

Estudio de entropía y complejidad en imágenes.

Asesor

Jaime Forero Romero Ph.D.
Universidad de los Andes
Departamento de física

Autor

Karol Yessenia Rivera Rengifo
Código: 201815009
2021-2

1 Introducción

El análisis de imágenes científicas se ha concentrado principalmente en estudios de intensidad mediante cálculos de entropía y complejidad. Sin embargo, desde el surgimiento de la teoría de la información hay nuevas definiciones de entropía y complejidad que permiten pensar nuevos mecanismos para estudiar la composición de imágenes. Recientemente se ha realizado un estudio a obras de arte donde se aplicó el concepto de entropía y complejidad utilizando permutaciones. Al método se le ve potencial en el ámbito científico puesto que se encontró que las imágenes con ciertas características, también comparten valores de entropía y complejidad (Sigaki, Perc, y Ribeiro, 2018).

Estudiar el método basado en permutaciones es importante porque puede contribuir al desarrollo de análisis complementarios a los en intensidad. Adicionalmente, es llamativo porque está basado en el análisis de permutaciones, una variable diferente y poco aplicada, tanto en entropía como en complejidad. Por otro lado, es aplicable a sistemas bidimensionales, los cuales no cuentan con el mismo nivel de profundización en lo que respecta a análisis de entropía y complejidad que los sistemas 1D (por ejemplo señales). Finalmente, los resultados del artículo base abren la posibilidad de encontrar un método de clasificación de imágenes de acuerdo con sus valores de entropía y complejidad.

2 Metodología

El proyecto se desarrolló en 3 fases: Investigación, implementación y aplicación. En la fase de investigación se repasó la teoría básica sobre entropía y complejidad, y se revisaron los antecedentes de análisis de imágenes. Para profundizar en el estado del arte se utilizaron artículos científicos, mientras que para la comprensión de los conceptos se utilizaron libros de texto y artículos. Adicionalmente, se creó el banco de imágenes.

En la fase de implementación se estudió a profundidad el método basado en permutaciones propuesto en el artículo guía, y se desarrollaron las ecuaciones necesarias para el cálculo de entropía y complejidad. Luego se desarrolló el algoritmo: método para obtener la distribución de probabilidad, método para calcular la entropía y, finalmente, método para calcular la complejidad. Para hacer el código lo más eficiente posible se realizaron pruebas con dos librerías, seleccionando la de mejor desempeño. También se realizaron pruebas con

respecto a formato y a capa de color con el fin de asegurar que la elección de la capa y el formato no afectara significativamente los resultados.

En la fase de aplicación se realizaron dos análisis: 1) se aplicó el código sobre cada categoría y se construyó el plano complejidad-entropía; y 2) las imágenes se dividieron en 16 subimágenes para ser analizadas, obteniendo una dispersión para cada imagen y, por lo tanto, para cada categoría.

3 Método de permutaciones

Los pasos para descomponer la imagen y hallar la distribución de probabilidad para las permutaciones se presenta a continuación:

1. Seleccionar una de las capas de color. Se trabajó siempre con la capa G.
2. Dividir la capa en matrices 2x2 y cada matriz representarla por una lista.
3. Asociar otra lista con los índices de los números de menor a mayor.
4. Contar la frecuencia de aparición de cada permutación y obtener la distribución de probabilidad.

$$\begin{bmatrix} 23 & 24 & . & . & . & 5 \\ 19 & 22 & . & . & . & 12 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 10 & 22 & . & . & . & 14 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 23 & 24 \\ 19 & 22 \end{bmatrix} \Rightarrow [23, 24, 19, 22] \Rightarrow [2, 3, 0, 1]$$

Al realizar el paso 3, las listas obtenidas van a ser permutaciones de una lista principal, y por lo tanto, los microestados disponibles van a ser la cantidad de permutaciones:

$$[0,1,2,3] \quad ; \quad \text{microestados} = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ permutaciones}$$

Con el fin de calcular la entropía, se utiliza la definición dada por Shannon (1948), normalizando con la cantidad de microestados disponibles. Esta entropía puede relacionarse con la información media contenida (Shannon, 1948).

$$H = - \sum_{i=1}^{24} p_i \ln(p_i). \quad H_N(p) = - \frac{1}{\ln(24)} \sum_{i=1}^{24} p_i \ln(p_i).$$

