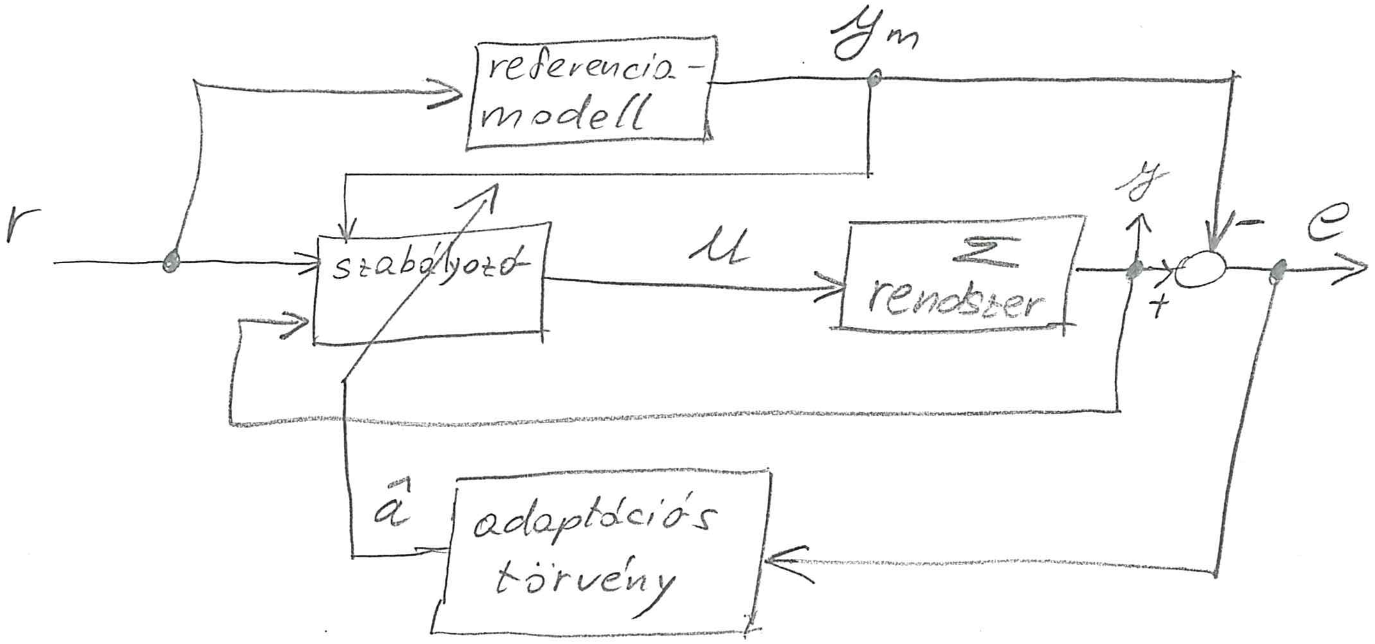
Adaptív irányítások

A rendszer bizonyos paraméterei pontatlanul ismertek. Két lényeges irány a: modellreferenciás és az önhangoló adaptív irányítás.

Modellreferenciás adaptív irányítás
(Model-Reference Adaptive Control (MRAC))

Tervezéskor, a realitások betartása mellett megad egy, a kielégítő tranziens tulajdonságokat biztosító referenciamodellt.



r – referenciabemenet

â – becsült paraméterek

e – pályakövetési hiba

Példa:

MRAC ismeretlen tömeg esetén.

$$\Sigma: \quad m \cdot \ddot{x} = u$$

A kielégítő dinamika legyen két valós pólussal megadott.

$$\ddot{x}_m + \lambda_1 \dot{x}_m + \lambda_2 x_m = \lambda_2 r(t)$$

A referenciamodell esetében figyelembe vehető: az elvárt felfutási idő, a beállási idő, a túllövés vagy a frekvenciatartományban megkívánt karakterisztika. Az előírt dinamikus viselkedésnek mindenképp megvalósíthatónak kell lennie egy alkalmas szabályozóval.

