Jelölések

Jel	**Jelmagyarázat**
kg	Kilogramm
m^2	Négyzetméter
m^3	Köbméter
ρ	Sűrűség
$^{\circ}C$	Celsius fok
$^{\circ}F$	Fahrenheit fok
Pa	Pascal
φ	Jelző
α, β, γ	Állandók
m_m	Molekulák tömege
V_{ms}	Tömegáram
τ	Idő
$\Re$	Univerzális gázállandó
N_0	Loschmidt-Avogadro féle állandó
$V_{(1kmol)}$	Moláris térfogat
χ	Hőkapacitások aránya
η	Hatásfok

Jel	**Jelmagyarázat**
r_v	Kompresszió viszony
β	Fajlagos térfogatok aránya
$j^{\bullet}$	Teljes energia
ε	Emissziós együttható
σ	Stefan-Boltzmann-féle állandó
λ	Hővezetési együttható
δ	Vastagság
q	Hőáram sűrűség
α	Hőátadási együttható
Φ	Hőáram
A	Felület
A	Pont
a	Élek hossza
A	Atomtömeg
a	Tényező
B	Pont
b	Molekulák térfogata
C	Hőkapacitás
c	Fajlagos hőkapacitás
C	Moláris fajlagos hőkapacitás
cal	Kalória
E	Energia
e	Fajlagos energia
e	Exergia

Jel	**Jelmagyarázat**
F	Erő
g	Gravitációs gyorsulás
G	Erő
G	Súly
g	Tömegarány
h	Magasság
H	Entalpia
h	Fajlagos entalpia
Hg	Higany
I	Impulzus
J	Joule
K	Kelvin
k	Boltzmann-féle állandó
k	Hőátszármaztatási együttható
K	Kritikus pont
L	Magasság
m	Tömeg
m	Méter
M	Molekuláris tömeg
M	Moláris tömeg
mm	Milliméter
N	Newton
N	Molekulák száma
n	Anyagmennyiség
n	Síklemez rétegeinek száma

Jel	**Jelmagyarázat**
p	Nyomás
Q	Hő
q	Fajlagos hő
R	Rankin
R	Gázállandó
R	Hőellenállás
r	Sugár
r	Párolgáshő
s	Másodperc
s	Út
s	Fajlagos entrópia
S	Entrópia
t	Hőmérséklet
T	Abszolút hőmérséklet
t	Idő
T	Termodinamikai hőmérséklet
U	Belső energia
u	Fajlagos belső energia
v	Fajlagos térfogat
V	Térfogat
v	Sebesség
w	Sebesség
W	Munka
w	Fajlagos munka
x	Változó

Jel	**Jelmagyarázat**
x	Állapotjelző
x	Páratartalom
y	Változó
y	Állapotjelző
y	Víztartalom
z	Változó
z	Térfogatarány
z	Állapotjelző

Tartalom

Előszó 3
Jelölések 4
Tartalom 9
1. Bevezető 13
1.1. A hőtan feladata 13
1.2. Néhány alapfogalom definiálása 13
1.2.1. Termodinamikai rendszer 13
1.2.2. Energia 14
1.2.3. A test állapota 14
1.2.4. Halmazállapotok 14
1.2.5. Homogén anyagok 15
1.2.6. Egyensúlyi állapotok 15
1.3. Fizikai mennyiségek 16
1.3.1. Intenzív és extenzív állapotjelzők (mennyiségek) 16
1.3.2. Tömeg 16
1.3.3. Súly 17
1.3.4. Fajlagos térfogat 17
1.3.5. Sűrűség 17
1.3.6. Hőmérséklet 17
1.3.7. Nyomás 20
1.4. Az energia néhány formája 21
1.4.1. Potenciális energia 21
1.4.2. Kinetikus energia 21
1.4.3. Belső energia 22
1.4.4. pV energia (a gáz nyomásának potenciális energiája) 22
1.5. Állapotegyenletek 22
1.6. Munka 24

1.6.1. Munka a rendszer térfogatának változtatásánál 25
1.7. Hő 29
1.7.1. A hő és a hőmérséklet közötti különbség 31
1.8. Kinetikus gázelmélet 31
2. Termodinamika nulladik főtétele 33
3. Energia megmaradásának törvénye 34
3.1. Joule kísérlete 35
3.2. Termodinamika első főtétele (Energia megmaradásának törvénye) 36
3.2.1. Entalpia, technikai munka 36
3.2.2. Néhány kifejezés mely a termodinamika első főtételéből adódik 38
4. Ideális gázok 1 41
4.1. Boyle-Mariotte törvénye 41
4.2. Gay-Lussac törvénye 43
4.3. Ideális gázok állapotegyenlete (Clapeyron-féle egyenlet) 45
5. Avogadro törvénye 47
5.1. Kilomól – individuális tömegegység 47
5.2. Avogadro törvénye 48
5.3. Univerzális gázállandó 49
6. Gázkeverékek 50
6.1. Dalton törvénye 50
6.2. A gázkeverék tömeg- és térfogat-összetétele 50
6.2.1. A keverék tömegösszetétele 51
6.2.2. A keverék térfogat-összetétele 51
6.2.3. A térfogat tömegösszetételének meghatározása ha ismert a térfogat-összetétel 51
6.2.4. A gázkeverék térfogat-összetétele ha ismert a tömegösszetétel 52
6.2.5. A keverék gázállandója ha ismert a tömegösszetétel 52
6.2.6. Parciális nyomások ha ismert a tömegösszetétel 53
6.2.7. Parciális nyomások ha ismert a térfogat-összetétel 53
6.2.8. A keverék fajlagos hőkapacitása 53
7. Ideális gázok 2 55
7.1. Joule törvénye 55
7.2. Ideális gázok fajlagos hőkapacitása 56
7.2.1. Moláris fajlagos hőkapacitás 58
7.3. Ideális gázok állapotváltozásai 60

7.3.1. Állapotváltozás állandó térfogatnál (izochor állapotváltozás) 60
7.3.2. Állapotváltozás állandó nyomásnál (izobár állapotváltozás) 61
7.3.3. Állapotváltozás állandó hőmérsékletnél (izotermikus állapotváltozás) 63
7.3.4. Adiabatikus állapotváltozás 64
7.3.5. Politropikus (általános) állapotváltozások 68
8. Reverzibilis és irreverzibilis folyamatok 72
8.1. Állapotváltozások reverzibilitása 73
8.1.1. Izobár (izochor) állapotváltozás reverzibilitása 73
8.1.2. Izotermikus állapotváltozás reverzibilitása 74
8.1.3. Adiabatikus állapotváltozás reverzibilitása 74
8.2. Körfolyamatok 74
8.2.1. Hőtartályok 76
8.2.2. Hatásfok 76
8.2.3. Carnot-féle körfolyamat 77
9. Termodinamika második főtétele 80
9.1. Irreverzibilitás és munkanyerés 81
9.2. A termodinamika második főtételének analitikai kifejezése 83
9.2.1. Carnot-féle körfolyamat az xy diagramban 84
9.3. Entrópia 88
9.3.1. Entrópia és az irreverzibilitás 89
9.3.2. Irreverzibilitás által keletkezett veszteségek 89
9.3.3. A termodinamika második főtételének általános analitikai kifejezése 90
9.3.4. Maximális munka 91
9.3.5. Exergia 92
9.3.6. Entrópia meghatározása ideális gázoknál 93
9.4. Az ideális gázok állapotváltozásai Ts diagramban 94
9.4.1. Izochor és izobár állapotváltozás *Ts* diagramban 94
9.4.2. Politropikus állapotváltozás *Ts* diagramban 95
9.5. Fojtás 96
10. Körfolyamatok 97
10.1. Carnot-féle körfolyamat 98
10.2. Brayton-Joule-féle körfolyamat 99
10.3. Otto-féle körfolyamat 101
10.4. Diesel-féle körfolyamat 101

10.5. Stirling-féle és Ericsson-féle körfolyamat 103
10.6. Állandó nyomások közötti körfolyamat 104
11. Hőközlés 107
11.1. A hőközlés mechanizmusai 107
11.1.1. Kondukció - hővezetés 108
11.1.2. Konvekció - hőátadás 108
11.1.3. Radiáció - sugárzás 108
11.2. Hőközlés hővezetéssel 109
11.2.1. Hőmérsékletmező 109
11.2.2. Hővezetési együttható 109
11.2.3. Egydimenziós hővezetés egyrétegű síklemezen át állandó és izotermikus külső felülethőmérsékleteknél 110
11.2.4. Egydimenziós hővezetés többrétegű síklemezen át állandó és izotermikus külső felülethőmérsékleteknél 111
11.2.5. A hőenergia egydimenziós átszármaztatása magasabb hőmérsékletű fluidról alacsonyabb hőmérsékletű fluidra egyrétegű síklemezen keresztül 112
11.2.6. A hőenergia egydimenziós átszármaztatása magasabb hőmérsékletű fluidról alacsonyabb hőmérsékletű fluidra többrétegű síklemezen keresztül 114
11.2.7. Egydimenziós hővezetés egyrétegű henger alakú falon keresztül 115
11.2.8. Egydimenziós hővezetés többrétegű henger alakú falon keresztül 117
11.2.9. Egydimenziós hőátszármaztatás magasabb hőmérsékletű fluidról alacsonyabb hőmérsékletű fluidra egyrétegű henger alakú falon keresztül 118
11.2.10. A henger alakú fal kritikus sugara 119
11.2.11. Csővezetékek egyrétegű szigetelése 120
11.3. Hőátadás - konvekció 122
12. Elpárolgás és kondenzáció 123
12.1. Tenziógörbe 123
12.2. Határgörbék 124
12.3. Kritikus állapot 125
12.4. Olvadás, szublimáció 127
12.5. Elpárolgási hő 128
12.5.1. Páratartalom 129
12.5.2. Entalpia, belső energia és entrópia 129
12.6. A vízpára hs diagramma 130
13. Valós gázok 131
13.1. Van der Waals-féle állapotegyenlet 131

1. Bevezető

1.1. A hőtan feladata

A hőtan, illetve a termodinamika, azokat a jelenségeket vizsgálja, melyek a természetben akkor jelentkeznek, amikor a hő, illetve a hőenergia, testek között, vagy testeken keresztül áramlik. Másképpen fogalmazva, a hőtan a testek közötti, vagy a testeken belüli hőcserével kapcsolatos jelenségekkel foglalkozik. Ezekben az esetekben, a test illetve a testek hőállapota változik[1].

1.2. Néhány alapfogalom definiálása

A folyatásban több, a további elemzések könnyebb megértéséhez szükséges fogalom definíciója található.

1.2.1. Termodinamikai rendszer

A termodinamikai rendszer alatt egy véges mennyiségű, zárt felülettel határolt anyag értendő, ahol a határfelület lehet valós, például egy tartály belső felülete, vagy elképzelt, például egy felület amely a vizsgált anyagmennyiséget határolja és követi a csővezetékben való áramlás közben.

Az anyagot amely a termodinamikai rendszert képezi és amely részt vesz a termodinamikai folyamatokban, munkaközegnek nevezik.

Ha a termodinamikai rendszer és a környezet között nincs anyagcsere, a rendszer zárt, míg az ellenkező esetben nyitott rendszerről van szó.

---

[1] A hőállapot fogalma a folytatásban lesz elemezve.

1.2.2. Energia

Az energia a test illetve a rendszer munkavégző lehetősége, illetve képessége[2]. Valamennyi energiaforma tulajdonsága, az egyik energiaforma másik energiaformába való transzformációjának lehetősége. A hő, illetve a hőenergia (a test molekuláinak láthatatlan mozgása) egy energiaforma, amely másik energiaformák transzformációjával jöhet létre. Úgyszintén a hőenergia transzformációjával más energiaformák alakulhatnak ki (például: egy test mozgása közben, mechanikai munka közlésével a súrlódás jelensége eredményeként hőenergia keletkezik, míg a víz elpárolgása során, a keletkező vízpára emelkedésének illetve tágulásának eredményeként, mechanikai munka nyerhető a hőenergia transzformálásával).

1.2.3. A test állapota

A test állapota alatt számos, közvetlenül vagy közvetetten mérhető (például: nyomás, hőmérséklet, sűrűség, nedvesség, villamosáig ellenállás), fizikai tulajdonság (mennyiség) összessége értendő. A test valamennyi tulajdonsága állapotjelző, mert értékük jelzi az adott állapotot.

A testek termodinamikai (hő) tulajdonságai közé azok a mérhető tulajdonságok tartoznak vonatkoznak, melyek ismerete szükséges a termodinamika megértéséhez. Ezek a fizikai tulajdonságok (például: nyomás, hőmérséklet, fajtérfogat) a testek termodinamikai állapotától nagy mértékben függnek, így kihasználhatók a testek termodinamikai állapotának meghatározására, emellett lehetővé teszik a testek termodinamikai állapotának leírását véges számú fizikai tulajdonsággal. A testek termodinamikai állapotának meghatározásánál a termodinamikai szempontból nem lényeges tulajdonságokat, például a villamos tulajdonságokat, rendszerint el lehet hanyagolni.

1.2.4. Halmazállapotok

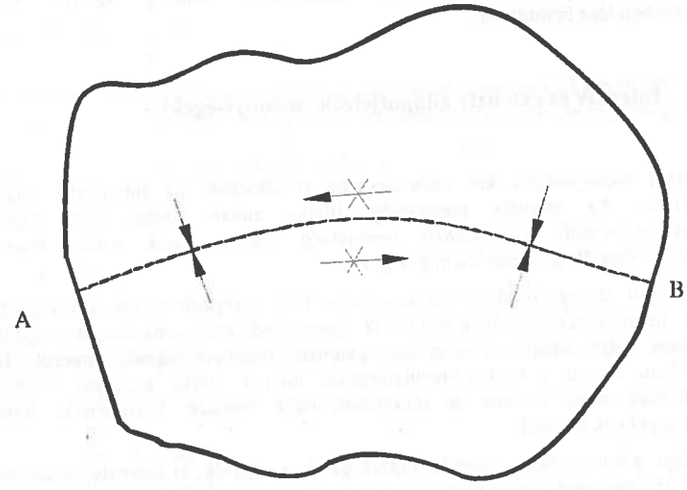
A további elemzésekhez elegendő a halmazállapotok felosztása három alapállapotra: gázállapotra, folyadékra és szilárd állapotra. Szilárd állapotban, az anyag jelentős ellenállást gyakorol az alak- és térfogatváltozással szemben. A folyadékoknál és a gázoknál alakváltozás jelentős ellenállás nélkül is lehetséges, ha a térfogat nem változik és ha a deformációk lassúak. *Prandtl* szerint, ha a gáz vagy a folyadék belső egyensúlyban van, lassú alakváltozás esetén az ellenállás elhanyagolható. A folyadékok nagy ellenállást gyakorolnak a térfogatváltozással szemben, gyakorlatilag nem változtatják térfogatukat, míg a gázok általában összenyomhatók.

[2] A folytatásban, a rendszer és a test szavak felváltva lesznek alkalmazva, de mindkét szó a vizsgált rendszerre utal.

1.2.5. Homogén anyagok

A továbbiakban többnyire a fizikailag homogén anyagok állapotváltozásai vannak elemezve. Az anyag akkor homogén, ha a legkisebb térfogatában is egyenletes sűrűségű. A legkisebb térfogat még mindig nagy számú molekulát tartalmaz. A homogenitás feltételének a kémiailag tiszta, - ha ilyenek egyáltalán léteznek – egységes halmazállapotú anyagok tesznek eleget. Homogénnek tekinthető a jól összekevert gáz, például levegő is.

A folytatásban az alaktól független állapotok vannak elemezve. Ezek az anyag gáz és folyadék halmazállapotai, ahol a belső súrlódás elhanyagolható. Az adott esetben, egy elképzelt *AB* metszetben (Ábra 1), nem hathatnak nyíró (tangenciális) erők (nincsen súrlódás), ha a rétegek nem mozognak túl gyorsan. Az erők csak a normális irányában hathatnak (például a gáz és a folyadék határfelületén).



Ábra 1 Homogén anyagok

1.2.6. Egyensúlyi állapotok

Általános esetben, egy szigetelt rendszer fizikai mennyiségei az idő függvényében változnak.

Ha a vizsgált rendszeren belül különböző nyomások és rugalmas feszültségek jelentkeznek, a rendszer mozgásban lesz. Idővel, a mozgások és a térfogatváltozások megszűnnek, és amikor az bekövetkezik, a rendszer mechanikai egyensúlyba kerül.

Ha a vizsgált rendszeren belül annak részei, pontjai, más-más hőmérsékletűek, a rendszer pontjainak hőmérsékletei az idő függvényében változni fognak. Ez a hőmérsékletváltozás idővel megszűnik. Amikor ez bekövetkezik, a rendszer hőegyensúlyba kerül.

Ha a vizsgált rendszeren belül semmilyen kémiai reakció nincs folyamatban, a rendszer kémiai egyensúlyban van.

A mechanikai, hő és kémiai egyensúlyban levő rendszer termodinamikai egyensúlyban van.

1.3. Fizikai mennyiségek

A folytatásban több olyan fizikai mennyiség (állapotjelző) definíciója lesz ismertetve, melyek szükségesek a további elemzések megértéséhez illetve a tananyag sikeres elsajátításához Más szükséges fizikai mennyiségek definiálása, illetve az most definiált állapotjelzők részletesebb magyarázata, szükség szerint, későbbi fejezetekben lesz bemutatva.

1.3.1. Intenzív és extenzív állapotjelzők (mennyiségek)

A fizikai mennyiségek két alapcsoportba sorolhatóak, az intenzívbe vagy az extenzívbe. Az intenzív mennyiség, illetve annak értéke, nem függ az anyagmennyiségtől. Az extenzív mennyiség, illetve annak értéke, közvetlen összefüggésben áll az anyag mennyiségével.

Ezek szerint, ha egy rendszer fel van osztva több elképzelt részre, akkor azokat a fizikai mennyiségeket melyek értéke az egész rendszerre vonatkozóan megfelel a részekben mért értékek összegének, extenzív mennyiségeknek nevezik. Ezzel ellentétben, azokat a fizikai mennyiségeket melyek értéke az egész rendszerre vonatkozóan nem azonos a részekben mért értékek összegének, intenzív mennyiségeknek nevezik.

Példaként, a hőmérséklet, nyomás, fajtérfogat és a sűrűség, az intenzív mennyiségek csoportjába tartoznak, míg a tömeg és a térfogat az extenzív mennyiségek csoportjába sorolhatók.

Egy extenzív mennyiség és a vizsgált rendszer tömegének hányadosa az átlagos fajlagos értéket definiálja.

Az extenzív mennyiségeket rendszerint nagy betűkkel jelölik, míg az intenzív mennyiségeket rendszerint kis betűkkel jelölik.

1.3.2. Tömeg

A test m tömege a test anyagmennyiségének mértéke: $m...[kg]$[3].

[3] Szögletes zárójelekben a mennyiségek egységei vannak definiálva, megfelelő egységrendszerben.

1.3.3. Súly

A test G súlya az erő, mellyel a test hat, amikor a tömege a g gravitációs térben van gyorsítva. A tömeg és a súly között a következő összefüggést lehet definiálni: $G = mg...\left[kg\frac{m}{s^2} = N\right]$, ahol a g a gravitációs gyorsulás.

1.3.4. Fajlagos térfogat[4]

A test átlagos fajlagos térfogata $\bar{v}$ a test teljes térfogatának $V...[m^3]$ és a test teljes tömegének hányadosa: $\bar{v} = \frac{V}{m}...\left[\frac{m^3}{kg}\right]$.

A fajlagos mennyiségek pontbeli értéke hasonlóan értelmezhető. Legyen dV a test infinitezimális térfogateleme. Ha ebben a térfogatelemben dm anyagtömeg van, a vizsgált pontban a v fajlagos térfogat értéke: $v = \frac{dV}{dm}...\left[\frac{m^3}{kg}\right]$.

1.3.5. Sűrűség

A test átlagos sűrűsége $\bar{\rho}$ a test teljes tömegének és teljes térfogatának a hányadosa: $\bar{\rho} = \frac{m}{V} = \frac{1}{\bar{v}}...\left[\frac{kg}{m^3}\right]$. A test, illetve a rendszer egy vizsgált pontjában a ρ sűrűség értéke: $\rho = \frac{dm}{dV} = \frac{1}{v}...\left[\frac{kg}{m^3}\right]$.

1.3.6. Hőmérséklet

A t hőmérséklet az anyag molekuláris aktivitásának mértéke. A hőmérséklet annál magasabb, minél intenzívebb a molekulák mozgása (kinetikus energia). A hőmérséklet a test „melegségének", illetve „hidegségének" relatív mutatója, és alkalmazható a hőátszármaztatás irányának meghatározására.

[4] A termodinamikai problémák elemzésekor, néha a mennyiségek tényleges értékeit használják, néha pedig azok fajlagos értékeit. A fajlagos érték a tényleges érték és az egységnyi tömeg hányadosa. Az elemzéseknél néha a „fajlagos" kifejezés ki van hagyva, de az elemzés alapján egyértelműen következtetni lehet az érték fajtájára.

A hőmérséklet meghatározására, a test több, a hőmérséklettől függő tulajdonságának a változását lehet felhasználni. A hőmérséklettől függő valamennyi fizikai tulajdonság, mely könnyen és precízen mérhető, (például a test térfogatának változása a hőmérséklet függvényében) felhasználható a hőmérséklet gyakorlati meghatározására.

A hőmérséklet meghatározását rendszerint higanyszálas hőmérővel végzik. Ez a műszer egy üreges üveggömbből áll, mely egy kapilláris csővel van kapcsolatban. A gömb higanyt tartalmaz, a kapilláris csőben pedig rendszerint vákuum uralkodik. A kapilláris mellett egyenletesen beosztott skála van elhelyezve. Ha a higany hőmérséklete növekszik, az tágul és a kapilláris csövet megfelelő magasságig tölti ki. Ha például ugyanabba a folyadékba több különböző méretű és alakú hőmérőt helyeznek el, a higany nem azonos magasságon lesz a kapilláris csövekben. A higany helyzete a hőmérséklettől és a kapilláris átmérőjétől függ. Ha ugyanazt a hőmérőt többször egymás után olvadásban levő jeges vízbe helyezik el (állandó hőmérséklet), akkor a higany mindig ugyanazt a helyzetet foglalja el a kapillárisban. Ebből arra lehet következtetni, hogy normális feltételek alatt[5], a jég mindig azonos hőmérsékleten olvad. Ez a hőmérséklet referenciapontként alkalmazható, mert megvalósítása rendkívül egyszerű. Konvencionálisan, ennek a hőmérsékletnek az értéke $t = 0...[^\circ C]$. A víz azonos feltételek mellett mindig ugyanazon a hőmérsékleten forr, mert ugyanabban a hőmérőben a higany mindig ugyanazt a helyzetet foglalja el a kapillárisban. Konvencionálisan, ennek a hőmérsékletnek az értéke $t = 100...[^\circ C]$.

Ha feltételezni lehet, hogy a higany tágulása és a hőmérséklet változása között lineáris összefüggés van, a két referencia hőmérséklet közötti különbséget száz egyenlő részre lehet felosztani. Az ilyen módon létrejött skála a *Celsius*-féle hőmérsékletskála.

Ha a higany helyett a hőmérőben más közeget alkalmaznak, például alkoholt, akkor az ilyen hőmérő kimutatása csak 0 és $100...[^\circ C]$-nál lesz azonos a higanyszálas hőmérő kimutatásával. Más hőmérsékleteknél, a mutatott érték eltér, mert az alkohol és a higany, illetve különböző anyagok (közegek) tágulása a hőmérséklet függvényében eltérő.

Mivel a fix (referencia) pontok kiválasztása és a skála beosztása önkényesen történik, több hőmérsékletskála létezik, melyek közül csak néhány van ismertetve. A hagyományos hőmérsékleti skálák legnagyobb hátránya, hogy működésük függ az alkalmazott közegtől. Ennek oka, hogy az alkalmazott közegek tulajdonságai általában hőmérsékletfüggők.

---

[5] A normális feltételek alatt a gravitációs gyorsulásnak, a higany sűrűségének és a nyomás értékének a

$$g = 9.80665...\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

következő értékei érthetőek: $\rho_{Hg} = 13595.1...\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

$$p = 1.01325 \cdot 10^5...\left[\frac{N}{m^2}\right] = 760...[mmHg]$$

A test hőmérővel megállapított hőmérséklete az empirikus hőmérséklet, szemben a termodinamikai skálán megállapított hőmérséklettel.[6].

A ritka gázok sokkal nagyobb mennyiségben és sokkal egyenletesebben tágulnak a higanynál és más folyadékoknál A lényegesen nagyobb tágulás miatt, az üveg tágulása elhanyagolható (másik hőmérőknél az üveg tágulását is figyelembe kell venni). Ezért, a tudományos hőmérséklet meghatározásánál a gázhőmérőket szokás alkalmazni.

A hőmérséklet mérésére bi-metálos és elektromos (elektromos ellenállásra alapozott, vagy termoelemre alapozott) hőmérőket, ezenkívül optikai pirométereket és más típusú hőmérőket is szokás alkalmazni[7].

Hőmérsékletskálák

A méréseknél rendszerint a *Celsius* és a *Fahrenheit* hőmérsékletskálákat szokás alkalmazni. A *Celsius* skála, a víz fagyás és forrás közötti hőfoktartományt 100 egyenlő részre osztja. A *Fahrenheit* skála $[^\circ F]$ ezt a tartományt 180 részre osztja. A *Celsius* skála nullpontja a víz fagyás hőmérséklete. A víz fagyása a *Fahrenheit* skála szerint $32...[^\circ F]$, a víz forrás pedig $212...[^\circ F]$[8].

A két skála között a következő összefüggést lehet definiálni:

$$^\circ F = 32 + \frac{9}{5} \cdot {}^\circ C$$

$$^\circ C = ({}^\circ F - 32)\frac{5}{9}$$

Az említett skálákon kívül, abszolút hőmérsékletskálákat is alkalmaznak, melyek nullpontjai megfelelnek az abszolút nullával. Ezek a *Kelvin* skála $[K]$, mely egységeinek nagysága megegyezik a *Celsius* skála egységeinek nagyságával, valamint a *Rankin* skála $[R]$ melynél az egységek nagysága megegyezik a *Fahrenheit* skála egységeinek nagyságával:

$$K = {}^\circ C + 273.15$$

$$R = {}^\circ F + 460.15$$

---

[6] A termodinamikai hőmérsékletskála a termodinamika második főtételén alapszik és nincsen összefüggésben a hőmérő közegével (nem lesz külön elemezve). A termodinamikai skálán mért hőmérséklet az abszolút nullától van mérve és a jelölése $T...[K]$, ahol a K Kelvin.

A test abszolút hőmérséklete olyan hőmérő segítségével állapítható meg mely közege nagyon ritka gáz. Az ilyen gáz térfogata és nyomása egyenesen arányosak az abszolút hőmérséklettel (a nagyon ritka gáz ideális gázként viselkedik). E szerint, a gázhőmérő skálája, valamilyen szinten az abszolút hőmérséklet skáláját ábrázolja. Az abszolút hőmérséklet fogalma részben a későbbiekben lesz elemezve.

[7] Ezek a hőmérők nem lesznek külön elemezve.

[8] Bizonyos források szerint, a *Fahrenheit* skála nullpontja a legalacsonyabb hőmérséklet mely sós víz és jég keverékével elérhető.

1.3.7. Nyomás

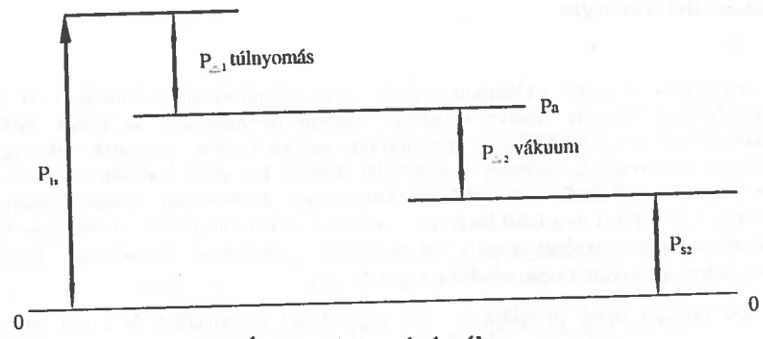
A nyomás $p...\left[\frac{N}{m^2} = Pa\right]$ annak az erőnek a mértéke, mely a vizsgált rendszert határoló felület egységnyi részére hat. A nyomást a rendszer molekuláinak a rendszer határaival való ütközései eredményezik. A rendszer határaival való ütközések eredményeként a molekulák erővel hatnak a határra és el akarják azt nyomni. Ez az erő nyomást eredményez, mellyel a rendszer a környezetre hat. Ha a rendszer mechanikus egyensúlyban van, a rendszeren belül a nyomás egyenletes. Azokban az anyagokban, melyekben nincsen súrlódás és részecskéi nem gyorsulnak, a nyomás minden irányban egyenletesen.

A *Pascal* mértékegységen kívül, más egységek is használatban voltak és ma is használatban vannak. A következő táblázat összefüggésbe hozza a különböző használatban levő egységet (Táblázat 1).

Technikai alkalmazásoknál rendszerint a tényleges p_s és az atmoszférikus nyomás p_a közötti különbséget mérik. Ha: $p_s = p_{s1} > p_a$, ezt a különbséget túlnyomásnak nevezik: $p_{\Delta 1} = p_{s1} - p_a$. A termodinamikai számításoknál a nyomás mindig a tényleges abszolút nyomás: $p = p_s$. Ha: $p_s = p_{s2} < p_a$, a különbséget $|p_{\Delta 2}| = p_{s2} - p_a$, vákuumnak nevezik.(Ábra 2).

Táblázat 1

A nyomás egységei						
	Pascal $[Pa]$	**Bár** $[bar]$	**Technikai atmoszféra** $[at]$	**Fizikai atmoszféra** $[atm]$	**orr** $[mmHg]$	**Font négyzet-inchebként** $[psi]$
1 Pa	1	10^{-5}	10.197×10^{-6}	9.8692×10^{-6}	7.5006×10^{-3}	145.04×10^{-6}
1 bar	100 000	1	1.0197	0.98692	750.06	14.504
1 at	98 066.5	0.980665	1	0.96784	735.56	14.223
1 atm	101 325	1.01325	1.0332	1	760	14.696
1 Torr	133.322	1.3332×10^{-3}	1.3595×10^{-3}	1.3158×10^{-3}	1	19.337×10^{-3}
1 psi	6,894.76	68.948×10^{-3}	70.307×10^{-3}	68.046×10^{-3}	51.715	1



Ábra 2 Túlnyomás és vákuum

1.4. Az energia néhány formája

A folytatásban több energiaforma magyarázata olvasható, mely szükséges a további elemzések megérthetésére.

1.4.1. Potenciális energia

A potenciális energia E_p a test helyzetéből adódik: $E_p = mgh...[J]$[9], ahol a g a gravitációs gyorsulás, a h pedig a referencia ponttól mért magasság.

1.4.2. Kinetikus energia

A kinetikus energia E_k a test mozgásából adódik: $E_k = \frac{mw^2}{2}...[J]$, ahol a w a test mozgásának sebessége.

[9] Mindennapi alkalmazásoknál az energia mértékének definiálásakor több egységrendszer van alkalmazva, de az alapegység a nemzetközileg definiált *Joule* $[J]=[Nm]=[Ws]$. A többi használatban levő egységek közé a következők tartoznak: kalória $[cal]=4.1868[J]$, wattóra $[Wh]=3600[J]$ és kilopond méter $[kpm]=9.80665[J]$.

1.4.3. Belső energia

A potenciális, valamint a kinetikus energia, makroszkopikus energiaformák. Ezek a vizsgált test helyzete, illetve sebessége alapján definiálhatók. A testek több mikroszkopikus energiaformát is tartalmaznak, melyek közé a molekulák rotációja, rezgése, transzlációja, valamint a molekulák közötti kölcsönös hatások tartoznak. Ezek az energiaformák nem mérhetők közvetlenül. Több olyan módszer ismert, melyek segítségével meg lehet határozni a mikroszkopikus energiaformák összegének változását, ami szükséges a technikai problémák többségének elemzésekor. Ezen energiaformák együttes neve a belső energia $U...[J]$[10].

A test fajlagos belső energiája u a test teljes belső energiájának és a test teljes tömegének hányadosa: $u = \frac{U}{m}...\left[\frac{J}{kg}\right]$.

1.4.4. pV energia (a gáz nyomásának potenciális energiája)

A belső energia mellett létezik még egy energiaforma, mely fontos az energiatranszport folyamatainak megértésére. Ezt az energiaformát a gáz nyomásának potenciális energiájának vagy $pV...[J]$ energiának nevezik, mert ez az energiaforma a gáz nyomásából és térfogatából származik. Az értéke a nyomás és a térfogat szorzata. Mivel az energia a rendszer munkavégzésének lehetőségeként, illetve annak képességeként van definiálva, olyan rendszer mely tágulhat, munkát végezhet a környezeten. Emiatt, a gáz mely nyomás alatt van, képes munkát végezni.

A fajlagos pV energia pv, a test pV energiájának és tömegének hányadosa: $pv = \frac{pV}{m}...\left[\frac{J}{kg}\right]$.

1.5. Állapotegyenletek

A gázok és folyadékok belső nyomása nem függ a elfoglalt tér alakjától, csak az anyag fajtájától és annak hőmérsékletétől, fajlagos térfogatától, illetve sűrűségétől. Ez a feltételezés csak akkor érvényes ha a vizsgált rendszer homogén és belső egyensúlyban van.

[10] A belső energia fogalma részletesen lesz elemezve a folytatásban.

A rendszer állapota bizonyos jelzőkkel van meghatározva φ_i $(i = 1,2,3...)$ melyeket állapotjelzőknek nevezik. Az állapotjelzők változtatásával a rendszer állapota is változik (nem kell az összes állapotjelzőt változtatni)[11].

Az állapotjelzők teljes egészében meghatározzák a rendszer állapotát, ami fordítva is érvényes, tehát a rendszer állapota teljes egészében meghatározza az állapotjelzőket. Az állapotjelzők értéke, illetve a rendszer állapota nem függ az állapot megvalósításának módszerétől (hogyan és milyen úton jutott a rendszer a megfelelő állapotba).

A termodinamikai folyamatoknál a legfontosabb állapotjelzők a nyomás, a fajlagos térfogat és a hőmérséklet. Ezeken az állapotjelzőkön kívül más állapotjelzők is léteznek, melyek közül néhány elemezve van a későbbiekben. A tapasztalat azt mutatja, hogy egy testnél az állapotjelzők összefüggésben vannak egymással.

Ha például egy test (gáz) állapota egy tartályban p_1, v_1, t_1 állapotjelzőkkel van definiálva és a gáz egy részét átengedik egy másik tartályba miközben a gáz lehűl, a gáz állapotjelzői más, p_2, v_2, t_2 értékeket vesznek fel. Ha ezután egy szivattyú segítségével a gázt visszanyomják az első tartályba, a fajlagos térfogat új értéke v_3 azonos lesz a kiinduló v_1 fajlagos térfogat értékével, mert a gáz mennyisége nem változott és a tartály térfogata is azonos. A p_3 nyomás és a t_3 hőmérséklet értékei különbözni fognak a kezdetben mért értékektől. Ha a tartályt hűtik vagy hevítik, elérhető az a t_3 hőmérséklet, mely megfelel a kezdő hőmérsékletnek. Ilyen módon, a hőmérséklet és a fajlagos térfogat értékei azonosak a kezdetben mért értékekkel. Ha megfelelő műszerrel leolvassák a nyomás értékét, tapasztalni lehet, hogy annak értéke is azonos a kezdetben mért nyomás értékével. Az ilyen és hasonló eljárások azt mutatják, hogy valamennyi állapotjelző közül mindig csak kettő független, ami annyit jelent, hogy kettő állapotjelző határozza meg a többit, illetve magát a test állapotát.

Egy homogén testnél, melynél az állapotjelzők értékei minden pontban azonosak, definiálható egy függvény, mely kísérlet alapján van meghatározva és a következő formát veszi fel:

$$f(p, v, t) = 0,$$

ami nem más mint a vizsgált test állapotegyenlete.

Egyszerűbb esetekben az állapotegyenlet analitikusan is meghatározható, az anyag belső felépítésének elemzésével[12].

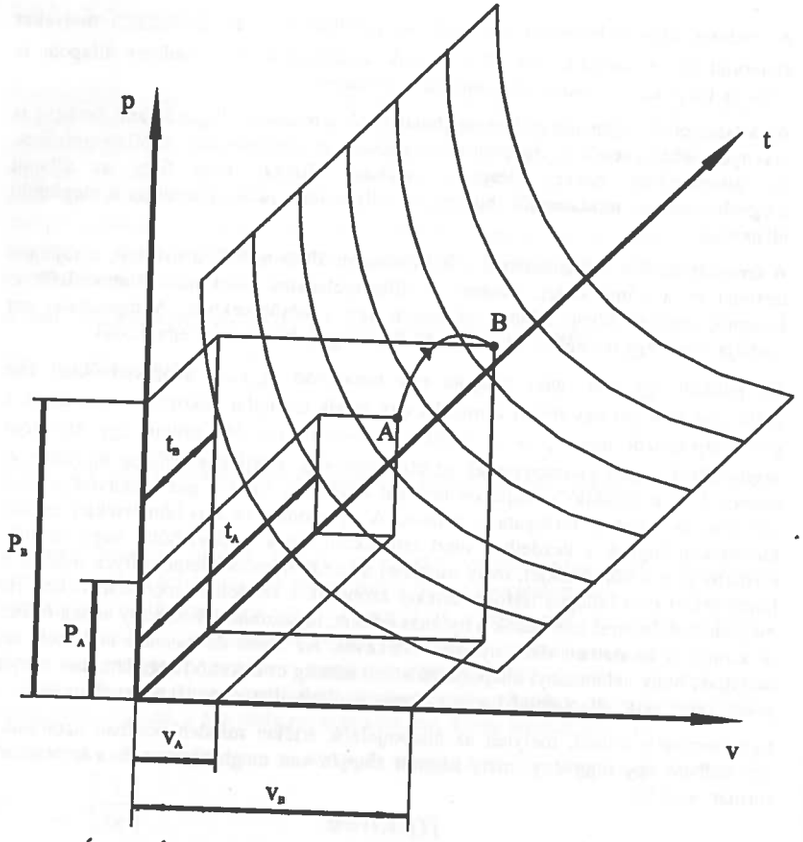
Explicit formában az állapotegyenletet következőképpen lehet leírni:

$$p = f_1(v,t); v = f_2(p,t); t = f_3(v,p).$$

Mivel az állapotegyenletek két független változó függvényei, egy háromdimenziós koordinátarendszerben mely koordinátái például a nyomás, a fajlagos térfogat és a hőmérséklet, felületet definiálnak. A test állapota egy pont ezen a felületen (Ábra 1).

