Autor: Karolina Tatarczyk

Metody numeryczne w technice

(kierunek Matematyka)

Projekt 6

Metoda sum skończonych

Równanie Fredholma II rodzaju

Zadanie

Metodą sum skończonych wyznaczyć rozwiązanie przybliżone równania:

$$y(x) = \frac{7}{8}x - \frac{1}{12} + \frac{1}{4}\int_0^1 (x+t)\,y(t)\,dt$$

Wykorzystać metodę trapezów.

Argument : n

Wyznaczyć rozwiązanie dla $n = 2, 4, 6, 8$.

Wykreślić błędy uzyskanych rozwiązań przybliżonych, gdy wiadomo, że rozwiązaniem dokładnym jest funkcja $y(x) = x$.

Funkcja

In[86]:=
```
przyblizenie[number_] := Module[{n = number},
a = 0;
b = 1;
h = (b - a) / n;
tj = Table[a + (j - 1) * h, {j, 1, n + 1}];
A = {h / 2};
For[i = 2, i ≤ n, i++, AppendTo[A, h]];
AppendTo[A, h / 2];
f[x_] := 7 * x / 8 - 1 / 12;
lambda = 1 / 4;
K[x_, t_] := x + t;
F = Table[f[tj⟦i⟧], {i, 1, n + 1}];
B =
  Table[KroneckerDelta[i, j] - lambda * A⟦j⟧ * K[tj⟦i⟧, tj⟦j⟧], {i, 1, n + 1}, {j, 1, n + 1}];
Y = LinearSolve[B, F];
y[x] = f[x] + lambda * Sum[A⟦j⟧ * K[x, tj⟦j⟧] * Y⟦j⟧, {j, 1, n + 1}];
Return[Simplify[y[x]]]
]
```

Rozwiązanie

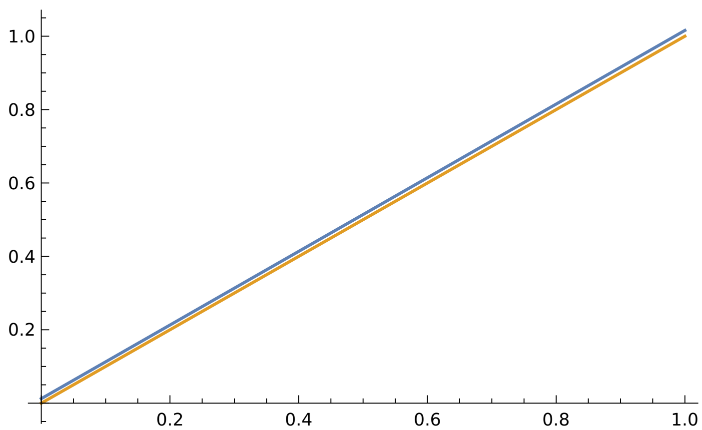
Przybliżenie dla n=2 oraz błąd rozwiązania

In[98]:=
```
p2 = przyblizenie[2]
Plot[{p2, x}, {x, 0, 1}]
blad2[x_] = Abs[x - p2];
Plot[blad2[x], {x, 0, 1}]
```