La complejidad se define en términos de la divergencia de Jensen-Shannon y la entropía de Shannon. La divergencia se utiliza para cuantificar qué tanto difiere la distribución de probabilidad de las permutaciones, de una distribución uniforme (Bussandri, Linck, Ré, y Lamberti, 2014). En este caso se considera que ambas distribuciones tienen el mismo peso. La entropía se usa porque el conocimiento del sistema es probabilístico, y por lo tanto se debe tener una medida de la información contenida. (San Martín, 2013). Finalmente, se busca que esta cantidad oscile entre 0 y 1, por lo que se divide en un factor de normalización que es el valor máximo que puede tomar la divergencia.

$$C(p) = \frac{D(p,U)H(p)}{D*}.$$
$$D(p,U) = \left(H\left(\frac{p+U}{2}\right) - \frac{1}{2}H(p) - \frac{1}{2}H(U) \right). \quad D* = -\frac{1}{2} \left(\frac{n+1}{n} \ln(n+1) + \ln(n) - 2\ln(2n) \right)$$
$$C(p) = \frac{H_N(p)}{-\frac{1}{2} \left(\frac{25}{24} \ln(25) + \ln(24) - 2\ln(48) \right)} \left(H\left(\frac{p+U}{2}\right) - \frac{1}{2}H(p) - \frac{1}{2}H(U) \right).$$

De acuerdo con la teoría, valores altos de entropía se asocian con distribuciones cercanas a la uniforme, mientras que valores bajos se asocian con distribuciones donde pocos microestados tienen toda la probabilidad (Shannon, 1948). La complejidad tiende a tener valores muy bajos si existen patrones en las figuras analizadas o no existe patrón alguno (Herrera y cols, 2018).

4 Resultados

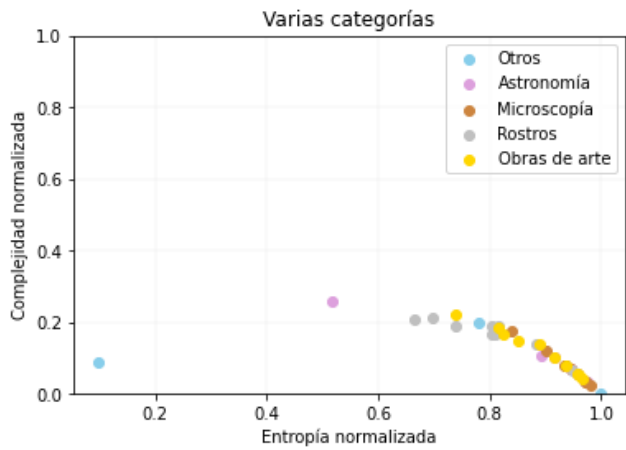


figura 1: Plano complejidad-entropía para todas las categorías del banco de imágenes.

Pruebas de formato y capa de color llevan a determinar que las imágenes deben trabajarse en formato png o jpg y que la capa seleccionada no afecta significativamente el resultado por lo que se decide usar la capa g.

En la figura 1 se puede observar el plano entropía complejidad para todas las imágenes recolectadas, organizado de acuerdo con la categoría. Se observa una tendencia generalizada a producir valores bajos de complejidad cuando la entropía es elevada. Las obras de arte reproducen el comportamiento del artículo guía.

El comportamiento de astronomía y microscopía es el esperado ya que las imágenes presentan patrones (cosmic web o tejidos) y porque no presentan muchas zonas uniformes en color. En el caso de rostros,