[11] Minden hőerőgép magából a gép szerkezetéből és a munkaközegből áll. A munkaközeg rendszerint valamilyen gáz, illetve pára. A munkaközeg állapotának változtatása mozgásba hozza a gépet (például egy benzinmotornál), illetve a gép mozgása a munkaközeg állapotának változásához vezet (például egy kompresszornál).

[12] A magyarázat a „Kinetikus gázelmélet" fejezetben található.



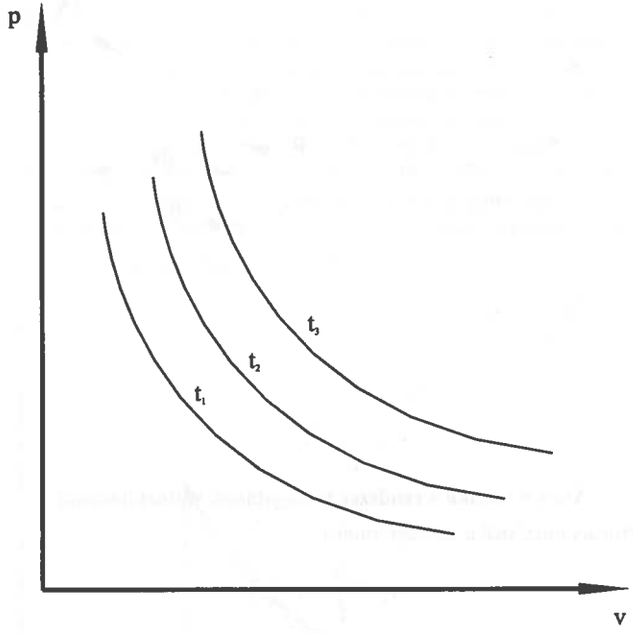
Ábra 3 Állapotjelzők a háromdimenziós koordinátarendszerben

Gyakori, hogy az állapotváltozás során valamely állapotjelző értéke nem változik. Ekkor az állapotváltozást kétdimenziós koordinátarendszerben ábrázolható, két koordinátával (állapotjelzővel), melyek görbét definiálnak (Ábra 4).

1.6. Munka

A kinetikus, potenciális, belső és pV energia, olyan energiaformák, melyek a test tulajdonságai. A W munka a rendszer által, vagy a rajta végrehajtott folyamat eredménye. Maga a rendszer nem tartalmaz munkát. A munka egy átmeneti energiaforma. E különbség az energiaformák között, fontos szempontja az energia átszármaztatásának elemzésekor.

Mechanikai rendszereknél a munka az F erő rendszerre gyakorolt hatása meghatározott s úton: $W = Fs..[J]$.



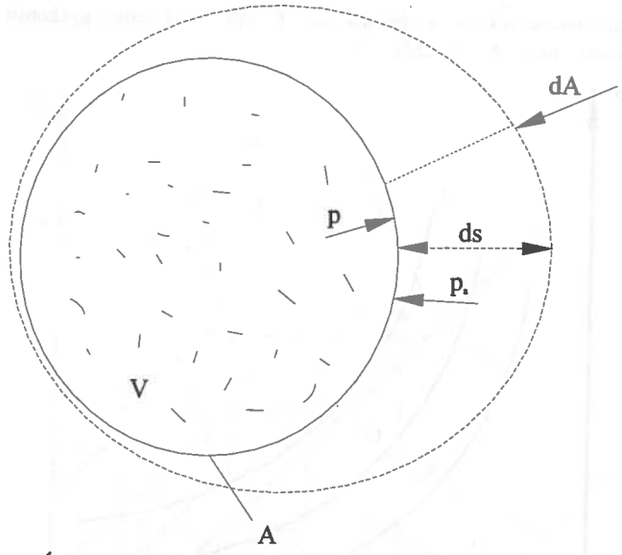
Ábra 4 Állapotjelzők a kétdimenziós koordinátarendszerben

1.6.1. Munka a rendszer térfogatának változtatásánál

A meghajtó gépek alapfeladata, hogy a rendelkezésre álló energia minél nagyobb részét hasznos munkává alakítsák át. A hőerőgépeknél a munka a munkaközeg (gáz illetve pára) térfogat-változtatásával nyerhető ki.

Egy nyomás alatt álló test (gáz) térfogatának változtatása összefüggésben van a közölt munkával. A p_a külső nyomás legyen azonos a p belső nyomással, értékük pedig leyen állandó (belső mechanikai egyensúly) (Ábra 5). Ha a test A határfelületének elmozdulása ds, a test térfogatának változása dV, illetve minden dA felületelem elmozdulása ds, melyből a következő adódik: $d^2V = dsdA$, illetve: $dV = \int_A dsdA$, ahol az integrálást az egész A felületen kell elvégezni. Ebben az esetben minden dA felületelem a: $dF = pdA$ erő ellen a ds úton következő munkát végez: $d^2W = dFds = pdAds = pd^2V$, amiből arra lehet következtetni, hogy az elemi térfogat-változtatás eredményeként kifejtett elemi munka:

$$dW = \int_A pd^2V = p\int_A d^2V = pdV .$$



Ábra 5 Munka a rendszer térfogatának változtatásánál

Véges térfogatváltozásnál a kifejtett munka:

$$W_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} pdV ...[J],$$

ahol ismerni kell a nyomás és a térfogat közötti összefüggést.

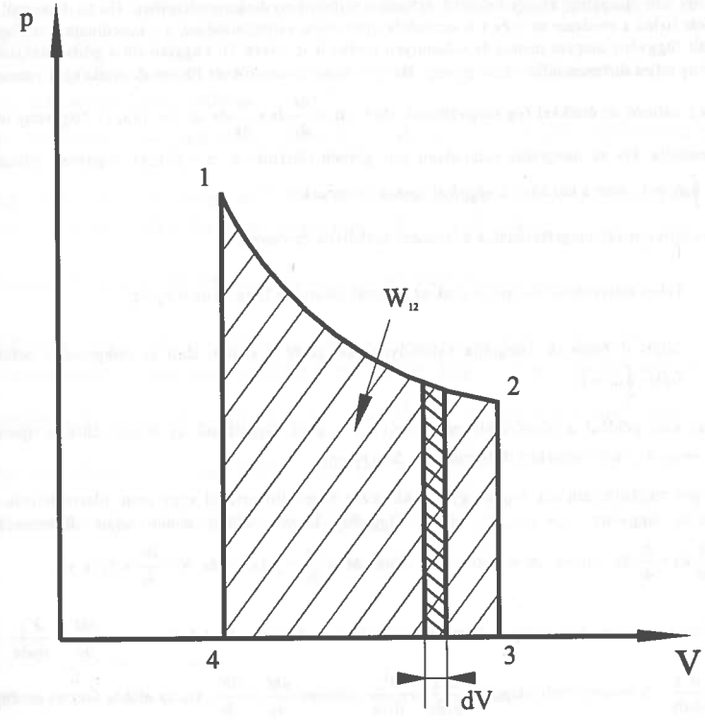
Az előbbiekből arra lehet következtetni, hogy olyan állapotváltozásoknál, melyeknél nem változik a térfogat, nincsen munkavégzés, függetlenül attól változik e a nyomás értéke vagy nem: $dV = 0 \Rightarrow W = 0$.

Az ismertetett képletek csak akkor érvényesek, ha a rendszer mechanikai egyensúlyban van és ha a nyomás az egész felületen egyenletes. Ha ez a feltétel nem teljesül, akkor kétszeres integrálásnál figyelembe kellene venni a nyomás egyenetlenségét a vizsgált felületen. Ha nincsen mechanikai egyensúly, illetve: $p_a < p$, a munkaközeg térfogatnövelésekor hasznos munkát csak a külső nyomás ellen végez, más szóval: $dW_k = p_a dV < pdV$. A maradék ($pdV - p_a dV$) hőenergiává alakul át (súrlódás), vagyis a munkaközeg részecskéinek gyorsítására használódik fel. Kompresszió esetén: $p_a > p$, a munkaközeg ellen végzett hasznos munka: $dW_k = |pdV| < |p_a dV|$[13], míg valójában a közölt munka nagyobb: $dW = |p_a dV|$. Az előjelek konvenciója alapján, a következő képlet írható fel: $dW = p_a dV < pdV$.

[13] Konvenció szerint, expanzió által közölt munkát pozitív előjellel jelölik és ezt a munkát a munkaközeg közli, míg kompressziónál a munka előjele negatív és azt a külső erők közlik.

pV diagram

A test állapota két állapotjelzővel egyértelműen meghatározott. Ily módon a test állapota, illetve annak állapotváltozásai ábrázolhatók egy diagramban, melyben kettő állapotjelző értékeit tüntetik fel. Az állapotjelző páros lehet a térfogat-nyomás páros, ahol a test minden térfogatához egy megfelelő nyomás tartozik. Általános esetben, az állapotváltozásoknál, a térfogat változtatása nyomásváltoztatáshoz vezet (szükséges hangsúlyozni, hogy a nyomás nem csak a térfogattól függ), így az állapotváltozás görbe vonallal van a diagramban ábrázolva. Ha a rendszer mechanikus egyensúlyban van a munka a következő képlettel van definiálva: $dW = pdV$, ami nem más mint egy elemi felület a *pV* diagramban az állapotváltozást ábrázoló görbe vonal és az *x* tengely között (Ábra 6). A teljes közölt munka $W_{1,2}$ az *1234* felület. A fentiekből már érthető az állapotváltozás *pV* diagramban való ábrázolása.



Ábra 6 pV diagram

Ha analitikusan meg kell határozni a: $W_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} pdV$ képlet értékét, ismerni kell a nyomás változását a térfogat függvényében: $p = f(V)$. A nyomás állapotjelző, és nem csak a térfogattól függ, hanem még egy (bármelyik) állapotjelzőtől, például a hőmérsékletről: $p = f_1(V,t)$. Ezek szerint szükséges ismerni a hőmérséklet változását a térfogat függvényében: $t = f_2(V)$, és így a következő egyenletet lehet felírni:

$p = f(V)$. A: $p = f(V)$ függvény alakja az állapotváltozás fajtájától függ. Ez alapján a: $W_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} pdV$ integrál értéke is az állapotváltozás fajtájától függ, amiből arra lehet következtetni, hogy a közölt munka az egyes pontból a kettes pontba való állapotváltozásnál nem csak a kezdő és a végső pontok, hanem az állapotváltozás függvénye is, illetve függ az állapotváltozás típusától is[14].

A *Clapeyron* által 1834-ben bevezetett pV diagram átlátható módon ábrázolja az állapotváltozás során közölt munkát, ezért az igen elterjedt a mérnöki gyakorlatban.

---

[14] Egy differenciálegyenlet integrálja, mely valamilyen függvény teljes differenciálja, nem függ az integrálás útjától, hanem csak az integrál alsó és felső határától. Ha példaként egy: $z = f(x, y)$ függvény van vizsgálva, az egy felületet definiál a térbeli koordinátarendszerben. Ha az A ponttól a B pont felé halad a rendszer az x és y koordináták értékeinek változtatásával, a z koordináta a felületet a definiált függvény alapján metszi és valamilyen görbét ír le (Ábra 3). Függetlenül a görbe alakjától, a függvény teljes differenciálja: $\Delta z = z_2 - z_1$. Ha az x és az y változók dx illetve dy értékekkel változnak meg, a z változó dz értékkel fog megváltozni, ahol: $dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$ a: $z = f(x, y)$ függvény teljes differenciálja. Ha az integrálás valamilyen zárt görbén történik, a: $z = f(x, y)$ függvény változása nulla: $\oint dz = 0$, mert a kezdő és a végső állapotok azonosak.

A teljes differenciál integrálásánál, a következő szabályok érvényesek:

1. Teljes differenciál integrálja csak az integrál határaitól függ: $\int_1^2 dz = z_2 - z_1$;
2. Teljes differenciál integrálja valamilyen zárt görbe vonalon, ahol az integrandus definiált nulla: $\oint dz = 0$.

Ilyen az eset például a hőmérséklettel: $t = f_1(p, V)$, ahol függetlenül az állapotváltozás típusától ($p_1, V_1 \rightarrow p_2, V_2$) a hőmérséklet differenciája: $\Delta t = t_2 - t_1$.

Szükséges meghatározni azt, vajon egy dz kifejezés teljes differenciál vagy nem, illetve létezik e a következő függvény: $z = f(x, y)$. Ha a függvény létezik, akkor annak teljes differenciálja: $dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$, illetve: $dz = Mdx + Ndy$, ahol: $M = \frac{\partial z}{\partial x} = f_1(x, y)$ és $N = \frac{\partial z}{\partial y} = f_2(x, y)$.

Az M-et y-ként az N-t pedig x-ként differenciálva a következőt lehet leírni: $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ és: $\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$. *Schwartz* tétele alapján: $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, illetve: $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$. Ha az előbbi feltétel érvényes akkor a dz teljes differenciál.

A: $dW = pdV$ képlet alapján a következőt lehet leírni: $dW = pdV = pdV + 0dp = Mdx + Ndy$, ahol: $p = M, V = x, 0 = N, p = y$. Ez alapján az következik, hogy: $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial p} = 1$, és: $\frac{\partial N}{\partial x} = 0$, illetve: $\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$. Ez alapján arra lehet következtetni, hogy: $dW = pdV$ nem teljes differenciál. Nem létezik a következő összefüggés a munka és a nyomás illetve a térfogat között: $W = f(p, V)$. A munka nem állapotjelző, mert értéke függ az állapotváltozás típusától (útjától), ami a pV diagramból látható.

Mivel a: $dW = pdV$ nem teljes differenciál, helyesebb a következő írásmód:

$$\partial W = pdV.$$

1.7. Hő

A hő $Q...[J]$ a munkához hasonlóan olyan energiaforma, melyet a rendszer a környezettel közöl. Maga a rendszer nem tartalmaz hőt. A hő átmeneti energiaforma. Ez a hőcsere molekuláris szinten folyik a hőmérsékletkülönbség hatására.

Az átáramló hő mennyisége nem csak a rendszer kezdő és végső állapotától, hanem az állapotváltozás típusától is függ[15].

Ismert az a tény, hogy a test hevítésekor annak hőmérséklete növekszik, míg a test hűtésekor annak hőmérséklete csökken[16].

A közölt illetve elvont hőt, mely hőmérsékletváltozást eredményez, érzékelhető hőnek nevezik.

A hő másik formája a rejtett hő[17]. Ez a hő a halmazállapot-változás során közölt vagy elvont hő. Rejtett hőközlés során nincsen hőmérsékletváltozás.

A fajlagos hő a teljes hő és az anyag teljes tömegének hányadosa: $q = \frac{Q}{m}...\left[\frac{J}{kg}\right]$.

Különböző anyagok hőmérsékletváltozása hőközlés esetén különböző. Azt a hőmennyiséget melyet közölni kell a testtel ahhoz, hogy annak hőmérséklete $1^\circ C(K)$-al nőjön meg hőkapacitásnak nevezik: $C = \frac{dQ}{dt}...\left[\frac{J}{K}\right]$. Azt a hőmennyiséget melyet egységnyi tömegű közeggel kell közölni ahhoz, hogy annak hőmérséklete $1^\circ C(K)$-al nőjön meg, fajlagos hőkapacitásnak nevezik: $c = \frac{C}{m}...\left[\frac{J}{kgK}\right]$[18].

---

[15] A magyarázat a termodinamika első főtétele elemzésekor lesz bemutatva.

[16] Általános esetben, a hőközlés hőmérsékletváltozás nélkül is lehetséges. Úgyszintén lehetséges például a hő elvonása hőmérséklet növeléssel, vagy a hő közlése hőmérséklet csökkenéssel, ami a termodinamika első főtétele elemzésekor lesz bemutatva.

[17] A magyarázat a halmazállapot-változások elemzésekor lesz bemutatva.

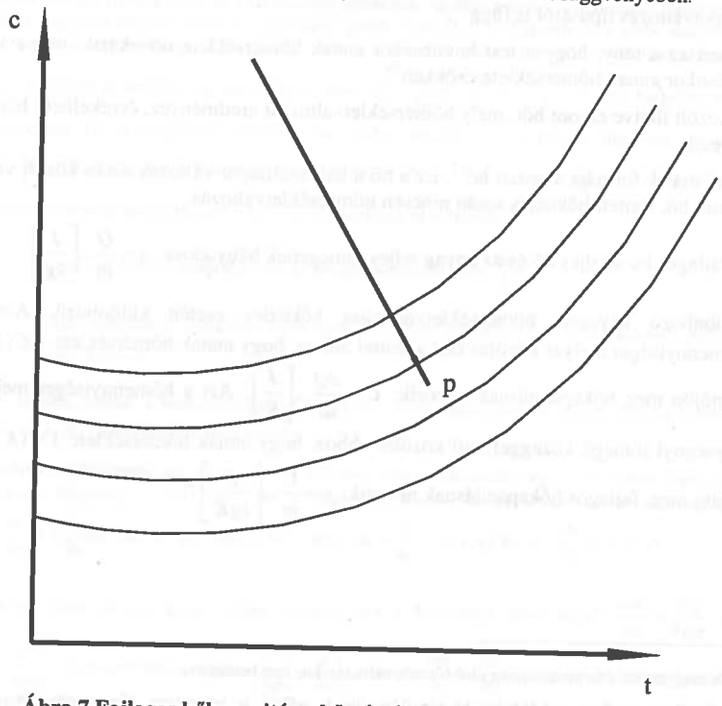
[18] Azt a hőmennyiséget melyet közölni kell $1[g]$ vízzel, hogy annak hőmérséklete $1[^\circ C]$-al nőjön meg, kalóriának $[cal]$ nevezik. Mivel a víz tulajdonságai, ahol a víz az a közeg mely segítségével definiálják ezt az egységet, a nyomás és a hőmérséklet függvényében változnak, a kalória az a hőmennyiség melyet közölni kell $1[g]$ vízzel ahhoz, hogy annak hőmérséklete $14.5[^\circ C]$-ról $15.5[^\circ C]$-ra nőjön meg. Ez alatt a víz nyomása $760[mmHg]$ kell, hogy legyen.

Ha a hevítés t_1 hőmérséklettől t_2 hőmérsékletig folyik, akkor az egységnyi tömegű közeggel közölt hő:

$$q_{1,2} = \int_{t_1}^{t_2} c\,dt = c\int_{t_1}^{t_2} dt = c(t_2 - t_1),$$

ha a fajlagos hőkapacitás állandó. Ha a fajlagos hőkapacitás hőmérsékletfüggő, ami rendszerint igaz, akkor az adott hőmérsékletintervallumban a számításokat a fajlagos hőkapacitás középértékével lehet elvégezni[19].

A fajlagos hőkapacitás nem állandó értékű. Leginkább a hőmérséklettől függ, ami a következő függvénnyel vehető figyelembe: $c = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \ldots$, ahol az $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ állandók, melyeket minden anyagra kisérlettel lehet meghatározni. Általános esetben a fajlagos hőkapacitás a nyomástól is függ (Ábra 7). Az ábra a víz fajlagos hőkapacitásának változását ábrázolja a nyomás és a hőmérséklet függvényében.



Ábra 7 Fajlagos hőkapacitás a hőmérséklet és nyomás függvényében

Az előző elemzés alapján arra lehet következtetni, hogy a munka és a hő átmeneti jelenségek. A rendszer soha sem tartalmaz hőt vagy munkát, de azok jelentkezhetnek a rendszer energiaállapotának változásánál. Mindkét energiaforma a rendszer határain áthalad.

[19] Nem lessz külön elemezve.

1.7.1. A hő és a hőmérséklet közötti különbség

Ha egy *A* és *B* mechanikai és kémiai egyensúlyban lévő, azonos hőmérsékletű test érintkezik, hőmérsékletük nem fog változni. Ha az *A* test tömege nagyobb a *B* test tömegénél, akkor az első test molekuláinak száma nagyobb a második test molekuláinak számánál. Minden molekula kinetikus energiájának átlagos értéke azonos, ezért függetlenül attól, hogy a két test molekulái egymással ütköznek, közöttük (átlagosan nézve) nincsen energiacsere. Mivel a molekulák kinetikus energiáinak átlagos értéke azonos (a hőmérséklet értéke azonos), és mivel az *A* testben több molekula van, annak belső energiája nagyobb mint a *B* test belső energiája. Habár az *A* test nagyobb belső energiát tartalmaz, nincsen energiaközlés a *B* test irányában, más szóval az energia nem nyerhető. Ha az *A* test alacsonyabb hőmérsékletű lenne a *B* testnél, de sokkal nagyobb tömegű, nagyobb belső energiával bírna, de a két test érintkezésekor, a hőenergia a magasabb hőmérsékletű testről áramlana a hidegebb test felé. A tapasztalat szerint, saját magától, a fordított eset soha sem jöhet létre.

A belső energia részét, mely bizonyos feltételek mellett az egyik testről a másik testre átszármaztatható, hőnek illetve hőenergiának nevezik.

Az előbbi elemzés alapján arra lehet következtetni, hogy a hőt nem az a test adja le mely nagyobb hőenergiával (belső energiával) bír, hanem az melynek hőmérséklete magasabb. A hőt és a hőmérsékletet szigorúan meg kell különböztetni. Amíg a hőmérséklet állapotjelző, mely a molekulák kinetikus energiájától függ, a hő egy energiaforma, mely a test valamennyi molekulájának kinetikus és potenciális energiájából áll.

1.8. Kinetikus gázelmélet

A kinetikus gázelmélet, magyarázatot ad a gázokban létrejött hővel kapcsolatos jelenségekre (különösképpen az ideális gázokban). Az ideális gázok teljesen rugalmas molekulákból állnak, melyek között nem hatnak erők. Ezen kívül a molekulák térfogata, a molekulák közötti térfogathoz viszonyítva elhanyagolható, így a molekulákat a térben egyenletesen elhelyezett pontokként lehet kezelni.

A molekulák folyamatos kaotikus mozgásban vannak (*Brown*-féle mozgás). Az előbbi feltételezésekkel, minden molekula mozgása egyenes vonalú és egyenletes, amíg nem ütköznek egy másik molekulával vagy a gáztartály felületével.

Feltételezni lehet, hogy egy üreges kockában, mely éleinek hossza *a*, *N* számú ideális gázmolekula van. A molekulák tömege m_m, sebességük pedig *w*. Igaz, hogy a molekulák mozgása kaotikus, mégis nagy számuk miatt, a valószínűség alapján feltételezni lehet, hogy a molekulák egy harmada a kocka két-két ellentétes oldala között mozog. Ezen kívül feltételezni lehet, hogy a molekulák ideálisan kemények és rugalmas elemek melyek ütköznek és visszaverődnek az ideálisan kemény és rugalmas kockafalaktól.

A kocka egyik oldalától a másikig, majd vissza mozgó tetszőleges molekula mozgását figyelve a molekula a $2a$ utat t idő alatt teszi meg: $t = 2a/w$. Ez az idő alatt a kocka mindegyik oldalának $N/3$ molekula ütközik. Minden molekula impulzusa $m_m w$, illetve mielőtt az oldalhoz ütközne az impulzus értéke $+m_m w$, ütközés után pedig $-m_m w$. A kocka oldalával közölt impulzus értéke megegyezik a $2m_m w$ értékkel. Egy kocka oldalának összesen: $I = 2m_m w\frac{N}{3}$ impulzus adódik át a t idő alatt: $t = 2a/w$. Mivel az impulzus időváltozása azonos az erővel, a kifejtett erő a kocka oldalán: $F = \frac{I}{t} = \frac{2m_m w\frac{N}{3}}{\frac{2a}{w}} = \frac{2}{3}N\frac{1}{a}m_m\frac{w^2}{2}$. Az erőt a kocka oldalának területével osztva, ki lehet számítani a kocka oldalára ható nyomást: $p = \frac{F}{a^2} = \frac{\frac{2}{3}N\frac{1}{a}m_m\frac{w^2}{2}}{a^2} = \frac{\frac{2}{3}Nm_m\frac{w^2}{2}}{V}$, ahol a V a kocka térfogata. Az előző képlet alapján a levezethető, hogy: $pV = \frac{2}{3}Nm_m\frac{w^2}{2}$, ahol: $\overline{E}_{kmol} = m_m\frac{w^2}{2}$ egy molekulának átlagos kinetikus energiája. Kísérletek azt mutatják, hogy a pV szorzat ideális gázoknál arányos a T termodinamikai hőmérséklettel[20]. Ez alapján a: $pV = kNT$, ahol a k a *Boltzmann*-féle állandó.

Az előbbiek alapján belátható, hogy: $kNT = \frac{2}{3}N\overline{E}_k$, illetve: $\frac{3}{2}kT = \overline{E}_k$, ami azt mutatja, hogy a gáz hőmérsékletét a gáz molekuláinak átlagos kinetikus energiája határozza meg. Valamennyi ideális gáz átlagos kinetikus energiája a hőmérséklettel van meghatározva és nem függ sem a gáz kémiai összetevőitől, sem pedig a molekulák struktúrájától vagy tömegétől.

[20] Nem lesz elemezve.

2. Termodinamika nulladik főtétele

Rendszerint ezt a főtételt a következő képen lehet definiálni: „Ha két termodinamikai rendszer hőegyensúlyban van egy harmadik termodinamikai rendszerrel, akkor egymással is egyensúlyban vannak."

A termodinamika nulladik főtétele törvényszerűen, explicite, csak a huszadik század első harmadában lett kifejezve, sokkal később mind a termodinamika többi főtétele, ezért van elnevezve nulladik főtételnek (a többi főtétel elé van sorolva, mert kifejezi a termodinamikai elemzések lényegét).

Ez a törvény a hőmérsékletmérés alapelve. Ha például meg kell határozni vajon a két pohárban található folyadék hőmérsékletei azonosak, nem kell ehhez a két folyadékot érintkezésbe hozni. Elegendő a hőmérőt belemártani az egyik pohárba és kivárni, hogy a higanyszál megfelelő állásba helyezkedjen. Ezután a hőmérőt bele kell mártani a másik pohárba. Ha a higanyszál nem mozdul el, azt lehet mondani, a poharakban lévő folyadékok nőmérséklete azonos.

3. Energia megmaradásának törvénye

A testek közt lejátszódó termodinamikai folyamatok a hőmérsékleteik kiegyenlítése felé irányulnak. Másképpen fogalmazva, a testek kölcsönhatása a hőegyensúly felé irányul. Ebben az esetben a testek bizonyos mennyiségű hőenergiát közölnek egymással. A hő mint elszigetelt energiaforma nem létezik, az csak egy a történelemből örökölt fogalom, ami abból az elképzelésből eredt, hogy a hő anyagi és hogy az mint önálló anyagmennyiség adható át az egyik testről a másik test felé (1842-ben egy orvos, *Robert Julius Mayer* észlelte, hogy a hővel kapcsolatos jelenségek nincsenek kötve valamilyen önálló – különálló anyaghoz). Amikor a hőközlés vagy a hőelvonás fogalmakat alkalmazzák, hőenergia-cserére gondolnak, mely a hőmérséklet függvénye.

A hőközlés, két különböző elv alapján jöhet létre:

- Az érintkezésben levő testeknél, az egyik test része közvetlenül a másik test részének adja át az energiát (ebben az esetben a hőmérséklet csökkenés monoton kell, hogy legyen a hőenergia áramlásának irányában);
- A hősugárzásnál, a hőcsere elektromágneses hullámok által jön létre és vákuumon át is létrejöhet (ebben az esetben a hőmérsékletcsökkenés nem kell, hogy monoton legyen a hőenergia áramlásának irányában). A napsugarak és egy lencse segítségével, meggyújtható a papír úgy, hogy a lencse hideg maradjon.

Ha két test között hőcsere jön létre, akkor az egyik test lehűl, míg a másik hevül. A hőcsere mindig a magasabb hőmérsékletű területről az alacsonyabb hőmérsékletű terület felé irányul. A testek hőfokkülönbsége miatt kialakuló energiaáramlásban résztvevő energiát hőenergiának nevezik.

A más fizikai jelenségek miatt kialakuló energiaformák, például az elektromos energia, mely az elektromos potenciálkülönbség eredményeként származtatódik át az egyik testből a másikba, vagy a közölt illetve elvont mechanikai munka..., nem tartoznak a hőcseréhez.

A test energiája különböző formában jelenhet meg, mint elektromos, potenciális, kémiai, kinetikus és más energia. Ha egy test el van szigetelve a környezettől, a test különböző energiáinak összege időben nem változik. Ez az állítás nem ismer

kivételeket (lehetetlen a perpetuum mobile, örökmozgó, létrehozása), de egy energiaformát másik energiaformává át lehet alakítani (például a kinetikus energiát potenciális energiává lehet átalakítani...).

3.1. *Joule kísérlete*

James Prescott Joule 1843-ban a következő kísérletet hajtotta végre: vizet hevített egy hőszigetelt edényben (kaloriméterben) egy keverő segítségével, amivel a mechanikai energiát hőenergiává alakította át a víz és a keverő közötti súrlódás eredményeként.

Az energia-megmaradás törvénye alapján, a rendszerrel (vízzel) közölt mechanikai energia nem veszhet el, hanem egy másik formában jelenik meg. Ez a másik energiaforma a víz hőmérsékletének emelkedését eredményezte, ami a víz belső energianövekedésének jele. Ez alapján arra lehet következtetni, hogy a rendszer belső energiája magasabb hőmérsékleteknél nagyobb mind az alacsonyabb hőmérsékleteknél (azonos anyagmennyiségnél).

A rendszer belső energiájának mennyiségét többféle képen lehet változtatni. A rendszerrel hőenergiát lehet közölni, vagy azt sűríteni-összenyomni lehet, illetve mechanikai munkát lehet közölni a rendszerrel...

Egy tartályban lévő gáz összenyomásához, a gáz nyomásának leküzdésére, erőt kell kifejteni. Az erő kifejtése közben végzett munka: $W = \int_l F ds$. Ha az edény jól van szigetelve és nincsen hőcsere a környezettel, a gáz belső energiája növekedni fog az elvégzett munka eredményeként: $U_{II} - U_I = W$, ahol az indexek a gáz kezdő és végső állapotaira vonatkoznak.

Ugyanaz a gáz hevíthető lánggal is. Ekkor a gázzal hőenergia van közölve és ez a belsőenergia növekedéséhez vezet: $U_{III} - U_I = Q$, ahol a gáz végső állapota eltér az előbb elért állapottól.

Ha a gáz egy időben van összenyomva és hevítve, ekkor a belsőenergia növekedése a következő: $U_2 - U_1 = Q + W$.

Ha a gáz fajlagos térfogata v, nyomása pedig p, akkor a hőmérséklete – és így a molekulák kinetikus energiája - egyértelműen meghatározott. Adott mennyiségű és állapotú gázban (p és v), a molekulák helyzete, azok egymásközti távolsága és ennek eredményeként a gáz potenciális energiája is meghatározott. Így a gáz belső energiája egyértelműen meg van határozva. Ezek szerint, a nyomás és a fajlagos térfogat, nem csak a hőmérsékletet határozzák meg, hanem a belső energiát is. Hasonlóan, a belső energia meghatározott a nyomás és a hőmérséklet, illetve a fajlagos térfogat és a hőmérséklet által. Mivel a rendszer belső energiája csak annak állapotától függ (állapotjelzők egyértelműen meghatározzák), arra lehet következtetni, hogy maga a belső energia is állapotjelző.

3.2. *Termodinamika első főtétele (Energia megmaradásának törvénye)*

A műszaki feladatok többségének célja az, hogy hőenergia felhasználásával munkát végezzen. A rendszernek közölt hőenergiát, valamint a rendszertől elvont munkát pozitív előjellel veszik figyelembe, míg a rendszertől elvont hőenergiát, illetve a rendszerrel közölt munkát negatív előjellel veszik figyelembe.

Ebben az esetben, a termodinamika első főtételét a következő formában lehet leírni:

$$Q = U_2 - U_1 + W.$$

A törvény alapján, a rendszerrel közölt hőenergia részben a rendszer belső energiáját növeli, részben mechanikai munka végzésére használható. Ha a folyamat közben egyéb fizikai jelenségek is lejátszódnak, az egyenlet kiegészítésre szorul:

$$Q = U_2 - U_1 + W + E_p + E_k + \sum_i E_i,$$

ahol a $\sum_i E_i$ a többi külön nem feltüntetett energiaforma összege. A termodinamikai elemzéseknél az egyenlet utolsó három tagját rendszerint nem veszik figyelembe.

Differenciális formában, a termodinamika első főtétele a következő formában írható fel: $dQ = dU + dW$. A rendszer munkavégzése előbbi elemzésekor hangsúlyozva volt hogy: $dW = \partial W$ illetve, hogy a munka függ az állapotváltozás útjától (fajtájától), így nem teljes differenciál. A belső energia állapotjelző, tehát a dU teljes differenciál. Ezek alapján arra lehet következtetni, hogy a dQ sem teljes differenciál, tehát a termodinamika első főtételét differenciális formában a következőképen kell leírni:

$$\partial Q = dU + \partial W.$$

A hőenergia az állapotváltozás útjától (fajtájától) függ. Tényleges állapotváltozásnál (az *1*-es állapottól a *2*-es állapotig való változáskor) a termodinamika első főtételét a következő formában kell leírni:

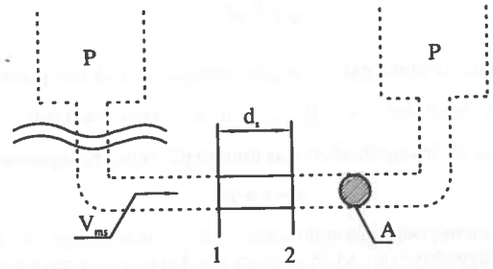
$$Q_{1,2} = U_2 - U_1 + W_{1,2}.$$

3.2.1. Entalpia, technikai munka

A hőerőgépek periodikus, vagy folytonos működésűek. Gőzmotoroknál (dugattyús vagy turbinás motorok), a páravezetéken (gázvezetéken) keresztül állandó a vízpára (gáz) adagolása. Az áramló gáz bizonyos energiával rendelkezik (belső energia, kinetikai energia, potenciális energia a nyomás eredményeként)[21]. A munkagépben a gáz állapota változik. A rendelkezésre álló energia egy része mechanikai energiává

[21] Ezek a rendszerek nyitottak.

alakul át, míg a többi része távozik a munkagépből távozó elhasznált gázzal. Az a kérdés, hogy mekkora energiát tartalmaz a páravezetékben áramló gáz (Ábra 8)[22].



Ábra 8 Nyitott rendszer

Legyen a vizsgált keresztmetszeten átáramló gáz tömegárama $V_{ms} \ldots \left[\frac{kg}{s}\right]$, a gáz nyomása p, fajlagos térfogata pedig v. A gáz sebessége legyen w, az áramló gáz energiamennyisége legyen $E_s \ldots [J]$.

A vizsgált áramló gáz előre nyomja az előtte levő gázt, mely azonos nyomáson van. Ha a páravezeték keresztmetszetének felülete A, az érkező gáz az előtte levő gázra: $F = pA$ erővel hat. $d\tau$ idő elteltével az áramló gáz: $ds = wd\tau$ távolságot tesz meg (az *1*-től a *2*-es keresztmetszetig). Ezáltal az érkező gáz átnyomási munkát végez: $dW_p = Fds = pAds = pdV$, ahol a dV a két vizsgált keresztmetszet közötti térfogat: $dV = V_{ms} d\tau \cdot v \ldots \left[\frac{kg}{s} s \frac{m^3}{kg}\right] = [m^3]$. Az átnyomási munka értéke:

$$dW_p = pV_{ms} v \cdot d\tau.$$

Az átnyomási munkát a gáz azért végzi, mert potenciális energiát tartalmaz a nyomás eredményeként.

A vizsgált áramló gáz tömege: $m = V_{ms} d\tau$, kinetikus energiája pedig:

$$dE_k = \frac{1}{2} m w^2 = \frac{1}{2} V_{ms} d\tau \cdot w^2.$$

A vizsgált áramló gáz belső energiája:

$$dU = u \cdot V_{ms} d\tau.$$

A összes energiamennyiség mely $d\tau$ idő alatt átáramlik a páravezeték keresztmetszetén az előbbi energiaformák összege:

$$dE_s = uV_{ms} d\tau + \frac{1}{2} V_{ms} d\tau \cdot w^2 + pV_{ms} v \cdot d\tau.$$

[22] Az áramlási folyamatok megközelítőleg állandó nyomás alatt zajlanak.

$V_{ms}d\tau$-vel osztva, az áramló gáz teljes fajlagos energiáját lehet meghatározni:

$$e = u + \frac{1}{2}w^2 + pv.$$

Ez a páravezetékben áramló gáz egységnyi térfogatára eső energiamennyiség. Ha a gáz áramlásának sebessége: $w \leq 40\frac{m}{s}$, ami a gázvezetékekben így van, a gáz kinetikus energiája elhanyagolható, így az áramló gáz teljes fajlagos energiája:

$$e = u + pv.$$

Az egységnyi mennyiségű áramló gáz energiamennyisége kizárólag a gáz állapotjelzőinek függvénye (p,v,u). A gáz egy meghatározott állapotánál ezek a jelzők egyértelműen meg vannak határozva, így arra lehet következtetni, hogy az előbb definiált teljes energia is állapotjelző. Az így meghatározott állapotjelzőt a technikai termodinamikában való fontossága miatt (műszaki alkalmazásoknál) entalpiának nevezik $H..[J]$:

$$H = U + pV.$$

Az entalpia fajlagos értéke: $h = u + pv..\left[\frac{J}{kg}\right]$.