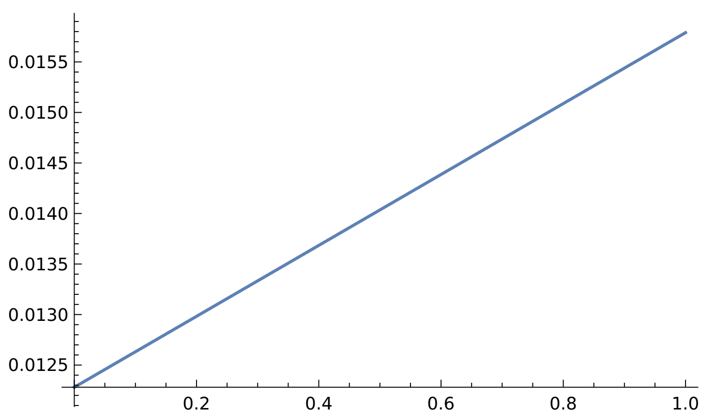
Out[98]=

$$\frac{1}{570}\left(7+572\,x\right)$$

Out[99]=



Out[101]=



In[102]:=

Przybliżenie dla n=4 oraz błąd rozwiązania

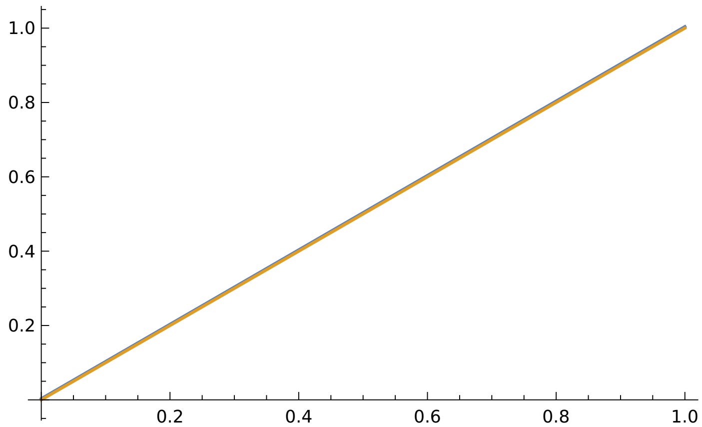
In[111]:=

```
p4 = przyblizenie[4]
Plot[{p4, x}, {x, 0, 1}]
blad4[x_] = Abs[x - p4];
Plot[blad4[x], {x, 0, 1}]
```

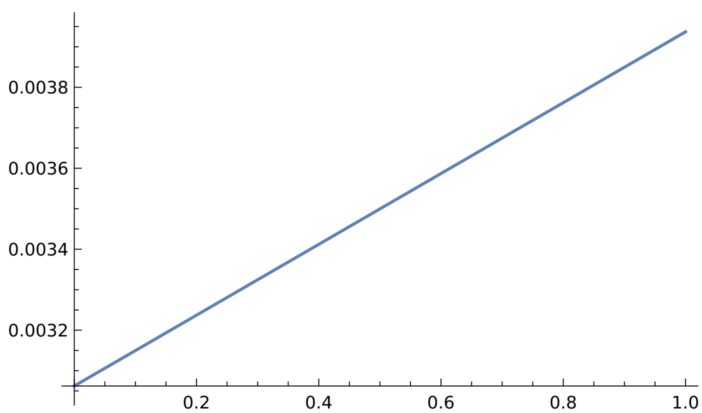
Out[111]=

$$\frac{7 + 2288\,x}{2286}$$

Out[112]=



Out[114]=



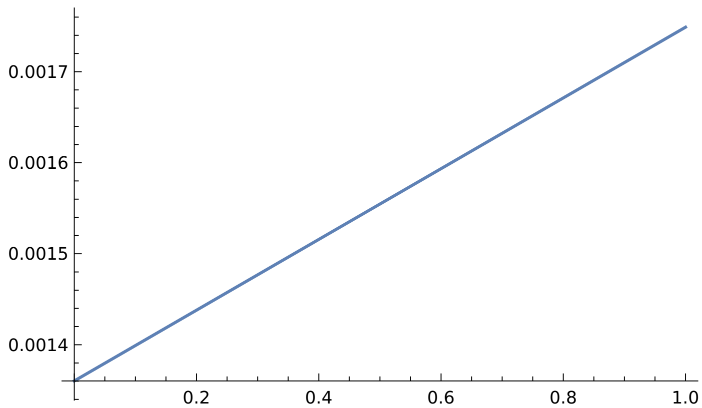
Przybliżenie dla n=6 oraz błąd rozwiązania

In[64]:=
```
p6 = przyblizenie[6]
blad6[x_] = Abs[x - p6];
Plot[blad6[x], {x, 0, 1}]
```

