

Autor: Karolina Tatarczyk

Metody numeryczne (Matematyka)

Projekt 2

Metoda Newtona

Napisać procedurę realizującą algorytm metody stycznych (Newtona) (argumenty: f , x_0 , e).
Napisać także procedurę realizującą algorytm metody Newtona dla układu dwóch równań nieliniowych (argumenty: f , g , v_0 , e).

Korzystając z napisanych procedur:

- Wyznaczyć pierwiastek 6 stopnia ze 101 z dokładnością 10^{-10} .
- W pewnym układzie elektrycznym z diodą tunelową natężenie prądu i oraz napięcie u spełniają układ równań:

$$i = k u \left(\frac{u^2}{3} - \frac{3}{2} u + 2 \right),$$
$$\frac{u}{r} + i = j,$$

gdzie $k = 1 \text{ mA/V}^3$, $j = 1 \text{ mA}$, $r = 10 \text{ k}\Omega$. Wykorzystując metodę Newtona wyznaczyć natężenie prądu oraz napięcie. Rozwiązanie zilustrować graficznie (można do tego celu wykorzystać instrukcję ContourPlot).

Rozwiązanie

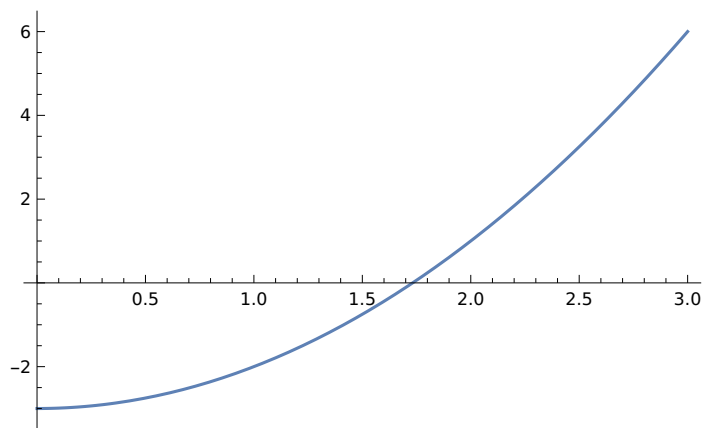
Program (jedno równanie)

```
In[19]:= Clear[styczne]
styczne[f_, x0_, epsilon_] :=
Module[{xn = x0, xs = x0 + 2 * epsilon, e = epsilon, p, c},
While[Abs[xn - xs] > e,
xs = xn;
p = D[f[x], x];
c = p /. {x -> xs};
xn = xs - f[xs] / c;
];
Return[xn]
```

Przykład testowy (jedno równanie)

```
In[27]:= f[x_] := x^2 - 3;
Plot[f[x], {x, 0, 3}]
styczne[f, 3, 0.001] // N
```

Out[28]=



Out[29]=

1.73205

Program (układ dwóch równań)

In[362]:=

```
Clear[rownania]
rownania[f_, g_, v0_, e_] := Module[{j, r, c, h, p, vs = v0 + {2 e, 2 e}, vn = v0},
  r = {f[x, y], g[x, y]};
  j = {{D[f[x, y], x], D[f[x, y], y]}, {D[g[x, y], x], D[g[x, y], y]}};
  While[Norm[vn - vs] > e,
    vs = vn;
    c = j /. {x -> vs[[1]], y -> vs[[2]]};
    h = r /. {x -> vs[[1]], y -> vs[[2]]};
    p = Inverse[c];
    vn = vs - p.h;
  ];
  Return[vn]
]
```

Przykład testowy (układ dwóch równań)

In[382]:=

```
f1[x_, y_] := x^2 + y^2;
f2[x_, y_] := x + 2 * x * y;
v0 := {1, 1};
rownania[f1, f2, v0, 0.0001]
```

Out[385]=

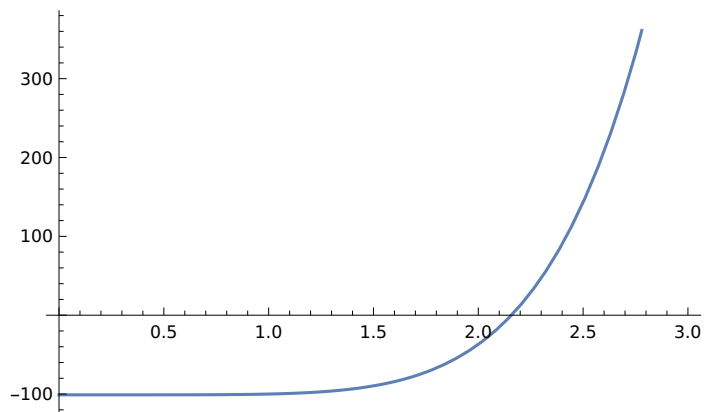
$$\left\{0, \frac{1}{16384}\right\}$$

Zadanie a)

In[333]:=

```
g[x_] := x^6 - 101;  
Plot[g[x], {x, 0, 3}]
```

Out[334]=



In[34]:= `styczne[g, 3, 10^(-10)] // N`

Out[34]=

2.15801

(*Sprawdzenie*)

`101^(1/6) // N`

Out[391]=

2.15801

Zadanie b)

In[375]:=

```
h1[u_, i_] := (u^3/3 - 3 u^2/2 + 2 u)*k - i;  
h2[u_, i_] := u/r + i - j;  
k = 1;  
j = 1;  
r = 10;  
rownania[h1, h2, {3, 3}, 0.0000001] // N  
ContourPlot[{h1[u, i], h2[u, i]}, {u, -4, 4}, {i, -4, 4}]
```

Out[380]=

{2.38767, 0.761233}

Out[381]=

