

```

#Matematyka konkretna
#Wariant 15 Karolina Baron

#dotyczy odnalezienia wartości minimalnej funkcji dwóch zmiennych $f$
oraz zmiennych $x$ i $y$ metodą gradienta wraz z wizualizacją w 3D
odpowiednio do określonego zadania.
#Można skorzystać z dowolnych bibliotek Python.

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

# Modified function to minimize
def funkcja(x, y):
    return (x + 3*y)*3 + 2*x

# Modified gradient descent function
def gradient_descent(learning_rate, iterations):
    x = np.random.uniform(1, 100)
    y = np.random.uniform(1, 100)

    history = []

    for _ in range(iterations):
        # Numerical gradients
        df_dx = 3 * (x + 3*y)**2 + 2 # Partial derivative with
respect to x
        df_dy = 9 * (x + 3*y)**2      # Partial derivative with
respect to y

        x = x - learning_rate * df_dx
        y = y - learning_rate * df_dy
        history.append([x, y, funkcja(x, y)])

    return np.array(history)

# Visualization of the function
x_vals = np.linspace(1, 100, 100)
y_vals = np.linspace(1, 100, 100)
X, Y = np.meshgrid(x_vals, y_vals)
Z = funkcja(X, Y)

# 3D plot initialization
fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot_surface(X, Y, Z, cmap='viridis', alpha=0.8, edgecolor='k')

# Initial point
ax.scatter(1, 1, funkcja(1, 1), color='red', marker='o', s=100,
label='Start')

```

```

# Optimization
learning_rate = 0.0001
iterations = 100
history = gradient_descent(learning_rate, iterations)

# Trajectory
ax.plot(history[:, 0], history[:, 1], history[:, 2], color='blue',
marker='o', label='Minimization')

# Final minimum point
ax.scatter(history[-1, 0], history[-1, 1], history[-1, 2],
color='green', marker='o', s=100, label='Minimum')

ax.set_xlabel('X')
ax.set_ylabel('Y')
ax.set_zlabel('f(X, Y)')
ax.legend()

plt.show()

```

