3.4	Wyniki	6
4	Zadanie 4	7
4.1	Cel	7
4.2	Model	7
4.2.1	Zmienne decyzyjne	7
4.2.2	Funkcja celu	7
4.2.3	Ograniczenia	7
4.3	Dane	8
4.4	Wyniki	9

1 Zadanie 1

1.1 Cel

Celem zadania jest minimalizacja funkcji celu $\mathbf{c}^T \mathbf{x}$ przy następujących ograniczeniach: $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$, gdzie:

- $a_{ij} = \frac{1}{i+j-1}$, $i, j = 1, \dots, n$
- $b_i = c_i = \sum_{j=1}^n \frac{1}{i+j-1}$, $i = 1, \dots, n$

1.2 Model

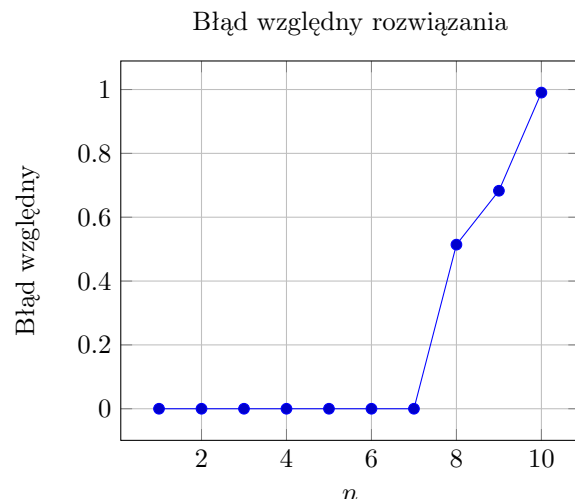
Model parametryzowany jest przez n - rozmiar macierzy A oraz długość wektorów \mathbf{b} i \mathbf{c} . Zmiennymi decyzyjnymi są elementy wektora \mathbf{x} . Ograniczone są one do wartości nieujemnych. Jedynym ograniczeniem jest równość $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Funkcją celu, która jest minimalizowana jest iloczyn skalarny wektora \mathbf{c}^T i \mathbf{x} .

1.3 Wyniki

Zapisano model programowania liniowego i przeprowadzono eksperymenty w celu zbadania błędu względnego otrzymywanego rozwiązania w zależności od n . Rozwiązaniem dokładnym jest wektor $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{1}$. Wyniki przedstawiono w tabeli 1 oraz na wykresie 2.

n	Błąd względny
1	0.0
2	1.05e-15
3	3.67e-15
4	3.27e-13
5	3.35e-12
6	6.83e-11
7	1.68e-08
8	0.51
9	0.68
10	0.99

Rysunek 1: Błąd względny w zależności od n



Rysunek 2: Wykres błędu względnego

Błąd względny rośnie bardzo szybko wraz ze wzrostem n . Dla $n = 10$ wynosi on już prawie 1. Ostatnią wartością, dla której błąd jest bliski zeru jest $n = 7$. Powodem takiego zachowania jest złe uwarunkowanie macierzy Hilberta.

2 Zadanie 2

2.1 Cel

Celem zadania jest wyznaczenie przewozu dźwigów między miastami w taki sposób, aby zminimalizować koszty transportu. Rozróżniamy dwa typy dźwigów: I , II . Dźwigi typu I mogą zostać zastępowane przez dźwigi typu II . Koszt transportu dźwigów jest proporcjonalny do odległości między miastami. Dodatkowo koszt dźwigu typu II jest o 20% większy niż dźwigu typu I .

2.2 Model

Model parametryzowany jest zbiorem miast M , zbiorem typów dźwigów T ($T \subset \mathbb{N}$) macierzą odległości między miastami d_{m_1, m_2} dla $1 \leq m_1, m_2 \leq |M|$, jednostkową ceną transportu dźwigów każdego typu (zł/km) k_t dla $1 \leq t \leq |T|$ oraz liczbą dźwigów nadmiarowych i brakujących w każdym z miast dla każdego z typów dźwigów - odpowiednio n_m^t, b_m^t gdzie $1 \leq m \leq |M|$, $1 \leq t \leq |T|$. Zarówno odległości jak i koszty są dodatnimi wartościami rzeczywistymi. Parametry opisujące nadmiar i niedomiar dźwigów są liczbami naturalnymi. Zakładamy, że dźwigi typu większego mogą zastępować dźwigi typu mniejszego. Zakładamy, że dźwigi różnego typu w obrębie jednego miasta nie muszą być transportowane.