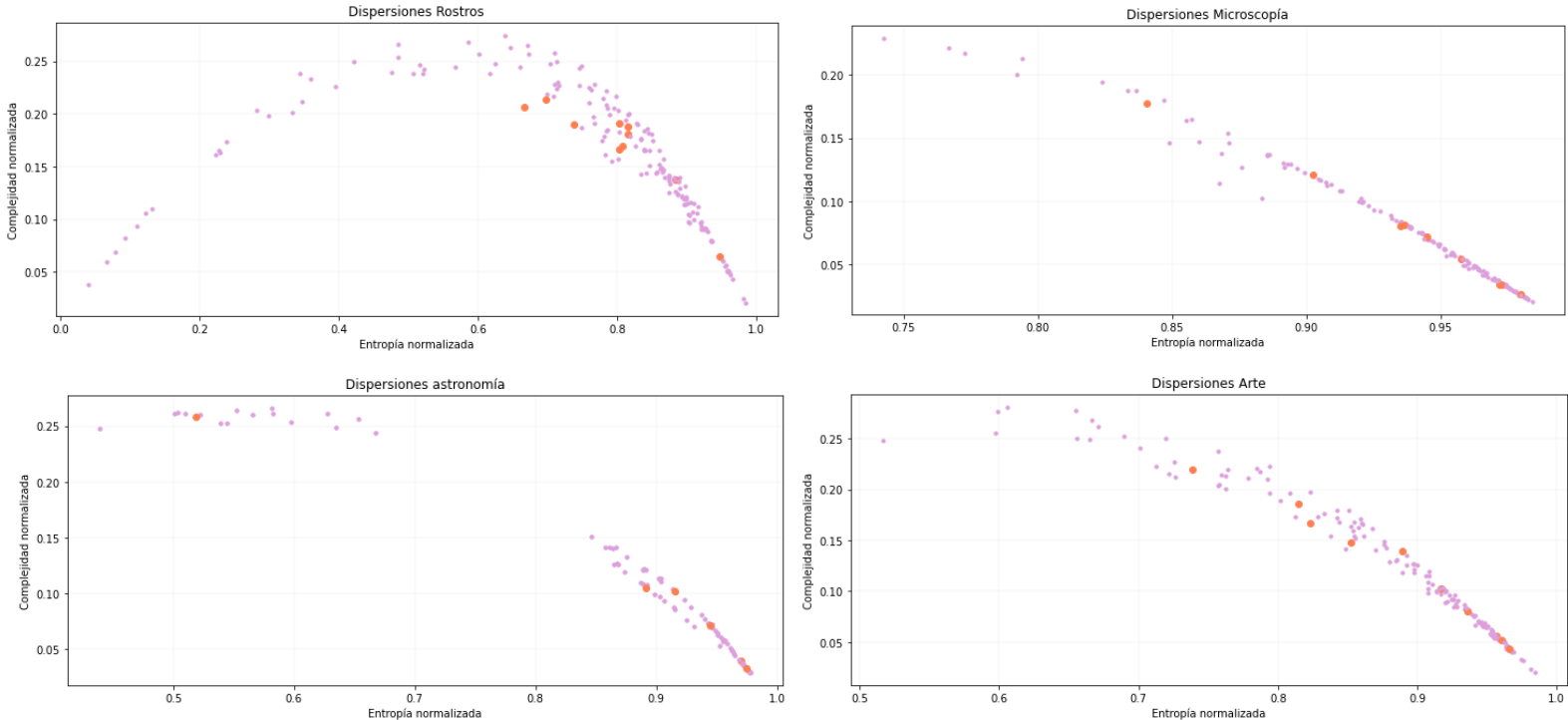


figura 2: Dispersiones y tendencia general para cada categoría analizada. La primera figura corresponde a rostros, la segunda a microscopía, la tercera a astronomía y la cuarta a las obras de arte.

la tendencia fue sorpresiva, se esperaban valores intermedios o bajos de entropía y bajos de complejidad debido a la existencia de grandes zonas uniformes en color. Este comportamiento se le atribuye entonces a los bordes y facciones de los rostros, que ayudan a distribuir mejor la frecuencia de aparición de las permutaciones.

La figura 2 presenta los resultados de las dispersiones organizado por categoría. En el caso de astronomía, microscopía, y arte se mantiene la tendencia de valores de complejidad altos si se tiene entropía baja. En el caso de la categoría rostros la tendencia parece ser parabólica, pero se asocia con que las imágenes escogidas cuentan con zonas uniformes en color. Al dividir la imagen, las zonas uniformes en color van a generar valores de entropía y complejidad bajos, justificando así el comportamiento de la curva.

6 Conclusiones

- Los valores de entropía y complejidad se mantienen constantes en formato jpg o png.
- La entropía puede asociarse con el comportamiento de la distribución de probabilidad de las permutaciones, mientras que la complejidad puede asociarse con la existencia de patrones.
- La tendencia generalizada es que valores altos de entropía generan valores de complejidad pequeños.
- Las dispersiones no siempre siguen el patrón general de las imágenes completas, lo que puede deberse a las características particulares de la categoría.
- La librería matplotlib presenta una mayor eficiencia en procesamiento de imágenes que la librería pillow.
- No se analizaron suficientes imágenes para establecer que una categoría se agrupa en una zona del plano.

7 Agradecimientos

Este trabajo no habría podido concretarse sin la guía del profesor Jaime Forero, sus correcciones y recomendaciones fueron fundamentales para cumplir los objetivos. También agradezco al profesor Alejandro García, quien con sus correcciones contribuyó a la consolidación de los documentos.