

Autor: Karolina Tatarczyk

Metody numeryczne (Matematyka)

Projekt 3

Metoda eliminacji Gaussa

Napisać procedurę realizującą algorytm eliminacji Gaussa (argumenty: a , b). Działanie procedury przetestować na przykładzie z wykładu.

Zadanie 1.

W pewnym układzie elektrycznym rozptyw prądów może być opisany układem równań liniowych postaci:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{5} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Korzystając z eliminacji Gaussa wyznaczyć wartości prądów.

Zadanie 2.

a) Niech $d = 10^{-20}$. Rozwiązać układ równań:

$$a_1 x = b_1,$$

gdzie:

$$a_1 = \begin{pmatrix} d & 1.1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Sprawdzić poprawność wyniku.

b) Następnie zastosować wybór elementu maksymalnego w kolumnie, czyli rozwiązać układ równań:

$$a_2 x = b_2,$$

gdzie:

$$a_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ d & 1.1 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Sprawdzić poprawność wyniku.

c) Rozwiązać także układ równań:

$$a_3 x = b_3,$$

gdzie:

$$a_3 = \begin{pmatrix} d & \frac{11}{10} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Sprawdzić poprawność wyniku.

Rozwiązanie

Program

```
In[47]:= Clear[Gauss]
Gauss[a_, b_] := Module[{A = a, l, B = b, n = Length[b], v, i, j, k},
  v = Table[0, {i, 1, n}];
  For[k = 1, k ≤ n - 1, k++,
    For[i = k + 1, i ≤ n, i++,
      l = A[[i, k]] / A[[k, k]];
      B[[i]] = B[[i]] - B[[k]] * l;
      For[j = k + 1, j ≤ n, j++,
        A[[i, j]] = A[[i, j]] - A[[k, j]] * l;
      ];
    ];
  ];
  For[i = n, i ≥ 1, i--,
    v[[i]] = (B[[i]] - Sum[A[[i, j]] * v[[j]], {j, i + 1, n}]) / A[[i, i]];
  ];
  Return[v];
]
```

Przykład testowy

```
In[77]:= a := {{1, 1, -2, 1}, {1, 2, 3, -4}, {2, 1, -1, -1}, {1, -1, 1, 2}};
b := {1, 2, 1, 3};
MatrixForm[a]
x = Gauss[a, b]
a.x == b
```

Out[79]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Out[80]=

{1, 1, 1, 1}

Out[81]=

True

Zadanie 1.

```
In[89]:= c := {{1, 1, 0, 0, 0}, {1, 0, -1, 1, 0}, {0, 1, 0, 1, -1}, {0, 0, 1, 0, 1}, {1, 2, 3, 0, -6}};
f := {1/5, 0, 0, 1/5, 0};
e = Gauss[c, f]
```

Out[91]=

$$\left\{ \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, 0, \frac{1}{10} \right\}$$

In[92]:= c.e == f

Out[92]=

True

Zadanie 2.

a)

```
In[94]:= d := 10^(-20);
a1 := {{d, 1.1}, {1, 1}};
b1 = {1, 2};
x1 = Gauss[a1, b1]
```

Out[97]=

{11102.2, 0.909091}

In[98]:= a1.x1 == b1

Out[98]=

False

b)

In[120]:=

```
a2 := {{1, 1}, {d, 1.1}};  
b2 := {2, 1};  
x2 = Gauss[a2, b2]
```

Out[122]=

```
{1.09091, 0.909091}
```

In[102]:=

```
a2.x2 == b2
```

Out[102]=

```
True
```

c)

In[113]:=

```
a3 := {{d, 11/10}, {1, 1}};  
b3 := {1, 2};  
x3 = Gauss[a3, b3]
```

Out[115]=

$$\left\{ \frac{120\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}{109\,999\,999\,999\,999\,999\,999}, \frac{99\,999\,999\,999\,999\,999\,998}{109\,999\,999\,999\,999\,999} \right\}$$

In[116]:=

```
a3.x3 == b3
```

Out[116]=

```
True
```