2.2.1 Zmienne decyzyjne

Całkowitoliczbowe zmienne decyzyjne x_{m_1, m_2}^t o wartościach nieujemnych określają dla każdego typu t i każdej pary miast ilość dźwigów przewożonych z miasta m_1 do miasta m_2 .

2.2.2 Funkcja celu

Funkcją celu jest minimalizacja kosztów transportu:
$$\sum_{t=1}^{|T|} \sum_{m_1=1}^{|M|} \sum_{m_2=1}^{|M|} k_t \cdot d_{m_1, m_2} \cdot x_{m_1, m_2}^t.$$

2.2.3 Ograniczenia

Model ma tylko jedną grupę ograniczeń:

$$(\forall m \in M)(\forall t \in T) : \left(\sum_{\substack{t' \in T \\ t' \geq t}} n_m^{t'} - b_m^{t'} + \sum_{m_1=1}^{|M|} x_{m_1, m}^{t'} - \sum_{m_2=1}^{|M|} x_{m, m_2}^{t'} \right) \geq 0.$$

Dla każdego miasta i każdego typu dźwigu suma nadmiarowych dźwigów w miastach, dźwigów przewożonych do miasta i wywożonych z miasta oraz brakujących dźwigów w miastach musi być nieujemna. Ponieważ dźwigi mniejszego typu mogą być zastępowane przez dźwigi większego typu to dla typów rozpatrywana jest suma od typu t do największego możliwego typu umożliwiające zastępowanie dźwigów.

2.3 Dane

Zadane zostały miasta: Opole, Brzeg, Nysa, Prudnik, Strzelce Opolskie, Kozle i Racibórz. Odległości między nimi oraz liczby nadmiarowych i brakujących dźwigów w każdym z miast przedstawiono w tabelach 1 i 2. Koszty transporty dźwigów wynoszą odpowiednio $k_1 = 1$ zł/km i $k_2 = 1.2$ zł/km.

	Opole	Brzeg	Nysa	Prudnik	Strzelce Opolskie	Kozle	Raciborz
Opole	0	44	59	52	33	47	78
Brzeg	44	0	54	81	100	94	128
Nysa	59	54	0	28	96	74	88
Prudnik	52	81	28	0	69	48	62
Strzelce Opolskie	33	100	96	69	0	25	61
Kozle	47	94	74	48	25	0	35
Raciborz	78	128	88	62	61	35	0

Tabela 1: Odległości między miastami [km]

2.4 Wyniki

Zapisano model programowania liniowego i wyznaczono optymalne rozwiązanie dla danych. Wyniki przedstawiono w tabeli 3. Całkowity koszt wynosi 1402.4 zł. Sprawdzenie otrzymanych wyników wskazuje, że otrzymane rozwiązanie jest dopuszczalne.

	Nadmiar		Brak	
	Typ I	Typ II	Typ I	Typ II
Opole	0	2	7	0
Brzeg	10	0	0	1
Nysa	0	0	6	2
Prudnik	4	0	0	10
Strzelce Opolskie	0	4	5	0
Kozle	8	2	0	0
Raciborz	0	1	0	0

Tabela 2: Tabela wartości parametrów nadmiaru i braku z podziałem na typy

Typ dźwigu	Miejsce początkowe	Miejsce docelowe	Liczba dźwigów
1	Opole	Brzeg	4
1	Opole	Kozle	3
1	Nysa	Brzeg	5
1	Nysa	Prudnik	1
1	Strzelce Opolskie	Kozle	5
2	Nysa	Opole	2
2	Prudnik	Strzelce Opolskie	4
2	Prudnik	Kozle	2
2	Prudnik	Raciborz	1

Tabela 3: Transport dźwigów między miastami

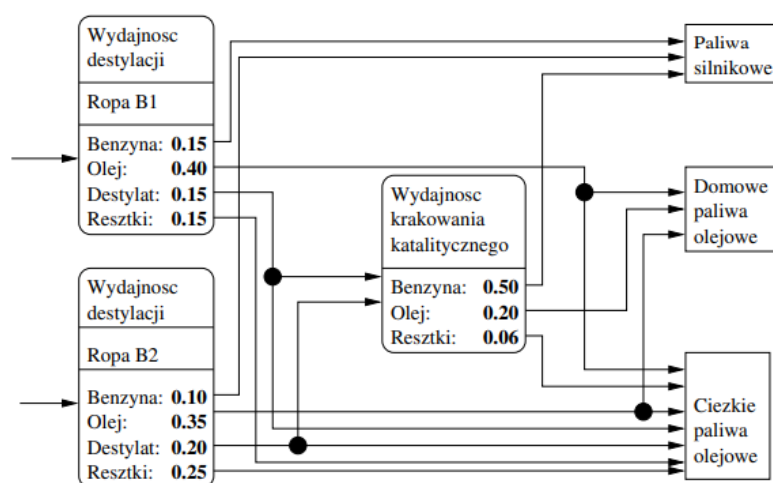
2.4.1 Uwagi

Zmiana typu zmiennych decyzyjnych na zmienne rzeczywiste nie wpływa na wynik.

