

Autor: Karolina Tatarczyk

Metody numeryczne (Matematyka)

Projekt 5

Interpolacja Lagrange'a

Napisać procedurę realizującą algorytm interpolacji Lagrange'a (argumenty: x_w , y_w). Działanie procedury przetestować na przykładzie z wykładu.

- a) Wyznaczyć wielomian interpolacyjny przechodzący przez punkty (1, 1), (2, 0), (3, 2), (4, 3), (5, 1). Wykonać ilustrację graficzną zadania.
- b) Zilustrować zjawisko Rungego interpolując funkcję $f(x) = |x|$ dla $x \in [-1, 1]$. Podzielić przedział na n równych części ($n = 2, 5, 10, 14$) i jako węzły interpolacji wybrać końce podprzedziałów. Zilustrować otrzymane wyniki.

Rozwiązanie

Program

In[151]:=

```
Clear[interpolacja]
interpolacja[xw_, yw_] := Module[{n = Length[xw], p, v, w},
  v = 0;
  For[i = 1, i ≤ n, i++,
    p = 1;
    For[k = 1, k ≤ i - 1, k++, p = p * (x - xw[[k]]) / (xw[[i]] - xw[[k]]);
    For[j = i + 1, j ≤ n, j++, p = p * (x - xw[[j]]) / (xw[[i]] - xw[[j]]);
    v = v + yw[[i]] * p;
  ];
  w = Simplify[v];
  Return[w]
]
```

Przykład testowy

In[15]:= Clear[x0, y0, f, u, v]

In[16]:= x0 := {0, 1, 2};

y0 := {1, 0, 1};

In[158]:=

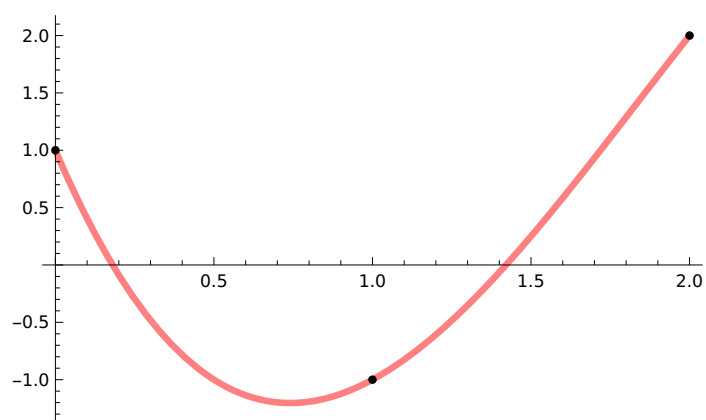
```
Print["Wynik:"]  
f = interpolacja[x0, y0]  
u = Plot[f, {x, 0, 2}, PlotStyle -> {Pink, Thickness[0.01]}];  
v = ListPlot[Transpose[{x0, y0}], PlotStyle -> {Black, Thickness[0.01]}];  
Show[u, v]
```

Wynik:

Out[159]=

$$\frac{1}{2} (2 - 13x + 11x^2 - 2x^3)$$

Out[162]=



Zadanie a)

In[163]:=

```
Clear[x1, y1, f1, p1, p2]
x1 := {1, 2, 3, 4, 5};
y1 := {1, 0, 2, 3, 1};
Print["Wynik:"]
f1 = interpolacja[x1, y1]

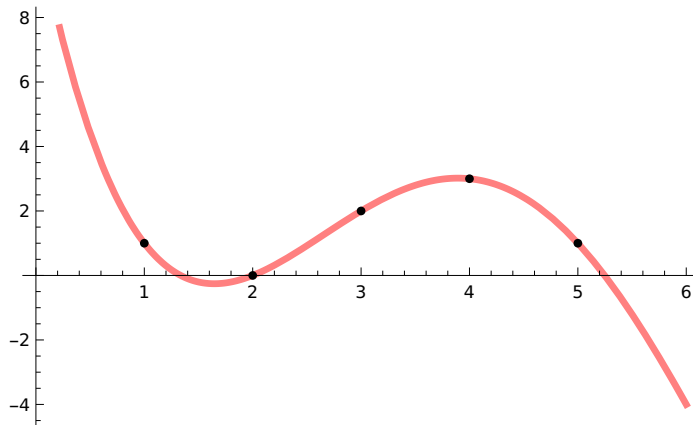
p1 = Plot[f1, {x, 0, 6}, PlotStyle -> {Pink, Thickness[0.01]}];
p2 = ListPlot[Transpose[{x1, y1}], PlotStyle -> Black];
Show[p1, p2]
```