Ha a vizsgált rendszer (a páravezeték és a munkagép) hőszigetelt, akkor a pára energiacsökkenése $h_1 - h_2$ mechanikai munkavégzést eredményez (az energia-megmaradásának törvénye alapján): $w = h_1 - h_2$. Az, hogy a munkagép dugattyús, turbinás, vagy más kivitelű, ebből a szempontból lényegtelen, a w azt a munkát határozza meg, melyet a munkagép közöl a környezettel, ha egységnyi tömegű gáz áramlik át rajta. Egy zárt folyamat eredményeként közölt munkával ellentétben (nincsen munkaközeg közlés illetve elvonás), az előbb meghatározott munkát technikai munkának w_{techn} nevezik:

$$w_{techn} = h_1 - h_2$$ [23].

3.2.2. Néhány kifejezés mely a termodinamika első főtételéből adódik

Az eddig említett mennyiségek között, számos általános fontosságú összefüggést lehet levonni. Ezek az összefüggések lehetővé teszik az ismeretlen mennyiségek meghatározását másik ismert mennyiségek alapján. Ezen összefüggések közül most a leglényegesebbek lesznek kiemelve.

[23] Ebben az esetben a munkát technikai munkának nevezik, mert az a számos technikai folyamatból nyert munkát jelzi (például a levegő összenyomása kompresszorban), ahol a folyamatok állandó nyomások között vannak végrehajtva. Ezekben az esetekben a munkaközeg egy állandó nyomáson van közölve a munkagéppel és egy másik állandó nyomáson van elvonva a munkagéptől, ami a folytatásban lesz bemutatva.

A: $h = u + pv$ egyenlet differenciálása eredményeként a: $dh = du + d(pv) = du + pdv + vdp$ képletet lehet leírni. Reverzibilis[24] állapotváltozásoknál: $\partial w = pdv$, valamint: $\partial q = du + \partial w$. Ezek alapján: $dh = du + pdv + vdp = \partial q + vdp$, illetve:

$$\partial q = du + pdv = dh - vdp.$$

Izochor, vagyis állandó térfogatú állapotváltozás esetén: $dv = 0$, vagyis: $\partial q = du$, illetve tényleges állapotváltozásnál, ha a térfogat nem változik:

$$q_{1,2} = u_2 - u_1,$$

ami azt jelenti, hogy a közölt hőenergia teljes egészében a test belső energiájának változtatására fordítódik.

Izobár állapotváltozáskor, vagyis ha a test nyomása állapotváltozáskor változatlan marad: $dp = 0$, vagyis: $\partial q = dh$, illetve tényleges állapotváltozásnál, ha a nyomás nem változik:

$$q_{1,2} = h_2 - h_1,$$

ami azt jelenti, hogy a közölt hőenergia teljes egészében a test entalpiaváltoztatására fordítódik.

Az előbbiekből bizonyos analógiát lehet levonni a belső energia és az entalpia között. Ami az állandó térfogat mellett történő állapotváltozásokkor a belső energia, az állandó nyomáson történő állapotváltozásokkor az entalpia.

Általános esetben, a tényleges állapotváltozásra a következőt lehet írni:

$$q_{1,2} = h_2 - h_1 - \int_1^2 vdp.$$

Ha a munkaközeg (gáz) a munkagéppel állandó p_1 nyomáson van közölve, a munkagéptől pedig állandó p_2 nyomáson van elvonva (gyakran előfordul a műszaki alkalmazásoknál), akkor a munkaközeg állapotváltozása a munkagépben történik. Ha a munkagép hőszigetelt: $q_{1,2} = 0$, akkor az előbbi egyenlet alapján a következőt lehet leírni: $0 = h_2 - h_1 - \int_1^2 vdp$, a technikai munka képlete alapján pedig: $w_{techn} = h_1 - h_2$. Ez alapján a következő írható le:

$$w_{techn} = -\int_1^2 vdp.$$

[24] A folytatásban lesz elemezve.

Mivel a belső energia állapotjelző, a következő összefüggés érvényes: $u = f(t,v)$, ami az állapotegyenlet egyik formája[25]. Az egyenletet differenciálva: $du = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_v dt + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_t dv$.

Ha állapotváltozáskor a test térfogata nem változik: $dv = 0$ és $du = \partial q$, a következő egyenlet érvényes: $\partial q = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_v dt$.

Általánosan leírható, hogy: $dq = cdt$, ahol a c a test fajlagos hőkapacitása.

Ez alapján a következő egyenlet írható le:

$$c = c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_v,$$

ahol a c_v a test fajlagos hőkapacitása állandó térfogatnál.

Mivel az entalpia állapotjelző, a következő összefüggés érvényes: $h = f(t,p)$, ami az állapotegyenlet egyik formája. Az egyenletet differenciálva: $dh = \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_p dt + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_t dp$.

Ha állapotváltozáskor a test nyomása nem változik: $dp = 0$ és $dh = \partial q$, a következő egyenlet érvényes: $\partial q = \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_p dt$.

Általánosan leírható, hogy: $dq = cdt$, ahol a c a test fajlagos hőkapacitása, a c_p pedig a test fajlagos hőkapacitása állandó nyomásnál:

$$c = c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_p.$$

[25] Azokat az állapotegyenleteket, melyek állapotjelzői energiát is tartalmaznak, például a belső energiát vagy az entalpiát, kalorikus állapotegyenleteknek is nevezik.

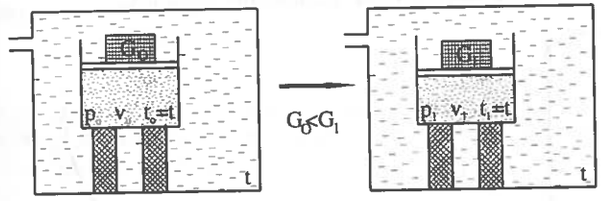
4. Ideális gázok 1

Az ideális gázok teljesen rugalmas molekulákból állnak, melyek között nem hatnak erők. Ezen kívül, a molekulák térfogata elhanyagolható a molekulák közötti térhez viszonyítva, így a molekulák egyenletesen elhelyezett anyagi pontokként kezelhetők. A magas hőmérsékletű és kis sűrűségű valós gázok ideális gáznak tekinthetők.

4.1. *Boyle-Mariotte törvénye*

átnézni

A vizsgált gáz legyen egy hővezetőképes edényben (az edény nem hőszigetelt), mely felső nyílását egy súrlódásmentesen mozgatható dugattyú zárja. A dugattyú G_i erővel van terhelve, mely terhelés nagysága szabadon változtatható (Ábra 9). Kezdő helyzetben a gáz állapotjelzői $p_0, v_0, t_0 = t$.



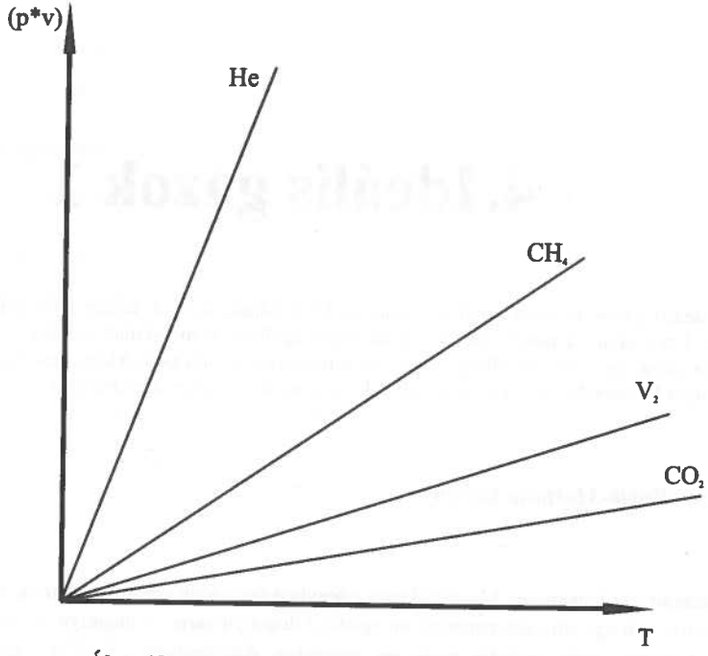
Ábra 9 *Boyle-Mariotte* törvénye

A terhelés változtatásával, változik a gáz nyomása és fajlagos térfogata. Mivel az edény jól vezeti a hőt, a gáz hőmérséklete változatlan, a gáz állapotjelzői pedig $p_1, v_1, t_1 = t$ (feltételezett a környezet állandó hőmérséklete).

Ezeket a kísérleteket egymástól függetlenül *Robert Boyle* (1662-ben) és *Edme Mariotte* (1676-ban) végezték. A kísérletek alapján arra a következtetésre jutottak, hogy a gáz állapotváltozása folyamán összefüggés van a nyomás és a fajlagos térfogat között és ezt az összefüggést a következő egyenlettel fejezték ki:

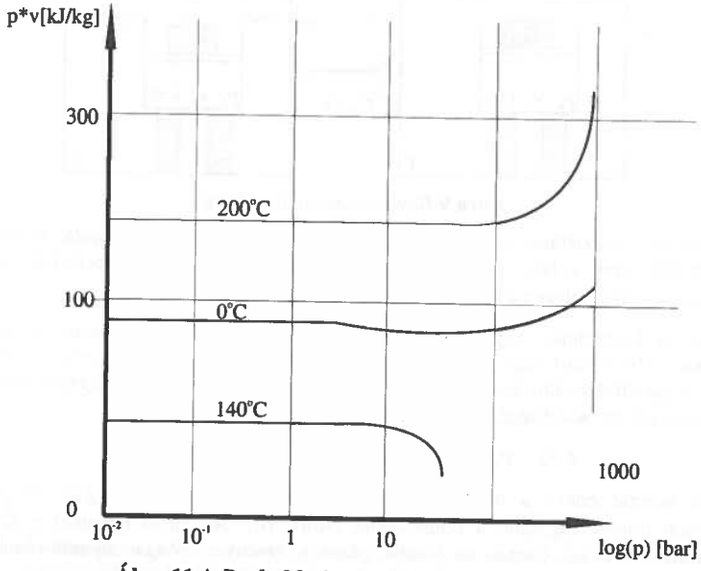
$$p_0 v_0 = p_1 v_1 = p_2 v_2 = p_3 v_3 = \ldots = p_n v_n \text{ ha } t = const.$$

A pv szorzat értéke a hőmérséklet függvényében változik: $pv = f(t)$ és annál nagyobb minél magasabb a hőmérséklet (Ábra 10). Az előző egyenlet a *Boyle-Mariotte* törvénye. Csakis az ideális gázokra érvényes. Magas nyomásoknál és alacsony hőmérsékleteknél az eltérések jelentősek lehetnek (Ábra 11).

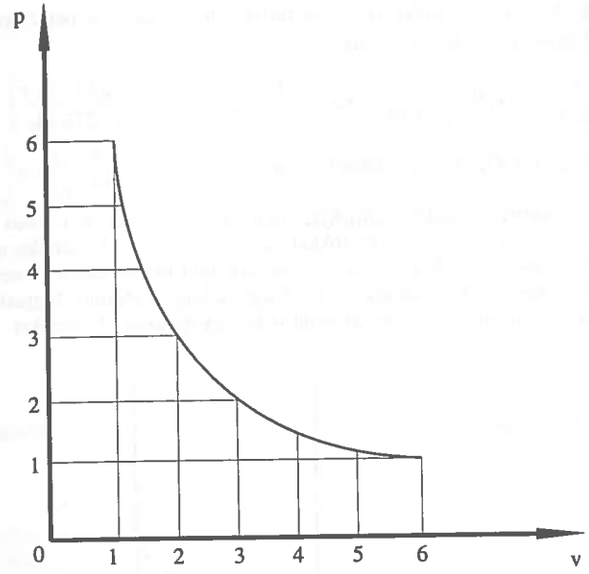


Ábra 10 *pv* szorzat értéke a hőmérséklet függvényében

A *pv* szorzat egyenlőoldalú hiperbola *t* paraméterrel (Ábra 12).



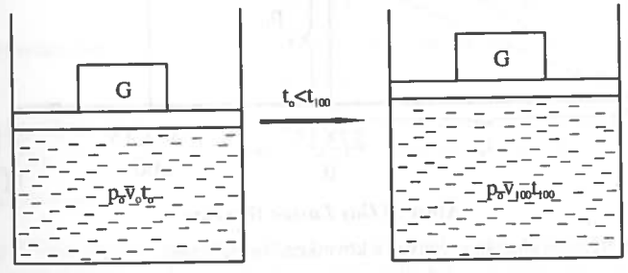
Ábra 11 A *Boyle-Mariotte* törvénytől való eltérés



Ábra 12 *pv* diagram

4.2. *Gay-Lussac törvénye*

A vizsgált gáz legyen egy hővezetőképes edényben (az edény nem hőszigetelt), mely felső nyílását egy súrlódásmentesen mozgatható dugattyúval zárja. A dugattyú állandó G erővel van terhelt (Ábra 13). Kezdő helyzetben a gáz állapotjelzői p_0, v_0, t_0.



Ábra 13 *Gay-Lussac* törvénye

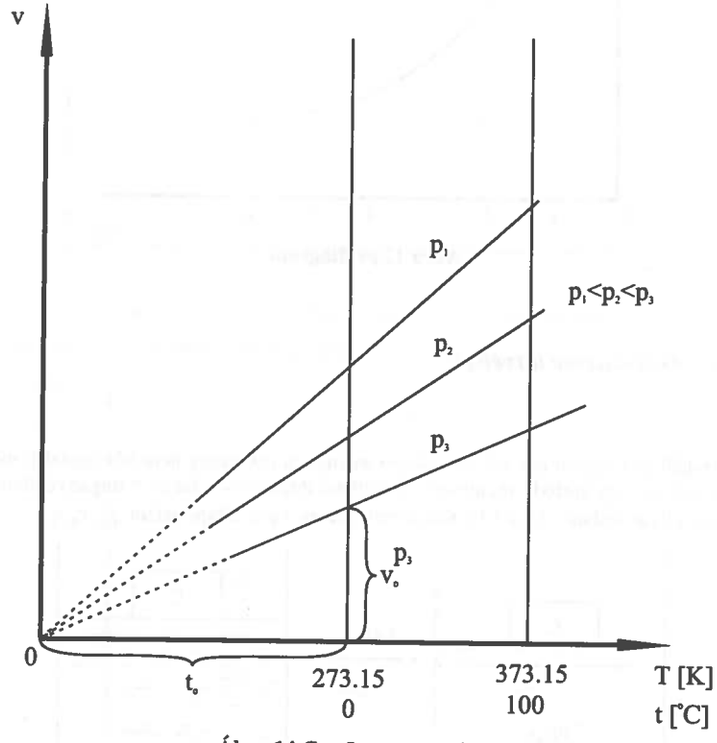
Ha a hőmérsékletet változtatva, például növelve, a gáz tágul. Mivel a terhelés állandó, a nyomás nem változik. 1802-ben *Joseph Louis Gay-Lussac* a gázt $t_0 = 0[^\circ C]$-tól $t_{100} = 100[^\circ C]$-ig hevítette és arra a következtetésre jutott, hogy állandó nyomásnál (az

ábrán, Ábra 14, a nyomás értéke p_3) a gáz fajlagos térfogata és hőmérséklete között a következő lineáris összefüggés érvényes:

$$v_{100} = v_0 + \frac{v_0 t_{100}}{273.15} = v_0(1+\frac{t_{100}}{273.15}) = v_0(\frac{273.15+t_{100}}{273.15}) \Rightarrow v = v_0\left(\frac{273.15+t}{273.15}\right),$$ illetve ha

a $273.15+t$ helyet T van írva, a következő írható le: $v = v_0\left(\frac{T}{273.15}\right) = v_0\left(\frac{T}{T_0}\right)$, ahol

a T azt a hőmérsékletskálát definiálja, mely kezdő pontja a *Celsius* skálához viszonyítva el van mozdítva 273.15 fokkal és mely egységének mértéke megfelel a *Celsius* skála egységeivel. Ezt a hőmérsékletet abszolút hőmérsékletnek nevezik[26] az egysége pedig *Kelvin*. A hőmérsékletkülönbség mindig egyforma, függetlenül attól melyik skála van alkalmazva, de az abszolút skála egyszerűsíti a képleteket.



Ábra 14 ***Gay Lussac*** **törvénye**

Az előbbi elemzés alapján érvényes a következő összefüggés:

$$\frac{v_0}{T_0} = \frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2} = \frac{v_3}{T_3} = ... = \frac{v_n}{T_n} \text{ ha } p = const.$$

[26] Az abszolút hőmérséklet a folytatásban lesz elemezve.

A $\frac{v}{T}$ értéke a nyomás függvényében változik: $\frac{v}{T} = f(p)$, és annál nagyobb minél alacsonyabb a nyomás. Az előbbi egyenlet a *Gay-Lussac* törvénye. Kizárólag az ideális gázokra érvényes. Magas nyomásoknál és alacsony hőmérsékleteknél az eltérések jelentősek lehetnek.

Ha a gáz állandó térfogaton van hevítve, a nyomás és a hőmérséklet között hasonló összefüggés tapasztalható mint a: $\frac{v_0}{T_0} = \frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2} = \frac{v_3}{T_3} = ... = \frac{v_n}{T_n}$ egyenletnél, így a következő írható le:

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} = ... = \frac{p_n}{T_n} \text{ ha } v = const^{27}.$$

4.3. *Ideális gázok állapotegyenlete (Clapeyron-féle egyenlet)*

A *Boyle-Mariotte* és a *Gay-Lussac* törvényei felhasználásával az ideális gázok általános állapotegyenlete: $f(p,v,t) = 0$.

A *Gay-Lussac* törvénye alapján a következő írható le: $\frac{v}{T} = f(p)$, illetve: $v = Tf(p)$.

Az egyenlet nyomással való szorzása után a következő: $pv = pTf(p) = Tf_1(p)$.

A *Boyle-Mariotte* törvénye alapján: $pv = \varphi(t) = \varphi(T-273.15) = \varphi_1(T)$.

Ez alapján belátható, hogy: $\varphi_1(T) = f_1(p)T$, ami arra a következtetésre vezet, hogy: $f_1(p) = const$, mert a $\varphi_1(T)$ kizárólag a hőmérséklet függvénye. Ezt az állandót R gázállandónak nevezik, melynek értéke a gáz fajtájától függ.

Az előbbiek alapján az ideális gázok állapotegyenlete a következő:

$$pv = RT.$$

Egy meghatározott mennyiségű gáznál az állapotegyenlet értéke:

$$pV = mRT.$$

Ha egy egységnyi állapotú gáz kezdő állapota p, v_1, t_1 és az állandó nyomás mellett van hevítve egy p, v_2, t_2 állapotig, akkor a gáz munkát végez, melynek értéke: $w_{1,2} = p\int_1^2 dv = p(v_2 - v_1)$. Ha: $pv_1 = RT_1$ és $pv_2 = RT_2$, akkor: $w_{1,2} = R(T_2 - T_1)$. Ha a gáz egy *Celsius*-fokkal vagy *Kelvinnel* hevül fel, a gáz által végzett munka értéke azonos a gázállandó értékével, illetve a gázállandó azt a munkát definiálja melyet

[27] Nem lesz külön bemutatva.

egységnyi tömegű gáz végez ha állandó nyomás mellett a hőmérsékletét egy *Celsius*-fokkal vagy *Kelvinnel* növelik. Ez alapján a gázállandó mértékegysége: $R_{...}\left[\frac{J}{kgK}\right]$[28].

[28] A gázállandó egysége a következő képlet alapján van kifejezve:

$$\frac{pv}{T} = R_{...}\left[\frac{\frac{N}{m^2}\cdot\frac{m^3}{kg}}{K}\right] = \left[\frac{\frac{kg\frac{m}{s^2}}{m^2}\cdot\frac{m^3}{kg}}{K}\right] = \left[\frac{m^2}{s^2K}\right] = \left[\frac{m^2}{s^2K}\cdot\frac{kg}{kg}\right] = \left[\frac{J}{kgK}\right].$$

5. Avodgadro törvénye

5.1. *Kilomól – individuális tömegegység*

A konyhasó (*NaCl*) keletkezésének kémiai reakcióját a következő egyenlettel lehet leírni: $22.991[kg]Na + 35.453[kg]Cl \rightarrow 58.444[kg]NaCl$. Kémiában, ezt az egyenletet a következőképen lehet leírni: $Na + Cl \rightarrow NaCl$, és az egyenlet olvasata: Egy kilomól nátrium és egy kilomól klór, egy kilomól nátrium-klorid-t ad, ami a kémiai reakció egyszerűsített leírása.

Az előbbiből arra lehet következtetni, hogy a kilomól $[kmol]$[29] tömegegység, de az értéke kilókban különböző anyagoknál eltérő. Ezért a kilomólt individuális tömegegységnek nevezik.

Mivel az atom tömegege A (molekuláknál a molekuláris tömeg M)[30] nátriumnál: $A_{Na} = 22.991$, klórnál pedig: $A_{Cl} = 35.453$, kiszámítható a nátrium-klorid molekuláris tömege: $M_{NaCl} = 58.444$. Ha az atom, illetve a molekuláris tömegeket összehasonlítják a $22.991[kg]Na + 35.453[kg]Cl \rightarrow 58.444[kg]NaCl$ egyenlettel, a követező képletet lehet leírni:

$$[kmol] = M(A)[kg],$$

ami azt mutatja, hogy egy kilomól valamilyen anyag annyi kilogramm anyag amennyi az anyag atom, illetve molekuláris tömege.

Mérések bebizonyították, hogy egy kilomól bármilyen anyag (a kémiai összetétel nem tesz különbséget) azonos számú molekulát tartalmaz. Ez a szám a *Loschmidt-Avogadro* féle állandó, értéke pedig: $N_0 = (6.023 \pm 0.011)\cdot 10^{26}\cdot\left[\frac{1}{kmol}\right]$. Ezzel

[29] Egy kilomól ezer mól: $1[kmol] = 1000[mol]$. Néha a $[kmol]$ egységjelölés helyett a $[Mol]$ jelölés van alkalmazva.

[30] Egy elem atomtömege az adott elem összes izotópjának súlyozott átlagos tömege. Egysége az *ATE* (atomi tömegegység), ami a ^{12}C izotópjának az 1/12-ed része, és $1{,}66\cdot 10^{-27}$kg-t tesz ki, szóval az atomtömeg, illetve a molekuláris tömeg az a szám, mely mutatja mennyivel nagyobb a vizsgált atom vagy molekula tömege az előbb definiált tömegtől.

magyarázható az: $Na + Cl \rightarrow NaCl$ képlet, mely azt mutatja, hogy egy atom nátrium és egy atom klór kémiai reakció eredményeként egy molekula nátrium-klorid keletkezik. Egy kilomól esetén megközelítőleg $6.023 \cdot 10^{26}$ molekuláról van szó.

5.2. *Avogadro törvénye*

Joseph Louis Proust meghatározta, hogy a kémiai elemek mindig egyszerű tömegarányokban vegyülnek (például, nem lehet egy kiló hidrogént szabadon választott tömegű oxigénnel vegyíteni, hanem csak nyolc kiló oxigénnel, amikor kilenc kiló vízpára keletkezik, vagy tizenhat kiló oxigénnel, amikor tizenhét kiló hidrogén-peroxid keletkezik).

Gay-Lussac meghatározta, hogy két gáz nem csak egyszerű tömegarányban vegyül, hanem egyszerű térfogatarányban is, ha azonos nyomáson és hőmérsékleten van. A tömegarány és a térfogatarány nem azonosak (például $: 1[m^3]H_2 + \frac{1}{2}[m^3]O_2 = 1[m^3]H_2O$ vagy $1[m^3]H_2 + 1[m^3]O_2 = 1[m^3]H_2O_2$).

1811-ben *Avogadro* feltételezte, hogy a gázok molekulákból állnak és az előzőleg ismertetett meghatározásokat egy hipotézissel magyarázta. A hipotézis feltételezi, hogy azonos térfogatban, azonos nyomáson és hőmérsékleten minden gáz azonos számú molekulát tartalmaz. Ez a hipotézis az *Avogadro* törvénye.

Ha a gázok azonos hőmérsékleten és nyomáson azonos térfogatban azonos számú molekulát tartalmaznak, akkor a gázok tömegarányai megfelelnek moláris tömegarányaiknak[31]. Mivel a térfogatok azonosak, a gázok sűrűsége pedig: $\rho = \frac{m}{V}$, arra lehet következtetni, hogy a gázok sűrűségének arányai azonosak a gázok fajlagos térfogatainak arányaival, és ezek az arányok megegyeznek a moláris tömegarányokkal. Két gázra a következő arány írható fel: $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{M_1}{M_2}$ vagy: $\frac{v_2}{v_1} = \frac{M_1}{M_2} \Rightarrow M_1 v_1 = M_2 v_2 = V_{(1kmol)}[\frac{m^3}{kmol}]$. Ez a szorzat a moláris térfogat, mely azt a térfogatot definiálja melyet egy kilomól gáz foglal el. Normális fizikai feltételek alatt ($p = 760[mmHg], t = 0[^\circ C]$) a moláris térfogat értéke: $V_{(1kmol)} = 22.4\left[\frac{m^3}{kmol}\right]$.

Az a tény, hogy egy kilomól bármilyen gáz azonos nyomáson és hőmérsékleten azonos teret foglal el, ahogy az később látható lesz, nagymértékben könnyíti a termodinamikai számításokat.

---

[31] A moláris tömeg $M \ldots [\frac{kg}{kmol}]$ egy kilomól tömegét definiálja. Értéke azonos az atom-, illetve a molekuláris tömeg értékével, ahol az atom-, illetve a molekuláris tömegnek nincsen mértékegysége.

5.3. *Univerzális gázállandó*

átírni

Figyelembe véve az *Avogadro* törvényét, mely alapján azonos térfogatokban, azonos nyomásokon és hőmérsékleteken, a gázok azonos számú molekulát tartalmaznak, arra lehet következtetni, hogy egy kilomól bármilyen gáz azonos feltételek alatt azonos teret foglal el: $V_{1(1kmol)} = V_{2(1kmol)} = V_{3(1kmol)} = \ldots = V_{n(1kmol)}$.

Több gázra az állapotegyenletek egy kilomólnyi mennyiségre a következő formában írhatók le:

$pV_{1(1kmol)} = M_1 R_1 T$

$pV_{2(1kmol)} = M_2 R_2 T$

$pV_{3(1kmol)} = M_3 R_3 T$, ahol az M_i a megfelelő gáz moláris tömege. Az előbbi

...

$pV_{n(1kmol)} = M_n R_n T$

egyenletek alapján a következő írható le:

$$M_1 R_1 = M_2 R_2 = M_3 R_3 = \ldots = M_n R_n = \Re.$$

Az MR szorzat egy állandó és minden gáznál azonos az értéke. Univerzális gázállandónak nevezik.

Ha az állapotegyenletet az univerzális gázállandó segítségével fejezik ki, a következő írható le: $pV_{(1kmol)} = \Re T$, illetve:

$$pV = n\Re T,$$

ahol az n a gáz mennyisége kilomólokban kifejezve. Az univerzális gázállandó értéke: $\Re = 83147\left[\frac{J}{kmol \cdot K}\right]$.

Az előbbi egyenletek csak ideális gázok esetében érvényesek. Valós gázoknál az eltérések annál nagyobbak, minél alacsonyabb a gáz hőmérséklete és nagyobb a sűrűsége.

6. Gázkeverékek

A műszaki alkalmazásokban rendszerint gázkeverékekkel lehet találkozni (például, a levegő a nitrogén, oxigén és más gázok keveréke, belsőégésű motoroknál pedig az elégetett munkaközeg benzinpára és levegő keveréke...).

Ha a keverék n komponensből áll, minden komponens V_i térfogata megegyezik a keverék V térfogatával: $V_1 = V_2 = V_3 = ... = V_n = V$, hőegyensúly esetén pedig minden komponens T_i hőmérséklete megegyezik a keverék T hőmérsékletével: $T_1 = T_2 = T_3 = ... = T_n = T$.

6.1. *Dalton törvénye*

Ami a nyomásokat illeti, *John Dalton* feltételezte, hogy minden komponens az egész térfogatot kitölti, egy komponens nyomása pedig tömegének és a hőmérsékletének függvénye. A komponens nyomása az a nyomás, mely alatt a komponens önállóan foglalná el a térfogatot. A komponens nyomása alacsonyabb a keverék nyomásánál és p_i parciális nyomásnak nevezik. Ha a komponens tömege a keverékben nagyobb, nagyobb a parciális nyomása. A többi komponens nyomása nincsen semmilyen kihatással a komponens parciális nyomására (mintha a többi komponens nem létezne). A keverék nyomása a komponensek parciális nyomásainak az összege:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + ... + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i ,$$

és ez a *Dalton* törvénye.

6.2. *A gázkeverék tömeg- és térfogat-összetétele*

Ahhoz, hogy a gázkeverék jellemzőit meg lehessen határozni, a térfogaton, nyomáson, hőmérsékleten és tömegen kívül ismerni kell a keverék összetételét.

6.2.1. A keverék tömegösszetétele

Ha az m_i a keverék komponensének tömege, akkor az n komponensből álló keverék tömege: $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$. A képletet az m tömeggel osztva: $\sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{m} = 1$. Ha: $\frac{m_i}{m} = g_i$ a komponens tömegarányát képezi a keverékben, akkor: $\sum_{i=1}^{n} g_i = 1$. A g_i értékeket ismerve a keverék összetétele ismertnek tekinthető.

6.2.2. A keverék térfogat-összetétele

A keverék komponenseinek parciális nyomásai p_i értékűek. Ha mindegyik gázkomponenst el lehetne választani és azokat össze lehetne nyomni a keverék p nyomására azzal, hogy a T hőmérséklet ne változzon, akkor a komponensek nem a keverék V térfogatát foglalnák el, hanem annál kisebb V_i térfogatot. A teljes térfogat változatlan maradna: $V = \sum_{i=1}^{n} V_i$. A képletet a V teljes térfogattal osztva: $\sum_{i=1}^{n} \frac{V_i}{V} = 1$. Ha: $\frac{V_i}{V} = z_i$ a komponens térfogatarányát képezi a keverékben, akkor: $\sum_{i=1}^{n} z_i = 1$. A z_i értékeket ismerve a keverék összetétele ismertnek tekinthető.

6.2.3. A térfogat tömegösszetételének meghatározása ha ismert a térfogat-összetétel

Ha valamennyi komponens nyomása és hőmérséklete azonos, akkor egy komponens tömege a következőképpen definiálható: $m_i = \rho_i V_i$, illetve a tömegarány:

$$g_i = \frac{m_i}{m} = \frac{\rho_i V_i}{\rho V} = \frac{z_i \rho_i}{\rho} .$$

Ha a keverék tömege: $m = \rho V = \sum_{i=1}^{n} m_i = \sum_{i=1}^{n} \rho_i V_i$, a következő írható le: $\rho = \sum_{i=1}^{n} \rho_i \frac{V_i}{V} = \sum_{i=1}^{n} \rho_i z_i$. Egy kilomól gázra mely $V_{(1kmol)}$ térfogatot foglal el: $\rho_i = \frac{M_i}{V_{(1kmol)}}$, ami alapján az következik, hogy: $\rho = \frac{1}{V_{(1kmol)}} \sum_{i=1}^{n} M_i z_i$.

Az előbbi képleteket behelyettesítve a: $g_i = \frac{z_i \rho_i}{\rho}$ egyenletbe:

$$g_i = \frac{z_i \frac{M_i}{V_{(1kmol)}}}{\frac{1}{V_{(1kmol)}} \sum_{i=1}^{n} M_i z_i} = \frac{M_i z_i}{\sum_{i=1}^{n} M_i z_i} = \frac{M_i z_i}{M_s}.$$

A: $\sum_{i=1}^{n} M_i z_i = M_s$, a gázkeverék úgynevezett látszólagos moláris tömege.

6.2.4. A gázkeverék térfogat-összetétele ha ismert a tömegösszetétel

Legyen a komponens térfogataránya: $z_i = \frac{V_i}{V}$, fajlagos térfogata pedig: $v_i = \frac{V_i}{m_i}$, ha valamennyi komponens nyomása és hőmérséklete azonos, a keverék fajlagos térfogata pedig: $v = \frac{V}{m}$. Ez alapján:

$$z_i = \frac{V_i}{V} = \frac{m_i v_i}{mv} = g_i \frac{v_i}{v}.$$

Legyen a keverék térfogata: $V = mv = \sum_{i=1}^{n} m_i v_i$. Ekkor: $v = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{m} v_i = \sum_{i=1}^{n} g_i v_i$. Ha az előbbi képletet behelyettesítve a: $z_i = g_i \frac{v_i}{v}$ egyenletbe: $z_i = \frac{g_i v_i}{\sum_{i=1}^{n} g_i v_i}$.

Egy kilomól gázra mely $V_{(1kmol)}$ térfogatot foglal el: $v_i = \frac{V_{(1kmol)}}{M_i}$, ami alapján:

$$z_i = \frac{g_i \frac{V_{(1kmol)}}{M_i}}{\sum_{i=1}^{n} g_i \frac{V_{(1kmol)}}{M_i}} = \frac{\frac{g_i}{M_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{g_i}{M_i}}.$$

6.2.5. A keverék gázállandója ha ismert a tömegösszetétel

Az m tömegű és V térfogatú keverék nyomása és hőmérséklete legyen p és T. Ha a keverék homogén (a komponensek jól össze vannak keverve), a keverék állapotegyenlete a következő formában definiálható: $pV = mR_sT$, ahol az R_s a

$$p_1V = m_1R_1T$$
$$p_2V = m_2R_2T$$
$$p_3V = m_3R_3T$$
$$\dots$$
$$p_nV = m_nR_nT$$

keverék gázállandója. A komponensek állapotegyenletei a következők:

Az előbbi egyenleteket összeadva: $\left(\sum_{i=1}^{n} p_i\right)V = \left(\sum_{i=1}^{n} m_i R_i\right)T$. Mivel a *Dalton* törvénye alapján: $\sum_{i=1}^{n} p_i = p$, és: $\sum_{i=1}^{n} m_i R_i = mR_s$, a keverék gázállandója a következőképen határozható meg:

$$R_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i R_i}{m} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{m} R_i = \sum_{i=1}^{n} g_i R_i.$$

6.2.6. Parciális nyomások ha ismert a tömegösszetétel

Egy komponensre az állapotegyenlet: $p_iV = m_iR_iT$, keverékre pedig: $pV = mR_sT$. Az egyenletek osztása után:

$$p_i = pg_i \frac{R_i}{R_s}.$$

6.2.7. Parciális nyomások ha ismert a térfogat-összetétel

Az állapotegyenlet egy komponensre: $p_iV = m_iR_iT$. Ha a komponens p nyomásra van összenyomva, akkor az állapotegyenlet: $pV_i = m_iR_iT$. Az egyenletek osztása után: $\frac{p_iV}{pV_i} = 1$, illetve:

$$p_i = \frac{V_i}{V} p = z_i p.$$

6.2.8. A keverék fajlagos hőkapacitása

A keverék c_s fajlagos hőkapacitásának meghatározásához, a komponensek c_i fajlagos hőkapacitásainak és a keverék összetételének (g_i vagy z_i) ismerete szükséges.

Ahhoz, hogy az m tömegű keverék hőmérséklete dt értékkel növekedjen, a keverékkel: $\partial q = mc_s \cdot dt$ hőenergiát kell közölni. A komponensek hevítésére külön-külön: $\partial q_i = m_i c_i \cdot dt$ hőenergiát kell közölni, illetve az egész keverékkel: $mc_s \cdot dt = \sum_{i=1}^{n} m_i c_i \cdot dt$. Ez alapján:

$$c_s = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i c_i}{m} = \sum_{i=1}^{n} g_i c_i .$$

A: $g_i = \frac{M_i z_i}{\sum_{i=1}^{n} M_i z_i} = \frac{M_i z_i}{M_s}$ alapján pedig:

$$c_s = \sum_{i=1}^{n} \frac{M_i z_i}{M_s} c_i = \frac{1}{M_s} \sum_{i=1}^{n} M_i z_i c_i .$$

A fajlagos hőkapacitás és a moláris tömeg szorzata definiálja a moláris fajlagos hőkapacitást: $C = Mc \ldots \left[\frac{kg}{kmol} \cdot \frac{J}{kgK}\right] = \left[\frac{J}{kmolK}\right]$.

A keverék moláris fajlagos hőkapacitása: $C_s = M_s c_s = \sum_{i=1}^{n} M_i z_i c_i$, illetve:

$$C_s = \sum_{i=1}^{n} z_i C_i ,$$

ahol C_i a komponens moláris fajlagos hőkapacitása.

7. Ideális gázok 2

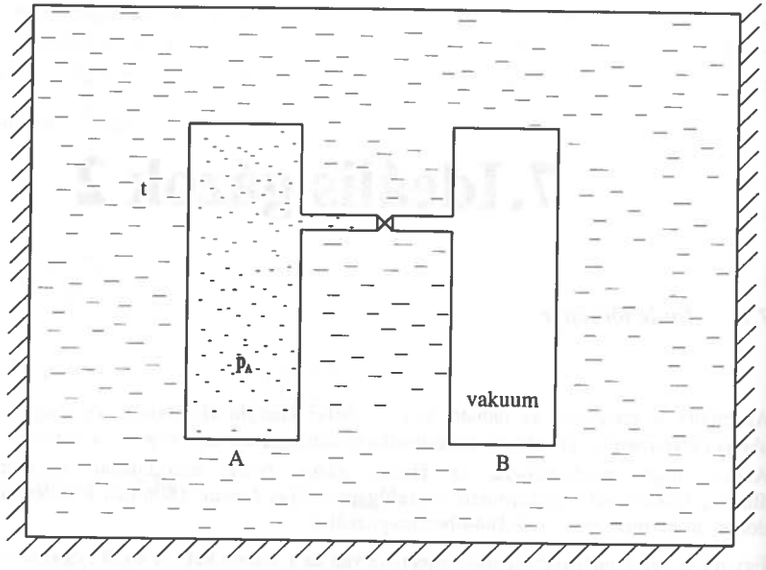
7.1. *Joule törvénye*

Az előbbi fejezetekben az látható, hogy a belső energia állapotjelző és, hogy ez alapján érvényesek a következő funkcionális összefüggések: $u = f(p,t)$, $u = f(v,t)$... Ahhoz, hogy meghatározza az ideális gázok belső energiájának a többi állapotjelzőkkel való funkcionális összefüggését, *Gay-Lussac* 1806-ban kísérleteket dolgozott ki, melyeket *Joule* 1844-ben megismételt.