3 Zadanie 3

3.1 Cel

Celem zadania jest wyznaczenie optymalnego planu produkcji w rafinerii. Należy wyznaczyć ilości rop różnego rodzaju, które pozwolą na produkcję określonych ilości paliw: benzyny, oleju, destylatu oraz resztek tak aby zaspokoić zadane zapotrzebowanie przy zminimalizacji kosztów produkcji. Rafinacja ropy odbywa się w dwóch etapach: destylacji oraz krakingu. Schemat produkcji przedstawiono na rysunku 3.



Rysunek 3: Schemat produkcji w rafinerii - z treści zadania

3.2 Model

Model parametryzowany jest zbiorem rop R , zbiorem produktów P , kategorii produktów K oraz zbiorem faz produkcji F . Dla każdej z rop $r \in R$ zadana jest jej cena c_r w dolarach, każda kategoria $k \in K$ ma przyporządkowane produkty, które ją tworzą a każda faza $f \in F$ ma określoną wydajność w_p^f dla poszczególnych produktów $p \in P$ a także koszt produkcji k_f w dolarach. Produkty w ramach kategorii mogą się powtarzać ($k \subseteq P$). Parametrem powstałych produktów jest zawartość siarki. W olejach procentowa zawartość siarki nie może przekraczać s_{max} . Przy produkcji oleju w danej fazie $f \in F$ z ropy $r \in R$ zawartość siarki w oleju wynosi s_r^f . Dodatkowo dla każdej kategorii $k \in K$ określone jest zapotrzebowanie z_k w tonach. Połączenia wewnątrz rafinerii zadawane są macierzami połączeń między fazami $f_1, f_2 \in F$ dla danych produktów $p \in P$ $a_{f_1, f_2, p}$, połączeń faz $f \in F$ ze zbiornikami odpowiadającymi kategoriom $k \in K$ produktów $p \in P$ $b_{f, k, p}$ oraz opisem wejść danej ropy $r \in R$ do fazy $f \in F$ $c_{r, f}$. Zakładamy, że połączenia wewnątrz rafinerii nie tworzą cykli.

3.2.1 Zmienne decyzyjne

Rzeczywiste nieujemne zmienne decyzyjne opisują ilość potrzebnej ropy $r \in R$ x_r w tonach oraz ilość wyprodukowanych produktów danej kategorii $k \in K$ y_k w tonach. Stan wewnętrzny rafinerii opisują także rzeczywiste nieujemne zmienne decyzyjne $z_{f, r, p}^1$ i $z_{f, r, p}^2$ opisujące ilość ropy lub produktu $p \in R \cup P$ w tonach przed i po fazie $f \in F$ dla źródła ropy $r \in R$ oraz zmienne $t_{f_1, k, r, p}^1$ i $t_{f_1, f_2, r, p}^2$ opisujące ilość produktu $p \in R \cup P$ w tonach, który powstał z ropy $r \in R$, który po fazie $f_1 \in F$ trafi do bezpośrednio do zbiornika kategorii $k \in K$ albo zostanie przetworzony w kolejnej fazie f_2 .

3.2.2 Funkcja celu

Funkcją celu jest minimalizacja kosztów produkcji:
$$\sum_{r \in R} c_r \cdot x_r + \sum_{\substack{f \in F, r \in R \\ p \in P \cup R}} k_f \cdot z_{f, r, p}^1.$$