A pályakövetési hiba legyen: $\tilde{x}(t) = x(t) - x_m(t)$

Alkalmazzuk a következő szabályozási törvényt: $u = m(\ddot{x}_m - 2\lambda\dot{\tilde{x}} - \lambda^2 \tilde{x})$

Ez két részben határozza meg a szabályozó-jelet $u = u_{FF} + u_{FB}$; u_{FF} - előrecsatolt, u_{FB} - visszacsatolt

$$u_{FF} = m \cdot \ddot{x}_m \;;\; u_{FB} = -2\lambda m \cdot \dot{\tilde{x}} - \lambda^2 m \cdot \tilde{x}$$

A szabályozási törvényből következik, hogy:

$$m \cdot \ddot{x} = m(\ddot{x}_m - 2\lambda\dot{\tilde{x}} - \lambda^2 \tilde{x})$$

$$\ddot{\tilde{x}} + 2\lambda\dot{\tilde{x}} + \lambda^2 \tilde{x} = 0$$

Ami exponenciálisan csökkenő pályakövetést jelent.

Valójában mi csak m becsült értékét ismerjük, ezért:

$$\boxed{u = \hat{m}(\ddot{x}_m - 2\lambda\dot{\tilde{x}} - \lambda^2\tilde{x})}$$ → Szabályozási törvény.

A szabályozási törvényt behelyettesítve a rendszer egyenletbe:

$$m\cdot\ddot{x} = \hat{m}(\ddot{x}_m - 2\lambda\dot{\tilde{x}} - \lambda^2\tilde{x}) \qquad \Big/ \; \tilde{x} = x - x_m, \quad x = \tilde{x} + x_m$$

$$m\ddot{\tilde{x}} + m\ddot{x}_m = \hat{m}\ddot{x}_m - \hat{m}2\lambda\dot{\tilde{x}} - \hat{m}\lambda^2\tilde{x} + \underbrace{2\lambda m\dot{\tilde{x}} - 2\lambda m\dot{\tilde{x}} + \lambda^2 m\tilde{x} - \lambda^2 m\tilde{x}}_{\text{bővítés}}$$

$$m\ddot{\tilde{x}} + 2m\lambda\dot{\tilde{x}} + \lambda^2 m\tilde{x} = (\hat{m}-m)\ddot{x}_m - (\hat{m}-m)2\lambda\dot{\tilde{x}} - (\hat{m}-m)\lambda^2\tilde{x}$$

$$\tilde{m} = \hat{m} - m \;; \quad s = \dot{\tilde{x}} + \lambda\tilde{x} \;; \quad v = \ddot{x}_m - 2\lambda\dot{\tilde{x}} - \lambda^2\tilde{x}$$

$$\boxed{m\cdot\dot{s} + m\cdot\lambda\cdot s = \tilde{m}\cdot v}$$

$\tilde{m}$ – a paraméter becslési hiba.

s – a pályakövetési hiba lineáris kombinációja

v – regressziós jel

Adaptációs törvény: $\boxed{\dot{\hat{m}} = -\gamma\cdot v\cdot s}$

Stabilitás:

$$V = \frac{1}{2}\left(m\cdot s^2 + \frac{1}{\gamma}\tilde{m}^2\right)$$ – Ljapunov függvény, energia függvény

$$\dot V = m\cdot s\cdot \dot s + \frac{1}{\gamma}\cdot\tilde m\cdot\dot{\tilde m}$$

