

Lista zadań nr 3 - zadania dodatkowe

Bazy Danych 2021

7. (2 pkt., dla chętnych) Rozważamy bazy danych będące grafami z jedną relacją binarną E . Istnienie homomorfizmu $h : G_1 \rightarrow G_2$ będziemy zapisywać tak: $G_1 \rightarrow G_2$. Dla grafu G przez $O(G)$ oznaczmy zbiór grafów spełniających następujące warunki:

1. dla każdego grafu $H \in O(G)$ zachodzi $H \rightarrow G$
 2. dla każdego grafu $H \in O(G)$ nie zachodzi $G \rightarrow H$,
 3. dla każdego grafu K jeśli $K \rightarrow G$ oraz nie zachodzi $G \rightarrow K$ to istnieje graf $H \in O(G)$ taki, że $K \rightarrow H$.
- Pokaż, że $O(G)$ musi zawierać (z dokładnością do homomorficznej równoważności) dowolny graf H spełniający warunki:
 1. zachodzi $H \rightarrow G$ oraz nie zachodzi $G \rightarrow H$, oraz
 2. dowolny graf K , dla którego $H \rightarrow K$ i $K \rightarrow G$ jest homomorficznie równoważny G lub H .
 - Zbadaj i opowiedz jak wygląda $O(G)$ dla $G = \{E(a, a)\}$ (jeden wierzchołek z pętelką).

8. (2 pkt., dla chętnych) Rozważmy graf reprezentowany przez relację binarną $E(S, T)$. Dowiedz się co to są gry Ehrenfeuchta-Fraïssé i pokaż z ich pomocą, że w logice pierwszego rzędu nie da się wyrazić zapytania $P_*(x, y)$ spełnionego gdy istnieje ścieżka z x do y o dowolnej długości.