3.2.3 Ograniczenia

- wejścia ropy do rafinerii: $(\forall r \in R) \left(x_r = \sum_{f \in F} c_{r, f} \cdot z_{f, r, r}^1 \right)$
- połączenia między fazami: $(\forall f_1 \in F) (\forall r \in R) (\forall p \in R \cup P) \sum_{f_2 \in F} a_{f_2, f_1, p} \cdot t_{f_2, f_1, r, p}^2 = z_{f_1, r, p}^1$
- przepływ produktów przez kolejne fazy: $(\forall f \in F) (\forall r \in R) (\forall p \in P) \left(c_{r, f} + w_p^f \cdot \sum_{p' \in P \cup R} z_{f, r, p'}^1 = z_{f, r, p}^2 \right)$
- rozdzielanie produktów po kolejnych fazach: $(\forall f \in F) (\forall r \in R) (\forall p \in P) \left(z_{f, r, p}^2 = \sum_{f' \in F} (t_{f, f', r, p}^1 + t_{f, f', r, p}^2) \right)$
- zbieranie produktów w zbiornikach: $(\forall k \in K) \left(\sum_{\substack{f_1 \in F, r \in R \\ p \in P}} t_{f_1, k, r, p}^1 \cdot b_{f_1, k, p} = y_k \right)$
- spełnienie zapotrzebowań: $(\forall k \in K) (y_k \geq z_k)$
- limit siarki: $(\forall r \in R) ((z_{kraking, r, olej}^2 \cdot s_r^{kraking} + z_{dest1, r, olej}^2 \cdot s_r^{dest1} + z_{dest2, r, olej}^2 \cdot s_r^{dest2}) \leq s_{max} \cdot y_{p.domowe})$

3.3 Dane

Zadane zostały zbiory:

- rodzaje ropy $R = \{ B1, B2 \}$
- produkty $P = \{ \text{benzyna, olej, destylat, resztki} \}$
- kategorie produktów $K = \{ \text{paliwa silnikowe, paliwa domowe, paliwa ciężkie} \}$

- fazy produkcji $F = \{ \text{destylacja 1, destylacja 2, kraking} \}$

Ustalono także ceny ropy $c_{B1} = 1300$ dolarów/tonę, $c_{B2} = 1500$ dolarów/tonę, maksymalną zawartość siarki $s_{max} = 0.005$. Zapotrzebowanie oraz koszty i wydajność produkcji zostały przedstawione w tabelach 4, 5 i 6. Połączenie w rafinerii zadane są macierzami 7, 8 i 9.

Produkt	Zapotrzebowanie
Paliwo silnikowe	200000
Paliwo domowe	400000
Paliwo ciężkie	250000

Tabela 4: Zapotrzebowanie na paliwa [tony]

Proces	Koszt produkcji
Destylacja 1	10
Destylacja 2	10
Kraking	20

Tabela 5: Koszty produkcji [dolary/tonę]

Proces	Benzyna	Olej	Destylat	Resztki
Destylacja 1	0.15	0.40	0.15	0.15
Destylacja 2	0.10	0.35	0.20	0.25
Kraking	0.50	0.20	0.00	0.06

Tabela 6: Wydajność produkcji

	B1	B2
Destylacja 1	1	0
Destylacja 2	0	1
Kraking	0	0

Tabela 7: Wejścia ropy do procesów produkcyjnych

	Dest. 1	Dest. 2	Kraking
Benzyna			
Destylacja 1	0	0	0
Destylacja 2	0	0	0
Kraking	0	0	0
Olej			
Destylacja 1	0	0	0
Destylacja 2	0	0	0
Kraking	0	0	0
Destylat			
Destylacja 1	0	0	1
Destylacja 2	0	0	1
Kraking	0	0	0
Resztki			
Destylacja 1	0	0	0
Destylacja 2	0	0	0
Kraking	0	0	0

Tabela 8: Przepływ produkcji

	P. Silnikowe	P. Domowe	P. Ciężkie
Benzyna			
Destylacja 1	1	0	0
Destylacja 2	1	0	0
Kraking	1	0	0
Olej			
Destylacja 1	0	1	1
Destylacja 2	0	1	1
Kraking	0	1	0
Destylat			
Destylacja 1	0	0	1
Destylacja 2	0	0	1
Kraking	0	0	0
Resztki			
Destylacja 1	0	0	1
Destylacja 2	0	0	1
Kraking	0	0	1

Tabela 9: Przepływ do zbiorników

3.4 Wyniki

Zapisano model programowania liniowego i wyznaczono optymalny plan produkcji. Szczegółowe wyniki przedstawiono w tabelach poniżej. Całkowity koszt produkcji wynosi 1345943600.9 dolarów. Proste obliczenia wskazują, że otrzymane rozwiązanie jest dopuszczalne.

