Tarea 4

Maria Fernanda Nariño
Karol Rivera

3 de marzo de 2022

1. Ecuación diferencial no lineal

- Resolver analíticamente la ecuación diferencial no lineal:

$$\frac{du}{dt} = u^q, t \in [0, 10]$$

Teniendo en cuenta la solución exacta dada se puede asumir su condición inicial como $u(0) = 1$.
Este ecuación diferencial se puede resolver por separación de variables:

$$\int \frac{du}{u^q} = \int dt$$

Para $q = 1$:

$$\int \frac{du}{u} = \int dt$$
$$ln(u) = t + C$$
$$u(t) = e^{t+C}$$

Como $u(0) = 1$:

$$1 = e^C$$
$$ln(1) = C$$
$$\Rightarrow C = 0$$

Así se obtiene que la solución de la ecuación diferencial con $q = 1$ es $u(t) = e^t$.
Para $q < 1$:

$$\int \frac{du}{u^q} = \int dt$$
$$\frac{u^{1-q}}{1-q} = t + C$$
$$u^{1-q} = (t + C)(1 - q)$$
$$u(t) = [(t + C)(1 - q)]^{\frac{1}{1-q}}$$

Como $u(0) = 1$:

$$1 = [C(1-q)]^{\frac{1}{1-q}}$$
$$1 = C(1-q)$$
$$\Rightarrow C = \frac{1}{1-q}$$

Usando el valor obtenido para C se encuentra la solución exacta de la ecuación diferencial:

$$u(t) = \left[\left(t + \frac{1}{1-q}\right)(1-q)\right]^{\frac{1}{1-q}}$$
$$u(t) = \left[t(1-q) + \frac{1}{1-q}(1-q)\right]^{\frac{1}{1-q}}$$
$$u(t) = [t(1-q)+1]^{\frac{1}{1-q}}$$