Egy jól szigetelt edényben (kaloriméter) víz van és a vízben két (A és B) egymással összekötött tartály van elhelyezve. Az összeköttetés szeleppel szabályozható (nyitható és zárható). Az A tartályban levegő van p_A nyomáson, a B tartályban pedig vákuum van (Ábra 15). Ha a szelep kinyílik, a levegő az egyik tartályból a másikba áramlik. A levegő nagyobb térfogatot foglal el (tágul), ezért az A tartályban lehűl a B tartályban pedig hevül (összenyomódik). Az áramlás a nyomások kiegyenlítése után megszűnik.

Mivel a vízzel töltött edény a környezettől szigetelt, nincsen hőcsere a környezettel, és nincsen munkavégzés a környezet ellen. A termodinamika első főtétele alapján a vizsgált rendszerre (víz és levegő) a következő képlet írható le: $Q_{1,2} = U_2 - U_1 + W_{1,2} = 0 \Rightarrow U_1 = U_2$. Ez azt jelenti, hogy a rendszer belső energiája nem változik. A víz hőmérsékletét mérve, azt lehet tapasztalni, hogy a kísérlet alatt nem változik. Mivel a rendszer belső energiája nem változik és a hőmérséklet sem változik (a víz belső energiája), arra lehet következtetni, hogy a levegő belső energiája sem változik.

Általános esetben, a testek molekulái között kohéziós erők hatnak. Ahhoz, hogy a molekulák egymástól eltávolodjanak (a kísérlet alatt a levegő nagyobb térfogatot foglal el) munkát kellene végezni, ami a molekulák potenciális energiáját növelné. Ezt a munkát valamilyen energiából kellene elnyerni. A levegő belső energiája két részből áll, potenciális és kinetikus energiából. Ha a potenciális energia nő, az a kinetikus energia csökkenését eredményezi, ami a levegő lehűléséhez vezetne. A kísérlet alatt a levegő hőmérséklete változatlan maradt (mert a víz hőmérséklete sem változott), ami azt jelenti, hogy semmilyen munkavégzés nincsen a molekulák eltávolodásakor. Ez azt jelenti, hogy a potenciális energia nem függ sem a térfogattól, sem pedig a sűrűségtől. Az ideális gázoknál a molekulák között nem hatnak erők.



Ábra 15 Joule-féle kísérlet

A kísérlet megmutatta, hogy ideális gázok esetén a: $u = f(v,t)$ összefüggés nem érvényes, mert nem történt belsőenergia változás a térfogatváltozáskor, így a következő összefüggés érvényes:

$$u = f(t).$$

Ez azt jelenti, hogy ideális gázok esetében a belső energia csak a hőmérséklettől függ, a nyomástól és a térfogattól pedig nem. Ez a *Joule* törvénye.

7.2. *Ideális gázok fajlagos hőkapacitása*

Korábban bemutatott, hogy ha a térfogat változatlan: $dv = 0$, akkor a termodinamika első főtétele alapján: $\partial q = du + \partial w = du + pdv$, a következő írható le: $\partial q = du$. Mivel a belső energia: $u = f(t,v)$ differenciálása után: $du = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_v dt + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_t dv$ a következő írható le: $du = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_v dt$, ez alapján pedig a következő: $\partial q = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_v dt$. A: $\partial q = cdt$ képlet alapján:

$$\partial q = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_v dt = cdt = c_v dt.$$

Ha a nyomás változatlan: $dp = 0$, akkor a termodinamika első főtétele alapján: $\partial q = dh - vdp$, a következő írható le: $\partial q = dh$. Mivel az entalpia: $h = f(t,p)$ differenciálása után: $dh = \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_p dt + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_t dp$, így: $dh = \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_p dt$, ez alapján pedig: $\partial q = \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_p dt$. A: $\partial q = cdt$ képlet alapján:

$$\partial q = \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_p dt = cdt = c_p dt.$$

Mivel: $dh = du + d(pv) = du + pdv + vdp$, állandó nyomásnál pedig: $dh = du + pdv$, így: $\partial q = \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_p dt = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_p dt + p\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_p dt = c_p dt$.

Mivel ideális gázok esetén a belső energia csak a hőmérséklet függvénye, arra lehet következtetni, hogy:

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_v = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_p = \frac{du}{dt},$$

és ez alapján: $c_p = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_p + p\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_p = \frac{du}{dt} + p\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_p$, illetve:

$$c_p = c_v + p\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_p.$$

Ideális gázok esetén az állapotegyenlet alapján: $pv = RT$, állandó nyomáson való differenciálás után, ha: $dt = dT$:

$$pdv + vdp = Rdt \Rightarrow (pdv = Rdt)_p \Rightarrow \left(\frac{dv}{dt}\right)_p = \frac{R}{p}.$$

Végül az előbbi képletek alapján: $c_p = c_v + p\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_p = c_v + p\frac{R}{p} = c_v + R$, illetve:

$$c_p - c_v = R.$$

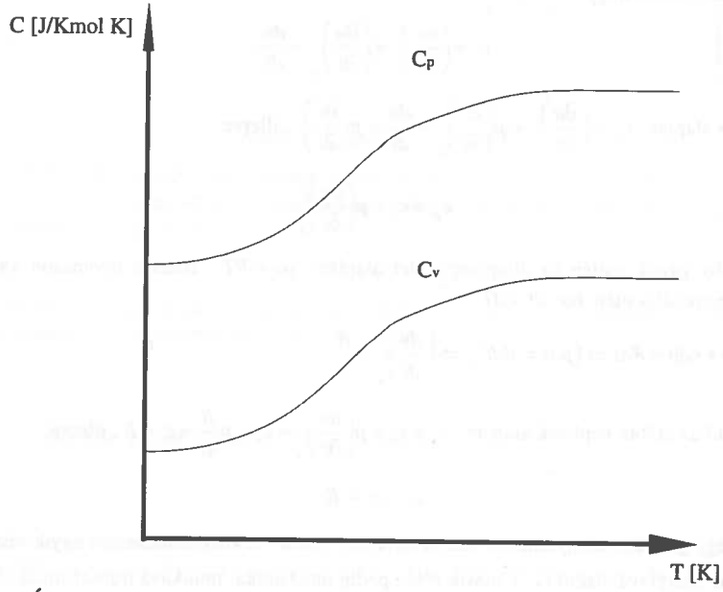
Ha egy gáz állandó nyomáson van hevítve (c_p), akkor a közölt hőenergia egyik része belső energiává alakul (c_v), másik része pedig mechanikai munkává transzformálódik (R). Az előbbi példa alapján arra lehet következtetni, hogy a fajlagos hőkapacitás nem csak a vizsgált gáztól függ, hanem az állapotváltozás típusától is. Emiatt gázoknál az állapotváltozás típusától függően különböző fajlagos hőkapacitások definiálhatók. A c_p és c_v a két leggyakrabban alkalmazott fajlagos hőkapacitás.

7.2.1. Moláris fajlagos hőkapacitás

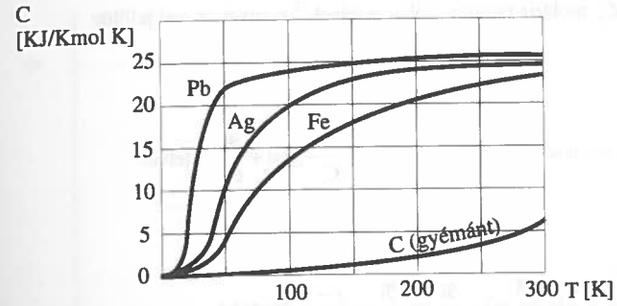
Ha a fajlagos hőkapacitás kilomólokra vonatkozik, akkor C moláris fajlagos hőkapacitásról lehet beszélni: $C_p = Mc_p \ldots \left[\frac{J}{kmolK}\right]$ és $C_v = Mc_v \ldots \left[\frac{J}{kmolK}\right]$. Ez alapján a következőt lehet leírni: $C_p - C_v = Mc_p - Mc_v = MR$, illetve:

$$C_p - C_v = \Re,$$

ami azt mutatja, hogy a moláris fajlagos hőkapacitások különbsége független a vizsgált gáz fajtájától és állandó. Ez a tény nagy fontosságú, mert a C_p könnyen meghatározható kísérletek segítségével, és ez alapján a C_v az előbbi képlet alapján könnyen kiszámítható. A képlet arra is utal, hogy a moláris fajlagos hőkapacitások különbsége hőmérséklet független (Ábra 16), míg a hőkapacitások önmagukban a hőmérséklet függvényében változnak (Ábra 17).

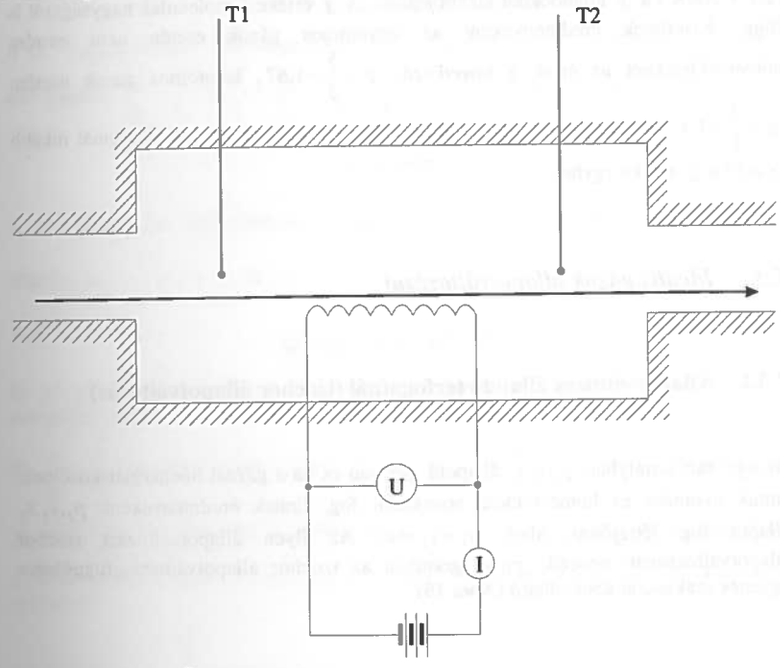


Ábra 16 Moláris fajlagos hőkapacitások a hőmérséklet függvényében



Ábra 17 Moláris fajlagos hőkapacitások a hőmérséklet függvényében

A C_p a gázok áramlásakor mérhető. Ha egy csővezetékben fűtőtest van elhelyezve (például egy elektromos fűtőtest melytől az elvont hőenergia egyszerűen mérhető), és ha a csővezetékben meghatározott gázmennyiség áramlik, mérhető az áramló gáz hőmérsékletváltozása és ez alapján meghatározható a gáz fajlagos hőkapacitása állandó nyomás alatt (Ábra 18).



Ábra 18 Fajlagos hőkapacitás meghatározása

A C_p és C_v moláris fajlagos hőkapacitások[32] arányát χ-val jelölik:

$$\chi = \frac{C_p}{C_v}.$$

Az előbbi képletek alapján: $\chi = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + \Re}{C_v} = 1 + \frac{\Re}{C_v}$, illetve:

$$C_v = \frac{\Re}{\chi - 1},$$

és: $\frac{1}{\chi} = \frac{C_v}{C_p} = \frac{C_p - \Re}{C_p} = 1 - \frac{\Re}{C_p} \Rightarrow \frac{\Re}{C_p} = \frac{\chi - 1}{\chi}$, továbbá:

$$C_p = \frac{\Re\chi}{\chi - 1}.$$

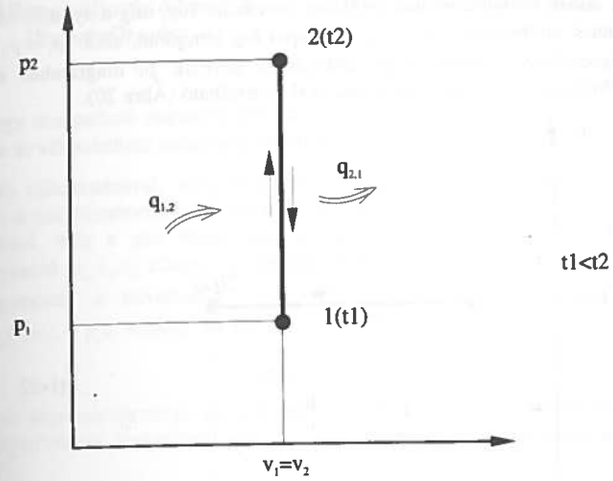
Mivel az ideális gázok hőkapacitásai a hőmérséklet függvényében változnak, így a χ is változik a hőmérséklet változásával. Kisebb hőmérsékletváltozásoknál ($\Delta T < 200K$) a χ állandóként alkalmazható. A χ értéke a molekulák nagyságától is függ. Kísérletek eredményeként az egyatomos gázok esetén nem extrém hőmérsékleteknél az érték a következő: $\chi = \frac{5}{3} = 1.67$, kétatomos gázok esetén: $\chi = \frac{7}{5} = 1.4$. Minél több atomot tartalmaznak a vizsgált gáz molekulái, annál inkább közelít a χ értéke egyhez.

7.3. *Ideális gázok állapotváltozásai*

7.3.1. Állapotváltozás állandó térfogatnál (izochor állapotváltozás)

Ha egy zárt tartályban p_1, v_1, t_1 állapotú gáz van és ha a gázzal hőenergiát közölnek, annak nyomása és hőmérséklete növekedni fog. Ennek eredményeként p_2, v_2, t_2 állapot fog létrejönni, ahol: $v_1 = v_2 = v$. Az ilyen állapotváltozást izochor állapotváltozásnak nevezik. pv diagramban az izochor állapotváltozás függőleges egyenes szakasszal ábrázolható (Ábra 19).

[32] A fejezetben továbbra is a moláris fajlagos hőkapacitások lesznek használva, de a képletek érvényesek a fajlagos hőkapacitásokra is.



Ábra 19 Izochor állapotváltozás

A két vizsgált állapot állapotegyenletei a következők: $p_1 v = RT_1$, illetve: $p_2 v = RT_2$, ami alapján: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \ldots = \frac{p_i}{T_i} = const$, illetve:

$$\frac{p}{T} = const.$$

A termodinamika első főtétele alapján: $q_{1,2} = u_2 - u_1 + w_{1,2}$, és mivel a térfogat állandó: $w_{1,2} = \int_{v_1}^{v_2} p dv = 0$, illetve:

$$q_{1,2} = u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1).$$

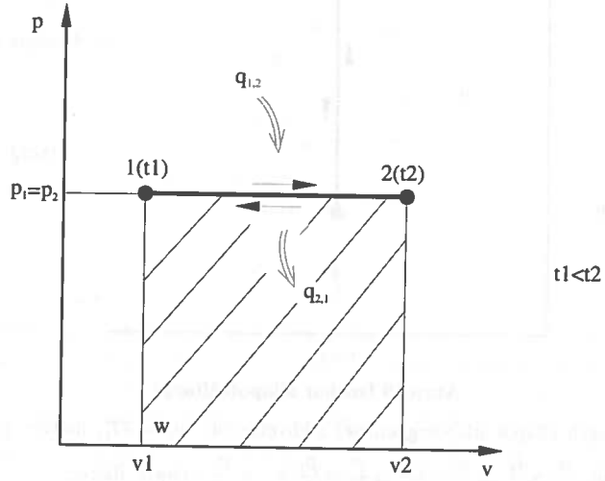
Ez azt jelenti, hogy a rendszerrel közölt hőenergia teljes egészében a rendszer belső energiáját növeli.

A: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$ képletet másként írva: $\frac{p_2}{p_1} - 1 = \frac{T_2}{T_1} - 1 \Rightarrow \frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$, és ha ezt a: $q_{1,2} = c_v(T_2 - T_1)$ egyenletbe helyettesítve: $q_{1,2} = c_v(p_2 - p_1)\frac{T_1}{p_1}$, ami azt mutatja, hogy a rendszerrel hőt közölve a nyomás növekszik, a rendszertől hőt vonva el, a nyomás csökken.

7.3.2. Állapotváltozás állandó nyomásnál (izobár állapotváltozás)

Ha egy mozgatható dugattyús hengerben (a dugattyú súrlódásmentesen mozoghat és állandó terheléssel van terhelve) p_1, v_1, t_1 állapotú gáz van és a gázzal hőenergiát

közölnek, annak térfogata és hőmérséklete növekedni fog, míg a nyomás változatlan marad. Ennek eredményeként p_2, v_2, t_2 állapot fog létrejönni, ahol: $p_1 = p_2 = p$. Az ilyen állapotváltozást izobár állapotváltozásnak nevezik. pv diagramban az izobár állapotváltozás vízszintes egyenes szakasszal ábrázolható (Ábra 20).



Ábra 20 Izobár állapotváltozás

A két vizsgált állapot állapotegyenletei a következők: $pv_1 = RT_1$, illetve: $pv_2 = RT_2$, ami alapján: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2} = ... = \frac{v_i}{T_i} = const$, illetve:

$$\frac{v}{T} = const.$$

A termodinamika első főtétele alapján: $q_{1,2} = u_2 - u_1 + w_{1,2}$, ahol az elvégzett munka: $w_{1,2} = \int_{v_1}^{v_2} pdv = p\int_{v_1}^{v_2} dv = p(v_2 - v_1)$, illetve:

$q_{1,2} = u_2 - u_1 + p(v_2 - v_1) = c_v(T_2 - T_1) + R(T_2 - T_1) = (c_v + R)(T_2 - T_1) = c_p(T_2 - T_1)$, ami alapján:

$$q_{1,2} = h_2 - h_1.$$

A képlet alapján arra lehet következtetni, hogy a gázzal közölt hőenergia teljes egészében a gáz entalpiáját növeli.

A: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}$ képletet másként írva: $\frac{v_2}{v_1} - 1 = \frac{T_2}{T_1} - 1 \Rightarrow \frac{v_2 - v_1}{v_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$, és ezt behelyettesítve a: $q_{1,2} = c_p(T_2 - T_1)$ képletbe: $q_{1,2} = c_p(v_2 - v_1)\frac{T_1}{p_1}$, ami azt mutatja, hogy ha a gázzal hőenergiát közölnek, akkor annak térfogata növekszik, ha pedig a gáztól hőenergiát vonnak el, akkor annak térfogata csökken.

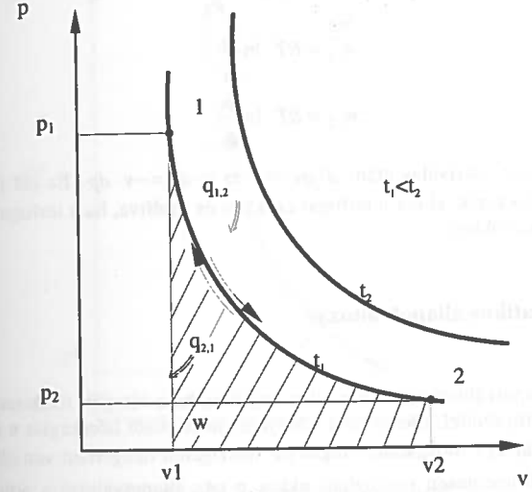
7.3.3. Állapotváltozás állandó hőmérsékletnél (izotermikus állapotváltozás)

Legyen egy mozgatható dugattyús hővezető hengerben (a dugattyú súrlódásmentesen mozoghat és változtatható terheléssel van terhelve) p_1, v_1, t_1 állapotú gáz.

A terhelés változtatásával, változik a gáz nyomása és térfogata. Mivel a henger jó hővezető, a gáz hőmérséklete állandó. A gáz összenyomásakor, a gáztól hőenergiát kell elvonni, míg a gáz tágulásakor a gázzal hőenergiát kell közölni. Ennek eredményeként p_2, v_2, t_2 állapot fog létrejönni, ahol: $t_1 = t_2 = t$. A két vizsgált állapot állapotegyenletei a következők: $p_1v_1 = RT$, illetve: $p_2v_2 = RT$, ami alapján: $p_1v_1 = p_2v_2 = ... = p_iv_i = const$, illetve:

$$pv = const.$$

Ez a *Boyle-Mariotte* törvénye. pv diagramban, az izotermikus állapotváltozás egyenlő oldalú hiperbolával ábrázolható, ahol a diagram tengelyei a hiperbola aszimptotái (Ábra 21).



Ábra 21 Izotermikus állapotváltozás

A termodinamika első főtétele alapján: $q_{1,2} = u_2 - u_1 + w_{1,2}$, és mivel a hőmérséklet állandó, a belső energia nem változik: $u_2 - u_1 = 0$, illetve: $q_{1,2} = w_{1,2}$, ami azt jelenti, hogy a közölt hő teljes egészében munkavégzésre fordítódik.

Izotermikus állapotváltozásnál a munkát: $w_{1,2} = \int_{v_1}^{v_2} pdv$ a következő eljárással lehet meghatározni. Izotermikus állapotváltozásnál a következő írható le: **Error! Objects**

cannot be created from editing field codes., és ez alapján: $p = \frac{p_1 v_1}{v}$. Ezt behelyettesítve a: $w_{1,2} = \int_{v_1}^{v_2} p dv$ egyenletbe: $w_{1,2} = \int_{v_1}^{v_2} \frac{p_1 v_1}{v} dv = p_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v}$, illetve:

$$w_{1,2} = p_1 v_1 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

A: $p_1 v_1 = p_2 v_2 = RT$ képlet alapján, a munka több képlettel is meghatározható:

$$w_{1,2} = p_1 v_1 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$w_{1,2} = p_2 v_2 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$w_{1,2} = p_1 v_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$w_{1,2} = p_2 v_2 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$w_{1,2} = RT \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$w_{1,2} = RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Mivel: $pv = const$, deriválás után: $d(pv) = 0 \Rightarrow p \cdot dv = -v \cdot dp$. Ez azt jelenti, hogy ha a nyomás növekszik, akkor a térfogat csökken és fordítva, ha a térfogat növekszik, akkor a nyomás csökken.

7.3.4. Adiabatikus állapotváltozás

Adiabatikus állapotváltozásról akkor lehet beszélni, ha a vizsgált rendszer nem közöl hőenergiát a környezettel, illetve ha a környezet nem közöl hőenergiát a rendszerrel: $q_{1,2} = 0$. Ha a gáz egy mozgatható dugattyús hőszigetelt hengerben van elhelyezve (a dugattyú súrlódásmentesen mozoghat) akkor a gáz állapotváltozása adiabatikus. A vizsgált állapotváltozás p_1, v_1, t_1 és p_2, v_2, t_2 állapotok között zajlik.

A termodinamika első főtétele alapján a következő írható:

$\partial q = du + \partial w = du + p \cdot dv = 0 \Rightarrow c_v \cdot dT + p \cdot dv = 0$. A: $pv = RT$ állapotegyenlet differenciálása után: $p \cdot dv + v \cdot dp = R \cdot dT \Rightarrow dT = \frac{p \cdot dv + v \cdot dp}{R}$. Ezt behelyettesítve a: $c_v \cdot dT + p \cdot dv = 0$ egyenletbe:

$c_v \cdot \frac{p \cdot dv + v \cdot dp}{R} + p \cdot dv = 0 \Rightarrow (c_v + R) p \cdot dv + c_v v \cdot dp = 0$. Ebből következik, hogy: $c_p p \cdot dv + c_v v \cdot dp = 0$. Ezt az egyenletet elosztva $c_v pv$-vel, a következő egyenlet írható:

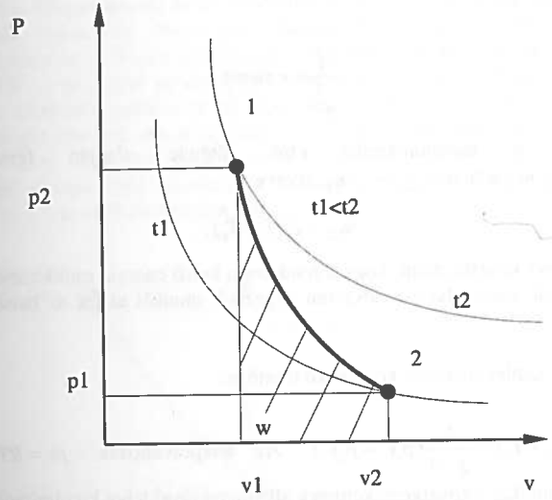
$$\chi \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0,$$

ami az adiabata differenciálegyenlete. Az egyenletet a következő formában is le lehet írni:

$d(\ln p + \chi \ln v) = d(const) \Rightarrow d(\ln p + \ln v^{\chi}) = d(const) \Rightarrow d(\ln pv^{\chi}) = d(\ln const)$. Az egyenlet integrálása után: $\int d(\ln pv^{\chi}) = \int d(\ln const)$:

$$pv^{\chi} = const.$$

Az adiabata most meghatározott egyenlete a *Poisson* féle törvény. A pv diagramban az egyenlet magasabb rendű hiperbolát definiál, mely hasonlít az izotermára de annál meredekebb (Ábra 22).



Ábra 22 Adiabatikus állapotváltozás

A *Poisson* féle törvény és az ideális gázok állapotegyenlete alapján meghatározhatók az állapotjelzők összefüggései. Például leírható az, hogy: $p_1 v_1^{\chi} = p_2 v_2^{\chi}$ vagy: $p_1 v_1 v_1^{\chi-1} = p_2 v_2 v_2^{\chi-1}$, míg az állapotegyenletek: $p_1 v_1 = RT_1$, illetve: $p_2 v_2 = RT_2$.

Ezek alapján: $RT_1 v_1^{\varkappa-1} = RT_2 v_2^{\varkappa-1}$, amiből kiszámíthatók a hőmérsékletek: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{v_1^{\varkappa-1}}{v_2^{\varkappa-1}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa-1}$, illetve:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{1-\varkappa}.$$

Ha: $\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1^{\varkappa}}{v_2^{\varkappa}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa}$, illetve: $\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1^{\frac{1}{\varkappa}}}{p_2^{\frac{1}{\varkappa}}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\varkappa}}$, akkor: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}{p_1^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}$, illetve:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}.$$

Az előbbi egyenletek leírhatók a következő formában is:

$$Tv^{\varkappa-1} = const,$$

illetve:

$$\frac{T}{p^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}} = const.$$

A munka a termodinamika első főtétele alapján fejezhető ki: $q_{1,2} = u_2 - u_1 + w_{1,2} = 0 \Rightarrow w_{1,2} = u_1 - u_2$, illetve:

$$w_{1,2} = c_v(T_1 - T_2).$$

Ebből arra lehet következtetni, hogy a rendszer a belső energia csökkenéséből nyeri a végzett munkát, illetve ha a rendszeren végeznek munkát akkor az belső energiává alakul át.

A: $c_v = \frac{R}{\chi - 1}$ képlet alapján a következő írható le:

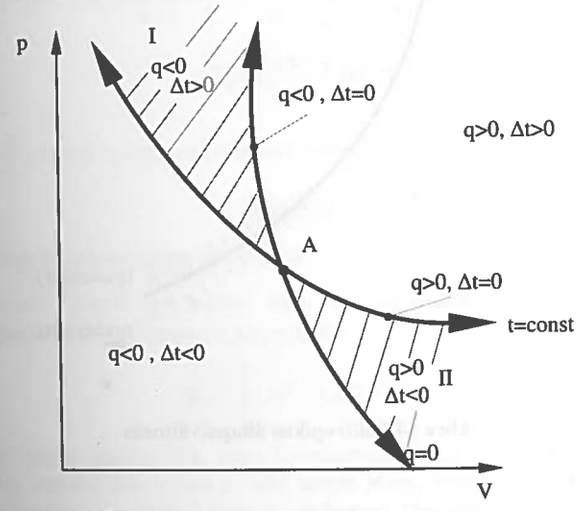
$w_{1,2} = \frac{R}{\chi-1}(T_1 - T_2) = \frac{1}{\chi-1}(p_1v_1 - p_2v_2)$. Az állapotváltozás: $pv = RT$ képletét használva, a munkát a következő képletek alkalmazásával lehet kiszámítani:

$$w_{1,2} = \frac{p_1v_1}{\chi-1}\left(1 - \frac{p_2v_2}{p_1v_1}\right)$$
$$w_{1,2} = \frac{RT_1}{\chi-1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$
$$w_{1,2} = \frac{p_2v_2}{\chi-1}\left(\frac{p_1v_1}{p_2v_2} - 1\right)$$
$$w_{1,2} = \frac{RT_2}{\chi-1}\left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right)$$

Ha a képletekbe behelyettesítik a: $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}$, a munkát a következő képletek alkalmazásával is ki lehet számítani:

$$w_{1,2} = \frac{p_1v_1}{\chi-1}\left(1 - \frac{p_2v_2}{p_1v_1}\right) = \frac{RT_1}{\chi-1}\left(1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa-1}\right)$$
$$w_{1,2} = \frac{p_1v_1}{\chi-1}\left(1 - \frac{p_2v_2}{p_1v_1}\right) = \frac{RT_1}{\chi-1}\left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right).$$
$$w_{1,2} = \frac{p_2v_2}{\chi-1}\left(\frac{p_1v_1}{p_2v_2} - 1\right) = \frac{RT_2}{\chi-1}\left(\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\varkappa-1} - 1\right)$$
$$w_{1,2} = \frac{p_2v_2}{\chi-1}\left(\frac{p_1v_1}{p_2v_2} - 1\right) = \frac{RT_2}{\chi-1}\left(\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right)$$

Az izotermikus állapotváltozás és az adiabatikus állapotváltozás görbéi a *pv* síkot több részre osztják (Ábra 23). Ha a gáz állapota *A* ponttal van definiálva és ha állapotváltozáskor az új állapot az izoterma görbe felett van, akkor a gáz hőmérséklete növekszik. Ha az új állapot az izoterma görbe alatt van, akkor a gáz hőmérséklete csökken. Ha állapotváltozáskor az új állapot az adiabata görbe felett van, akkor a gázzal hőenergiát közöltek. Ha az új állapot az adiabata görbe alatt van, akkor a gáztól hőenergiát vontak el. A két görbét együtt ábrázolva látható, hogy az *I*-el jelölt területen belül a hőmérséklet növekszik a hőenergiát pedig elvonják, míg a *II*-el jelölt területen belül a hőmérséklet csökken a hőenergiát pedig közlik.



Ábra 23 Izoterma és adiabata a pv síkban

Az izotermikus és az adiabatikus állapotváltozások csak idealizált esetek. A valós állapotváltozások rendszerint az izotermikus és az adiabatikus állapotváltozások között jönnek létre, ami a hőerőgépek működésekor észlelhető.

A: $pv^{\chi} = const$ egyenlet állandó fajlagos hőkapacitásokra érvényes. Ha a hőkapacitások változnak a hőmérséklet fügevényében, azt figyelembe kell venni az egyenlet definiálásakor.

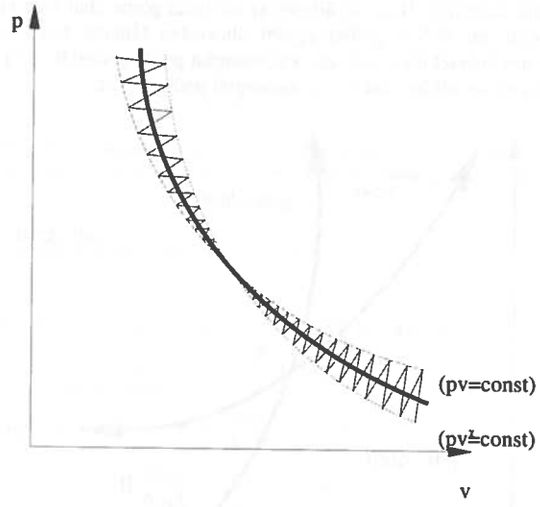
7.3.5. Politropikus (általános) állapotváltozások

A valós expanziós és kompressziós görbék (állapotváltozások), melyek a valós gépek működésekor jönnek létre, jól ábrázolhatók általános hiperbolákkal, melyek a következő képletnek felelnek meg:

$$pv^n = const,$$

mely a politropikus állapotváltozás képlete.

A politropa n kitevője bármilyen pozitív szám lehet. Értéke rendszerint 1 és χ között van: $1 \le n \le \chi$, amikor a politropikus állapotváltozás görbéje pv diagramban az izotermikus és az adiabatikus állapotváltozások görbéi között van (Ábra 24).



Ábra 24 Politropikus állapotváltozás

Mivel a politropikus állapotváltozás egyenlete azonos az adiabatikus állapotváltozás típusával, az adiabatikus állapotváltozásoknál levezetett képletek érvényesek a

politropikus állapotváltozásoknál is, ha a χ helyett a képletekben n van behelyettesítve. Ez alapján a következő képletek írhatók le:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{1-n} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

Politropikus állapotváltozásnál a termodinamika első főtétele a következő formában írható le: $\partial q = du + p \cdot dv$. Mivel a politropikus állapotváltozásnál van hőcsere, azt a következőképen lehet meghatározni. Ha a politropikus egyenletet logaritmusár véve: $\ln(pv^n) = \ln const \Rightarrow \ln p + n \ln v = \ln const$ és ezután differenciálva: $d(\ln p + n \ln v) = d(\ln const.) \Rightarrow \frac{1}{p} dp + n \frac{1}{v} dv = 0$, megkapható a politropikus állapotváltozás differenciálegylete:

$$\frac{dp}{p} + n\frac{dv}{v} = 0,$$

vagy átrendezve: $np \cdot dv + v \cdot dp = 0$.

Az állapotegyenlet: $pv = RT$ differenciálása után: $p \cdot dv + v \cdot dp = R \cdot dT$. Ha az: $np \cdot dv + v \cdot dp = 0$ egyenletből kivonva a: $p \cdot dv + v \cdot dp = R \cdot dT$ egyenletet: $np \cdot dv + v \cdot dp - p \cdot dv - v \cdot dp + R \cdot dT = 0 \Rightarrow (n-1) p \cdot dv = -R \cdot dT$, illetve:

$p \cdot dv = -\frac{R \cdot dT}{n-1}$. Átrendezve és a korábbi eredményeket behelyettesítve:

$$\partial q = du + p \cdot dv = c_v dT - \frac{R \cdot dT}{n-1} = \left(c_v - \frac{c_p - c_v}{n-1}\right) dT = c_v \left(\frac{n-1+\chi+1}{n-1}\right) dT, \text{ illetve:}$$

$$\partial q = c_v \left(\frac{n-\chi}{n-1}\right) dT.$$

A: $c_v \left(\frac{n-\chi}{n-1}\right)$ helyet c_n-t írva, a következő összefüggés írható:

$$\partial q = c_n dT,$$

ahol a c_n a politropikus fajlagos hőkapacitás.

A: $\partial q = c_n dT$ képlet integrálása után, ki lehet számítani a politropikus állapotváltozásnál közölt hőenergia mennyiségét:

$$q_{1,2} = \int_{T_1}^{T_2} c_n dT = c_n (T_2 - T_1).$$

Az előbbi képlet alapján arra lehet következtetni, hogy a politropikus fajlagos hőkapacitás negatív, ha: $1 \le n \le \chi$, ami annyit jelent, hogy politropikus expanzió közben a hőmérséklet csökken habár a rendszerrel hőenergia van közölve, illetve, hogy politropikus kompresszió közben a hőmérséklet növekszik habár a rendszertől hőenergia van elvonva.

Politropikus állapotváltozáskor a munka meghatározására a termodinamika első főtétele alkalmazható:

$\partial q = du + \partial w \Rightarrow \partial w = \partial q - du = c_n dT - c_v dT = c_v\left(\frac{n-\chi-n+1}{n-1}\right)dT$, illetve:

$$\partial w = -c_v\left(\frac{\chi-1}{n-1}\right)dT.$$

A: $\partial w = -c_v\left(\frac{\chi-1}{n-1}\right)dT$ képlet integrálása után, ki lehet számítani a munkát:

$w_{1,2} = \int_{T_1}^{T_2} -c_v\left(\frac{\chi-1}{n-1}\right)dT = -c_v\left(\frac{\chi-1}{n-1}\right)(T_2 - T_1)$, illetve:

$$w_{1,2} = c_v\left(\frac{\chi-1}{n-1}\right)(T_1 - T_2).$$

További transzformációkkal a: $c_v = \frac{R}{\chi-1}$ képlet alapján a következő képletek írhatók le:

$$w_{1,2} = \frac{RT_1}{n-1}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)$$
$$w_{1,2} = \frac{p_1v_1}{n-1}\left(1-\frac{p_2v_2}{p_1v_1}\right)$$
$$w_{1,2} = \frac{RT_2}{n-1}\left(\frac{T_1}{T_2}-1\right)$$
$$w_{1,2} = \frac{p_2v_2}{n-1}\left(\frac{p_1v_1}{p_2v_2}-1\right)$$

A képletekbe behelyettesítve a: $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ összefüggést, a munka a következő képletek alkalmazásával is kiszámítható:

$$w_{1,2} = \frac{RT_1}{n-1}\left(1-\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}\right)$$
$$w_{1,2} = \frac{RT_1}{n-1}\left(1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right)$$
$$w_{1,2} = \frac{RT_2}{n-1}\left(\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{n-1}-1\right)$$
$$w_{1,2} = \frac{RT_2}{n-1}\left(\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}-1\right)$$

Ha a közölt hőenergia mennyisége: $q_{1,2} = c_v\left(\frac{\chi-n}{n-1}\right)(T_1 - T_2)$, az elvégzett munka pedig: $w_{1,2} = c_v\left(\frac{\chi-1}{n-1}\right)(T_1 - T_2)$, a következőt lehet leírni:

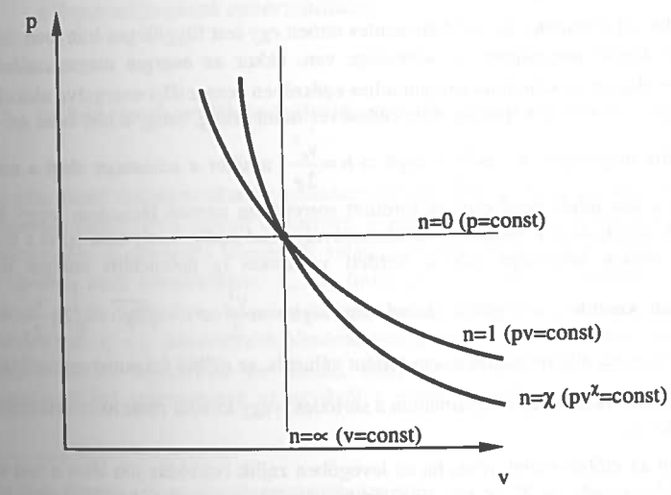
$$\frac{q_{1,2}}{w_{1,2}} = \frac{c_v\left(\frac{\chi-n}{n-1}\right)(T_1-T_2)}{c_v\left(\frac{\chi-1}{n-1}\right)(T_1-T_2)} = \frac{\chi-n}{\chi-1}.$$

Ez az arány lehetővé teszi a hőenergia gyors kiszámítását ha a munka ismert, illetve a munka gyors kiszámítását ha a hőenergia ismert.