Zużycie ropy naftowej		Ilość wyprodukowanych paliw	
B1	1026030.368764	Paliwo silnikowe	200000.000000
B2	0.000000	Paliwo domowe	400000.000000
		Paliwo ciężkie	250000.000000

Tabela 10: Zużycie ropy naftowej oraz ilość wyprodukowanych paliw w tonach

Proces	Benzyna (B1)	Olej (B1)	Destylat (B1)	Resztki (B1)
Destylacja 1	153904.56	410412.15	153904.56	153904.56
Destylacja 2	0	0	0	0
Kraking	46095.44	18438.18	0	5531.45

Tabela 11: Szczegółowe wyniki produkcji w tonach

4 Zadanie 4

4.1 Cel

Celem zadania jest wybranie grup zajęciowych w taki sposób aby nie nakładały się one na siebie w czasie, uwzględniały czas na obiad, umożliwiały uczęszczanie na trening sportowy oraz nie przekraczamy określonej liczby godzin zajęć w ciągu dnia. Dodatkowo każda grupa ma określoną wartość preferencji, których sumę chcemy zmaksymalizować. Następnie dodane zostaną ograniczenia na minimalną wartość preferencji oraz na dni w których chcemy uczęszczać na zajęcia.

4.2 Model

Model parametryzowany jest zbiorem dni D , zajęć Z , zbiorem grup G , które dotyczą każdego zajęcia oraz zbiorem treningów T . Każda grupa $g \in G$ dotycząca danych zajęć $z \in Z$ ma przypisany początek p_g^z , koniec k_g^z dzień d_g^z oraz wartość preferencji p_g^z . Każdy trening $t \in T$ trwa od godziny p_t do k_t w dniu $d_t \in D$. Przerwa obiadowa trwa od godziny p_l do k_l a sam obiad musi trwać co najmniej l godzin. Maksymalna liczba godzin określana jest przez m_g , minimalna liczba treningów w ciągu tygodnia przez m_t a minimalna wartość preferencji zajęć przez m_p . Dni wolne od zajęć określone są przez zbiór $W \subset D$.

4.2.1 Zmienne decyzyjne

Binarne zmienne decyzyjne x_g^z , gdzie $z \in Z$, $g \in G$ określają czy grupa g zostaje wybrana do zajęć z a zmienne y_t określają czy będzie możliwe uczęszczanie na trening t .

4.2.2 Funkcja celu

Funkcją celu jest maksymalizacja sumy wartości preferencji zajęć: $\sum_{z \in Z} \sum_{g \in G} p_g^z \cdot x_g^z$.

4.2.3 Ograniczenia

- każde zajęcia muszą mieć przypisaną dokładnie jedną grupę: $(\forall z \in Z) \left(\sum_{g \in G} x_g^z \right) = 1$
- maksymalna liczba godzin w trakcie jednego dnia: $(\forall d \in D) \left(\sum_{z \in Z} \sum_{g \in G} (k_g^z - p_g^z) \cdot x_g^z \right) \leq m_g$
- odpowiednia liczba treningów: $\left(\sum_{t \in T} y_t \right) \geq m_t$
- zajęcia nie mogą na siebie nachodzić:
 $(\forall z_1, z_2 \in Z) (\forall g_1, g_2 \in G) (z_1 \neq z_2 \wedge g_1 \neq g_2 \wedge d_{g_1}^{z_1} = d_{g_2}^{z_2} \wedge p_{g_1}^{z_1} \leq k_{g_2}^{z_2} \wedge p_{g_2}^{z_2} \leq k_{g_1}^{z_1}) \Rightarrow (x_{g_1}^{z_1} + x_{g_2}^{z_2}) \leq 1$
- treningi nie mogą na siebie nachodzić:
 $(\forall t_1, t_2 \in T) (t_1 \neq t_2 \wedge d_{t_1} = d_{t_2} \wedge p_{t_1} \leq k_{t_2} \wedge p_{t_2} \leq k_{t_1}) \Rightarrow (y_{t_1} + y_{t_2}) \leq 1$
- zajęcia i treningi nie mogą na siebie nachodzić:
 $(\forall z \in Z) (\forall g \in G) (\forall t \in T) (d_g^z = d_t \wedge p_g^z \leq k_t \wedge p_t \leq k_g^z) \Rightarrow (x_g^z + y_t) \leq 1$

- zapewnienie wolnego czasu na obiad($[[*]]$ oznacza nawias Iwersona): $\forall d \in D$:

$$\left(\sum_{\substack{z \in Z, g \in G \\ d_g^z = d}} [[p_g^z < k_l \wedge k_g^z > p_l]] \cdot (\min(k_g^z, k_l) - \max(p_g^z, p_l)) \cdot x_g^z + \sum_{\substack{t \in T \\ d_t = d}} [[p_t < k_l \wedge k_t > p_l]] \cdot (\min(k_t, k_l) - \max(p_t, p_l)) \cdot y_t \right) \leq k_l - p_l - l \quad (1)$$

