

In[1]:=

Autor: Karolina Tatarczyk

Metody numeryczne (Matematyka)

Projekt 6

Metoda Eulera

Napisać procedurę realizującą algorytm metody Eulera (argumenty: f , x_0 , y_0 , b , n).

a) Korzystając z napisanej procedury wyznaczyć rozwiązanie przybliżone zagadnienia początkowego:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{y(x)}{x^2} & \text{dla } x \in [1, 10], \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

Obliczenia wykonać dla 40 kroków.

Na wspólnym rysunku wykreślić rozwiązanie dokładne oraz uzyskane rozwiązanie przybliżone. Wykreślić także błędy uzyskanego rozwiązania przybliżonego.

Rozwiązanie

Program

```
In[97]:= Clear[euler]
euler[f_, x0_, y0_, b_, n_] := Module[{h = (b - x0)/n, k, sol, x},
  k = Table[i, {i, 1, n + 1, 1}];
  x = Table[x0, {i, 1, n + 1, 1}];
  k[[1]] = y0;
  For[i = 1, i ≤ n, i++,
    k[[i + 1]] = k[[i]] + h * f[x[[i]], k[[i]] // N;
    x[[i + 1]] = x[[i]] + h // N;
  ];
  sol = Table[{x[[i]], k[[i]]}, {i, 1, n + 1, 1}];
  Return[sol]
]
```

Zadanie a)

In[119]:=

```

Clear[f, roz, a];
f[x_, y_] := y/x^2;
Print["Rozwiązanie przybliżone:"]
b = euler[f, 1, 2, 10, 40]
roz = DSolve[{y'[x] == y[x]/x^2, y[1] == 2}, y[x], x]

Print["Rozwiązanie dokładne:"]
k = roz[[1, 1, 2]]
a = Plot[roz[[1, 1, 2]], {x, 1, 10}, PlotRange → All,
  AxesOrigin → {0, 0}, Frame → True, PlotStyle → Purple];
c = ListPlot[b, PlotStyle → Pink];
Print["Wykres obrazujący rozwiązanie dokładne i przybliżone :"]
Show[a, c]
g[x_] := 2 Exp[1 - (1/x)];
q = Table[b[[i, 2]], {i, 1, 41, 1}];
qq = Table[g[x], {x, 1, 10, 0.225}] // N;
Print["Błędy uzyskanego rozwiązania:"]
ww = Table[Abs[q[[i]] - qq[[i]]], {i, 1, 41, 1}];
qqq = Table[x, {x, 1, 10, 0.225}];
d = ListPlot[Transpose[{qqq, ww}], PlotStyle → Green]
Print["Wykres obrazujący rozwiązanie dokładne,
  przybliżone oraz błąd rozwiązania przybliżonego:"]
Show[a, c, d]

```

Rozwiązanie przybliżone:

Out[122]=

```

{{1, 2}, {1.225, 2.45}, {1.45, 2.81735}, {1.675, 3.11885}, {1.9, 3.36897},
 {2.125, 3.57894}, {2.35, 3.75727}, {2.575, 3.91035}, {2.8, 4.04304},
 {3.025, 4.15907}, {3.25, 4.26134}, {3.475, 4.35211}, {3.7, 4.4332}, {3.925, 4.50607},
 {4.15, 4.57188}, {4.375, 4.63161}, {4.6, 4.68605}, {4.825, 4.73588}, {5.05, 4.78165},
 {5.275, 4.82384}, {5.5, 4.86284}, {5.725, 4.89901}, {5.95, 4.93264},
 {6.175, 4.96399}, {6.4, 4.99328}, {6.625, 5.02071}, {6.85, 5.04645},
 {7.075, 5.07065}, {7.3, 5.09344}, {7.525, 5.11495}, {7.75, 5.13527},
 {7.975, 5.15451}, {8.2, 5.17274}, {8.425, 5.19005}, {8.65, 5.2065}, {8.875, 5.22216},
 {9.1, 5.23708}, {9.325, 5.25131}, {9.55, 5.2649}, {9.775, 5.27788}, {10., 5.29031}}