Minden állapotváltozás politropikus állapotváltozásként vizsgálható különböző politropa hányados értékkel. Ha: $pv^n = const$, akkor:

$$\begin{aligned} &T = const..n = 1 \Rightarrow pv^1 = pv = const \\ &p = const..n = 0 \Rightarrow pv^0 = p = const \\ &q = 0..n = \chi \Rightarrow pv^\chi = const \\ &v = const..n = \infty \Rightarrow v = const \end{aligned}.$$

A politropa differenciálegyenletébe: $\frac{1}{n}\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} = 0$ az: $n = \infty$ értéket behelyettesítve, a következőt lehet leírni: $\frac{dv}{v} = 0 \Rightarrow dv = 0 \Rightarrow v = const$, ami bizonyítja, hogy az izochor állapotváltozásnál a politropa hányadosa: $n = \infty$ (Ábra 25).



Ábra 25 Politropikus állapotváltozások

8. Reverzibilis és irreverzibilis folyamatok

Az előbbi fejezetekben feltételezett, hogy az állapotváltozások reverzibilisek illetve, hogy ha az állapotváltozások fordított irányban folynak, a munkaközeg azonos fázisokon (állapotokon) megy keresztül, csak fordított sorrendben. Ez csak akkor lehetséges, ha munkaközeg és a folyamatban résztvevő környezet között (a teljes vizsgált rendszeren belül) termodinamikai egyensúly van (hőegyensúly, kémiai egyensúly és mechanikai egyensúly), a folyamat pedig egyensúlyi állapotok sorozatából áll. Ez azt jelenti, hogy a munkaközeg és a környezet állapotjelzőinek értékei között nincsenek véges különbségek illetve, hogy a fordított folyamat eredményeként az állapotjelzők értékei megegyeznek a folyamat kezdetén meghatározott értékekkel. Valamennyi a természetben észlelt jelenségnél, ahol nem jelentkezik hő ezt meg lehet valósítani.

Ha példaként légmentes és súrlódásmentes térben egy test függőleges irányban felfelé repül és kezdő magaságon v_0 sebessége van, akkor az energia megmaradásának törvénye alapján (a kinetikus energia teljes egészében potenciális energiává alakul át), sebessége csökken a magasság növekedésével mind addig, amíg a test nem éri el a maximális magaságot h: $m\frac{v_0^2}{2} = mgh \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}$, amikor a sebessége eléri a nullát.

Ez után a test lefelé kezd esni és fordított sorrendben azonos fázisokon megy át (a sebesség növekedése a magasság csökkenésével) mind addig, amíg nem éri el a kezdő szintet, amikor sebessége eléri a kezdeti v értéket (a potenciális energia teljes egészében kinetikus energiává alakul át): $mgh = m\frac{v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g\frac{v_0^2}{2g}} = v_0$.

Mivel: $v = v_0$ és a környezetben sem történt változás, az előbbi folyamat reverzibilis.

A valóságban valamennyi folyamatban a súrlódás, vagy kémiai reakció következtében hő keletkezik.

Példaként az előbbi esetet véve, ha az levegőben zajlik (súrlódás jön létre a test és a levegő között mely az E_s-el van figyelembe véve) és a testnek a kezdő magaságon v_0 sebessége van, akkor az energia megmaradásának törvénye alapján, sebessége csökken a magasság növekedésével mind addig, amíg a test el nem éri a maximális h_r

magaságot. A súrlódás következtében a kinetikus energia egy része hőenergiává alakul át, így a következőt lehet leírni: $E_{k0} = E_p + E_{s\uparrow} \Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = mgh_r + E_{s\uparrow}$. Ha az érthetőbb magyarázat végett a következő képen fejezik ki a súrlódást: $E_{s\uparrow} \sim \frac{mv_{s\uparrow}^2}{2}$[33], azt lehet leírni, hogy: $h_r = \frac{v_0^2 - v_{s\uparrow}^2}{2g} < h$. A maximális magaság elérése után, a test lefelé kezd esni. Ekkor a következőt lehet leírni: $E_k = E_p - E_{s\downarrow} \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = mgh_r - E_{s\downarrow}$. Ha az érthetőbb magyarázat végett a következő képen fejezik ki a súrlódást: $E_{s\downarrow} \sim \frac{mv_{s\downarrow}^2}{2}$, a következőt lehet leírni:

$$v = \sqrt{2gh_r - v_{s\downarrow}^2} = \sqrt{2g\frac{v_0^2 - v_{s\uparrow}^2}{2g} - v_{s\downarrow}^2} = \sqrt{v_0^2 - \left(v_{s\uparrow}^2 + v_{s\downarrow}^2\right)} < v_0.$$

Ez azt jelenti, hogy egy olyan folyamat melyben súrlódás jelentkezik irreverzibilis folyamat.

Az irreverzibilis folyamatokat nem lehetséges fordított irányban véghezvezetni úgy, hogy a folyamatban résztvevők azonos fázisokon haladjanak át fordított sorrendben.

A természetben majdnem minden folyamat irreverzibilis. Az irreverzibilis folyamatok többsége a súrlódással illetve a magasabb hőmérsékletű testről az alacsonyabb hőmérsékletű testre közölt hőenergiával kapcsolatosak[34].

8.1. *Állapotváltozások reverzibilitása*

8.1.1. Izobár (izochor) állapotváltozás reverzibilitása

Ha a gázt (munkaközeget) állandó nyomáson hevítik (expanzió egy súrlódásmentesen mozgatható dugattyúval ellátott hengerben állandó terheléssel) t_1 hőmérsékletről t_2 hőmérsékletre, a szükséges hőenergiát valamilyen hőenergia-tárolótól (hőtartályból) kell elvonni, mely hőmérséklete: $t_{tm} > t_2$ (magasabb hőmérsékletű tartály). Fordított esetben, a gáz hűtéséhre, hőenergiát kell átadni valamilyen hőtartálynak, mely hőmérséklete: $t_{tm} < t_1$ (alacsonyabb hőmérsékletű tartály). Ha a folyamatban résztvevő rendszert veszik figyelembe az látható, hogy a folyamat irreverzibilis, mert a hőenergia át lett származtatva az egyikről a másik hőtartályra. A folyamat akkor

[33] Az ilyen írásmód csak az elemzés egyszerűbb ismertetése végett van alkalmazva. A képlet nem képezi a megfelelő kifejezést a súrlódás által létrejött veszteségek számítására.

[34] Az irreverzibilis folyamatok közé tartoznak a gázok diffúziója, sűrített gáz üres tartályba való töltése (térfogatnövelés) külső munkavégzés nélkül, radiáció, hirtelen kémiai változások, égési folyamatok...

lehetne reverzibilis, ha minden dugattyúhelyzetben létezne egy különálló hőtartály mely hőmérséklete azonos lenne, vagy végtelenül kicsit különbözne a munkaközeg pillanatnyi hőmérsékletétől. A hőtartály végtelenül kicsi hőmérsékletnövekedése hőenergia-átadást eredményezne a munkaközeg irányában, a munkaközeg végtelenül kicsi hőmérsékletcsökkenése pedig hőközlést eredményezne a hőtartály irányában. A folyamat csak akkor folyhatna mind a két irányban, ha a hőmérsékletkülönbség nullához közeledne, illetve ha hőegyensúlyi állapot létezne[35].

8.1.2. Izotermikus állapotváltozás reverzibilitása

Az izotermikus állapotváltozás akkor reverzibilis, ha a hőtartály és a munkaközeg azonos hőmérsékleten vannak, illetve ha a rendszer minden pillanatban hőegyensúlyban van.

8.1.3. Adiabatikus állapotváltozás reverzibilitása

Ha a munkaközeg adiabatikus állapotváltozása egy olyan hengerben van végrehajtva, amely lehetővé teszi a végtelenül kicsi mechanikai egyensúly felborítását a szigetelt súrlódásmentesen mozgatható dugattyúval ellátott henger és a környezet között mindkét irányban, akkor a folyamat rendkívül lassú és a munkaközeg egész térfogatában mindig csak a dugattyú helyzetétől függő állapot jön létre, illetve a folyamat reverzibilis.

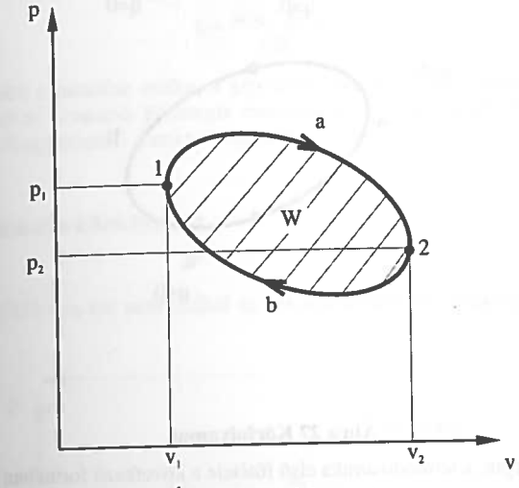
8.2. Körfolyamatok

Az előbbiekben említett állapotváltozások, illetve folyamatok, csak akkor ismételhetők meg, ha a munkaközeg a kezdő állapotba visszaáll. Műszaki alkalmazások esetén a folyamat ismétlésének lehetősége létfontosságú. A hőerőgépek rendszerint periodikusan működnek, újra és újra ismételve az állapotváltozásokat, illetve folyamatokat.

Ha a munkaközeg térfogata növekszik az *1*-től a *2*-es pontig, illetve állapotig (Ábra 26), akkor a munkaközeg az *a* útvonalon valamilyen munkát végez. Ha a munkát újra el kell végezni, valamilyen módon a munkaközeget az *1*-es pontba, illetve állapotba kell visszahelyezni. Az útvonalnak melyen a munkaközeg visszatér a kezdő állapotba, különböznie kell az *a* útvonaltól, mert ha az útvonalak azonosak lennének, akkor a munkaközeg kezdő állapotba való visszahelyezésére éppen akkora munkát kellene elhasználni mind amennyit az *a* útvonalon végezet. Ha a kezdő állapotba a munkaközeg a *b* útvonalon tér vissza, akkor az elhasznált munka kisebb a végzett

[35] Hasonló elemzést lehetne végezni az izochor állapotváltozásnál is.

munkánál. Az elnyert hasznos munka: $w = w_a - w_b$, mely az ábrán egy felülettel van definiálva, melyet egy zárt folyamat, illetve körfolyamat ír le.



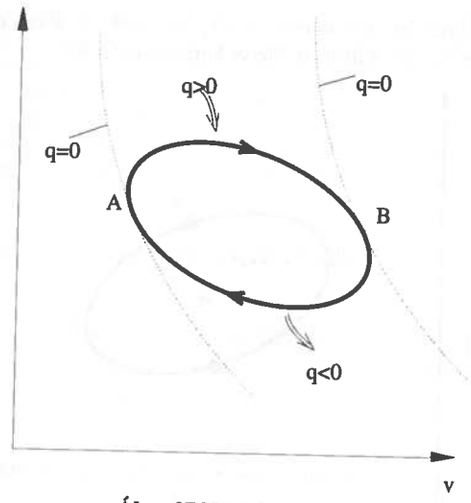
Ábra 26 Körfolyamat

Ha a *pv* diagramban az állapotváltozás az óramutató mozgásának irányában folyik, akkor a folyamat „jobbos", az elnyert hasznos munka pedig pozitív. Ha az állapotváltozás az óramutató mozgásával ellentétes irányban folyik, akkor a folyamat „ballos", az elnyert hasznos munka pedig negatív, illetve a folyamat elvégzésére munkát kell végezni.

A körfolyamat elvégzésére, hőenergiát kell cserélni. A folyamat egyik részében hőenergiát kell közölni, míg a folyamat másik részében hőenergiát kell elvonni. Ahhoz, hogy a hőenergia közlésének illetve elvonásának szükségét könnyebben lehessen megérteni, a körfolyamatot két adiabata közé kell állítani (Ábra 27). Ilyen módon a körfolyamat az adiabatákat egy-egy pontban érinti (A és B). Mivel ezek a pontok az adiabatákon vannak, itt nincsen hőcsere, míg a körfolyamat többi pontjában vagy hőközlés, vagy hőelvonás van (ha nem lenne, akkor a körfolyamat minden pontja az adiabatákon lenne). „Jobbos" körfolyamatnál az A és a B pontok között a rendszer hőenergiát vesz fel, míg a B és az A pontok között a rendszer hőenergiát ad le. „Ballos" körfolyamatnál a helyzet fordított.

A termodinamika első főtételét leírva: $Q = \Delta U + W$, a körfolyamatoknál érvényesek a következő állítások:

1. Mivel a körfolyamat végén a munkaközeg a kezdő állapotba tér vissza, a belső energia változása: $\Delta U = 0$;
2. A teljes hőenergia csere: $Q = Q_{köz} - Q_{elv}$.



Ábra 27 Körfolyamat

Az előbbiek alapján, a termodinamika első főtétele a következő formában írható:

$$W = Q_{köz} - Q_{elv},$$

illetve azt lehet mondani, hogy a körfolyamatoknál a hasznos munka megfelel a közölt és az elvont hőenergia különbségének.

Egy körfolyamatot három vagy több különböző állapotváltozással lehet létrehozni. Konkrét alkalmazásoknál rendszerint négy állapotváltozás játszódik le (például a *Joule*-féle körfolyamat két izobár és két adiabatikus állapotváltozásból áll, az *Otto*-féle körfolyamat két izochor és két adiabatikus állapotváltozásból áll...).

8.2.1. Hőtartályok

A munkaközeg, saját magától nem hozhat létre körfolyamatot, illetve nem származtathat, vagy nem használhat munkát. A körfolyamat létrehozására hőtartályok (hőenergia tárolók) is szükségesek, melyek a munkaközeggel közlik illetve attól elvonják a hőenergiát. A munkaközeg és a hőtartályok a körfolyamat résztvevői.

8.2.2. Hatásfok

Az előbbi elemzések eredményeként arra lehet következtetni, hogy a rendelkezésre álló hőenergiának csak egy részét lehet munkává alakítani, illetve hasznosítani, míg a hőenergia egy részét a munkaközegtől el kell vonni, illetve azt nem lehet hasznosítani. A hasznosított és a munkaközeggel közölt hőenergia aránya a körfolyamat

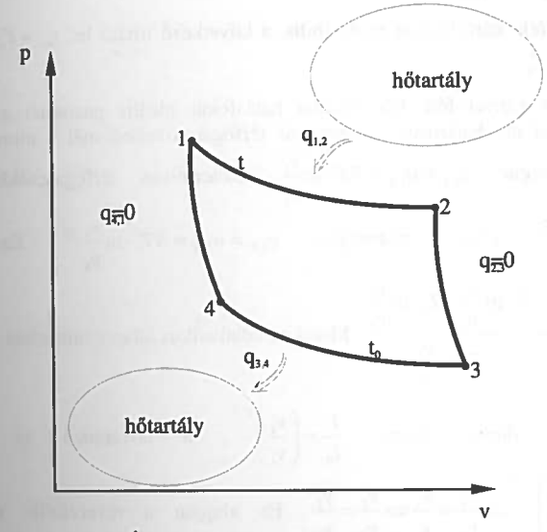
minőségének mértéke és azt mutatja milyen arányban alakítható át a rendszerrel közölt hőenergia hasznos mechanikai munkává. Ezt az arányt hatásfoknak nevezik:

$$\eta = \frac{Q_{köz} - Q_{elv}}{Q_{köz}}.$$

Minél magasabb a hatásfok értéke, a gép annál gazdaságosabb, illetve a megfelelő munka kinyerésre kevesebb hőenergia mennyiség szükséges, más szóval kevesebb üzemanyag kell ugyanannyi munka elvégzésére.

8.2.3. Carnot-féle körfolyamat

Sadi Carnot 1824-ben két izotermából és két adiabatából álló körfolyamatot javasolt (Ábra 28).



Ábra 28 Carnot-féle körfolyamat

Az *1*-es állapottól indulva, a t hőmérsékletű munkaközeg egy hőtartályból hőenergiát vesz fel[36]. A hőtartály hőmérséklete: $t_{ht} > t$, a munkaközeg térfogata állandó hőmérsékleten növekszik. A *2*-es állapotban a hőközlés megszűnik, a munkaközeg térfogata pedig adiabatikusan tovább növekszik a *3*-as állapotig. Az adiabatikus térfogat-növekedés eredményeként a munkaközeg hőmérséklete t_0-ra csökken. Ez után izotermikus térfogatcsökkenés kezdődik a *4*-es állapotig. Az állapotváltozás alatt a munkaközeg a: $t_{ta} < t_0$ hőmérsékletű hőtartálynak hőenergiát ad le. A *4*-es

[36] A hőtartályok eléggé nagyok ahhoz, hogy hőmérsékletük hőközléskor illetve hőelvonáskor változatlan maradjon.

állapotban a hőelvonás megszűnik és a további térfogatcsökkenés az *1*-es állapotig adiabatikusan folyik.

Az előbbiekből arra lehet következtetni, hogy a *Carnot*-féle körfolyamat résztvevői a munkaközeg és két hőtartály, egy: $t_{tm} \geq t$ hőmérsékletű és egy: $t_{ta} \leq t_0$ hőmérsékletű[37].

A hőtartályok korlátozzák a körfolyamatot, mert az csak a hőtartályok hőmérsékletei között folyhat. A munkaközeg csak közvetítő, mert a nyert munka a közölt és elvont hőenergia eredménye, ahol a hőközlés illetve a hőelvonás a hőtartályok (kettő hőtartály) által lehetséges.

A *Carnot*-féle folyamat „ballos" is lehet. Ilyen esetben a *4*-estől a *3*-as pontig a munkaközeg hőenergiát vesz fel: $t_{ta} \geq t_0$, a *2*-estől az *1*-es pontig pedig a munkaközeg hőenergiát ad le: $t_{tm} \leq t$. Ilyen módon lehetséges a hőenergia átvitele alacsonyabbról magasabb hőmérsékletre. Látható azonban, hogy ez csak mechanikai munka befektetésével érhető el.

Ha a *Carnot*-féle körfolyamat reverzibilis, a következő írható le: $t_{tm} = T_{tm} = t = T$ és $t_{ta} = T_{ta} = t_0 = T_0$.

A reverzibilis *Carnot*-féle körfolyamat hatásfokát ideális gázoknál a következő eljárással lehet meghatározni. Izotermikus térfogat-növekedésnél a munkaközeggel közölt hőenergia: $q_{1,2} = w_{1,2} = RT \cdot \ln\frac{v_2}{v_1}$. Izotermikus térfogatcsökkenésnél a munkaközegtől elvont hőenergia: $q_{3,4} = w_{3,4} = RT_0 \cdot \ln\frac{v_3}{v_4}$[38]. Ez alapján: $\eta = \frac{q_{1,2} - q_{3,4}}{q_{1,2}} = \frac{T \cdot \ln\frac{v_2}{v_1} - T_0 \cdot \ln\frac{v_3}{v_4}}{T \cdot \ln\frac{v_2}{v_1}}$. Mivel az adiabatikus állapotváltozásra igaz, hogy: $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{v_3}{v_2}\right)^{\chi-1}$, illetve, hogy: $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{v_4}{v_1}\right)^{\chi-1}$, a következő az érvényes: $\left(\frac{v_3}{v_2}\right)^{\chi-1} = \left(\frac{v_4}{v_1}\right)^{\chi-1} \Rightarrow \frac{v_3}{v_2} = \frac{v_4}{v_1} \Rightarrow \frac{v_3}{v_4} = \frac{v_2}{v_1}$. Ez alapján a reverzibilis *Carnot*-féle körfolyamat hatásfoka ideális gázoknál:

$$\eta = \frac{T - T_0}{T}\text{[39]}.$$

[37] Irreverzibilis izotermikus állapotváltozásoknál a munkaközeg és a hőtartály hőmérsékletei azonosak.

[38] Ez az elvont hőenergia abszolút értéke. A további elemzésekkor külön hangsúlyozás nélkül sűrűn a jelzők abszolút értékei lesznek alkalmazva.

[39] A későbbiekben bizonyítva lesz, hogy a képlet érvényes függetlenül attól, hogy a gáz ideális vagy nem.

Ideális gázok esetén a *Carnot*-féle körfolyamat hatásfoka a körfolyamat legmagasabb és legalacsonyabb hőmérsékletétől függ. Ha a körfolyamat irreverzibilis, a hatásfok alacsonyabb, mert a hőmérsékletek: $T^{rev} = T_{tm} > T^{irrev}$ és $T_0^{rev} = T_{ta} < T_0^{irrev}$, ez alapján pedig: $T^{rev} > T^{irrev}$ és $T_0^{rev} < T_0^{irrev}$, illetve: $\eta^{irrev} = \frac{T^{irrev} - T_0^{irrev}}{T^{irrev}} = 1 - \frac{T_0^{irrev}}{T^{irrev}}$ és $\eta^{rev} = \frac{T^{rev} - T_0^{rev}}{T^{rev}} = 1 - \frac{T_0^{rev}}{T^{rev}}$, ami alapján a következőt lehet leírni:

$$\eta^{irrev} < \eta^{rev}.$$

9. Termodinamika második főtétele

Az előbbi elemzések, illetve a tapasztalat azt mutatják, hogy a hőenergia magától áramlik a magasabb hőmérsékletű testekről az alacsonyabb hőmérsékletű testekre, míg a fordítottja soha sem jön létre a környező testek részvétele, illetve a mechanikai munkaközlés nélkül. Ezt a tényt a *Clausius*-féle tétellel rögzíti: „A hőenergia önként soha sem megy át alacsonyabb hőmérsékletű testről magasabb hőmérsékletű testre".

Ahhoz, hogy a hőenergia mechanikai munkává alakuljon át, a munkaközegen kívül két különböző hőmérsékletű hőtartály szükséges.[40]

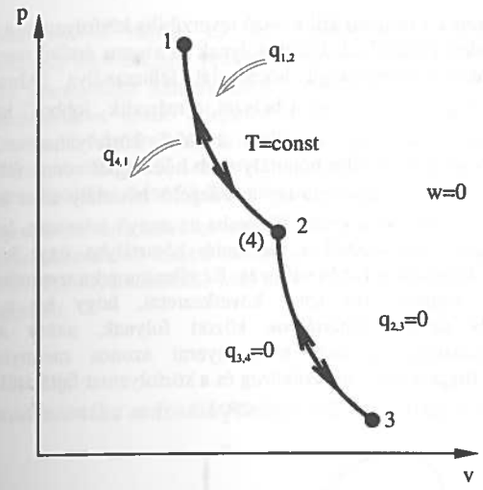
A termodinamika első főtétele alapján arra lehet következtetni, hogy a hőenergia és a mechanikai energia átalakulhatnak az egyikből a másikba, de a termodinamika első főtételéből arra nem lehet következtetni, hogy a hőenergia milyen arányban alakítható át mechanikai munkává.

Ha létezne olyan gép, mely a hőenergiát mechanikai munkává alakíthatná át csak egy hőtartállyal, akkor a hőenergiát például az óceánból lehetne nyerni, ahol az óceán tulajdonképpen végtelenül nagy hőtartály. Ez nem lenne ellentétben a termodinamika első főtételével, és egy ilyen gép nem nevezhető úgynevezett első típusú *perpetuum mobile*-nek[41], de az emberiségnek ugyan olyan értékű lenne, mert a környezet energiaforrása praktikusan végtelenül nagy. Az ilyen gépet *Wilhelm Ostwald* második típusú *perpetuum mobile*-nek nevezte.

Ha egy *Carnot*-féle körfolyamat ilyen alapon lenne létrehozva (Ábra 29), ahol a rendszer egy T hőmérsékletű tartályból nyeri a hőenergiát és ugyan abba a tartályba származtatja vissza a hőenergiát, akkor a körfolyamat hatásfoka a következő: $\eta = \frac{T-T}{T} = 0$, illetve egy ilyen gép nem végezne hasznos munkát.

[40] Ezzel ellentétben, a mechanikai energia átváltoztatható hőenergiává (például súrlódással), és ez a hőenergia átadható valamilyen hőtartálynak, illetve ehhez a folyamathoz a munkaközegen kívül elegendő egy hőtartály.

[41] *Perpetuum mobile*, illetve örökmozgó (szabad fordításban, egy olyan gép mely örökké mozgásban lenne és erre a mozgásra nem használna semmilyen energiát) egy olyan gép, mely mechanikai munkát végez és eközben semmilyen más energiát nem használ fel. A energia-megmaradásának törvénye alapján lehetetlen az ilyen gép létrehozása.



Ábra 29 Carnot-féle körfolyamat egy hőtartállyal

Max Karl Ernst Ludwig Planck a termodinamika második főtételét a következő formában definiálta: „Lehetetlen egy olyan ciklikus gépet készíteni, mely nem eredményezne semmi mást, kivéve valamilyen teher emelését egy hőtartály hűtésével".

William Thomson a termodinamika második főtételét a következő formában definiálta: „Lehetetlen egy olyan gépet készíteni, mely egy testtől elvonná a hőenergiát és mechanikai munkává alakítaná át úgy, hogy eközben más testeken ne következzenek be változások ".

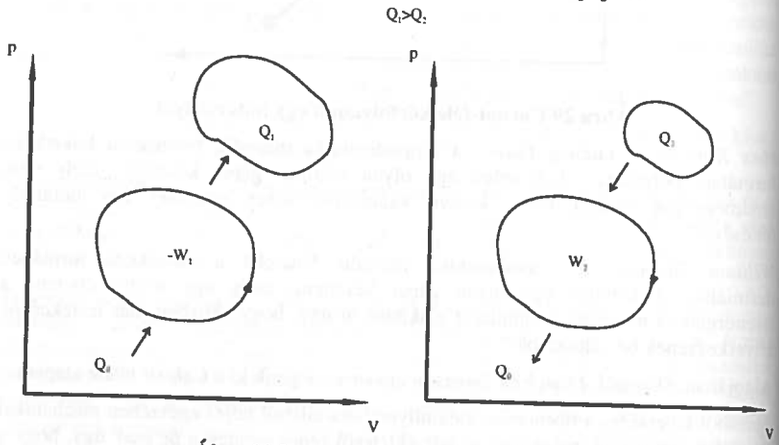
Alapjában, *Ostwald*, *Planck* és *Thomson* ugyan azt fejezik ki a *Calusis* tétele alapján.

Igazából lehetséges a hőenergiát valamilyen hőtartályból teljes egészében mechanikai munkává átalakítani, méghozzá hőmérsékletcsökkenés mentesen de csak úgy, hogy a folyamat közben valamelyik résztvevőn tartós változások keletkezzenek (például a gáz izotermikus térfogat-növekedésnél a nyomás a folyamat végén alacsonyabb a kezdő nyomásnál és ez képezi a tartós változást).

9.1. *Irreverzibilitás és munkanyerés*

Ha kettő, T illetve T_0 hőmérsékletű hőtartály létezik, ahol: $T > T_0$, akkor a körfolyamatban résztvevő munkaközeg a magasabb hőmérsékletű hőtartálytól Q mennyiségű hőenergiát von el és ennek eredményeként a körfolyamat fajtájától függően kevesebb vagy több W mechanikai munkát végez, míg a maradék Q_0 hőenergiát átadja az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartálynak.

Kettő tetszőlegesen kiválasztott különböző reverzibilis körfolyamatot elemezzenek. A körfolyamatok adott hőtartályok között folynak és azonos értékű mechanikai munkát végeznek különböző mennyiségű hőenergiát felhasználva (Ábra 30), például: $|W_1| = |W_2|$ és $Q_1 > Q_2$. Ha ez lenne a helyzet, a második „jobbos" körfolyamatot fel lehetne használni arra, hogy az első „ballos" körfolyamatot hajtsa. Ez azt eredményezné, hogy a melegebb hőtartály több hőenergiát venne fel, mint amennyit leadott: $\Delta Q = Q_1 - Q_2$. A hőenergia így a hidegebb hőtartály adná le. Mivel mind a két körfolyamat visszatérne a kezdő állapotba az annyit jelentene, hogy a hőenergia átment a hidegebb hőtartályból a melegebb hőtartályba úgy, hogy a folyamat résztvevőin nem keletkezett tartós változás. Ez ellentmond a termodinamika második főtételének. Ez alapján arra lehet következtetni, hogy ha a körfolyamatok reverzibilisek és azonos hőtartályok között folynak, akkor azokból azonos mennyiségű mechanikai munkát lehet nyerni azonos mennyiségű hőenergia felhasználásával függetlenül a munkaközeg és a körfolyamat fajtájától.



Ábra 30 Irreverzibilitás és munkanyerés

Most olyan kettő tetszőlegesen kiválasztott különböző körfolyamatot elemezzenek, ahol az egyik reverzibilis a másik pedig irreverzibilis. A körfolyamatok adott hőtartályok között folynak és azonos értékű mechanikai munkát végeznek azonos mennyiségű hőenergiát felhasználva, például: $|W_1| = |W_2|$ és $Q_1 = Q_2$. Ha ez lenne a helyzet, az irreverzibilis „jobbos" körfolyamatot fel lehetne használni arra, hogy a reverzibilis „ballos" körfolyamatot hajtsa. Ez azt eredményezné, hogy mind a két körfolyamat visszatérne a kezdő állapotba és, hogy a hőtartályokon sem történnének semmilyen változások ami azt jelentené, hogy az irreverzibilis körfolyamat reverzibilis.

Most olyan kettő tetszőlegesen kiválasztott különböző körfolyamatot elemezzenek, ahol az egyik körfolyamat reverzibilis a másik pedig irreverzibilis. A körfolyamatok adott hőtartályok között folynak és a reverzibilis körfolyamatból kevesebb mechanikai munkát lehet nyerni mint az irreverzibilis körfolyamatból azonos mennyiségű hőenergiát felhasználva, például: $|W_1| < |W_2|$. Ha ez lenne a helyzet, a második „jobbos" irreverzibilis körfolyamatot fel lehetne használni arra, hogy az első „ballos"

reverzibilis körfolyamatot hajtsa. Ez azt eredményezné, hogy a magasabb hőmérsékletű hőtartály több energiát venne fel, mint amennyit leadott: $\Delta Q = Q_1 - Q_2$. A hőenergiát az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartály adná le. Mivel mind a két körfolyamat visszatérne a kezdő állapotba az annyit jelentene, hogy hőenergia áramlott az alacsonyabb hőmérsékletű tartályból a magasabb hőmérsékletű tartályba úgy, hogy a folyamat résztvevői semmilyen tartós változást nem szenvedtek. Ez ellentmond a termodinamika második főtételének.

Ezek alapján közvetetten arra lehet következtetni, hogy azonos feltételek mellett az irreverzibilis körfolyamatokból kisebb mennyiségű mechanikai munkát lehet nyerni mint a reverzibilis körfolyamatokból. Más szóval, minden irreverzibilitás bizonyos munkaveszteséggel jár.

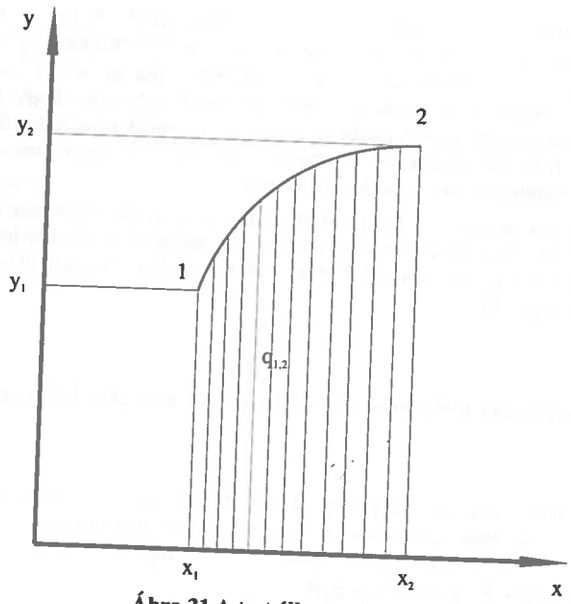
9.2. *A termodinamika második főtételének analitikai kifejezése*

Ha a test hőállapota két független állapotjelzővel van meghatározva, például nyomással és fajlagos térfogattal, a termodinamika első főtétele differenciális formában a következőképen írható le: $\partial q = df(p,v) + p \cdot dv$, ahol: $u = f(p,v) \Rightarrow du = df(p,v)$ és $\partial w = p \cdot dv$.

Fltételezzék, hogy létezik két y és x állapotfüggvény: $y = f_1(p,v)$ és $x = f_2(p,v)$, melyek segítségével a termodinamika első főtétele a következő formában írható le: $\partial q = df(p,v) + p \cdot dv = f_1(p,v) df_2(p,v)$, illetve: $\partial q = y \cdot dx$[42]. Ebben az esetben az y és x állapotjelzők, mert kettő egymástól független állapotjelző függvényei. Az előző képletet a következő formában is le lehet írni: $\frac{\partial q}{y} = dx$ ami azt mutatja, hogy az egyenlet bal oldala teljes differenciál mert az egyenlet jobb oldala is teljes differenciál. Ilyen módon a: $\frac{\partial q}{y}$ kifejezés csak az állapotjelzők kezdő és végső értékeitől függ, illetve: $\int_1^2 \frac{\partial q}{y} = \int_1^2 dx = x_2 - x_1$ és nem függ a változás útjától, ami egyszerűsíti az: $\int_1^2 \frac{\partial q}{y}$ integrál meghatározását.

Ha az y és az x állapotjelzőket egy koordinátarendszer koordinátáiként alkalmazzák, a test állapota az y és az x értékeivel pontsorozattal (görbével) ábrázolható (mint ahogy az a pV diagramban volt ábrázolva). A test állapotváltozása egy folytonos görbe a diagramban (Ábra 31).

[42] A függvények létezése nem lesz bizonyítva.

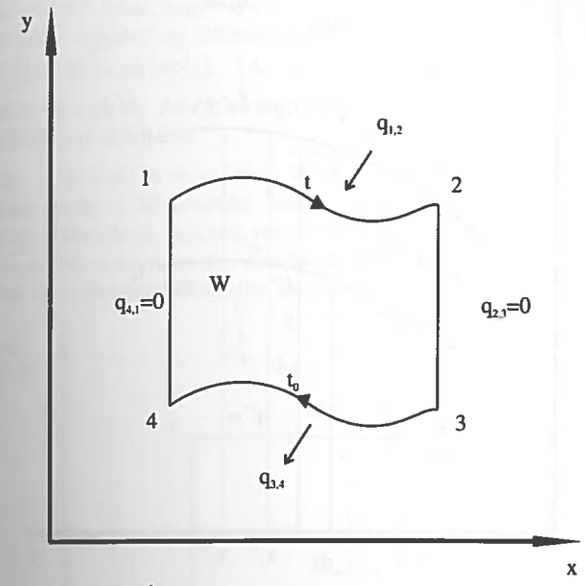


Ábra 31 A test állapotváltozása

Az új diagram alkalmazhatósága abban rejlik, hogy az állapotváltozás közben cserélt hőenergia mértéke: $q_{1,2} = \int_1^2 y \cdot dx$ a görbealatti terület. Ezt a *pv* diagramból lehetetlen volt leolvasni.

9.2.1. Carnot-féle körfolyamat az xy diagramban

Mivel a *Carnot*-féle körfolyamat izotermákból és adiabatákból áll, meg kell határozni azok alakját az *xy* diagramban. Az adiabatikus állapotváltozásra a következő írható le: $q = \int y \cdot dx = 0 \Rightarrow dx = 0 \Rightarrow x = const$, amiből arra lehet következtetni, hogy az adiabata az *xy* diagramban függőleges egyenes. Az izoterma egyelőre legyen tetszőleges görbe vonal (Ábra 32). Egy „jobbos" *Carnot*-féle körfolyamatnál a munkaközeg a hőenergiát magasabb hőmérsékleten veszi fel és alacsonyabbon adja le. A közölt és elvont hőenergiák különbsége adja a munkaközeg által végzett munkát, illetve a munkaközeggel közölt hőenergia-mennyiség nagyobb a munkaközegtől elvont hőenergia-mennyiségnél, ami arra utal, hogy a magasabb hőmérsékletű izotermák a diagramban az alacsonyabb hőmérsékletű izotermák felett vannak. A körfolyamatoknál az állapotváltozás görbéje alatt definiált felület a nyert mechanikai munkát ábrázolja. A munka értéke pozitív, ha az állapotváltozás iránya megegyezik az óramutató járásával A cserélt hő pozitív, ha az állapotváltozás az *x* tengely pozitív irányában folyik.