- zapewnienie wolnych dni: $(\forall z \in Z)(\forall g \in G) (d_g^z \in W) \Rightarrow x_g^z = 0$
- minimalna wartość preferencji: $(\forall z \in Z) (\forall g \in G) (p_g^z \geq m_p \cdot x_g^z)$

Najważniejszą częścią ograniczeń jest sprawdzanie nachodzenia na siebie zakresów czasowych zajęć, treningów oraz obiadu. Dwa przedziały $[a, b]$ oraz $[c, d]$ nachodzą na siebie wtedy i tylko wtedy gdy $a \leq d \wedge c \leq b$. Dla każdego nachodzących na siebie zajęć, treningów oraz obiadu zmienne decyzyjne muszą sumować się do co najwyżej 1 co oznacza wybór jednego z nich. Ograniczenie dotyczące czasu na obiad sprawdza czy suma czasów zajęć i treningów trwających w przerwie obiadowej jest mniejsza niż czas przerwy obiadowej pomniejszony o czas obiadu.

4.3 Dane

Zadane zostały zbiory:

- dni tygodnia $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- zajęcia $Z = \{ \text{Algebra, Analiza, Fizyka, Chemia Mineralów, Chemia Organiczna} \}$
- grupy $G = \{ \text{Gr1, Gr2, Gr3, Gr4} \}$
- treningi $T = \{ \text{Tr1, Tr2, Tr3} \}$
- dni wolne $W = \{3, 5\}$

oraz parametry opisujące wartości preferencji zajęć oraz czasy odbywania się zajęć i treningów - opisują to tabele 13, 12 i 14. Obiad mógł odbywać się między $p_l = 12:00$ a $k_l = 14:00$ a minimalny czas obiadu wynosi $l = 1$ godziny. Zapewniony powinien być conajmniej jeden trening w tygodniu $m_t = 1$ oraz nie więcej niż $m_g = 4$ godzin zajęć dziennie. Minimalna wartość preferencji zajęć wynosi $m_p = 5$.

	Dni zajęć				Początki zajęć				Końce zajęć			
	Gr1	Gr2	Gr3	Gr4	Gr1	Gr2	Gr3	Gr4	Gr1	Gr2	Gr3	Gr4
Algebra	1	2	3	3	13	10	10	11	15	12	12	13
Analiza	1	2	3	4	13	10	11	8	15	12	13	10
Fizyka	2	2	4	4	8	10	15	17	11	13	18	20
Chemia Mineralow	1	1	4	5	8	8	13	13	10	10	15	15
Chemia Organiczna	1	1	5	5	9	10.5	11	13	10.5	12	12.5	14.5

Tabela 12: Tabela przedstawiająca dni zajęć, początki i końce zajęć dla różnych grup

	Preferencje			
	Gr1	Gr2	Gr3	Gr4
Algebra	5	4	10	5
Analiza	4	4	5	6
Fizyka	3	5	7	8
Chemia Mineralow	10	10	7	5
Chemia Organiczna	0	5	3	4

Tabela 13: Tabela przedstawiająca preferencje dla różnych grup

	Treningi		
	Dni	Początki	Końce
Tr1	1	13	15
Tr2	3	11	13
Tr3	3	13	15

Tabela 14: Tabela przedstawiająca dni treningów, ich początki i końce

4.4 Wyniki

Zapisano model programowania liniowego i wygenerowano grupy zajęciowe i treningi. Rozpatrzono dane bez zadanych dni wolnych i minimalnej wartości preferencji. Suma preferencji wyniosła odpowiednio 37 i 28. Wybrane zajęcia przedstawiono w tabeli 15.

	Grupa	
	Wersja 1	Wersja 2
Zajęcia Algebra	Gr3	Gr1
Zajęcia Analiza	Gr2	Gr4
Zajęcia Fizyka	Gr4	Gr2
Zajęcia Chemia Mineralow	Gr1	Gr3
Zajęcia Chemia Organiczna	Gr2	Gr2
Trening	Tr1	Tr2

Tabela 15: Tabela przedstawiająca przypisane grupy do zajęć i wybrany trening w obu wersjach danych

Łatwo sprawdzić, że wygenerowane rozwiązania są dopuszczalne.