```

Out[123]=

$$\left\{ \left\{ y[x] \rightarrow 2 e^{1-\frac{1}{x}} \right\} \right\}$$

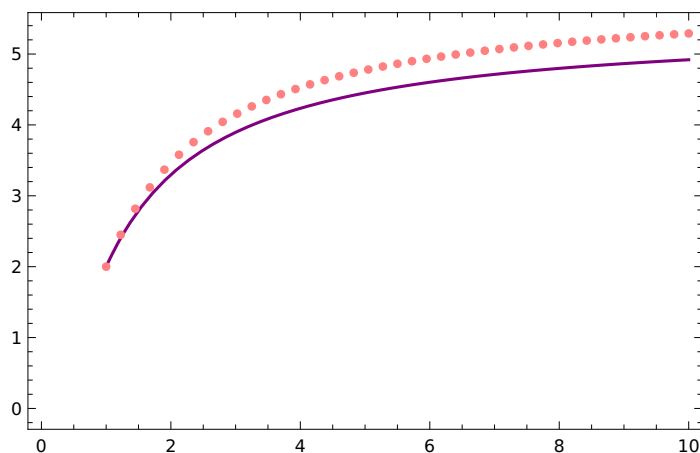
Rozwiązanie dokładne:

Out[125]=

$$2e^{1-\frac{1}{x}}$$

Wykres obrazujący rozwiązanie dokładne i przybliżone :

Out[129]=

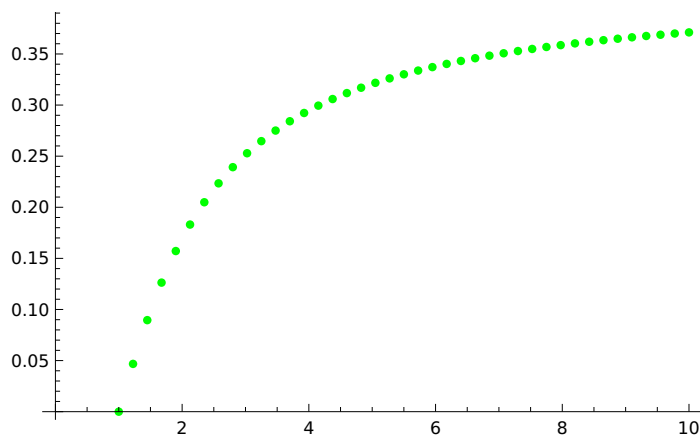


Błędy uzyskanego rozwiązania:

Out[134]=

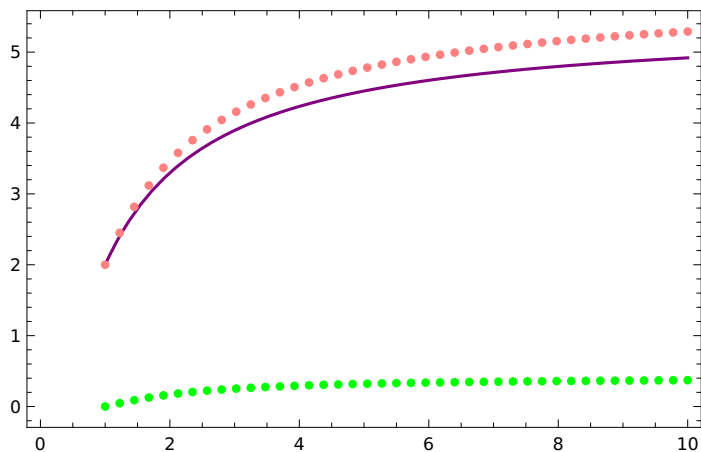
```
{0., 0.0467532, 0.0895563, 0.126277, 0.157166, 0.183076,
 0.2049, 0.223408, 0.239228, 0.25286, 0.264696, 0.275048, 0.284165,
 0.292244, 0.299445, 0.305898, 0.31171, 0.316968, 0.321745, 0.326102,
 0.330091, 0.333756, 0.337132, 0.340253, 0.343144, 0.345831, 0.348334,
 0.35067, 0.352855, 0.354904, 0.356827, 0.358638, 0.360343, 0.361954,
 0.363476, 0.364918, 0.366284, 0.367582, 0.368815, 0.369988, 0.371107}
```

Out[136]=



Wykres obrazujący rozwiązanie dokładne,
przybliżone oraz błąd rozwiązania przybliżonego:

Out[138]=



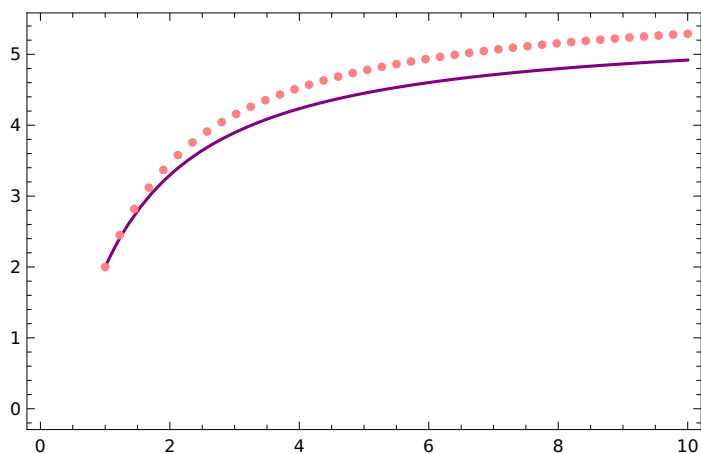
Rozwiązanie dokładne:

Out[373]=

$$2e^{1-\frac{1}{x}}$$

Wykres obrazujący rozwiązanie dokładne i przybliżone :

Out[377]=

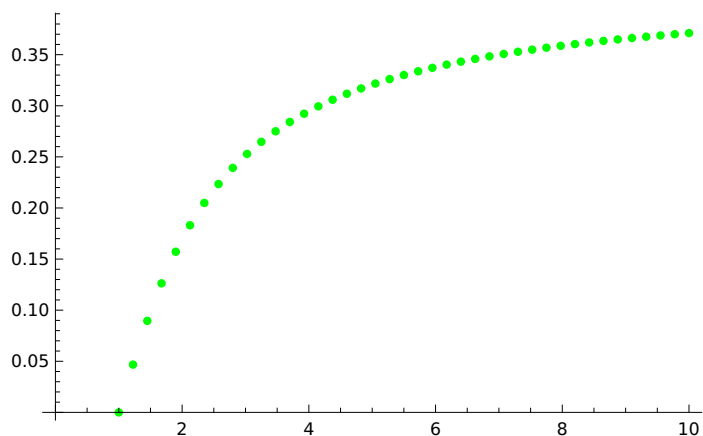


Błędy uzyskanego rozwiązania:

Out[382]=

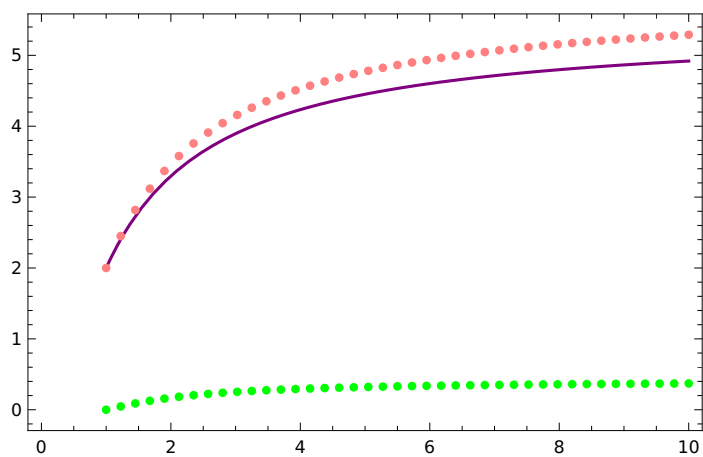
```
{0., 0.0467532, 0.0895563, 0.126277, 0.157166, 0.183076,
 0.2049, 0.223408, 0.239228, 0.25286, 0.264696, 0.275048, 0.284165,
 0.292244, 0.299445, 0.305898, 0.31171, 0.316968, 0.321745, 0.326102,
 0.330091, 0.333756, 0.337132, 0.340253, 0.343144, 0.345831, 0.348334,
 0.35067, 0.352855, 0.354904, 0.356827, 0.358638, 0.360343, 0.361954,
 0.363476, 0.364918, 0.366284, 0.367582, 0.368815, 0.369988, 0.371107}
```

Out[384]=



Wykres obrazujący rozwiązanie dokładne,
przybliżone oraz błąd rozwiązania przybliżonego:

Out[386]=



In[387]:=

In[264]:=