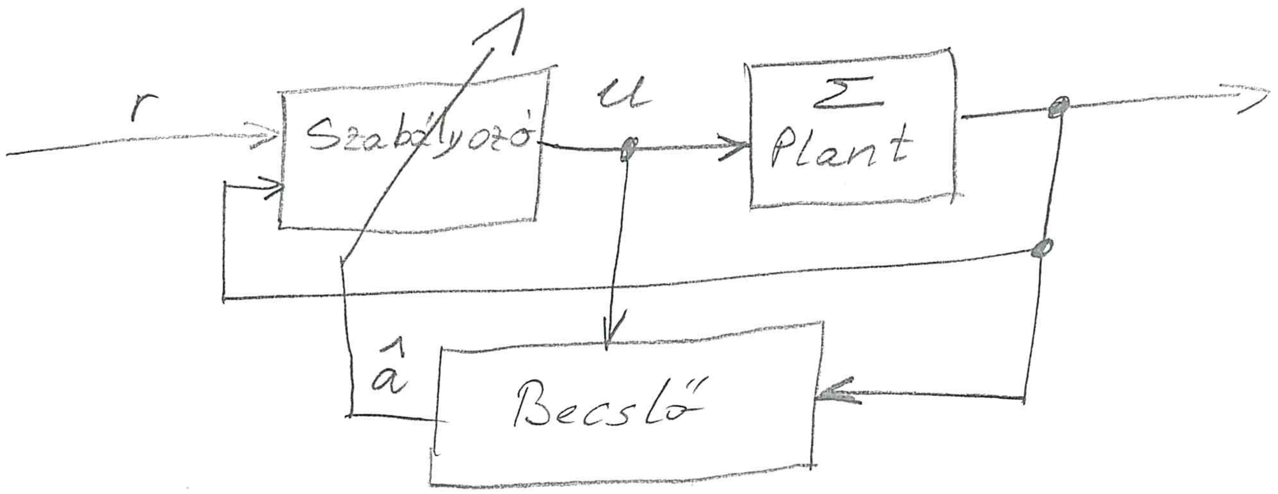
$$\dot V = \tilde m\cdot v\cdot s - m\cdot\lambda\cdot s^2 + \frac{1}{\gamma}\cdot\tilde m\cdot\dot{\tilde m}$$

$$\dot V = \tilde m\cdot v\cdot s - m\lambda s^2 + \frac{1}{\gamma}\tilde m\cdot\left(\dot{\hat m} - \overset{\to 0}{\cancel{\dot m}}\right)$$

$$\dot V = \cancel{\tilde m\cdot v\cdot s} - m\lambda s^2 + \cancel{\frac{1}{\gamma}\tilde m\cdot(-\gamma\cdot v\cdot s)}$$

$$\boxed{\dot V = -m\cdot\lambda\cdot s^2}$$ – stabil!

Önhangoló adaptív irányítás
(Self-Tuning Controllers (STC))



Példa.

Egy ismeretlen paraméter

$$u(t) = m \cdot \ddot{x} \quad , \quad m = ?$$

$$\hat{m} = \frac{u(t)}{\ddot{x}} \; ; \quad \text{– nem alkalmas, mert}$$

$\ddot{x}$ mérése zajos !!!

Próbálkozzunk a legkisebb négyzetek módszerével.

$$e(t) = \hat{m}(t)\ddot{x}(t) - u(t)$$

$$J = \int_0^t e^2(\tau)\, d\tau$$

$$\hat{m} = \frac{\int_0^t w(\tau) u(\tau)\, d\tau}{\int_0^t w^2(\tau)\, d\tau} \qquad \text{ahol } w = \ddot{x}$$

$$P(t) = \frac{1}{\int_0^t w^2(\tau)\, d\tau} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\left(P^{-1}\right) = w^2$$

$$P^{-1} \cdot \hat{m} = \int_0^t w(\tau) u(\tau)\, d\tau \qquad \Big/ \frac{d}{dt}$$

$$w^2 \hat{m} + P^{-1}(t)\dot{\hat{m}} = w \cdot u$$

$$w^2 \hat{m} + P^{-1}\dot{\hat{m}} = w(\hat{m}\ddot{x} - e)$$

$$\cancel{w^T}\hat{m}' + P^{-1}\dot{\hat{m}} = w\,\cancel{m^T}\dot{x} - w\cdot e$$

$$\boxed{\dot{\hat{m}} = -P(t)\cdot w\cdot e}$$

Robotok önhangoló adaptív irányítása

$$H(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q,\dot{q},\dot{q},\ddot{q})\,p = \tau$$

q_r - általános referenciajel

$$s = \dot{q}_r - \dot{q}\;; \qquad \dot{s} = \ddot{q}_r - \ddot{q}\,.$$

Válasszuk az irányítási törvényt:

$$\tau = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{q}_r + \hat{G}(q) + K_P(q_r - q) + K_D\cdot s.$$

Stabilitás számításhoz a Ljapunov-függvény:

$$V = \frac{1}{2}s^T H(q)s + \frac{1}{2}(q_r - q)^T K_P(q_r - q) + \frac{1}{2}(\hat{p} - p)^T\Gamma(\hat{p} - p).$$