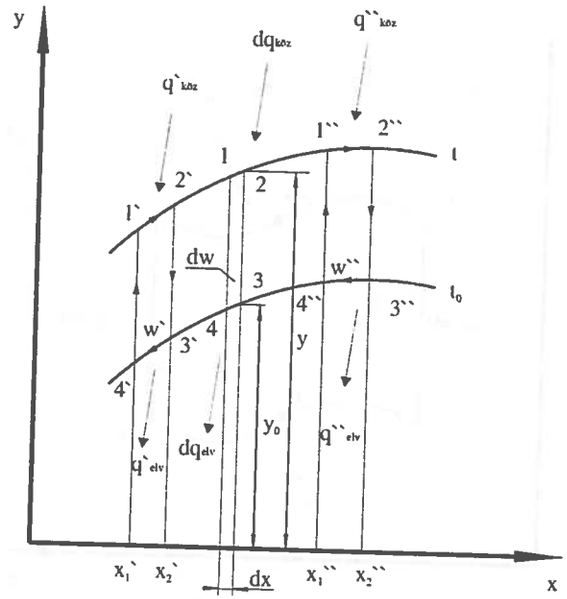


Ábra 32 Carnot-féle körfolyamat

Valamennyi reverzibilis folyamat mely állandó t és t_0 hőmérsékletű hőtartályok között folyik, azonos mennyiségű hőenergiát alakít át mechanikai munkává. Ezeknél a folyamatoknál a hatásfok azonos, függetlenül a folyamat és a munkaközeg fajtájától. Ez alapján arra lehet következtetni, hogy a hatásfok csak a hőtartályok hőmérsékleteitől függ. Ha azt a tényt az *xy* diagramra alkalmazzák, arra lehet következtetni, hogy függetlenül milyen *x* értéknél folyik a *Carnot*-féle körfolyamat, a hatásfok változatlan. Egy végtelenül szűk *Carnot*-féle körfolyamatra igaz, hogy: $\eta = \frac{dq_{közl} - dq_{elv}}{dq_{közl}} = \frac{y \cdot dx - y_0 \cdot dx}{y \cdot dx} = \frac{y - y_0}{y} = 1 - \frac{y_0}{y}$ (Ábra 33).

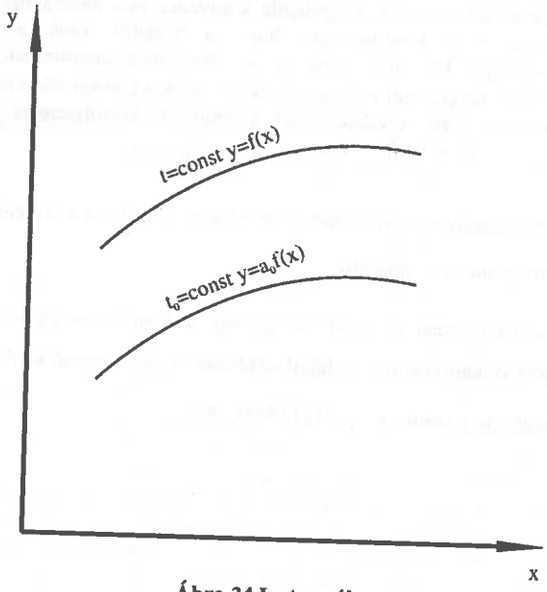
Mivel az adott hőtartály-hőmérsékletekre: $\eta = const$, arra lehet következtetni, hogy: $\frac{y_0}{y} = const$ a diagram teljes hosszán.

Ha egy t hőmérsékletnél az izoterma görbéje a következőképpen definiálható: $y = f(x)$, akkor valamilyen más t_0 hőmérsékletnél az: $\frac{y_0}{y} = const$ képlet alapján azt lehet leírni, hogy: $y_0 = const \cdot y = a_0 f(x)$ (Ábra 34).



Ábra 33 Carnot-féle körfolyamat

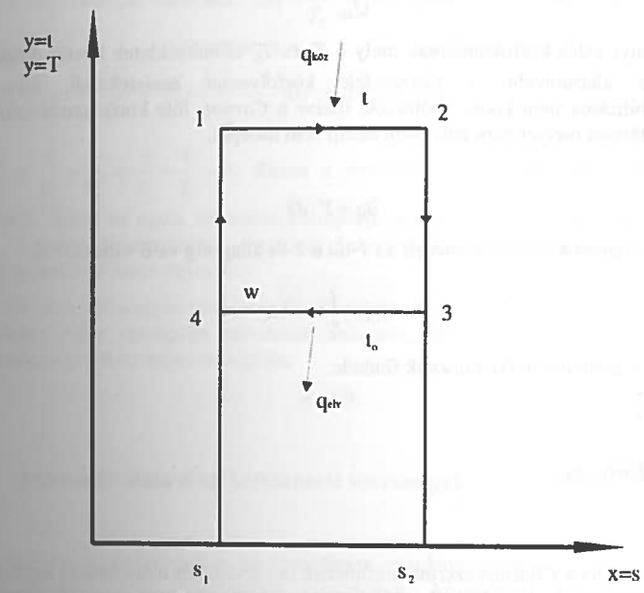
Az előbbiek alapján általánosan az írható le, hogy: $y = af(x)$, ahol az: $a = \varphi(t)$ állandó csak a hőmérséklettől függ.



Ábra 34 Izotermák

Ez alapján azt lehet leírni, hogy: $\partial q = y \cdot dx = \varphi(t) f(x) dx \Rightarrow \partial q = \varphi(t)[f(x)dx]$. Ha az előbbi kifejezést egyidejűleg differenciálják és integrálják, a következő írható le: $\partial q = \varphi(t) d\int[f(x)dx] = \varphi(t) d\Phi(x)$. A képletbe behelyettesítve a: $\Phi(x) = s$ összefüggést: $\partial q = \varphi(t) ds$. Az s jelző állapotjelző, mert csak az x függvénye, ahol az x állapotjelzőként van definiálva.

Ez alapján: $y \cdot dx = \varphi(t) ds \Rightarrow y = \varphi(t)$. Mivel az y a hőmérséklet függvénye, az izotermáknál pedig a hőmérséklet állandó, arra lehet következtetni, hogy az izotermáknál a következő egyenlet van érvényben: $y = \varphi(t) = const$, illetve az xy diagramban az izoterma vízszintes vonallal ábrázolható. Ezek alapján a *Carnot*-féle körfolyamat az xy diagramban téglalap alakban ábrázolható (Ábra 35).



Ábra 35 Carnot-féle körfolyamat

Ezek alapján a *Carnot*-féle körfolyamatra a következőképpen lehet leírni a hatásfok képletét: $\eta = \frac{dq_{dov} - dq_{odv}}{dq_{dov}} = \frac{\varphi(t)ds - \varphi(t_0)ds}{\varphi(t)ds} = \frac{\varphi(t) - \varphi(t_0)}{\varphi(t)} = 1 - \frac{\varphi(t_0)}{\varphi(t)}$. A $\varphi(t)$ függvény független a munkaközegtől (az előbbi eljárás ilyen módon volt definiálva), ezért a függvényt elegendő meghatározni tetszőleges közegre, hogy érvényes legyen valamennyi közegre. Az s a közeg fajtájától függ, mert állapotjelző és ezért minden közegre külön-külön meg kell határozni.

A $\varphi(t)$ függvény meghatározására az ideális gáz lesz felhasználva. Ha a : $pv = RT$ állapotegyenletet logaritmálva és differenciálva, a következő egyenlet írható: $\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} = \frac{dT}{T} \Rightarrow dT = T\left(\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v}\right)$. Ha a: $\partial q = du + p \cdot dv = c_v dT + \frac{RT}{v} dv$ termodinamika első főtételébe ezt behelyettesítve:

$$\partial q = c_v\left(\frac{dp}{p}+\frac{dv}{v}\right)T + RT\frac{dv}{v} = T\left[c_v\frac{dp}{p}+(c_v+R)\frac{dv}{v}\right] = T\left(c_v\frac{dp}{p}+c_p\frac{dv}{v}\right).$$

További transzformációkkal a következő írható le: $\partial q = T\cdot d(c_v \ln p + c_p \ln v + const)$, ami megegyezik a: $\partial q = \varphi(t)ds$ képlettel. Ez alapján: $\varphi(t) = T$, ahol a T az abszolút hőmérséklet, melyet az ideális gázok állapotváltozásainak elemzésekor említettek. A $\varphi(t)$ függvény meghatározásának módszere azt mutatja, hogy a függvény általánosan érvényes illetve, hogy a T hőmérséklet nem függ a munkaközeg fajtájától (a *Carnot*-féle körfolyamat hatásfoka független a munkaközegtől: $\eta_c = 1-\frac{T_0}{T}$) sem pedig a hőmérsékletet mérő műszertől (mert a $\frac{Q_{elv}}{Q_{köz}}$ aránya midig azonos).

Valamennyi valós körfolyamatnak mely a T és T_0 hőmérsékletek között dolgozik a hatásfoka alacsonyabb a *Carnot*-féle körfolyamat hatásfokánál, mivel az irreverzibilitások nem kiküszöbölhetők, illetve a *Carnot*- féle körfolyamat hatásfoka olyan határeset melyet nem lehet sem elérni sem túllépni.

A:

$$\partial q = T\cdot ds$$

egyenlet alapján a cserélt hőenergia az *1*-től a *2*-es állapotig való változásnál:

$$q_{1,2} = \int_1^2 T\cdot ds.$$

A képlet a termodinamika második főtétele.

9.3. *Entrópia*

Az *s* állapotjelzőt *Clausius* szerint entrópiának (az átváltozás mértékének) nevezik. Az entrópia segítségével analitikailag kifejezhető a termodinamika második főtétele, és különböző folyamatoknál meghatározható kvalitatívan az irreverzibilitás foka illetve az, hogy mennyire tökéletes a hőenergia átalakítása mechanikai munkává.

James Clerk Maxwell hipotézise szerint állítható az, hogy a világ (mind zárt rendszer) entrópiája saját maximuma felé igyekszik. Minden változás mely a világban keletkezik, azt egy alacsonyabb entrópiájú állapotból egy magasabb entrópiájú állapotba vezeti.

Az entrópiát úgy lehet értelmezni, mind egy rendszer elhasználtságának mértékét. Ha több irreverzibilis folyamat jön létre, a rendszer entrópiája magasabb illetve annak elhasználtsága nagyobb. Amikor az entrópia eléri maximális értékét, mely a meghatározott külső feltételek alatt elérhető, a rendszer elhasználódott és minden további állapotváltozás lehetetlen, mert a rendszer elérte az egyensúlyi állapotot.

9.3.1. Entrópia és az irreverzibilitás

A hőcserére legkevesebb két test szükséges, egy amelytől a hőenergiát elvonják és egy amellyel a hőenergiát közlik. A: $\partial q = T\cdot ds$ képlet alapján, arra lehet következtetni, hogy hőközlés esetén az entrópia növekszik, hőelvonás közben pedig csökken. Ha a hőenergiát egy magasabb T_1 hőmérsékletű testről egy alacsonyabb T_2 hőmérsékletű testel közlik, akkor a hőközlés egy tipikusan irreverzibilis folyamat. Az első testre a ds_1 entrópia változása: $ds_1 = \frac{-\partial q}{T_1}$ mivel hőenergiát vontak el, a második testre a ds_2 entrópia változása: $ds_2 = \frac{\partial q}{T_2}$ mivel hőenergiát közöltek. Mindkét test entrópia változásának összege pozitív: $ds = ds_1 + ds_2 = \frac{-\partial q}{T_1}+\frac{\partial q}{T_2} = \left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)\partial q \Rightarrow ds > 0$, mivel:

$T_1 > T_2 \Rightarrow \frac{1}{T_2} > \frac{1}{T_1} \Rightarrow \frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1} > 0$, illetve a rendszert alkotó testek teljes entrópiája növekszik, habár az egyik résztvevő entrópiája csökken. Ha a hőközlés reverzibilis lenne, a testek hőmérsékletei azonosak lennének és ekkor a rendszer entrópia változása nullával lenne egyenlő.

Az előbbi elemzés alapján arra lehet következtetni, hogy irreverzibilis folyamatoknál a rendszer teljes entrópiája növekszik valamint, hogy semmilyen esetben sem csökkenhet a rendszer teljes entrópiája:

$$ds \geq 0.$$

9.3.2. Irreverzibilitás által keletkezett veszteségek

Egy folyamat irreverzibilitása tulajdonképpen munkaveszteséget eredményez egy azonos de reverzibilis folyamathoz viszonyítva. Az előbbi elemzések alapján összefüggésbe lehet hozni az entrópia növekedést és a munkaveszteséget.

Valamilyen folyamat összes résztvevőjét (teljes rendszert) két csoportra felosztva, az első csoportba tartozhat a környezet (a környezettel kapcsolatos jelzők „o" indexel lesznek jelölve) a második csoportba pedig a többi résztvevő (munkaközeg, hőtartályak...), ahol a második csoportot munkarendszernek szokás nevezni.

Ha a munkarendszer állapotot változtat az *1*-esből valamilyen *2*-es állapotba, az állapotváltozás lehet reverzibilis vagy irreverzibilis, a munkarendszer entrópia változása pedig: $S_1 \rightarrow S_2$. Ha az állapotváltozás reverzibilis a környezet entrópia változása ΔS_{o-rev} ha pedig irreverzibilis akkor $\Delta S_{o-irrev}$.

Reverzibilis állapotváltozás esetén a teljes rendszer entrópiája $S_{rendszer}$ állandó, illetve: $\Delta S_{rendszer-rev} = S_2 - S_1 + \Delta S_{o-rev} = 0 \Rightarrow S_2 - S_1 = -\Delta S_{o-rev}$.

Irreverzibilis állapotváltozás esetén a teljes rendszer entrópiája növekszik, illetve: $\Delta S_{rendszer-irrev} = S_2 - S_1 + \Delta S_{o-irrev} > 0$.

Az előbbi képletek alapján kijelenthető, hogy az irreverzibilitás által a teljes rendszer entrópia változása: $\Delta S_{rendszer} = \Delta S_{rendszer-irrev} - \Delta S_{rendszer-rev} = \Delta S_{o-irrev} - \Delta S_{o-rev}$.

Reverzibilis folyamat közben a munkarendszer és a környezet között cserélt hőenergia: $Q_{rev} = T_o \Delta S_{o-rev}$, irreverzibilis folyamat esetén pedig: $Q_{irrev} = T_o \Delta S_{o-irrev}$. A hőenergia-többlet irreverzibilis folyamatnál:
$\Delta Q = Q_{irrev} - Q_{rev} = T_o(\Delta S_{o-irrev} - \Delta S_{o-rev}) = T_o \Delta S_{rendszer}$.

Mivel a teljes rendszer zárt, reverzibilis folyamatnál a termodinamika első főtétele a következő formában írható le: $U_1 - U_2 = Q_{rev} + W_{rev}$, mivel a cserélt hőenergiát és a nyert munkát csak a munkarendszer belsőenergia változása eredményezheti. Irreverzibilis folyamatnál a termodinamika első főtétele a következő formában írható le: $U_1 - U_2 = Q_{irrev} + W_{irrev}$.

Említve volt, hogy irreverzibilis folyamatoknál a nyert munka értéke kisebb mint az azonos reverzibilis folyamatoknál, a különbség pedig az irreverzibilitás eredményezte munkaveszteség ΔW, ahol: $\Delta W = W_{rev} - W_{irrev} = Q_{irrev} - Q_{rev}$, illetve:

$$\Delta W = T_o \Delta S_{rendszer}.$$

Ez azt jelenti, hogy az irreverzibilitás által létrejött munkaveszteség azonos a környezet abszolút hőmérséklete és a teljes rendszer entrópia növekedésének a szorzatával.

9.3.3. A termodinamika második főtételének általános analitikai kifejezése

Általános esetben egy rendszer állapotváltozása közben a folyamatok nincsenek termodinamikai egyensúlyban (mechanikai-, kémiai- és hőegyensúlyban) hanem irreverzibilisek. Erre az esetre szükséges a termodinamika második főtételének kifejezése.

Ha egy T hőmérsékletű rendszer állapota két olyan állapot között változik, ahol az állapotok rendkívül kicsit különböznek egymástól, akkor a belsőenergia változása dU, az entrópia változása pedig dS. Ha az állapotváltozás reverzibilis, a nyert munka dW_{rev}, a környezettel cserélt hőenergia pedig dQ_{rev}. Ez alapján: $TdS = dU + dW_{rev}$. Ha az állapotváltozás irreverzibilis, a nyert munka dW, ahol: $dW < dW_{rev}$, míg a környezettel cserélt hőenergia dQ eltér a dQ_{rev}-től. Ez alapján a: $TdS \geq dU + dW$, ahol a nyert munka lehet mechanikai munka dW_{mech} mely a hőenergia eredménye, vagy valamilyen más $\sum dW_i$ munka, ahol az összeg azokat az energiaformákat veszi figyelembe melyek a hőenergiával ellentétesen teljes egészében átalakíthatók mechanika munkává (például elektromos energia az akkumulátoroknál). Ezek alapján:

$$TdS \geq dU + dW_{mech} + \sum dW_i,$$

ami a termodinamika második főtételének általános kifejezése és érvényes valamennyi rendszerre.

9.3.4. Maximális munka

Mivel ahhoz, hogy a rendszer munkát végezzen, a rendszer állapotváltozása szükséges kijelenthető, hogy környezetével egyensúlyban lévő rendszer munkavégzésre nem használható.

A környezet melyben élünk tulajdonképpen változatlan, illetve feltételezni lehet, hogy a környezet egy T_0 hőmérsékletű és p_0 nyomású hőtartály, ahol a környezet állapotjelzői függetlenek a folyamatban levő technikai folyamatoktól. Ilyen módon, mechanikai munkanyerésre már csak egy hőtartályt kell biztosítani (munkanyerésre két hőtartály szükséges), mely hőmérséklete és nyomása különbözik a környezet hőmérsékletétől és nyomásától. A két hőtartályból addig lehet munkát nyerni, míg azok nincsenek egyensúlyban.

Legyenek az energiacsere résztvevői a munkaadók (hőtartály és munkaközeg), a munkaadókkal közvetlen kapcsolatban levő résztvevők pedig a környezet. Ilyen résztvevőkből alkotott rendszer zárt rendszerként elemezhető.

A munkaadó állapotjelzői legyenek U_1, p_1, T_1, S_1, V_1 és U_2, p_2, T_2, S_2, V_2. A környezet T_o és p_o állapotjelzői nem változnak, de a belső energia és az entrópia igen és azok értékei U_{o1}, S_{o1} és U_{o2}, S_{o2}.

Ha erre a zárt rendszerre: $Q = 0$ mellett leírják a termodinamika első főtételét: $U^* - U' + W = Q = 0$, a következőt lehet leírni: $W = U' - U^*$, ahol: $U' = U_1 + U_{o1}$ ami a rendszer belső energiája a folyamat kezdetén illetve: $U^* = U_2 + U_{o2}$, ami a rendszer belső energiája a folyamat végén.

Ez alapján: $W = (U_1 - U_2) + (U_{01} - U_{02})$.

Folyamat közben a munkaadó térfogata növekszik és ezáltal a munkaadó W_0 munkát végez a környezeten, eltolva a környező közeget: $W_0 = p_0(V_2 - V_1)$. A végzett munka így csökkenti a munkaadó és növeli a környezet belső energiáját.

Folyamat közben a munkaadó bizonyos Q_o hőenergiát is közöl a környezettel: $Q_o = T_o \Delta S_o = T_o(S_{o2} - S_{o1})$, ami úgyszintén növeli a környezet belső energiáját.

Ez alapján a következő egyenleteket lehet leírni:
$U_{o2} - U_{o1} = Q_o + W_o = T_o(S_{o2} - S_{o1}) + p_o(V_2 - V_1)$, illetve:
$U_{o1} - U_{o2} = -T_o(S_{o2} - S_{o1}) - p_o(V_2 - V_1)$.

Ha a rendszer entrópia változása: $\Delta S_{rendszer} = \Delta S_o + S_2 - S_1 \geq 0$, illetve: $S_{o2} - S_{o1} \geq S_1 - S_2$, a maximálisan nyerhető munka:

$$W_{max} = (U_1 - U_2) - T_o(S_1 - S_2) - p_o(V_2 - V_1).$$

A W ténylegesen nyerhető munka:

$$W \le W_{max}.$$

A kinyerhető maximális munka értékére nincs hatással az állapotváltozás útja, de a rendszerből semmiféleképpen sem nyerhető több munka mint az előbb kiszámított.

Ahhoz, hogy a munkaadó munkaképessége teljes egészében kihasználható legyen, a munkaadó állapotát addig kell változtatni, amíg nem éri el a környezet állapotát.

Egy rendszerből nyerhető maximális munka, meghatározott környezetben, csak a rendszer kezdőállapotától és a munkaadó fizikai tulajdonságaitól (például fajlagos hőkapacitásától) függ.

Nyitott rendszereknél, a maximálisan nyerhető technikai munka $W_{techmax}$ meghatározásánál, a rendszer entalpiáját és kinetikus energiáját kell figyelembe venni. Ez alapján a következő képletet lehet leírni:

$$W_{techmax} = (H_1 - H_2) - T_o(S_1 - S_2) + \frac{m}{2}(w_1^2 - w_2^2).$$

A nyerhető technikai munka W_{tech}:

$$W_{tech} \le W_{techmax}.$$

9.3.5. Exergia

Egy zárt reverzibilis rendszerből a maximálisan nyerhető munka: $W_{max} = (U_1 - U_2) - T_o(S_1 - S_2) - p_0(V_2 - V_1)$, nyílt reverzibilis rendszernél pedig a maximálisan nyerhető technikai munka:

$$W_{techmax} = (H_1 - H_2) - T_o(S_1 - S_2) + \frac{m}{2}(w_1^2 - w_2^2).$$

Ezeket a képleteket kell figyelembe venni, amikor a munkaadó munkavégzésének képességét kell meghatározni. Mivel a maximális munka akkor nyerhető ha a folyamat végén a munkaadó állapota a környezet állapotával megegyezik, a munkaadó állapotjelzői a folyamat végén U_o, p_o, T_o, S_o, H_o és ezért zárt rendszereknél:

$$W_{max} = (U_1 - U_o) - T_o(S_1 - S_o) - p_o(V_2 - V_1),$$

illetve nyílt rendszereknél:

$$W_{techmax} = (H_1 - H_o) - T_o(S_1 - S_o) + \frac{m}{2}w_1^2, \text{ mivel: } w_2 = w_o = 0.$$

Ha a nyílt rendszereknél a munkaadó kinetikus energiáját nem veszik figyelembe, a következő képletet lehet leírni: $w_{techmax} = (h_1 - h_o) - T_o(s_1 - s_o)$. Ezt a technikai munkát exergiának nevezik. Ha a környezet hőmérséklete állandó, akkor az exergia állapotjelző:

$$e = (h_1 - h_o) - T_o(s_1 - s_o).$$

Az exergia utal a munkaadó meghatározott környezetállapotnál (T_o, s_o) érvényes munkavégző képességére.

9.3.6. Entrópia meghatározása ideális gázoknál

A: $\partial q = T \cdot d(c_v \ln p + c_p \ln v + const)$ képlet alapján, az entrópia ideális gázok esetében állandó c_v és c_p fajlagos hőkapacitásoknál a következő képlettel fejezhető ki:

$$s = c_v \ln p + c_p \ln v + const.$$

Az integrálási állandó a vizsgált test állapotának függvénye, de a tankönyvben nem lesz meghatározva, hanem valamilyen s_0 alapállapot lesz feltételezve, melynél az entrópia értéke nulla. Így az entrópia abszolút értéke nem lesz meghatározva, hanem csak a test entrópiájának Δs változása.

Az alapállapotra a következő írható le: $s_0 = c_v \ln p_0 + c_p \ln v_0 + const = 0$, illetve: $const = -c_v \ln p_0 - c_p \ln v_0 + s_0$. Ez alapján a következő írható le: $s = c_v \ln p + c_p \ln v + -c_v \ln p_0 - c_p \ln v_0 + s_0 = c_v \ln \frac{p}{p_0} + c_p \ln \frac{v}{v_0} + s_0$, illetve:

$$s - s_0 = \Delta s = c_v \ln \frac{p}{p_0} + c_p \ln \frac{v}{v_0}.$$

Ha az előbbi egyenletbe behelyettesítik az ideális gázok állapotegyenletét: $pv = RT$, és a fajlagos hőkapacitások különbségét: $c_p - c_v = R$, a következő egyenletek fogalmazhatók meg:

$$\Delta s = c_v \ln \frac{\frac{T}{v}}{\frac{T_0}{v_0}} + c_p \ln \frac{v}{v_0} = c_v \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{v}{v_0}$$

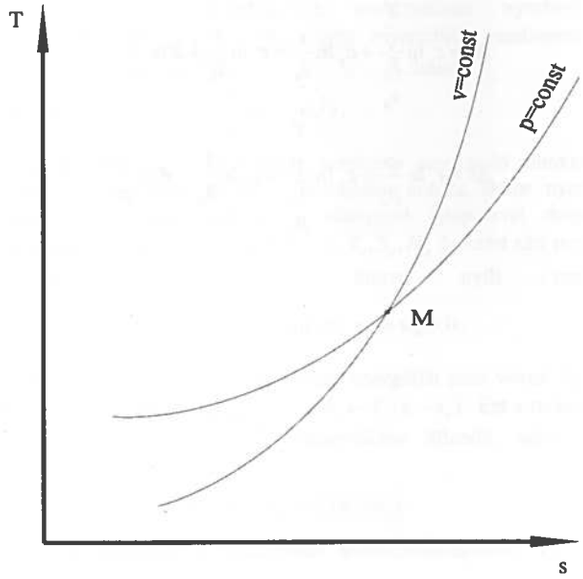
$$\Delta s = c_v \ln \frac{p}{p_0} + c_p \ln \frac{\frac{T}{p}}{\frac{T_0}{p_0}} = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p}{p_0}$$

9.4. *Az ideális gázok állapotváltozásai Ts diagramban*

9.4.1. Izochor és izobár állapotváltozás *Ts* diagramban

Az: $s_i - s_0 = c_v \ln\frac{T_i}{T_0} + R\ln\frac{v_i}{v_0}$ képlet mindkét oldalának exponenciális függvényét véve feltételezve az izochor állapotváltozást: $\frac{v_i}{v_0} = 1 \Rightarrow \ln 1 = 0$, a következő összefüggés írható: $e^{\frac{s_i - s_0}{c_v}} = \frac{T_i}{T_0} \Rightarrow T_i = T_0 e^{\frac{s_i - s_0}{c_v}}$. Az: $s_i - s_0 = c_p \ln\frac{T_i}{T_0} - R\ln\frac{p_i}{p_0}$ képlet mindkét oldalának exponenciális függvényét véve feltételezve az izobár állapotváltozást: $\frac{p_i}{p_0} = 1 \Rightarrow \ln 1 = 0$, a következő összefüggés írható: $e^{\frac{s_i - s_0}{c_p}} = \frac{T_i}{T_0} \Rightarrow T_i = T_0 e^{\frac{s_i - s_0}{c_p}}$.

Az előbbi képletek alapján arra lehet következtetni, hogy az izochor és az izobár görbék exponenciális görbék, de az izochor görbe meredekebb az izobár görbénél, mert: $\frac{s_i - s_0}{c_v} > \frac{s_i - s_0}{c_p}$, mivel: $c_v < c_p$ (Ábra 36).

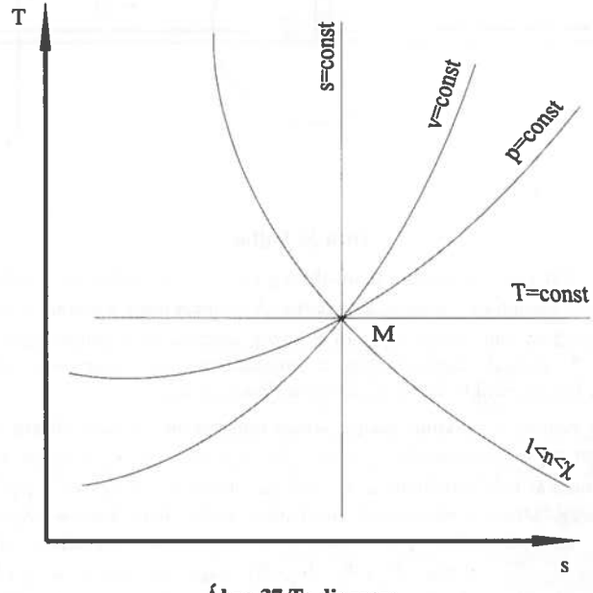


Ábra 36 Izochor és izobár állapotváltozások

9.4.2. Politropikus állapotváltozás *Ts* diagramban

A politropikus állapotváltozásra a következő összefüggés érvényes: $dq = c_n dT = Tds \Rightarrow c_n \frac{dT}{T} = ds$, ahol a politropikus fajlagos hőkapacitás: $c_n = c_v\left(\frac{n-\chi}{n-1}\right)$. A képletet integrálva *0* és *i* határok között,: $c_n \int_0^i \frac{dT}{T} = \int_0^i ds \Rightarrow c_n(\ln T_i - \ln T_0) = s_i - s_0 \Rightarrow c_n \ln\frac{T_i}{T_0} = s_i - s_0$. A képlet mindkét oldalának exponenciális függvényét véve, a következő képlet írható: $e^{\frac{s_i - s_0}{c_n}} = \frac{T_i}{T_0} \Rightarrow T_i = T_0 e^{\frac{s_i - s_0}{c_n}} \Rightarrow T_i = T_0 e^{\frac{s_i - s_0}{c_v\left(\frac{n-\chi}{n-1}\right)}}$. Ez alapján arra lehet következtetni, hogy a politropa exponenciális görbe.

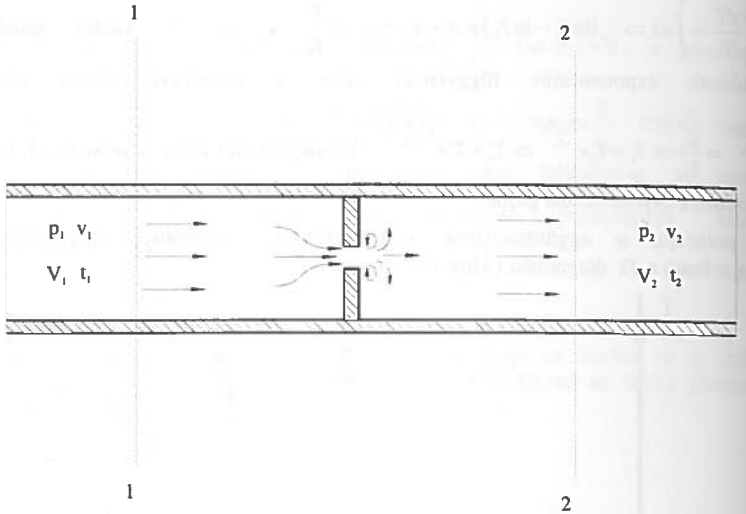
A politropa *n* együtthatójának változtatásával, valamennyi állapotváltozás berajzolható a *Ts* diagramba (Ábra 37).



Ábra 37 Ts diagram

9.5. *Fojtás*

A fojtás a műszaki alkalmazásokban rendkívül fontos folyamat. A fojtás munkavégzés nélküli adiabatikus állapotváltozás. A fojtás elemzésére egy hőszigetelt csővezetéket kell elképzelni, melyben gáz vagy folyadék áramlik és az áramlási keresztmetszet hirtelen leszűkül (Ábra 38). A fojtás eredményeként az áramló folyadék a szűkülés után alacsonyabb nyomású.



Ábra 38 Fojtás

A szűkülés előtt (*1*-es metszet) a munkaközeg (p_1, v_1, V_1, t_1) állapotú, a szűkülés után (*2*-es metszet) pedig (p_2, v_2, V_2, t_2) állapotú. A munkaközeg állapota a szűküléstől olyan távolságban van vizsgálva, ahol a közeg állapota és áramlása egyenletesnek tekinthető. A vizsgált metszetekben a munkaközeg sebessége nem különbözik lényegesen, így a kinetikus energia változása elhanyagolható.

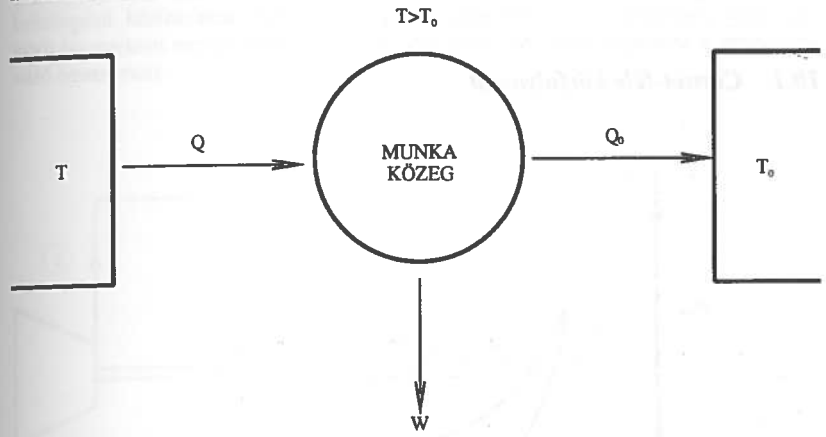
A szűkülés előtt és a szűkülés után a közeg tömegárama azonos, illetve a vizsgált időtartamban a térfogatáramok: $V_1 = mv_1$ és $V_2 = mv_2$. A V_1 térfogat eltolására: $W_1 = p_1V_1$ munkát kell befektetni, a V_2 térfogat eltolására pedig: $W_2 = p_2V_2$ munkát végez a közeg. Mivel a csővezeték hőszigetelt, fojtás alatt nincsen hőcsere, és ez alapján a termodinamika első főtétele a következő formában írható le: $0 = U_2 - U_1 + W_2 - W_1$, illetve: $U_1 + W_1 = U_2 + W_2$ vagy: $U_1 + pV_1 = U_2 + pV_2$. Ezek alapján megállapítható, hogy fojtás közben a közeg entalpiája változatlan marad, vagyis:

$$H_1 = H_2$$ [43].

[43] Fojtás közben az állapotváltozás a következőképpen magyarázható. A közeg szűkülésen való átáramlása közben annak sebessége növekszik. Ez a sebességnövekedés a kinetikus energia

10. Körfolyamatok

A gépek alapfunkciója a hőenergia mechanikai munkává való átalakítása. Ez a folyamat a hevítő és a hűtő hőtartályok közötti hőmérsékletkülönbség eredménye. A hevítő és a hűtő között a hőenergiát a munkaközeg közvetíti. Az energiatranszport közben a hőenergia egy része munkává alakul (Ábra 39).



Ábra 39 Hőenergia átalakítása mechanikai munkává

Minél nagyobb a hőtartályok közötti hőmérsékletkülönbség, annál magasabb a gép hatásfoka. Az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartály hőmérsékletét rendszerint a környezeti hőmérséklet határozza meg ($T_o \approx 300K$), a magasabb hőmérsékletű hőtartály hőmérsékletének pedig a gép anyagának tulajdonságai szabnak határt.

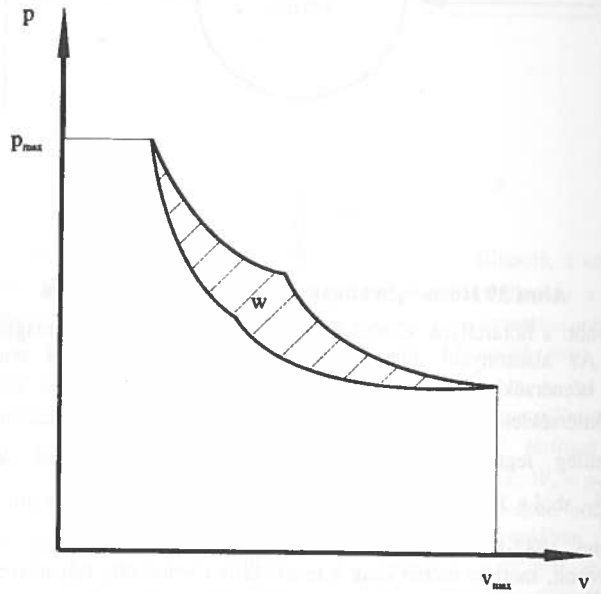
Az elméletileg legmagasabb hatásfok a következő egyenlettel definiálható: $\eta_{max} = 1 - \frac{T_0}{T}$, ahol a T és T_0 a magasabb és az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartályok hőmérsékletei. 1985-ben *Herbert B. Callen* egy pontosabb hatásfokot meghatározó képletet javasolt, mert az előbbi csak a reverzibilis *Carnot*-féle folyamatra érvényes.

növekedését eredményezi. Mivel a rendszer hőszigetelt, a kinetikus energia a belső energiából keletkezik. A közeg gyorsítására szükséges munka, nyomáscsökkenéshez és fajlagos térfogatnöveléshez vezet. A szűkülés után a gáz sebessége csökken, és a kinetikus energia hőenergiává alakul át. Munkavégzés nincsen, mert a kinetikus energia az állapotváltozás elején és végén azonos. Ez az állapotváltozás irreverzibilis, ami többek között abból látható, hogy fojtás közben a kinetikus energia hőenergiává alakul át.

A folyamat belsőleg reverzibilis állapotváltozásokat feltételez (veszteségek nélkül), de a véges hőmérsékletek miatt a hőtartályok között irreverzibilis hőcserékkel (endoreverzibilis körfolyamat). Ez alapján a következő képlet alkalmazásával lehet meghatározni a hatásfokot: $\eta = 1 - \sqrt{\frac{T_0}{T}}$ (például egy atomerőműnél, ha: $T = 573K$ és $T_0 = 298K$, az elméleti hatásfok: $\eta_{max} = 0.48$, az endoreverzibilis hatásfok: $\eta = 0.28$, a valós hatásfok pedig: $\eta_{real} = 0.3$).

