

PROPAGACIÓN DE INCERTIDUMBRES

Fís. Carlos Adrián Jiménez Carballo
Escuela de Física
Instituto Tecnológico de Costa Rica

Contenido

Tipos de mediciones

Incertidumbre

Incertidumbres de Mediciones Directas

Incertidumbre Mediciones Indirectas

Contenido

Tipos de mediciones

Incertidumbre

Incertidumbres de Mediciones Directas

Incertidumbre Mediciones Indirectas

Medición

De acuerdo con **La Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida (GUM,2008)** **medición** es el conjunto de operaciones que tienen por finalidad determinar un valor de una magnitud, asimismo dicha guía dice que el objetivo de una la medición es determinar el valor del **mensurando**; esto es, el valor de la magnitud particular bajo medición. Por tanto, una medición comienza con una adecuada definición del mensurando, del método de medida y del procedimiento de medida. En palabras sencillas una medición es un proceso básico de la ciencia en el cual se da una comparación entre un patrón seleccionado (unidad de medida) con el objeto o fenómeno cuya magnitud física se desea medir (mesurando), para averiguar cuántas veces el patrón está contenido en esa magnitud.

Las mediciones dimensionales que se pueden realizar son:

- Medición directa.
- Medición indirecta.

Mediciones Directas

Las **mediciones directas** son todas aquellas mediciones que se realiza con la ayuda de un instrumento, ya sea analógico o digital

Los **instrumentos analógicos** son aquellos instrumentos que por lo general tienden a tener una escala con divisiones frente a la que se mueve una aguja. La aguja pasa frente a los infinitos puntos de la escala. Al alcanzar el valor que mide el aparato la aguja se detiene en un punto que puede coincidir más o menos con una división de la escala. Esa división es la que leemos nosotros en el acto de la medida directa.

Los **instrumentos digitales** son aquellos que utilizan tecnología de microprocesadores para realizar la medición en lugar de los métodos mecánicos utilizados por los instrumentos analógicos.

Mediciones Indirectas

Las **mediciones directas** son todas aquellas donde el mesurando buscado no se determina por medio de un instrumento sino que es una función de otras magnitudes que se miden directa o indirectamente.

Por ejemplo:

$$t_R = \sqrt{\frac{2d}{g}}$$

Contenido

Tipos de mediciones

Incertidumbre

Incertidumbres de Mediciones Directas

Incertidumbre Mediciones Indirectas

Incertidumbre

De acuerdo con la GUM **la incertidumbre** del resultado de una medición refleja la imposibilidad de conocer exactamente el valor del mensurando. En otras palabras es un parámetro, asociado al resultado de una medida, que caracteriza el intervalo de valores que puede ser razonablemente atribuidos al mensurando.

El concepto de incertidumbre refleja duda acerca de la veracidad del resultado obtenido una vez que se han evaluado todas las posibles fuentes de error y que se han aplicado las correcciones oportunas. La incertidumbre nos da una idea de la calidad del resultado ya que nos muestra un intervalo alrededor del valor estimado dentro del cual se encuentra el valor considerado verdadero.

Fuentes de incertidumbre

En la práctica existen numerosas fuentes posibles de incertidumbre en una medición, entre ellas:

- definición incompleta del mensurando;
- realización imperfecta de la definición del mensurando;
- muestra no representativa del mensurando, la muestra analizada puede no representar al mensurando definido;
- conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o medición imperfecta de dichas condiciones ambientales;
- lectura sesgada de instrumentos analógicos, por parte del técnico;
- resolución finita del instrumento de medida o umbral de discriminación;
- valores inexactos de los patrones de medida o de los materiales de referencia;
- valores inexactos de constantes y otros parámetros tomados de fuentes externas y utilizados en el algoritmo de tratamiento de los datos;
- aproximaciones e hipótesis establecidas en el método y en el procedimiento de medida;