K_P, K_D és Γ szimmetrikus, pozitív definit

$$\dot{V} = s^T H\dot{s} + \frac{1}{2}s^T\dot{H}s + (\dot{q}_r - \dot{q})^T K_P(q_r - q) + (\hat{p} - p)^T\Gamma(\dot{\hat{p}} - \dot{p})$$

$$\dot{V} = s^T\left[H\ddot{q}_r - H\ddot{q} + K_P(q_r - q)\right] + \frac{1}{2}s^T\dot{H}s + (\hat{p} - p)^T\Gamma(\dot{\hat{p}} - \dot{p}).$$

$$H\ddot{q} = \underbrace{\hat{H}\ddot{q}_r + \hat{C}\dot{q}_r + \hat{G} + K_P(q_r - q) + K_D\cdot s}_{\tau} - C\dot{q} - G$$

a zárt rendszerből

Egészitsük ki $(C\cdot\dot{q}_r - C\cdot\dot{q}_r)$-el

$$\dot{V} = s^T\left[(H-\hat{H})\ddot{q}_r + (C-\hat{C})\dot{q}_r + (G-\hat{G}) - K_D\cdot s - C(\dot{q}_r-\dot{q})\right] + \frac{1}{2}s^T\dot{H}s + (\hat{p}-p)^T\Gamma(\dot{\hat{p}}-\dot{p})$$

$$H\cdot\ddot{q}_r + C\dot{q}_r + G = Y(q,\dot{q},\dot{q}_r,\ddot{q}_r)\cdot p$$

$$\dot{V} = s^T\cdot Y(q,\dot{q},\dot{q}_r,\ddot{q}_r)\cdot(p-\hat{p}) - s^T\cdot K_D\cdot s + \frac{1}{2}s^T(\dot{H}-2C)s + (\hat{p}-p)^T\Gamma(\dot{\hat{p}}-\dot{p}).$$

Az energiamegmaradás törvénye konzervatív szkleronom rendszerek esetében a kinetikus energia változása megegyezik a külső erők által végzett teljesítménnyel.

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\dot{q}^T H\dot{q}) = \dot{q}^T(\tau - G)$$

$$\dot{q}^T(\tau-G) = \dot{q}^T H\ddot{q} + \frac{1}{2}\dot{q}^T\dot{H}\dot{q}$$

$$= \dot{q}^T(\tau - G - C\cdot\dot{q}) + \frac{1}{2}\dot{q}^T\dot{H}\dot{q}$$

$$\dot{q}^T C\dot{q} = \frac{1}{2}\dot{q}^T\dot{H}\dot{q} \Rightarrow \boxed{\dot{q}^T(\dot{H}-2C)\dot{q} = \emptyset}$$

$$\dot{V} = -s^T K_D s + (\hat{p}-p)^T\left[-Y^T s + \Gamma(\dot{\hat{p}}-\dot{p})\right].$$

Tegyük fel, hogy a valódi paraméter értékek nem változnak az adaptáció során $\dot{p} = \emptyset$

$$Y^T s - \Gamma \dot{\hat{p}} = \emptyset \Rightarrow \boxed{\dot{\hat{p}} = \Gamma^{-1} Y^T s}$$ Adaptációs törvény

$$\boxed{\dot{V} = -s^T K_D \cdot s \leq \emptyset}$$ – stabil!

Egy lehetséges választás $\boxed{q_r = q_d}$

$$s = \dot{q}_d - \dot{q}$$

$$\tau = \hat{H}(q)\ddot{q}_d + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{q}_d + \hat{G}(q) + K_P(q_d - q) + K_D(\dot{q}_d - \dot{q})$$

$$\dot{V} = -(\dot{q}_d - \dot{q})^T K_D (\dot{q}_d - \dot{q}) \leq \emptyset$$

Az egyensúlyi pontban $\dot{V} = 0$ $\dot{q}_d - \dot{q} = \emptyset$ ezért a rendszer globálisan stabil, de a pozíció esetében q_d és q között lehetséges maradó eltérés, ezért a rendszer nem szükségképpen aszimptotikusan stabil.