A fejezetben néhány hőerőgép reverzibilisnek feltételezett körfolyamata lesz bemutatva. Az előbbiekben bemutatott, hogy a *Carnot*-féle körfolyamat hatásfoka a legoptimálisabb. Műszaki alkalmazásoknál a legmagasabb hatásfok értéke körülbelül a *Carnot*-féle körfolyamat hatásfokának a fele. A körfolyamat fajtáját a hatásfok mértéke, a gép mérete, a szükséges teljesítmény, az összetettség, a költségek, a karbantartás, valamint más tényezők határozzák meg

10.1. *Carnot-féle körfolyamat*



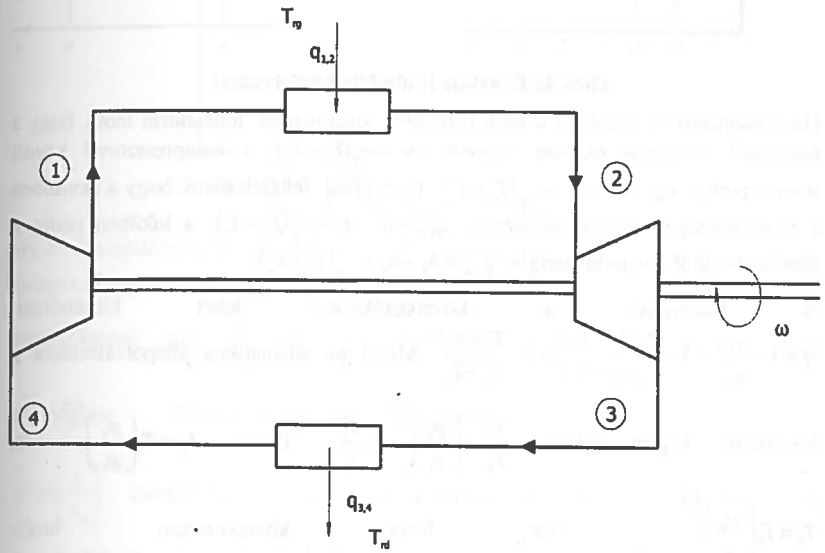
Ábra 40 Carnot-féle körfolyamat

A *Carnot*-féle körfolyamat korábban volt elemezve. Fontos hangsúlyozni, hogy ezt a körfolyamatot a valóságban eléggé nehéz megvalósítani. Ábrázolva a *Carnot*-féle körfolyamatot pV diagramban (Ábra 40) látható, hogy a körfolyamat keskeny és hosszú és, hogy a nyert munkát ábrázoló felület kicsi. A maximális nyomás magas, a maximális térfogat pedig nagy. A körfolyamat adott nyomásokra és térfogatokra

meglehetősen kevés munkát eredményez, illetve a nyert hasznos és a teljes expanzió által nyert munkák aránya kicsi, habár az hasznos nyert munka abszolút értéke maximális. Ez azt jelenti, hogy egy ilyen gép rendkívül nagy méretű lenne és kevés munkát eredményezne. Ezért nem alkalmazzák. Műszaki alkalmazásoknál sokkal egyszerűbb megközelítőleg állandó nyomásnál vagy térfogatnál hevíteni és hűteni a munkaközeget.

10.2. *Brayton-Joule-féle körfolyamat*

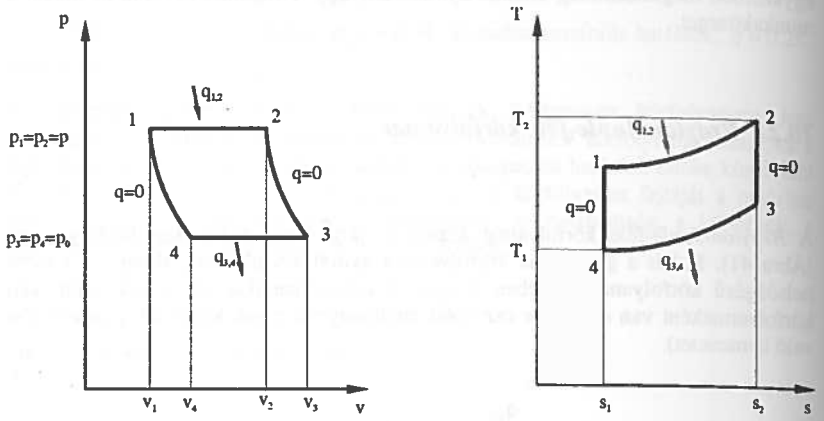
A *Brayton-Joule*-féle körfolyamat képezi a gázturbina ideális zárt körfolyamatát (Ábra 41). Habár a gázturbina körfolyamata nyitott körfolyamat, ahogy az a többi belsőégésű körfolyamat esetében is igaz, a termodinamikai elemzések során zárt körfolyamatként van elemezve (az égést eredményező gázok képeznék a rendszerbe való bemenetet).



Ábra 41 A gázturbina zárt körfolyamata

A körfolyamat két izobár és két adiabatikus állapotváltozásból áll (Ábra 42). A magasabb hőmérsékletű hőtartályból a munkaközeg $q_{1,2}$ hőenergiát vesz fel (az üzemanyag égésével) izobár térfogatnövelés közben (az *1*-es és a *2*-es állapotok közötti állapotváltozás). Ezután a turbinában adiabatikus térfogat-növekedés következik (a *2*-es és a *3*-as állapotok közötti állapotváltozás). A *3*-as és a *4*-es állapotok közötti állapotváltozás közben a munkaközeg izobár kompresszió közben az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartállyal közli a $q_{3,4}$ hőenergiát . Ezután a kompresszorban adiabatikus térfogatcsökkentés következik (a *4*-es és az *1*-es állapotok közötti állapotváltozás). Valós esetben a magasabb hőmérsékletű hőtartály

hőmérséklete magasabb kell, hogy legyen a körfolyamatban észlelhető legmagasabb hőmérsékletnél: $T_{tm} > T_2$, az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartály hőmérséklete pedig alacsonyabb kell, hogy legyen a körfolyamatban észlelhető legalacsonyabb hőmérsékletnél: $T_{ta} < T_4$.



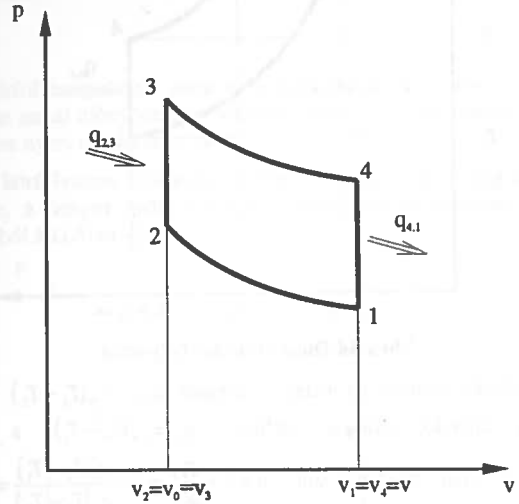
Ábra 42 Brayton-Joule-féle körfolyamat

Ha a munkaközeg áramlása a körfolyamatban stacionárius, feltételezni lehet, hogy a turbinától elvezetett munka: $w_{2,3} = h_2 - h_3 = c_p(T_2 - T_3)$, a kompresszorral közölt munka pedig: $w_{4,1} = h_4 - h_1 = c_p(T_4 - T_1)$. Ezen kívül, feltételezhető, hogy a hevítőben a munkaközeggel közölt hőenergia: $q_{1,2} = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1)$, a hűtőben pedig a munkaközegtől elvont hőenergia: $q_{3,4} = h_3 - h_4 = c_p(T_3 - T_4)$.

A hatásfokot a következőképen lehet kiszámítani: $\eta = 1 - \frac{q_{3,4}}{q_{1,2}} = 1 - \frac{c_p(T_3 - T_4)}{c_p(T_2 - T_1)} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$. Mivel az adiabatikus állapotváltozásra a következő képlet írható: $\frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} = \frac{T_1}{T_4}$, illetve: $T_2 = T_3\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}$ és $T_1 = T_4\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}$, arra lehet következtetni, hogy: $\eta = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_3\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} - T_4\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}}$ ami azt mutatja, hogy a hatásfok értéke csak a nyomások arányától függ. Minél nagyobb a nyomások aránya (kompresszió arány), annál magasabb a hatásfok értéke. Valós esetben, a fellépő veszteségek miatt, a hatásfok értéke alacsonyabb.

10.3. *Otto-féle körfolyamat*

Az *Otto*-féle körfolyamat a standard ideális levegős körfolyamat a benzin- illetve a gázmotornál. Két adiabatikus és két izochor állapotváltozásból áll (Ábra 43).

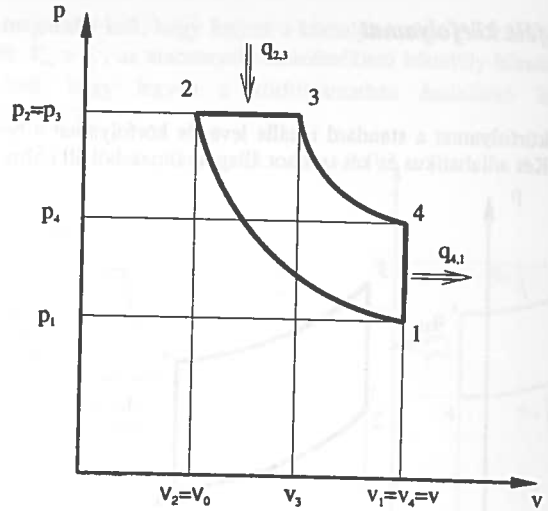


Ábra 43 Otto-féle körfolyamat

Ha az energiaközlés állandó térfogat mellett történik: $q_{2,3} = c_v(T_3 - T_2)$, és ez igaz az energia-elvonásra is: $q_{4,1} = c_v(T_4 - T_1)$, a hatásfokot a következőképen lehet meghatározni: $\eta = 1 - \frac{q_{4,1}}{q_{2,3}} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$. Mivel az ideális gázok adiabatikus állapotváltozásainál érvényes a: $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v}{v_0}\right)^{\chi-1}$ és $\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{v}{v_0}\right)^{\chi-1}$ összefüggés, és ha a: $\frac{v}{v_0} = r_v$ a kompresszió arány, akkor: $T_2 = T_1 r_v^{\chi-1}$ és $T_3 = T_4 r_v^{\chi-1}$, illetve: $\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_4 r_v^{\chi-1} - T_1 r_v^{\chi-1}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{(T_4 - T_1) r_v^{\chi-1}} = 1 - \frac{1}{r_v^{\chi-1}}$ ami azt jelenti, hogy a nagyobb kompresszió arány nagyobb hatásfokot eredményez.

10.4. *Diesel-féle körfolyamat*

A *Diesel*-féle körfolyamat a standard ideális levegős körfolyamat a dízelmotoroknál. Kettő adiabatikus, egy izobár és egy izochor állapotváltozásból áll (Ábra 44).



Ábra 44 Diesel-féle körfolyamat

Ha az energiaközlés állandó nyomáson történik: $q_{2,3}=c_p(T_3-T_2)$ és az energia-elvonás pedig állandó térfogat mellett: $q_{4,1}=c_v(T_4-T_1)$, a hatásfokot a következőképpen lehet meghatározni: $\eta=1-\frac{q_{4,1}}{q_{2,3}}=1-\frac{c_v(T_4-T_1)}{c_p(T_3-T_2)}=1-\frac{1}{\chi}\cdot\frac{T_4-T_1}{T_3-T_2}$.

Állandó nyomásnál az ideális gázok állapotváltozásánál a következőt lehet leírni: $\frac{v_2}{T_2}=\frac{v_3}{T_3}\Rightarrow\frac{v_3}{v_2}=\frac{T_3}{T_2}=\beta$, ahol a β a fajlagos térfogatok aránya izobár állapotváltozáskor. A hatásfok képletét $\frac{T_2}{T_2}$-vel bővítve:

$\eta=1-\frac{1}{\chi}\cdot\frac{\frac{T_4}{T_2}-\frac{T_1}{T_2}}{\frac{T_3}{T_2}-1}=1-\frac{1}{\chi}\cdot\frac{\frac{T_4}{T_2}-\frac{T_1}{T_2}}{\beta-1}$. Az állapotváltozás diagramja alapján a következő összefüggést írható: $\frac{v}{v_0}=r_v=\frac{v_4}{v_3}\cdot\frac{v_3}{v_2}\Rightarrow\frac{v_4}{v_3}=\frac{r_v}{\beta}$. Adiabatikus állapotváltozásnál az ideális gázokra a következő érvényes: $\frac{T_4}{T_3}=\left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{1-\chi}\Rightarrow T_4=T_3\left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{1-\chi}=T_3\left(\frac{r_v}{\beta}\right)^{1-\chi}$ és $\frac{T_1}{T_2}=r_v^{1-\chi}$. Ez alapján arra lehet következtetni, hogy a hatásfok értéke:

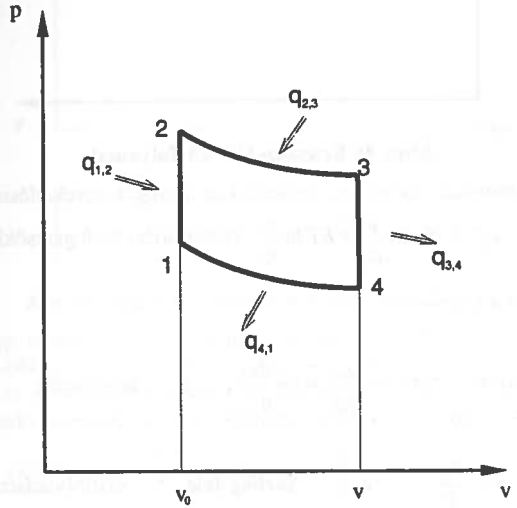
$\eta=1-\frac{1}{\chi}\cdot\frac{\frac{T_3\left(\frac{r_v}{\beta}\right)^{1-\chi}}{T_2}-r_v^{1-\chi}}{\beta-1}=1-\frac{1}{\chi}\cdot\frac{\beta\left(\frac{r_v}{\beta}\right)^{1-\chi}-r_v^{1-\chi}}{\beta-1}=1-\frac{1}{\chi}\cdot\frac{\beta^{\chi}-1}{(\beta-1)r_v^{\chi-1}}$. A képlet azt

mutatja, hogy a hatásfok a kompresszió arány és a közölt hőenergia függvénye, ami a β aránnyal van kifejezve.

10.5. Stirling-féle és Ericsson-féle körfolyamat

Ezeknek a körfolyamatoknak azonos a hatásfokuk a *Carnot*-féle körfolyamat hatásfokával, de annál előnyösebben alkalmazhatók, mert magasabb a hasznos nyert munka és a teljes nyert munkaarányuk.

A *Stirling*-féle körfolyamat külsőégésű körfolyamat (a munkaközeg a hengeren belül van elhelyezve, a henger pedig tömített), amely két izotermikus és két izochor állapotváltozásból áll (Ábra 45).



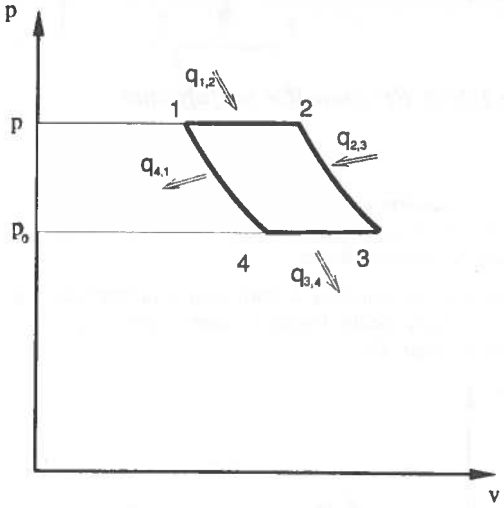
Ábra 45 Stirling-féle körfolyamat

A munkaközeggel izochor állapotváltozás közben közölt illetve attól elvont hőenergia a regenerátortól[44] van elvonva illetve azzal van közölve, és emiatt a környezettel cserélt hőenergia csak az izotermikus állapotváltozások által jön létre, mint ahogy az a *Carnot*-féle körfolyamatnál is be lett mutatva. Ebből arra lehet következtetni, hogy az összehasonlított körfolyamatok hatásfokai azonosak.

Az *Ericsson*-féle körfolyamat két izotermikus és két izobár állapotváltozásból áll (Ábra 46). A munkaközeggel izobár állapotváltozás közben közölt illetve attól elvont hőenergia a regenerátortól van elvonva illetve azzal van közölve, és emiatt a környezettel cserélt hőenergia csak az izotermikus állapotváltozások által jön létre,

[44] A regenerátor a gép alkatrésze és nem lesz külön elemezve.

mint ahogy az a *Carnot*-féle körfolyamatnál is be lett mutatva. Ebből arra lehet következtetni, hogy az összehasonlított körfolyamatok hatásfokai azonosak.



Ábra 46 Ericsson-féle körfolyamat

Ez előbbi diagramokat elemezve, izotermikus térfogat-növekedésre a következő képlet érvényes: $q_{2,3} = RT\ln\frac{p}{p_0} = RT\ln\frac{v}{v_0}$, izotermikus térfogatcsökkentésre pedig: $q_{4,1} = RT_0\ln\frac{p}{p_0} = RT_0\ln\frac{v}{v_0}$.

Ha a hatásfok: $\eta = 1 - \frac{q_{elv}}{q_{köz}} = 1 - \frac{q_{4,1}}{q_{2,3}}$, a következőt lehet leírni:

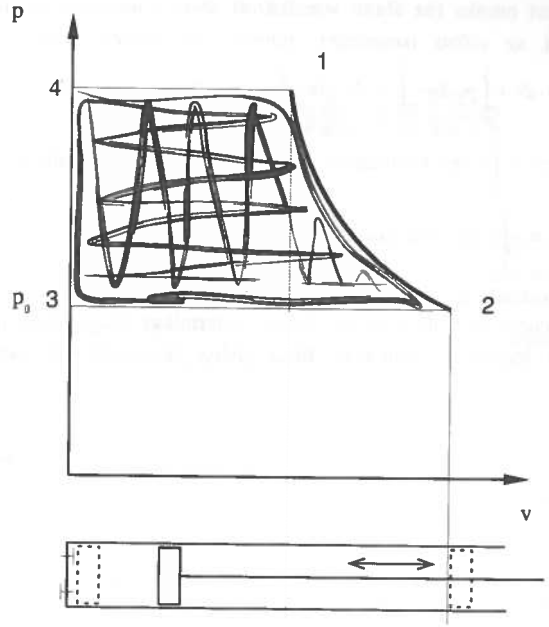
$$\eta = 1 - \frac{RT_0\ln\frac{v}{v_0}}{RT\ln\frac{v}{v_0}} = 1 - \frac{T_0}{T}$$ a *Stirling*-féle körfolyamatra, illetve:

$$\eta = 1 - \frac{RT_0\ln\frac{p}{p_0}}{RT\ln\frac{p}{p_0}} = 1 - \frac{T_0}{T}$$ az *Ericsson*-féle körfolyamatra.

10.6. Állandó nyomások közötti körfolyamat

A vizsgált körfolyamat megfelel a pneumatikus kalapács körfolyamatának ha jobbos, illetve a kompresszor körfolyamatának ha balos. A folyatatásban a jobbos

körfolyamat lesz elemezve. A munkaközeget (levegő) egy állandó nyomású tartályból nyerik. A pneumatikus szerszám egy mozgatható dugattyús henger mely kettő szeleppel van ellátva (beömlőszelep és kiömlőszelep) (Ábra 47).



Ábra 47 Állandó nyomások közötti körfolyamat

A beömlőszelep nyitásával, a p nyomású munkaközeg beömlik a hengerbe, mely dugattyúja a *4*-ből az *1*-es helyzetbe mozdul. Ez a térfogatváltozás állandó nyomás alatt jön létre és nem állapotváltozásként kell kezelni, hanem mint a munkaközeg áramlását állandó nyomás alatt (a henger megfelelő levegőmennyiséggel való kitöltése). Az eközben nyerhető munka: $w_{4,1} = \int_4^1 p \cdot dv$. A henger töltése után a beömlőszelep bezár a hengeren belül pedig további térfogat növekedés következik be az *1*-estől a *2*-es pontig, ahol a *2*-es pontban a nyomás azonos a környezet p_0 nyomásával. Ebben a pontban mechanikai egyensúlyban van a szerszám és a környezet. Az állapotváltozás eredményeként nyert munka: $w_{1,2} = \int_1^2 p \cdot dv$. Ez után nyílik a kiömlőszelep és a munkaközeg állandó nyomás alatt kiömlik a hengerből, a dugattyú a *2*-től az *3*-as helyzetbe mozdul. Ez a térfogatváltozás állandó nyomás mellett jön létre és nem állapotváltozásként kell kezelni, hanem mint a munkaközeg áramlását állandó nyomás mellett (a henger ürítése), miközben a végzendő munka: $w_{2,3} = \int_2^3 p \cdot dv$. A munkaközeg távozásával: $v = 0$, a kiömlőszelep bezárása és a beömlőszelep nyitása után a nyomás p_0-ról p-re változik, illetve izochor

állapotváltozás jön létre a *3*-as és a *4*-es állapotok között. Mivel az állapotváltozás izochor, nincsen munkavégzés: $w_{3,4} = 0$.

A hasznos nyert munka (az ábrán vonalkázott rész) a technikai munka w_{techn},. A munka értékét az előbb ismertetett munkák összegeként lehet meghatározni: $w = w_{techn} = \int_4^1 p \cdot dv + \int_1^2 p \cdot dv + \int_2^3 p \cdot dv + 0 = \oint p \cdot dv$. A pv diagram elemzése után a bejelölt felületet a $\int_1^2 v \cdot dp$ képlettel is meg lehet határozni, ami alapján a következő írható le: $w_{techn} = -\int_1^2 v \cdot dp$, ami korábban be lett mutatva.

Ha ideális gázoknál az állapotváltozás izotermikus (az *1*-es és a *2*-es állapotok között),: $pv = const \Rightarrow p \cdot dv = -v \cdot dp$, illetve izotermikus állapotváltozásnál a munka megegyezik a technikai munkával. Ettől eltérő állapotváltozás esetén ez nem érvényes.

11. Hőközlés

A folytatásban a hőközlés egyszerűbb esetei kerülnek bemutatásra. Az alkalmazott képletek matematikai hátterének összetettsége miatt, csak a végső képletek vannak ismertetve.

Mivel a fejezet alapcélja a hőközléssel kapcsolatos jelenségek alapszintű értelmezése, a bemutatott magyarázatok csak alapvető értelmezést eredményeznek.

11.1. A hőközlés mechanizmusai

A termodinamika második főtétele alapján azt lehet mondani, hogy a hőenergia saját magától csak a magasabb hőmérsékletű testről az alacsonyabb hőmérsékletű testre adható át.

A hőközlés elmélete a következő kérdésekre ad feleleteket:

- A test hőmérsékletének bizonyos hőmérsékletintervallumban való tartása (például egy csővezetékben áramló folyadék hőmérsékletének megtartása, vagy megfelelő hőmérsékletbiztosítás a hűtőszekrényben, stb.);
- A test hőmérsékletmezőjének meghatározása;
- A test illetve annak valamilyen pontja hevítési és hűtési sebességének meghatározása.

A hőenergia háromféleképpen közölhető:

1. Hővezetéssel, illetve kondukcióval, szilárd testeken, folyadékokon és gázokon át;
2. Hőátadással, illetve folyadék- vagy gázrészecskék konvekciójával;
3. Sugárzással, illetve radiációval, mely anyagközvetítő nélkül folyik, mert elektromágneses jellegű.

11.1.1. Kondukció - hővezetés

A kondukciót a hőmérséklet gradiens (hőmérsékletkülönbség) okozza, az anyagrészecskék látható mozgása nélkül. A hőenergia a molekulák kölcsönös kinetikus energiaátadásával van közölve[45].

Fémeknél a hővezetést a szabad elektronok is okozzák. Folyadékoknál és gázoknál akkor lehet hővezetésről beszélni, ha azok nincsenek mozgásban, vagy ha áramlás közben a fluid részecskéi nem keverednek (a folyadékok lamináris áramlásánál az áramhoz viszonyítva, keresztirányban hővezetés jelentkezhet).

11.1.2. Konvekció - hőátadás

A hőátadást különböző hőmérsékletű anyagrészecskék keverése okozza. A részecskék kisméretűek, de a molekulákhoz viszonyítva nagyok. A keverés miatt a különböző hőmérsékletű részecskék útvonalaikon, melyek az áramlás fajtájától függenek, másik különböző hőmérsékletű részecskékkel érintkeznek. Érintkezés közben megfelelő mennyiségű hőenergiát közölnek egymással. Ez alapján arra lehet következetni, hogy a hőátadás a különböző hőmérsékletű részecskék közvetlen érintkezésén van alapozva. A hőátadás közvetlen összefüggésben áll az áramlási jelenségekkel.

A konvekció lehet természetes, illetve szabad, ha a folyamat közben a folyadékáramlás a folyadék sűrűségkülönbsége miatt jön létre. A sűrűségkülönbséget a részecskék egyenetlen hőmérséklete okozza. Ha a folyadékáramlás mesterségesen van okozva (például ventilátorral, vagy szivattyúval...), akkor a konvekció kényszeríttet. Kényszeríttet konvekciónál a hőközlés nagyobb, mert több érintkezés keletkezik a részecskék között azonos idő alatt.

11.1.3. Radiáció - sugárzás

Radiációnál a hőközlés hősugarak formájában folyik, melyek elektromágneses hullámok. Minden test melynek valamilyen hőmérséklete van hőenergiát sugároz. Ez a hőenergia elektromágneses hullámok formájában van közvetítve másik testek felé (például a Nap hősugárzása a Föld felé)[46].

---

[45] Korábban bemutatott, hogy a molekulák átlagos sebessége nagyobb, ha a hőmérséklet magasabb, így a magasabb hőmérsékletű testrészek gyorsabb molekulái a lassabb molekulákkal való ütközések után lelassulnak, míg az alacsonyabb hőmérsékletű testrészek lassúbb molekulái felgyorsulnak. A folyamat a molekulák átlagos sebességeinek kiegyenlítése, illetve a hőegyensúly elérése felé irányul.

[46] A hősugárzás nem lesz külön elemezve, de ezen a helyen szükséges megemlíteni a *Stefan-Boltzmann*-féle törvényt, mely a következőképpen van definiálva: A j^* teljes energia mellyel a fekete test a tér egységnyi felületébe sugárzik egységnyi idő alatt, arányos a fekete test termodinamikai hőmérsékletének negyedik hatványával: $j^* = \varepsilon\sigma T^4 ... \left[\frac{J}{m^2 s}\right]$, ahol az ε együttható a fekete test

Míg a kondukció és a konvekció anyagközvetítő által jöhetnek létre, a radiáció vákuumban is létrejöhet, mert nincsen szükség anyagközvetítőre, habár a hősugárzást is anyag okozza. Ezen kívül, kondukciónál és konvekciónál a hőenergia mindig csak a monoton hőmérsékletcsökkenés irányában lehet közölve, míg radiációnál a hőenergia áthaladhat az energiát közlő testek hőmérsékleteitől magasabb és alacsonyabb hőmérsékletű területeken is.

11.2. Hőközlés hővezetéssel

11.2.1. Hőmérsékletmező

Rendszerint minden fizikai jelenségnél a fizikai jellemzők időben és térben változnak. Mivel a kondukció csak a testek vagy azok részeinek különböző hőmérsékleteinél jelentkezhet, akkor kondukciónál a hőmérséklet időben és térben változik.

A hőmérséklet téridő változása analitikailag a következő formában fejezhető ki: $t = f(x, y, z, \tau)$, ahol (x, y, z) valamilyen pont térbeli koordinátái, a τ pedig az idő. A: $t = f(x, y, z, \tau)$ egyenlet instacionáris hőmérsékletmezőt definiál, mert a pontok hőmérsékletei időben változnak.

Ha a hőmérséklet az idő függvényében nem változik: $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$, a hőmérsékletet a következőképpen lehet kifejezni: $t = f(x, y, z)$, ahol az egyenlet stacionáris illetve állandósult hőmérsékletmezőt definiál.

Ha a hőmérsékletmező csak egy koordináta függvénye, akkor egydimenziós hőmérsékletmezőről lehet beszélni: $t = f(x)$.

11.2.2. Hővezetési együttható

A $\lambda ... \left[Ws \frac{1}{m^2} \frac{1}{s} \frac{1}{K/m} = \frac{W}{mK}\right]$ hővezetési együttható a test fizikai tulajdonsága. Általános esetben az vizsgált anyagtól, annak nyomásától és hőmérsékletétől függ. Rendszerint kísérletekkel definiálják. A hővezetési együttható értéke az a hőenergia-mennyiség, mely azonos hőmérsékletű egységnyi felületen van átvezetve egységnyi

---

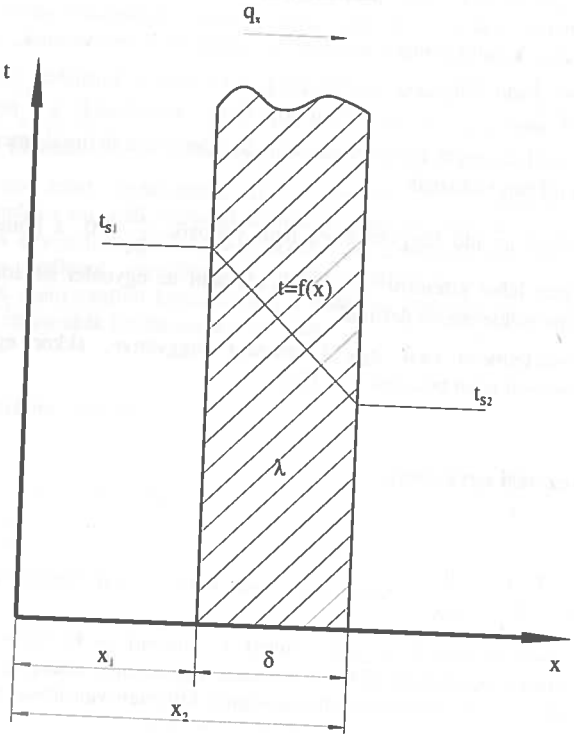
emissziós együtthatója és az abszolút fekete testnél értéke: $\varepsilon = 1$. A: $\sigma = 5.6704 \cdot 10^{-8} ... \left[\frac{J}{m^2 s K^4}\right]$ a *Stefan-Boltzmann*-féle állandó.

időben egységnyi hőmérséklet gradiensnél (egységnyi hőmérsékletkülönbségnél). A hővezetési együttható leginkább a hőmérséklet függvénye.

11.2.3. Egydimenziós hővezetés egyrétegű síklemezen át állandó és izotermikus külső felülethőmérsékleteknél

Ha egy δ vastagságú homogén síklemez van elemezve, mely hővezetési együtthatója állandó és mely külső felületeinek hőmérsékletei t_{s1} és t_{s2} (a külső felületek izotermikusak) és ha a hővezetés az x tengely irányában folyik (Ábra 48), akkor a $q_x \cdots \left[\frac{J}{m^2 s} = \frac{W}{m^2}\right]$ hőáramsűrűség a következő képlet alapján határozható meg:

$$q_x = \frac{\lambda}{\delta}(t_{s1} - t_{s2}).$$



Ábra 48 Egydimenziós hővezetés

A képlet a következőképpen is leírható: $q_x = \frac{(t_{s1} - t_{s2})}{\frac{\delta}{\lambda}}$, és ilyen módon össze lehet hasonlítani az *Ohm*-féle törvénnyel: $\left(I = \frac{U}{R}\right)$. Ez alapján arra lehet következtetni, hogy a lemez vastagsága és a hővezetési együttható aránya képezi az úgynevezett R hőellenállást, mely ebben az esetben: $\frac{\delta}{\lambda} = R \cdots \left[\frac{m^2 K}{W}\right]$. Ez alapján a következő írható le:

$$q_x = \frac{\Delta t_s}{R}.$$

A képlet azt mutatja, hogy a hőáramsűrűség arányos a lemez külső felületeinek hőmérsékletkülönbségével és, hogy fordítottan arányos a hővezetési ellenállással.

Az x tengely irányában a hőmérsékletek (hőmérsékletmező) a következő képlettel írható le: $t_x = t_{s1} - \frac{t_{s1} - t_{s2}}{\delta} x$. A képlet alapján a hőmérséklet és a vizsgált helyzet között lineáris az összefüggés.

11.2.4. Egydimenziós hővezetés többrétegű síklemezen át állandó és izotermikus külső felülethőmérsékleteknél

Ha egy többrétegű síklemez van elemezve, ahol a rétegek vastagságai $\delta_1, \delta_2, \delta_3$, melyek hővezetési együtthatói állandók és melyek külső felületeinek hőmérsékletei t_{s1}, t_{s2}, t_{s3} és t_{s4} (a külső felületek izotermikusak) és ha a hővezetés az x tengely irányában folyik (Ábra 49), akkor a hőáramsűrűség állandó kell, hogy legyen minden rétegben.

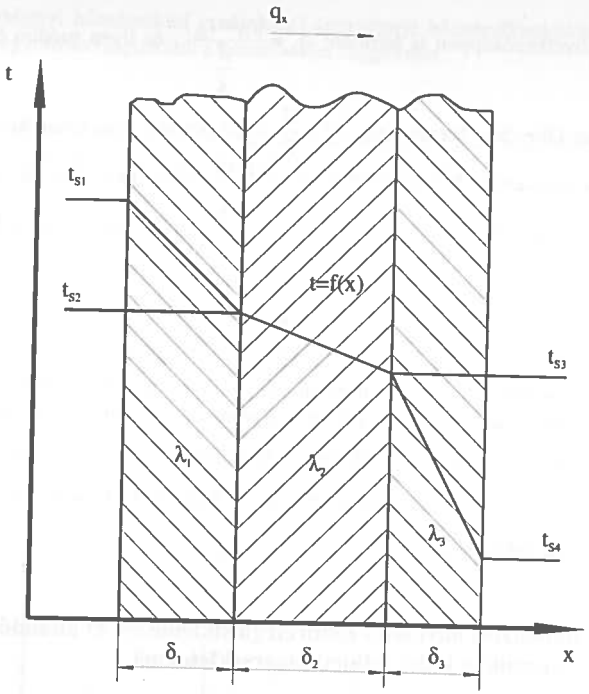
Ha a hőáramsűrűséget meghatározzák minden rétegre, a következő képletek írhatók

$$q_x = \frac{(t_{s1} - t_{s2})}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}} \Rightarrow q_x \frac{\delta_1}{\lambda_1} = (t_{s1} - t_{s2})$$

le: $q_x = \frac{(t_{s2} - t_{s3})}{\frac{\delta_2}{\lambda_2}} \Rightarrow q_x \frac{\delta_2}{\lambda_2} = (t_{s2} - t_{s3})$. Ha az előbbi képleteket összeadják, a

$$q_x = \frac{(t_{s3} - t_{s4})}{\frac{\delta_3}{\lambda_3}} \Rightarrow q_x \frac{\delta_3}{\lambda_3} = (t_{s3} - t_{s4})$$

hőáramsűrűség az adott feltételek alatt: $q_x = \frac{(t_{s1} - t_{s4})}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{(t_{s1} - t_{s4})}{R_1 + R_2 + R_3}$.



Ábra 49 Egydimenziós hővezetés

n réteges lemezre, a következő képlet írható le:

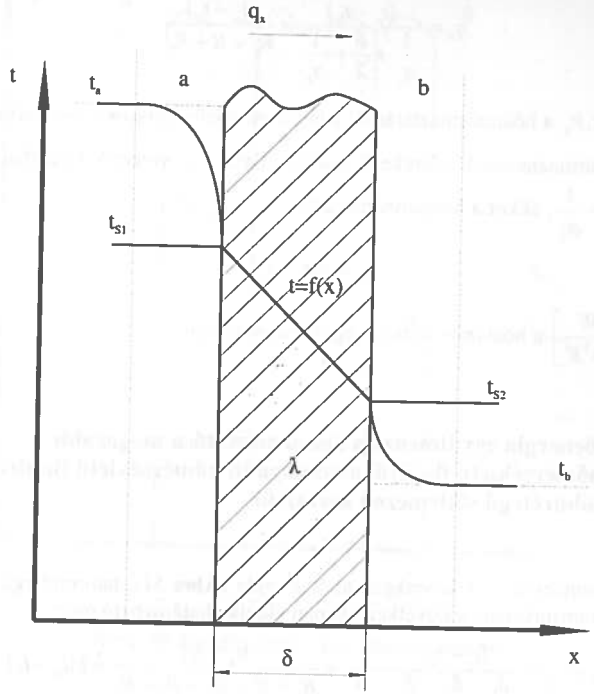
$$q_x = \frac{(t_{s1} - t_{s(n+1)})}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}} = \frac{(t_{s1} - t_{s(n+1)})}{\sum_{i=1}^{n} R_i}.$$

11.2.5. A hőenergia egydimenziós átszármaztatása magasabb hőmérsékletű fluidról alacsonyabb hőmérsékletű fluidra egyrétegű síklemezen keresztül

A teljes hőenergia-átadást magasabb hőmérsékletű fluidról alacsonyabb hőmérsékletű fluidra valamilyen szilárd testen keresztül hátszármaztatásnak nevezik (a magasabb hőmérsékletű fluidról a szilárd test külső érintkező felületére a hőenergia konvekcióval, illetve hőátadással van átadva; a szilárd testen keresztül hővezetéssel, illetve kondukcióval van vezetve; a szilárd test külső érintkező felületéről az alacsonyabb hőmérsékletű fluidra pedig konvekcióval van vezetve).

Ha egy δ vastagságú homogén síklemez van elemezve, mely hővezetési együtthatója állandó és mely külső felületeinek hőmérsékletei t_{s1} és t_{s2}, és mely síklemez két állandó t_a és t_b hőmérsékletű fluiddal érintkezik, melyek hőátadási együtthatói α_a és

α_b[47], és ha a hővezetés az *x* tengely irányában folyik (Ábra 50), akkor a hőenergia a t_a hőmérsékletű fluidról a t_b hőmérsékletű fluidra van átszármaztatva.



Ábra 50 Egydimenziós hőátszármaztatás

A $t_a - t_{s1}$ és $t_{s4} - t_b$ hőmérsékletkülönbségeket a fluid-rétegeken keresztül jelentkező hőellenállások eredményezik. A fluid-rétegeket melyek közvetlenül a síklemez felületei mellet keletkeznek határrétegeknek nevezik[48]. A hőátadás intenzitása az *a* és *b* határrétegekben a hőátadási együtthatókkal van meghatározva.

Állandósult állapotban, a hőáramsűrűség azonos és változatlan. Ez alapján a

$$q_x = \alpha_a (t_a - t_{s1}) \Rightarrow \frac{q_x}{\alpha_a} = (t_a - t_{s1})$$

következő képletek írhatók le: $q_x = \frac{(t_{s1} - t_{s2})}{\frac{\delta}{\lambda}} \Rightarrow q_x \frac{\delta}{\lambda} = (t_{s1} - t_{s2})$. Ha az előbbi

$$q_x = \alpha_b (t_{s2} - t_b) \Rightarrow \frac{q_x}{\alpha_b} = (t_{s2} - t_b)$$

[47] A hőátadási együtthatóval kapcsolatos alaptudnivalók a folytatásban lesznek bemutatva.