Contenido

Tipos de mediciones

Incertidumbre

Incertidumbres de Mediciones Directas

Incertidumbre Mediciones Indirectas

Incertidumbre tipo B

La evaluación tipo B de la incertidumbre típica se utiliza cuando la estimación x_i de una magnitud de entrada X_i no ha sido obtenida a partir de observaciones repetidas. La incertidumbre típica $u_{x_i/2}$, se obtiene entonces mediante decisión científica basada en la información disponible acerca de la variabilidad posible de X_i . El conjunto de la información puede comprender:

- resultados de medidas anteriores;
- la experiencia o el conocimiento general del comportamiento y propiedades de los materiales y los instrumentos utilizados;
- las especificaciones del fabricante;
- los datos suministrados por certificados de calibración u otros certificados;
- la incertidumbre asignada a valores de referencia procedentes de libros y manuales

Incertidumbre por la resolución del instrumento

La incertidumbre por resolución del instrumento se determina:

$$u_{x2} = \frac{\delta x}{2\sqrt{3}}$$

donde δx se define como la resolución del instrumento

Para el caso de instrumentos analógicos $\delta x = \text{minima unidad}$ y para el caso de instrumentos digitales $\delta x = 2 \cdot \text{minima unidad}$

Incertidumbre por la resolución del instrumento: Instrumentos analógicos

Suponga que se quiere medir el diámetro de un cilindro con un vernier cuya medida mas pequeña es 0,005 cm. La medida que se obtiene es 5,435 cm, por lo tanto tenemos:

$$u_{D2} = \frac{\Delta D}{2\sqrt{3}} = \frac{0,005 \text{ cm}}{2\sqrt{3}} = 0,001443... \text{ cm} = 0,001 \text{ cm}$$

Incertidumbre por repetición de una medición: Incertidumbre tipo A

- La Incertidumbre tipo A se utiliza para determinar la incertidumbre de un conjunto de repeticiones de datos obtenidos por medio de mediciones directas
- Se determina como:

$$u_{x1} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

Donde n es el numero de datos y σ es la desviación estándar del conjunto de datos

Suponga que se mide tres veces el diámetro de un cilindro con un vernier

Tabla 1: Diámetro de un cilindro

	Diámetro (D) ($\pm 0,003$) cm
1	5,340
2	5,350
3	5,355
\bar{D}	5,348
σ_D	0,008
C.V	0,143
u_{D1}	0,004

$$\text{Donde } u_{D1} = \frac{\sigma_D}{\sqrt{3}} = \frac{0,008 \text{ cm}}{\sqrt{3}} = 0,004 \text{ cm}$$

Incertidumbre estándar

Se puede interpretar como la incertidumbre total de la medición y se define como:

$$u_x = \sqrt{(u_{x2})^2 + (u_{x1})^2}$$

Ejemplo

Considere los casos anteriores en los que se determino la incertidumbre del vernier u_{D2} y la incertidumbre tipo A u_{D1} de las mediciones del diametro de un cilindro. Para este caso las incertidumbre estándar de la medición se determina:

$$u_D = \sqrt{(u_{D2})^2 + (u_{D1})^2} = \sqrt{(0,003 \text{ cm})^2 + (0,004 \text{ cm})^2} = 0,005 \text{ cm}$$

Contenido

Tipos de mediciones

Incertidumbre

Incertidumbres de Mediciones Directas

Incertidumbre Mediciones Indirectas

Propagación de incertidumbres

En la mayor parte de los casos, el mensurando Y no se mide directamente, sino que se determina a partir de otras n magnitudes x_1, x_2, \dots, x_n , mediante una relación funcional f :

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

donde x_1, x_2, \dots, x_n pueden ser mediciones directas ó indirectas con incertidumbres $u_{x_1}, u_{x_2}, \dots, u_{x_n}$

La incertidumbre de Y se determina

$$u_Y = \sqrt{\sum_i^n \left(\frac{\partial Y}{\partial x_i}\right)^2 u_{x_i}^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial x_1}\right)^2 u_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial x_2}\right)^2 u_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial Y}{\partial x_n}\right)^2 u_{x_n}^2}$$

Ejemplo

Para determinar el volumen de un cilindro se mide con un vernier el diametro de dicho cilindro y con una regla se determina la altura de dicho cilindro. Las mediciones obtenidas son:

$$D = (5,348 \pm 0,005) \text{ cm}$$

$$H = (10,5 \pm 0,1) \text{ cm}$$

Determine el volumen del cilindro.