Egy másik választás:

$$q_r = q_d + \Lambda \int_0^t (q_d - q)\, dt.$$

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d + \Lambda (q_d - q).$$

$$s = \dot{q}_r - \dot{q} = (\dot{q}_d - \dot{q}) + \Lambda (q_d - q)$$

$$\hat{\tau} = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{q}_r + \hat{G}(q) + K_p(q_r - q) + K_D(\dot{q}_r - \dot{q})$$

$$\dot{V} = -s^T K_D s \leq 0$$

Egyensúlyi állapotban $s = \emptyset$.

$$s = (\dot{q}_d - \dot{q}) + \Lambda (q_d - q) = \emptyset$$

$$e = q_d - q \ ; \quad \dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q} \ ; \quad \tilde{p} = p - \hat{p}$$

$$\dot{e} = -\Lambda \cdot e$$

Λ mátrixot választuk úgy, hogy $(-\Lambda)$ saját-értékei a komplex sík bal oldalán helyezhedjenek el, ekkor a trajektória az s csúszó felületre konvergál. A hiba (e) exponenciálisan tart nullához. A konvergencia sebességét Λ határozza meg.

- Szabályzási törvény:

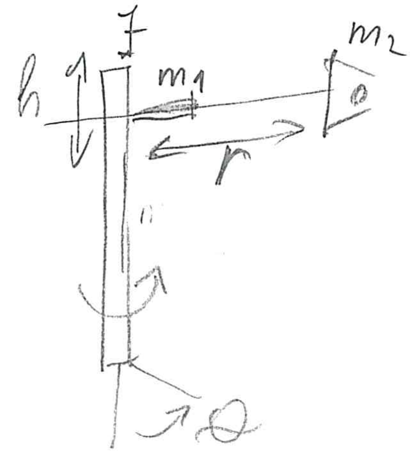
$$\boxed{\hat{\tau} = Y(q,\dot{q},\dot{q}_r,\ddot{q}_r)\cdot\hat{p} + K_p(q_r - q) + K_D(\dot{q}_r - \dot{q})}$$

- Paraméter becslési törvény:

$$\boxed{\dot{\hat{p}} = \Gamma^{-1} Y^T \cdot s}$$

- Megadott pálya $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$
- Szenzorok adatai $q, \dot{q}$
- Megválasztható paraméterek: Λ, K_P (lehet nulla), K_D, Γ

Példa: Cilindrikus, teleszkópos kar.



$$q = \begin{bmatrix} \Theta \\ h \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} J + m_2 r^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 + m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\Theta} \\ \ddot{h} \\ \ddot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_2 r\dot{r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2m_2 r\dot{\Theta} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Theta} \\ \dot{h} \\ \dot{r} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ m_1 + m_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} J & m_1 & m_2 \end{bmatrix}^T$$

$$H(q)\ddot{q}_r + C(q,\dot{q})\dot{q}_r + G(q) =$$

$$= \begin{bmatrix} J+m_2 q_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_1+m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_{r_1} \\ \ddot{q}_{r_2} \\ \ddot{q}_{r_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_2 q_3 \dot{q}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2m_2 q_3 \dot{q}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{r_1} \\ \dot{q}_{r_2} \\ \dot{q}_{r_3} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ (m_1+m_2) g \cdot q_2 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \ddot{q}_{r_1}(J+m_2 q_3^2) + 0 + 0 \\ 0 + (m_1+m_2)\ddot{q}_{r_2} + 0 \\ 0 + 0 + m_2 \ddot{q}_{r_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_2 q_3 \dot{q}_3 \dot{q}_{r_1} \\ (m_1+m_2) g \cdot q_2 \\ -2m_2 q_3 \dot{q}_1 \dot{q}_{r_3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \ddot{q}_{r_1} J + \ddot{q}_{r_1} \cdot m_2 \cdot q_3^2 + 2m_2 q_3 \dot{q}_3 \dot{q}_{r_1} \\ m_1 \ddot{q}_{r_2} + m_2 \cdot \ddot{q}_{r_2} + m_1 \cdot g \cdot q_2 + m_2 \cdot g \cdot q_2 \\ m_2 \ddot{q}_{r_3} - 2m_2 q_3 \dot{q}_1 \dot{q}_{r_3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \ddot{q}_{r_1} & 0 & \ddot{q}_{r_1} \cdot q_3^2 + q_3 \dot{q}_3 \dot{q}_{r_1} \\ 0 & \ddot{q}_{r_2} + g \cdot q_2 & \ddot{q}_{r_2} + g \cdot q_2 \\ 0 & 0 & \ddot{q}_{r_3} - 2 q_3 \dot{q}_1 \dot{q}_{r_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = Y \cdot p$$