Wynik:

Out[167]=

$$\frac{1}{12} (132 - 204x + 101x^2 - 18x^3 + x^4)$$

Out[170]=



Zadanie b)

In[181]:=

```
Clear[x2, y2, f2, a, q2]
x2 := Table[i, {i, -1, 1, 1}];
y2 := Table[Abs[i], {i, -1, 1, 1}];
```

In[184]:=

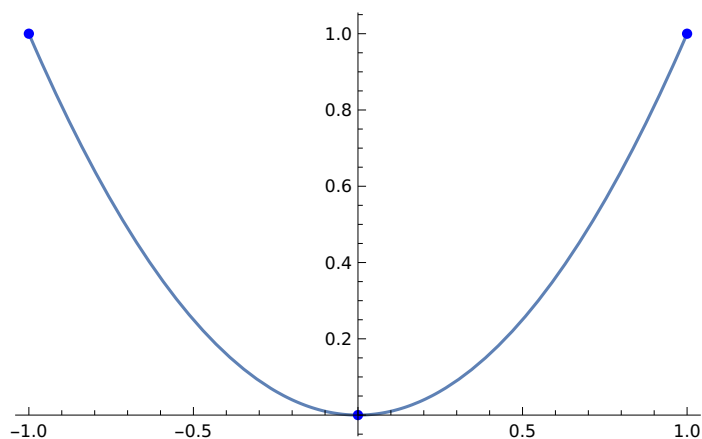
```
Print["Wynik dla 2 podziałów przedziału:"]  
f2 = interpolacja[x2, y2]  
a = Plot[f2, {x, -1, 1}];  
q2 = ListPlot[Transpose[{x2, y2}], PlotStyle -> {Blue, PointSize -> 0.015}];  
Show[a, q2]
```

Wynik dla 2 podziałów przedziału:

Out[185]=

 x^2

Out[188]=



In[189]:=

```

Clear[x3, y3, f3, q3]
x3 := Table[i, {i, -1, 1, 2/5}];
y3 := Table[Abs[i], {i, -1, 1, 2/5}];
Print["Wynik dla 5 podziałów przedziału:"]
f3 = interpolacja[x3, y3]
b = Plot[f3, {x, -1, 1}, PlotStyle -> Pink];
q3 = ListPlot[Transpose[{x3, y3}], PlotStyle -> {Blue, PointSize -> 0.015}];
Show[b, q3]

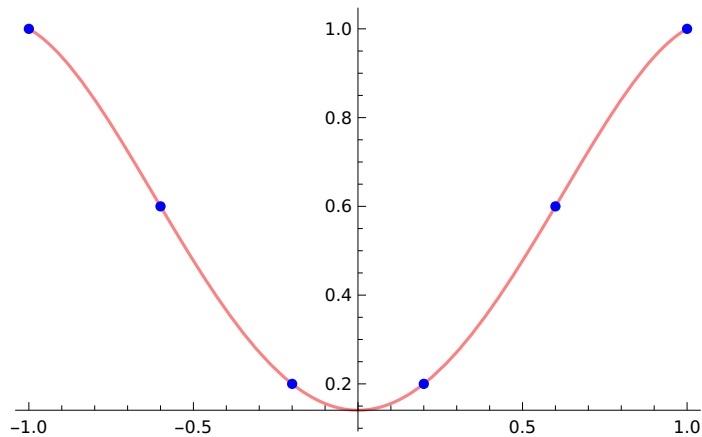
```

Wynik dla 5 podziałów przedziału:

Out[193]=

$$\frac{1}{192} (27 + 290 x^2 - 125 x^4)$$

Out[196]=



In[202]:=

```

Clear[x4, y4, f4, c, q4]
x4 := Table[i, {i, -1, 1, 0.2}];
y4 := Table[Abs[i], {i, -1, 1, 0.2}];