Ejemplo

Para determinar el volumen de un cilindro se mide con un vernier el diametro de dicho cilindro y con una regla se determina la altura de dicho cilindro. Las mediciones obtenidas son:

$$D = (5,348 \pm 0,005) \text{ cm}$$

$$H = (10,5 \pm 0,1) \text{ cm}$$

Determine el volumen del cilindro.

R/ El volumen de un cilindro se determina mediante la ecuación $V = \pi D^2 H / 4$ por lo que para este caso el volumen es:

$$V = \pi D^2 H / 4 = \pi \cdot (5,348 \text{ cm})^2 \cdot (10,5 \text{ cm}) / 4 = 235,864... \text{ cm}^3$$

Para determinar la Incertidumbre observamos cuales son las variables de las cuales depende la medición

Para determinar la Incertidumbre observamos cuales son las variables de las cuales depende la medición

Para este caso

$$V = V(D, H)$$

Para determinar la Incertidumbre observamos cuales son las variables de las cuales depende la medición

Para este caso

$$V = V(D, H)$$

A continuación construimos la ecuación de la incertidumbre:

$$u_D = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial D}\right)^2 u_D^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial H}\right)^2 u_H^2}$$

Para determinar la Incertidumbre observamos cuales son las variables de las cuales depende la medición

Para este caso

$$V = V(D, H)$$

A continuación construimos la ecuación de la incertidumbre:

$$u_D = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial D}\right)^2 u_D^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial H}\right)^2 u_H^2}$$

Calculamos las derivadas:

$$\frac{\partial V}{\partial D} = \frac{\partial}{\partial D} (\pi D^2 H / 4) = (\pi H / 4) \frac{\partial}{\partial D} (D^2) = \frac{\pi H}{4} \cdot 2D = \frac{\pi D H}{2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial H} = \frac{\partial}{\partial H} (\pi D^2 H / 4) = (\pi D^2 / 4) \frac{\partial}{\partial H} (H) = \frac{\pi D^2}{4} \cdot 1 = \frac{\pi D^2}{4}$$

Se sustituye en la ecuación de incertidumbre y se evalúa

$$\begin{aligned}u_D &= \sqrt{\left(\frac{\pi DH}{2}\right)^2 u_D^2 + \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^2 u_H^2} \\&= \sqrt{\left(\frac{\pi \cdot 5,348 \text{ cm} \cdot 10,5 \text{ cm}}{2}\right)^2 (0,005 \text{ cm})^2 + \left(\frac{\pi (5,348 \text{ cm})^2}{4}\right)^2 (0,1 \text{ cm})^2} \\&= \sqrt{0,195 \text{ cm}^6 + 5 \text{ cm}^6} = 2,28 \text{ cm}^3 = 2 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

Por lo que el volumen del cilindro es

$$V = (236 \pm 2) \text{ cm}^3$$

Bibliografía

- JCGM, J. (2008). Evaluation of measurement data—Guide to the expression of uncertainty in measurement. *Int. Organ. Stand. Geneva ISBN*, 50, 134.
- Hernández, M. M. P. (2012). Estimación de incertidumbres. Guía GUM. *Revista Española de Metrología*, 1(3), 113-130.
- Schmid, W. A., & Lazos, R. (2000). Guía para estimar la incertidumbre de la medición. *Centro nacional de Metrología* (Abril 2004).