Out[64]=

$$\frac{7 + 5148\,x}{5146}$$

Out[66]=



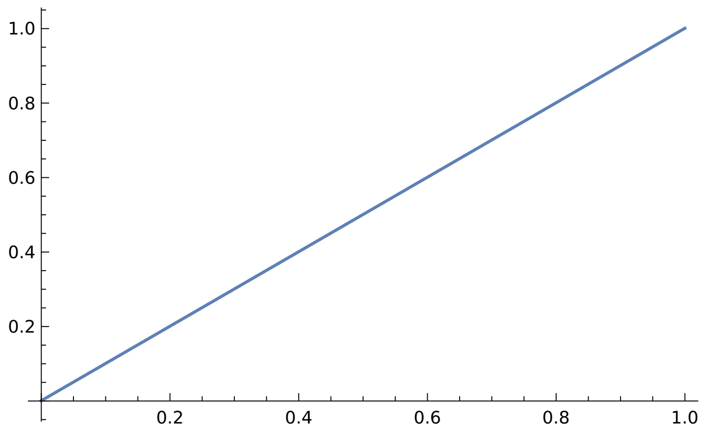
Przybliżenie dla n=8 oraz błąd rozwiązania

In[82]:=
```
p8 = przyblizenie[8]
Plot[p8, {x, 0, 1}]
blad8[x_] = Abs[x - p8];
Plot[blad8[x], {x, 0, 1}]
```

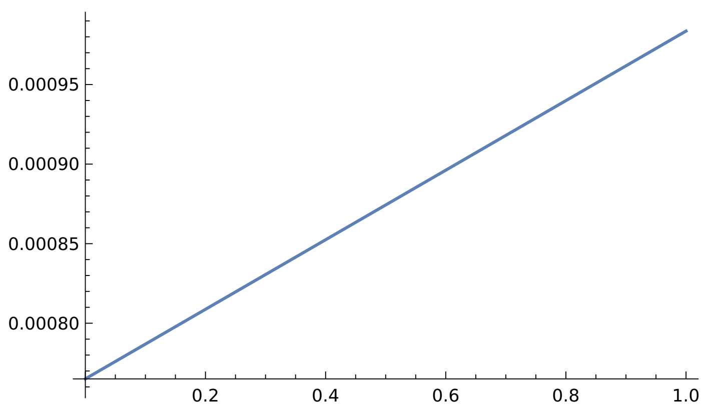
Out[82]=

$$\frac{7 + 9152\, x}{9150}$$

Out[83]=



Out[85]=

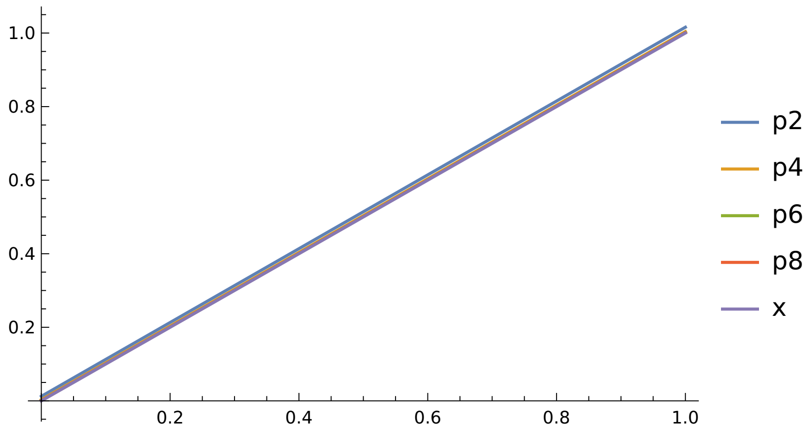


Przedstawienie wyników i błędów na wspólnych wykresach

In[121]:=

```
Plot[{p2, p4, p6, p8, x}, {x, 0, 1}, PlotLegends → {"p2", "p4", "p6", "p8", "x"}]
```

Out[121]=



In[118]:=

```
Plot[{blad2[x], blad4[x], blad6[x], blad8[x]},
 {x, 0, 1}, PlotLegends → {"blad2", "blad4", "blad6", "blad8"}]
```

Out[118]=