```

In[205]:=

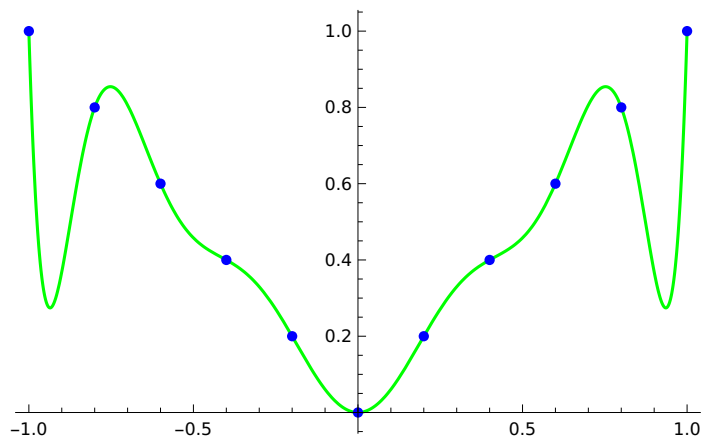
```
Print["Wynik dla 10 podziałów przedziału:"]  
f4 = interpolacja[x4, y4]  
c = Plot[f4, {x, -1, 1}, PlotStyle -> Green];  
q4 = ListPlot[Transpose[{x4, y4}], PlotStyle -> {Blue, PointSize -> 0.015}];  
Show[c, q4]
```

Wynik dla 10 podziałów przedziału:

Out[206]=

$$0. - 9.4369 \times 10^{-16} x + 6.45635 x^2 + 1.35447 \times 10^{-14} x^3 - 41.2809 x^4 - 9.59233 \times 10^{-14} x^5 + 128.4 x^6 + 1.52767 \times 10^{-13} x^7 - 167.927 x^8 + 5.32907 \times 10^{-14} x^9 + 75.352 x^{10}$$

Out[209]=



In[215]:=

```
Clear[x5, y5, f5, d, q5]  
x5 := Table[i, {i, -1, 1, 1/7}];  
y5 := Table[Abs[i], {i, -1, 1, 1/7}];
```

In[218]:=

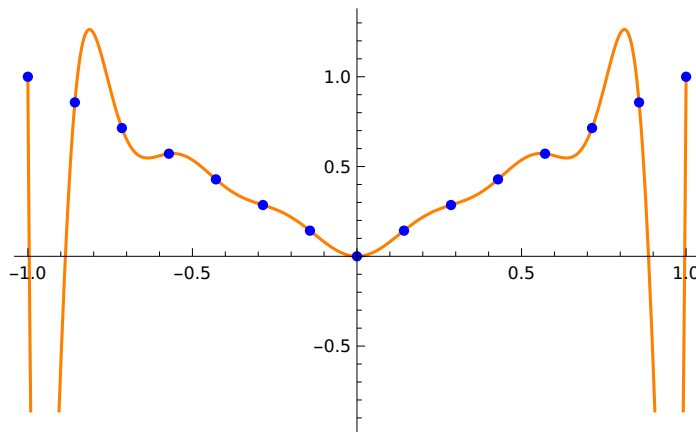
```
Print["Wynik dla 14 podziałów przedziału:"]
f5 = interpolacja[x5, y5]
d = Plot[f5, {x, -1, 1}, PlotStyle -> Orange];
q5 = ListPlot[Transpose[{x5, y5}], PlotStyle -> {Blue, PointSize -> 0.015}];
Show[d, q5]
```

Wynik dla 14 podziałów przedziału:

Out[219]=

$$\frac{1}{74\,131\,200} x^2 \left(683\,628\,480 - 9\,377\,776\,408 x^2 + 69\,040\,097\,126 x^4 - 254\,493\,728\,489 x^6 + 478\,956\,961\,483 x^8 - 436\,989\,210\,203 x^{10} + 152\,254\,159\,211 x^{12} \right)$$

Out[222]=

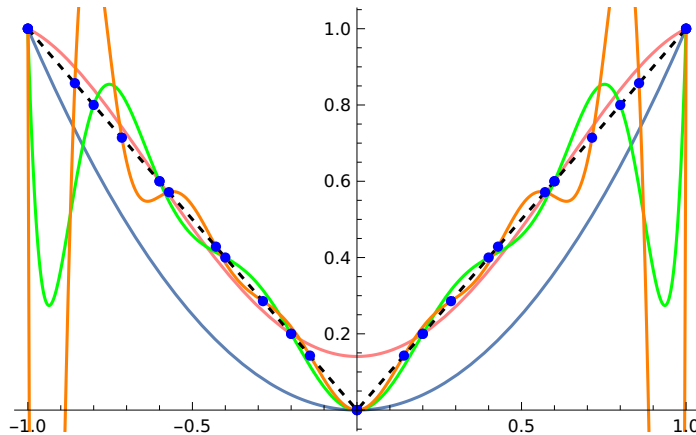


In[66]:= abs = Plot[Abs[x], {x, -1, 1}, PlotStyle -> {Black, Dashed}];

```
Print["Wszystkie wykresy:"]
Show[a, b, c, d, abs, q2, q3, q4, q5]
```

Wszystkie wykresy:

Out[68]=



In[114]:=

ln[113]:=