[48] A határréteg fogalma nem lesz elemezve.

képleteket összeadják, az adott esetben a hőáramsűrűséget a következő képlet alapján lehet meghatározni:

$$q_x = \frac{(t_a - t_b)}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_b}} = \frac{(t_a - t_b)}{R_a + R + R_b},$$

ahol az R_a, R, R_b a hőátszármaztatásnál jelentkező hőellenállásokat definiálják.

Ha a hőátszármaztatásnál jelentkező hőellenállást a következő formában írják le: $\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_b}$, akkor a hőáramsűrűséget:

$$q_x = k(t_a - t_b),$$

ahol a k... $\left[\frac{W}{m^2 K}\right]$ a hőátszármaztatási együtthatót képezi.

11.2.6. A hőenergia egydimenziós átszármaztatása magasabb hőmérsékletű fluidról alacsonyabb hőmérsékletű fluidra többrétegű síklemezen keresztül

Az előbbi elemzések és a következő ábra alapján (Ábra 51), háromrétegű sík lemez esetén a hőáramsűrűséget a következő képlet alapján határozható meg:

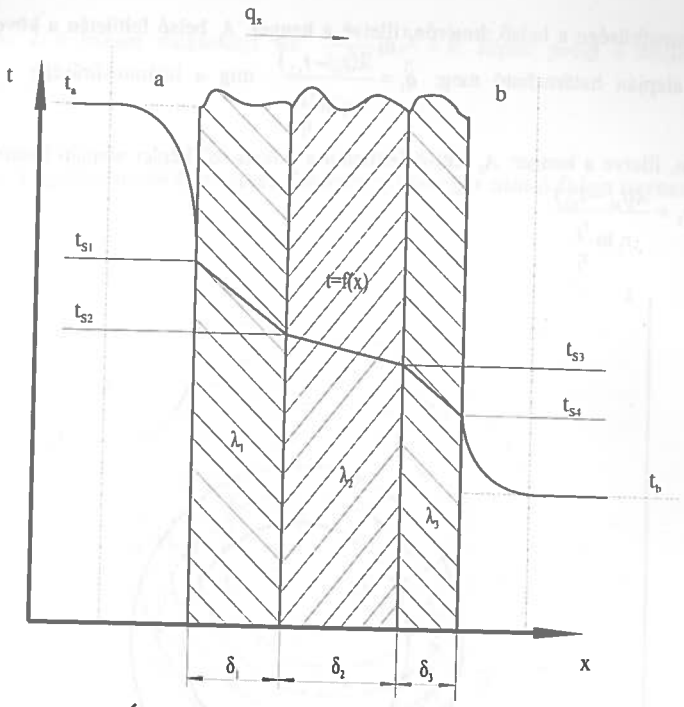
$$q_x = \frac{(t_a - t_b)}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_b}} = \frac{(t_a - t_b)}{R_a + R_1 + R_2 + R_3 + R_b} = k(t_a - t_b),$$

ahol a hőátszármaztatási együttható: $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_b}}$.

n rétegű lemez esetén, a következő írható le:

$$q_x = \frac{(t_a - t_b)}{\frac{1}{\alpha_a} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_b}} = \frac{(t_a - t_b)}{R_a + \sum_{i=1}^{n} R_i + R_b} = k(t_a - t_b),$$

ahol a hőátszármaztatási együttható: $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_b}}$.



Ábra 51 Egydimenziós hő-átszármaztatás

11.2.7. Egydimenziós hővezetés egyrétegű henger alakú falon keresztül

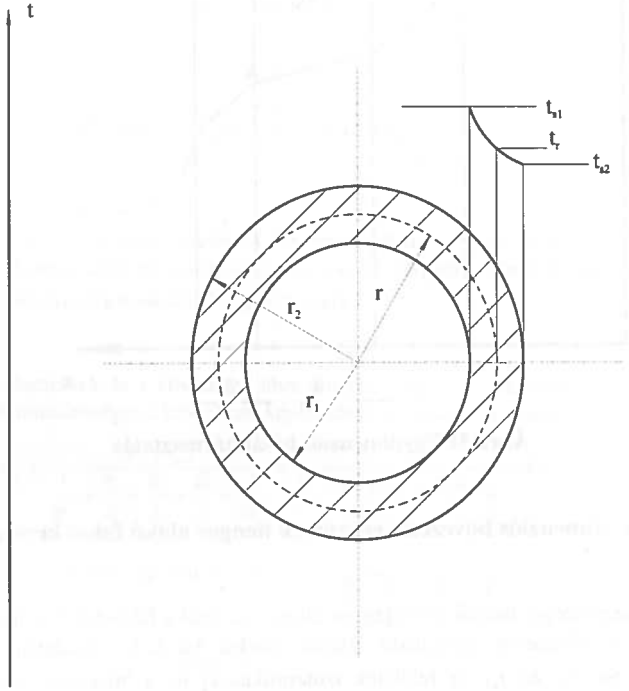
Egy egyrétegű üreges henger (cső) legyen elemezve, ahol a fal belső és külső sugarai r_1 és r_2, a hővezetési együttható állandó értékű, fal külső felületein pedig a hőmérsékletek t_{s1} és t_{s2} (a felületek izotermikusak) és a hővezetés a henger r sugarának irányában folyik (Ábra 52).

A henger falán belül a hőmérsékletmező a következő képlet alapján határozható meg:

$t_r = t_{s1} - (t_{s1} - t_{s2})\frac{\ln\frac{r}{r_1}}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$. A képlet alapján arra lehet következtetni, hogy a hőmérséklet és a pozíció között logaritmikus összefüggés van.

Mivel az hengerfalon keresztül vezetett hőenergia-mennyiség azonos a fal belső és külső felületein (az energiamennyiség azonos kell, hogy maradjon), arra lehet következtetni, hogy a hőáramsűrűség nem lehet állandó a henger átmérőjének irányában és, hogy a hőáramsűrűségnek csökkennie kell a sugár növekedésével (mert a sugárral a felület is növekszik).

A hőáramsűrűsége a belső átmérőn, illetve a henger A_1 belső felületén a következő képlet alapján határozható meg: $q_1 = \dfrac{\lambda(t_{s1} - t_{s2})}{r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}}$, míg a hőáramsűrűsége a külső átmérőn, illetve a henger A_2 külső felületén a következő képlet alapján határozható meg: $q_2 = \dfrac{\lambda(t_{s1} - t_{s2})}{r_2 \ln \frac{r_2}{r_1}}$.



Ábra 52 Egydimenziós hővezetés

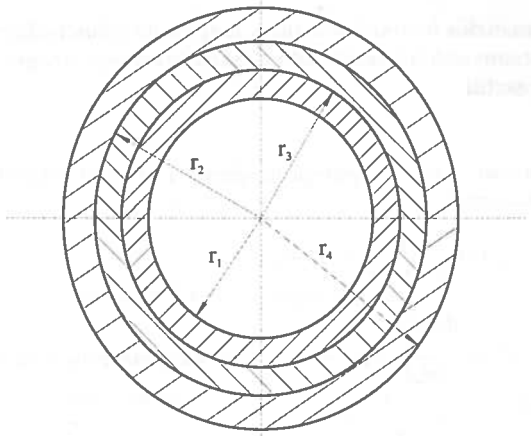
A hőáramsűrűséggel ellentétben, a hőáram $\Phi..\left[\frac{J}{s}\right]$, illetve az a vezetett hőenergia-mennyiség egységnyi idő alatt állandó marad. A hőáramot a következő képlet alapján határozható meg:

$$\Phi = q_1 A_1 = q_2 A_2 \Rightarrow \frac{\lambda(t_{s1} - t_{s2})}{r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}} 2 r_1 \pi L = \frac{\lambda(t_{s1} - t_{s2})}{r_2 \ln \frac{r_2}{r_1}} 2 r_2 \pi L = 2\pi L \lambda \frac{(t_{s1} - t_{s2})}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \text{ illetve:}$$

$$\Phi = \frac{(t_{s1} - t_{s2})}{\frac{1}{2\pi L \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}},$$

ahol az L a henger magassága, az: $\dfrac{1}{2\pi L \lambda} \ln \dfrac{r_2}{r_1} = R$ képlet pedig a hőellenállást definiálja.

11.2.8. Egydimenziós hővezetés többrétegű henger alakú falon keresztül



Ábra 53 Többrétegű henger

Az előbbi elemzések és az előbbi ábra alapján (Ábra 53), háromrétegű hengernél a hőáramo a következő képletek alapján határozható meg:

$$\Phi = 2\pi L \lambda_1 \frac{(t_{s1} - t_{s2})}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \Rightarrow \frac{\Phi \ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi L \lambda_1} = (t_{s1} - t_{s2})$$

$$\Phi = 2\pi L \lambda_2 \frac{(t_{s2} - t_{s3})}{\ln \frac{r_3}{r_2}} \Rightarrow \frac{\Phi \ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi L \lambda_2} = (t_{s2} - t_{s3}).$$

$$\Phi = 2\pi L \lambda_3 \frac{(t_{s3} - t_{s4})}{\ln \frac{r_4}{r_3}} \Rightarrow \frac{\Phi \ln \frac{r_4}{r_3}}{2\pi L \lambda_3} = (t_{s3} - t_{s4})$$

Ha a képleteket összeadják, a következő írható le:

$$\Phi = \frac{(t_{s1} - t_{s4})}{\frac{1}{2\pi L\lambda_1}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{2\pi L\lambda_2}\ln\frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{2\pi L\lambda_3}\ln\frac{r_4}{r_3}} = \frac{(t_{s1} - t_{s4})}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

n rétegű henger esetén:

$$\Phi = \frac{(t_{s1} - t_{s(n+1)})}{\frac{1}{2\pi L}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}} = \frac{(t_{s1} - t_{s(n+1)})}{R_i}.$$

11.2.9. Egydimenziós hőátszármaztatás magasabb hőmérsékletű fluidról alacsonyabb hőmérsékletű fluidra egyrétegű henger alakú falon keresztül

Az előbbi elemzések alapján egyrétegű hengernél a hő-áram a következő képletek alapján határozható meg:

$$\Phi = 2r_1\pi L\alpha_a(t_a - t_{s1}) \Rightarrow \frac{\Phi}{2r_1\pi L\lambda\alpha_a} = (t_a - t_{s1})$$

$$\Phi = 2\pi L\lambda\frac{(t_{s1} - t_{s2})}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \Rightarrow \frac{\Phi\ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi L\lambda} = (t_{s1} - t_{s2})$$. Ha a képleteket összeadják:

$$\Phi = 2r_2\pi L\alpha_b(t_{s2} - t_b) \Rightarrow \frac{\Phi}{2r_2\pi L\lambda\alpha_b} = (t_{s2} - t_b)$$

$$\Phi = \frac{(t_a - t_b)}{\frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2\alpha_b}\right)} = \frac{(t_a - t_b)}{R_a + R + R_b}.$$

Ha a hőellenállás a következőképpen van kifejezve: $\frac{1}{k_iA_i} = \frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2\alpha_b}\right)$, akkor a következő írható le:

$$\Phi = k_iA_i(t_a - t_b),$$

ahol a k_i az A_i felületre meghatározott hőátszármaztatási együttható. Az együttható a következő képlet alapján határozható meg:

$$k_i = \frac{1}{2r_i\pi L}\cdot\frac{1}{\frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2\alpha_b}\right)} = \frac{1}{r_i\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2\alpha_b}\right)}.$$

A képletben az r_i a henger palástjának i-adik sugara, mely értékei a következők lehetnek: $r_1 \le r_i \le r_2$.

n rétegű henger esetén a következő írható le:

$$\Phi = \frac{(t_a - t_b)}{\frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{r_{n+1}\alpha_b}\right)} = \frac{(t_a - t_b)}{R_a + \sum_{i=1}^{n}R_i + R_b}.$$

A hőáram a következő képlet alapján is meghatározható:

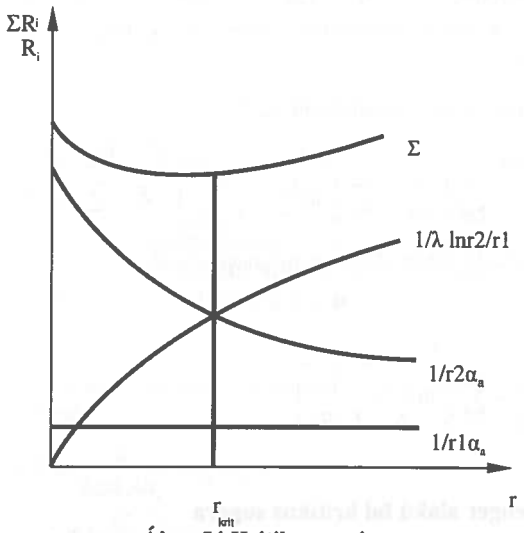
$$\Phi = k_iA_i(t_a - t_b),$$

ahol: $k_i = \frac{1}{r_i\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_1} + \frac{1}{r_{n+1}\alpha_b}\right)}$.

11.2.10. A henger alakú fal kritikus sugara

Ha a hőáram képletét elemzik: $\Phi = \frac{(t_a - t_b)}{\frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2\alpha_b}\right)}$, arra lehet következtetni, hogy a nevező a hőátszármaztatási hőellenállás: $R = \frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2\alpha_b}\right)$. Ha minden érték állandó kivéve az r_2 sugarat, akkor a hőáram értéke csak a külső sugártól függ. A képlet alapján arra lehet következtetni, hogy az $\frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}$ értéke növekszik ha az r_2 értéke növekszik, az $\frac{1}{r_2\alpha_b}$ értéke pedig csökken, míg az $\frac{1}{r_1\alpha_a}$ értéke nem változik. Ez alapján arra lehet következtetni, hogy létezik egy kritikus sugár: $r_2 = r_{krit}$, melynél a hőellenállás minimális. Ha a $\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2\alpha_b}\right)$ képletet deriválják és kiegyenlítik nullával, a következő írható le: $\frac{d\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2\alpha_b}\right)}{dr_2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\lambda r_2} - \frac{1}{\alpha_b r_2^2} = 0$. Ez alapján a kritikus sugár értéke: $r_2 = r_{krit} = \frac{\lambda}{\alpha_b}$. Ha a henger külső sugara kisebb a kritikus értéktől: $r_2 < r_{krit}$, a hőellenállás csökken az r_2 növelésével. Ebben az esetben a hőellenállásra nagyobb

kihatással van a külső felület növekedése ($\frac{1}{r_2\alpha_b}$) mint a falvastagságé ($\frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}$) (Ábra 54).



Ábra 54 Kritikus sugár

11.2.11. Csővezetékek egyrétegű szigetelése

Az előbb elemzett jelenség figyelembevétele fontos a csővezetékek szigetelésekor. Nem megfelelő, túlságosan vékony szigetelés, nem szigeteli a csővezetékeket, hanem serkenti a hővezetést.

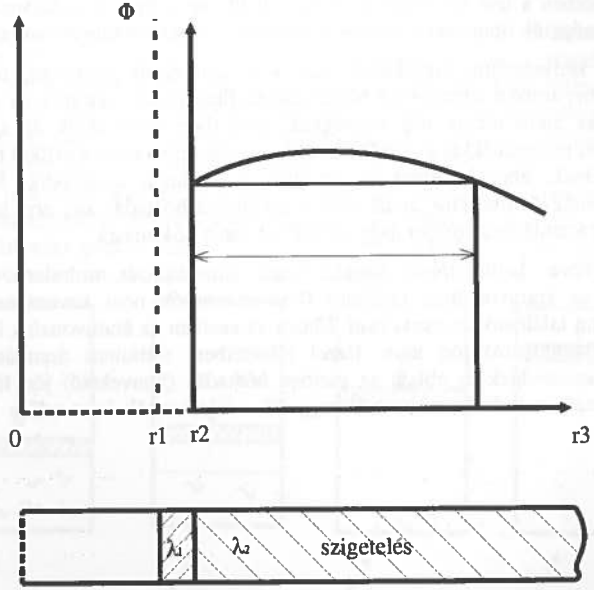
Ha egy szigetelt csővezetékre leírják a hőáram képletét: $\Phi = \frac{(t_a - t_b)}{\frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{r_3\alpha_b}\right)}$ (Ábra 55) és ha a szigetelőréteg r_3 külső sugarán kívül minden érték definiált és állandó, meg kell határozni azt a minimális szigetelésvastagságot (a külső sugár értékét), mely kisebb hőáramot eredményez mint amilyen az szigetelés nélkül lenne.

Ha szigetelés nélkül a hőáram értéke: $\Phi = \frac{(t_a - t_b)}{\frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2\alpha_b}\right)}$, akkor az előbbi képleteket ki kell egyenlíteni és ki kell fejezni az r_3 szigetelés külső sugarát:

$$\frac{(t_a - t_b)}{\frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{r_3\alpha_b}\right)} = \frac{(t_a - t_b)}{\frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{r_1\alpha_a} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2\alpha_b}\right)},$$ illetve:

$\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{r_3\alpha_b} = \frac{1}{r_2\alpha_b}$. Az előbbiek alapján a következő képlet írható le:

$\frac{1}{\lambda}\ln r_3 + \frac{1}{r_3\alpha_b} = \frac{1}{r_2\alpha_b} + \frac{1}{\lambda}\ln r_2$. Ha a kapott képletbe behelyettesítik a következőket: $\frac{1}{\lambda} = a$, $\alpha_b = b$ és $\frac{1}{r_2\alpha_b} + \frac{1}{\lambda}\ln r_2 = -c$, ahol az a, b és c állandók, a következő egyenlet írható le: $a\ln r_3 + \frac{1}{br_3} + c = 0$[49]. Az egyenlet alapján meg lehet határozni a szigetelés szükséges minimális külső sugarát ahhoz, hogy a hőáram kisebb legyen a szigetelés nélküli hőáramtól.



Ábra 55 A szigetelés minimális vastagsága

[49] Ez az egyenlet megoldható például a *Matlab* programcsomaggal, mely a következő megoldást eredményezi: $r_3 = e^{\left(\left(LambertW\left(-1/b/a\cdot e^{(c/a)}\right)a-c\right)/a\right)}$. A megoldás nem lesz külön elemezve.

11.3. *Hőátadás - konvekció*

Mint ahogy az előbb már említve volt, a hőközlés egyik formája a mozgásban levő fluid és a szilárd test közötti hőátadás. A gyakorlatban alkalmazott számítások (az előbbi fejezetekben is alkalmazott számítások) a *Newton*-féle törvényen vannak alapozva: $d\Phi = \alpha(t_s - t_\infty)dA$, mely azt mutatja, hogy a $d\Phi$ hőáram differenciálja mely t_s hőmérsékletű szilárd testről van közölve t_∞ hőmérsékletű fluidra arányos a fluid határrétegében jelentkező hőmérsékletcsökkenéssel, mely közvetlenül a szilárd test felületén alakul.

Az $\alpha...\left[\frac{W}{m^2K}\right]$ együttható lokális hőátadási együtthatóként van definiálva. Az együttható által vannak kifejezve a feltételek melyek alatt gyakorlatban folyik a hőátadás, illetve a hőátadás intenzitása. Az együttható több tényező függvénye és általános esetben a test méretétől és alakjától, illetve a fluid áramlásának típusától, annak sebességétől, hőmérsékletétől és a folyadék más fizikai tulajdonságaitól függ.

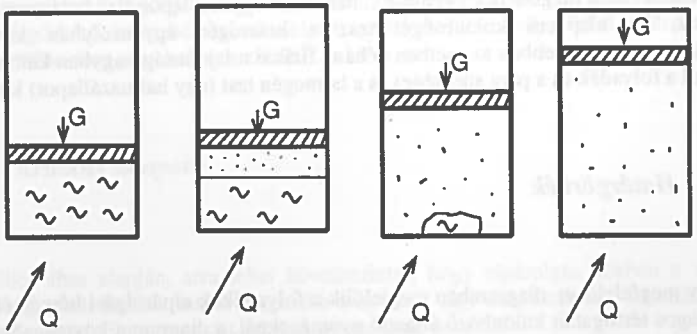
Szabad és kényszeríttet áramlásnál, fontos a konvekció jelensége, mely akkor következik be, amikor a magasabb hőmérsékletű fluid részecskék melyek a test külső felületétől az áram magja felé mozognak, miközben keverednek az alacsonyabb hőmérsékletű részecskékkel és lehűlnek. A hidegebb részecskék a szilárd test felülete felé mozdulnak, ahol hevülnek és ez után a folyamat ismétlődik. Minél több részecskeérintkezés jön létre, annál inkább intenzív a hőátadás ami arra következtet, hogy a fluid áramlásának típusa nagy kihatással van a hőátadásra.

Alapjában véve, kettő típusú áramlás van: lamináris és turbulens. Lamináris áramlásnál az áramvonalban található fluid-részecskék nem keverednek a többi áramvonalban található részecskékkel. Ebben az esetben az áramvonalak között csak hővezetés (kondukció) jön létre. Ezzel ellentétben, turbulens áramlás esetén a részecskék keverednek és ebben az esetben hőátadás (konvekció) jön létre. Minél inkább intenzív a turbulencia, annál nagyobb a részecskék keveredése és ezzel a hőátadás is.

12. Elpárolgás és kondenzáció

Mivel a gyakorlatban sűrűn lehet találkozni az elpárolgás és kondenzáció jelenségeivel, a folytatásban röviden lesznek ismertetve a jelenségekkel kapcsolatos fontosabb tények.

Legyen a folyadék (például víz) valamilyen nyomású, térfogatú és hőmérsékletű, és legyen egy állandó nyomású tartályba zárva (Ábra 56). Ha a vízzel hőenergiát közölnek, annak hőmérséklete növekszik, de a térfogat csak kissé változik (például növekszik). Egy megfelelő hőmérsékletnél, mely az adott nyomástól függ, a folyadék forrni kezd. Mérésekkel meghatározták, hogy a folyadék és a létrehozott pára (például vízpára) azonos hőmérsékletűek. További hevítés eredményeként a víz vízpárává alakul át, miközben állandó nyomásnál a térfogat jelentősen növekszik. Párolgás közben a hőmérséklet nem növekszik, függetlenül a hőközlés intenzitásától. Amikor az összes folyadék párává alakul át, a hőmérséklet növekedni kezd és a pára térfogata tovább növekszik mint ahogy az a gázoknál szokásos.

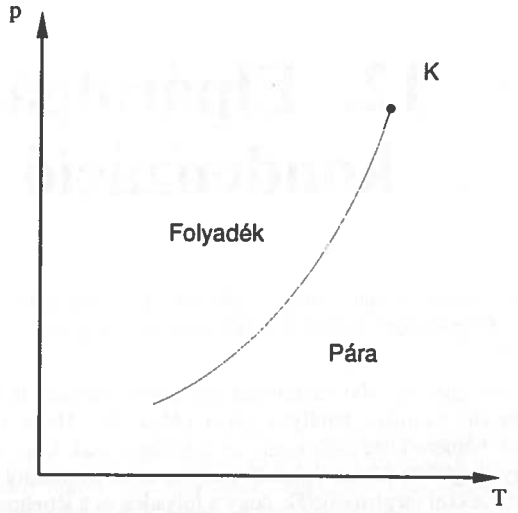


Ábra 56 Elpárolgás

12.1. *Tenziógörbe*

Megfelelő nyomásnak csakis egy forráshőmérséklet felel meg. A megfelelő nyomás és hőmérséklet párost telítési nyomásnak és telítési hőmérsékletnek nevezik (telített

állapot). Ha a telítési nyomás és a telítési hőmérséklet megfelelő értékeit pT diagramban ábrázolják: $p = f(T)$, az úgynevezett teziógörbe jön létre mely a vizsgált anyag függvénye (Ábra 57).



Ábra 57 Teziógörbe

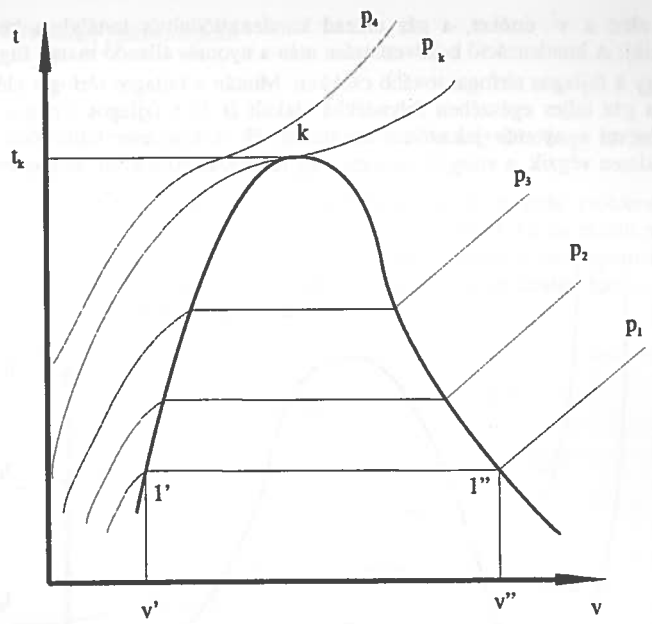
A teziógörbétől jobbra a pára területe helyezkedik el, míg ballra a folyadék területe található.

Az előbbiek alapján arra lehet következtetni, hogy telített állapotban a nyomás és a hőmérséklet nem függetlenek egymástól, hanem az egyik állapotjelző határozza meg a másikat. Ez alapvető különbséget tesz a heterogén egyensúlyban levő két halmazállapotú test (ebben az esetben néhány fizikai tulajdonság nagyban különbözik, például a folyadék és a pára sűrűsége) és a homogén test (egy halmazállapot) között.

12.2. *Határgörbék*

Ha egy megfelelő vt diagramban megjelölik a folyadékok elpárolgási hőmérsékleteit és fajlagos térfogatait különböző állandó nyomásoknál, a diagram a következőképpen néz ki (Ábra 58).

Ha p_1 nyomásnál elemzik az állapotokat azt lehet látni, hogy $1'$ állapotnál a folyadék elérte a t_1 telítési hőmérsékletet és v' fajlagos térfogatot. Elpárolgás közben, a telítési mezőben (a „$'$" és „$''$" állapotok között) folyadék és pára keveréke helyezkedik el, a keverék fajlagos térfogata pedig a folyadék és a pára arányától függ. Az ilyen keveréket nedves vagy telített párának nevezik. Miután a folyadék teljes egészében elpárolog, száraz telített pára keletkezik, ami $1''$ állapottal van jelölve, fajlagos térfogata pedig v''.



Ábra 58 Határgörbék

Ha összekötik különböző nyomásoknál azokat a pontokat melyeknél bekövetkezik az elpárolgás, az úgynevezett alsó határgörbét definiálják. Ha összekötik különböző nyomásoknál azokat a pontokat melyeknél befejeződik az elpárolgás, az úgynevezett felső határgörbét definiálják. A határgörbék között helyezkedik el a telítési mező. Az alsó határgörbétől balra helyezkedik el a folyadék területe, míg a felső határgörbétől jobbra a túlhevített pára helyezkedik el[50].

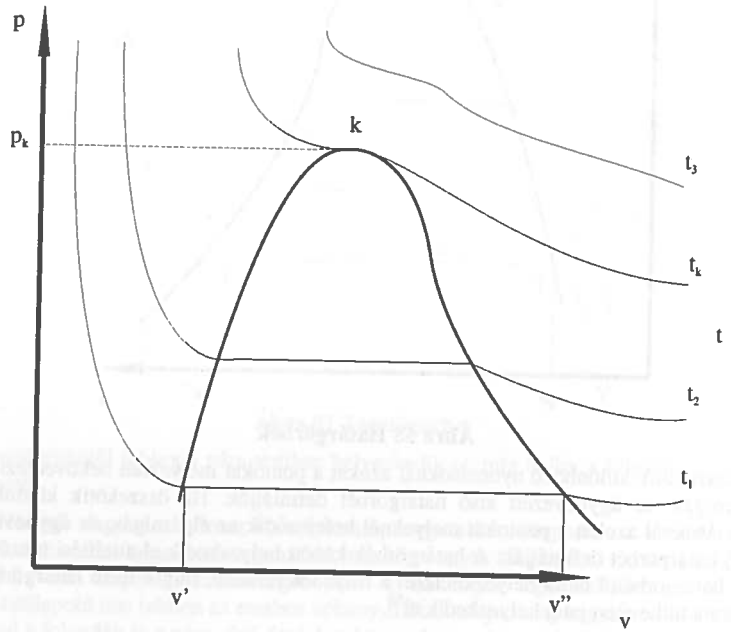
12.3. *Kritikus állapot*

Az előbbi ábra alapján, arra lehet következtetni, hogy elpárolgás közben a $v'' - v'$ különbség annál kisebb, minél magasabb a nyomás. Egy meghatározott nyomásnál, a különbség nulla. Ezt a nyomást kritikus nyomásnak nevezik.

Ha egy vizsgált gáz egy állandó t_1 hőmérsékletű tartályban van és ha tartályban való nyomás növekszik, akkor a gáz fajlagos térfogata csökkenni fog. Amikor a fajlagos

[50] A túlhevített pára tulajdonságaiban nem különbözik a valós gáztól. Megfelelő alacsony nyomásoknál a túlhevített pára tulajdonságai nem különböznek az ideális gázok tulajdonságaitól. Rendszerint azokat a gázokat nevezik párának, melyek folyadék halmazállapotban jelentkeznek a mindennapi életben. Például vízpáráról beszélnek, a levegőt pedig gázként említik, habár alacsony hőmérsékleteknél a levegő is cseppfolyósítható.

térfogat eléri a v' értéket, a gáz elkezd kondenzálódni (a tartályban ködösödés jelentkezik). A kondenzáció bekövetkezése után a nyomás állandó marad függetlenül attól, hogy a fajlagos térfogat tovább csökken. Miután a fajlagos térfogat elérte a v' értéket, a gáz teljes egészében folyadékká alakult át és a fajlagos térfogat további csökkenésével a nyomás jelentősen növekszik. Ha a kísérletet különböző állandó hőmérsékleten végzik, a vizsgált anyagra meg lehet határozni a pv diagramot (Ábra 59).



Ábra 59 Határgörbék

A pv diagram alapján az látható, hogy az izotermák töréspontjainak összekötésével berajzolhatók a határgörbék és, hogy létezik egy meghatározott hőmérséklet melynél nincsen töréspont, hanem csak egy K inflexiós pont (definiált p_k, t_k, v_k állapotjelzőkkel), illetve ahol nem lehet észlelni a ködösödést. Ezt a hőmérsékletet kritikus hőmérsékletnek nevezik.

Magasabb hőmérsékleteknél, nem lehet meghatározni a folyadék és a gáz halmazállapotok közötti határt és ezért a fázisok nem különbözhetők meg. Ebben az esetben a folyadék és a pára nem különböznek egymástól.

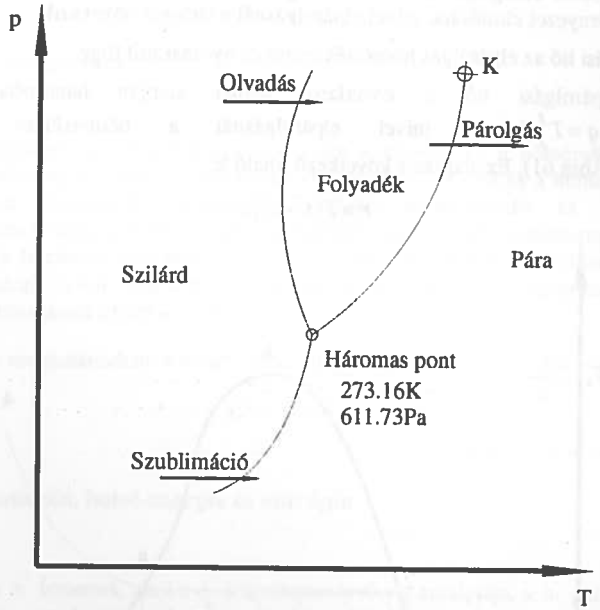
Ahhoz, hogy egy gáz kondenzálódhasson, a kritikus hőmérséklet alá kell hűteni, mert ellenkező esetben a gázt nem lehet kondenzálni semmilyen feltételek alatt[51].

[51] A víz kritikus paraméterei: $p_k = 225.65at, t_k = 374.15^\circ C, v_k = 0.00326\frac{m^3}{kg}$.

12.4. Olvadás, szublimáció

A tenziógörbe a kritikus pontban ér véget (Ábra 57). Az a kérdés, hogy mi történik, ha nyomás és a hőmérséklet csökkennek.

Azt lehet észlelni, hogy egy definiált hőmérsékletnél a nyomás csökkenésével a folyadék egy pontban szilárd halmazállapottá kezd átalakulni. Ha az észlelt pontban a definiált hőmérsékletnél az elért nyomás az adott hőmérséklet telítési nyomása, akkor abban az esetben mind a három halmazállapot egyaránt megjelenhet. Ezt az állapotot (pontot) hármas pontnak nevezik (Ábra 60).



Ábra 60 Hármas pont

Ha a nyomás alacsonyabb a hármas pont nyomásától, akkor csak szilárd és gáz halmazállapot létezhet. A hármas pont alatt a tenziógörbe azokat az állapotokat definiálja, ahol a szilárd és gáz halmaállapotok egyensúlyban vannak, illetve ahol egyidejűleg létezhetnek.

A szilárdból a gázállapotba való átváltozást szublimációnak nevezik[52].

[52] Ha kinyissák például a széndioxid tartály szelepét, ahol a tartályban a széndioxid folyadék halmazállapotban van olyan nyomáson mely értéke a hármas pont felett van (~*5.28ata*) és ha a széndioxid hőmérsékletének értéke a kritikus hőmérséklet értékénél alacsonyabb (~*31°C*), akkor a tartályból nem folyik a széndioxid, hanem pára és szilárd (hó) széndioxid keverék jelentkezik, mert a környezet nyomása alacsonyabb a hármas pont nyomásától.

A hármas pont fölött a tenziógörbe azokat az állapotokat definiálja, ahol a szilárd és folyadék halmaállapotok, illetve ahol a folyadék és a gáz halmazállapotok vannak egyensúlyban, illetve ahol egyidejűleg létezhetnek.

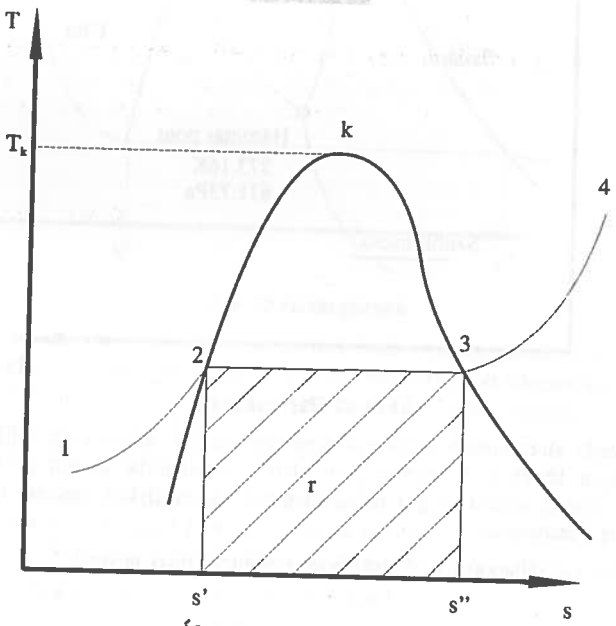
12.5. Elpárolgási hő[53]

A folyadék elpárolgására hőközlésre van szükség. A pára belső energiája különbözik a folyadék belső energiájától, ezért szükséges a hőközlés. Ezen kívül munkát kell végezni a környezet eltolására, mivel elpárolgásnál a térfogat növekszik.

Az elpárolgási hő az elpárolgás hőmérsékletétől és nyomásától függ.

Az r elpárolgási hő a következő képlet alapján határozható meg: $\partial q = Tds \Rightarrow q = T\int ds = r$, mivel elpárolgásnál a hőmérséklet állandó: $T = const.$ (Ábra 61). Ez alapján a következő írható le:

$$r = T(s'' - s').$$



Ábra 61 Elpárolgási hő

[53] A folytatásban csak a telített mező lesz elemezve, mert a témával kapcsolatos részletesebb elemzések más tantárgyakon belül lesznek ismertetve.

A termodinamika első főtétele alapján, elpárolgás illetve kondenzáció esetén, a következőt lehet leírni: $\partial q = dh - vdp = \partial r$. Mivel a folyamat közben a nyomás állandó: $\partial q = dh = \partial r$, illetve:

$$r = h'' - h',$$

ahol a h' a forrásban levő víz entalpiája, a h'' pedig a száraz-telített pára entalpiája, ami azt mutatja, hogy az elpárolgási hő az entalpianövekedésre van kihasználva. Azt lehet leírni, hogy: $r = h'' - h' = u'' + pv'' - (u' + pv')$, illetve: $r = (u'' - u') + (pv'' - pv')$. Az $(u'' - u')$ a latens, illetve rejtett belső energiát (rejtett elpárolgási hő) definiálja, a $(pv'' - pv')$ pedig a térfogat-növekedés miatt végzet munkát.

12.5.1. Páratartalom

Telített mezőben az állapot meghatározására a nyomás és a hőmérsékleten kívül ismerni kell még egy jelzőt, mert ebben az esetben a nyomás és a hőmérséklet nem függetlenek egymástól. Megfelelő jelzőként alkalmazható az úgynevezett páratartalom x, mely a telített párában tartalmazott száraz-telített páratartalmat jelzi (a telített pára forrásban levő vízből és száraz-telített párából áll). Forrásban levő víznél a páratartalom: $x = 0$, száraz-telített páránál pedig: $x = 1$. Ha a víztartalom y-al van jelölve, a következő írható le: $y = 1 - x$.

Ez alapján meghatározható a telített pára fajlagos térfogata: $v = (1-x)v' + xv''$, illetve:

$$v = v' + x(v'' - v').$$

12.5.2. Entalpia, belső energia és entrópia

Ha a h' és h'' ismertek, ahol a h' a forrásban levő víz entalpiája, a h'' pedig a száraz-telített pára entalpiája, akkor az x páratartalmú telített párára a h entalpia a következőképpen határozható meg:

$$h = h' + x(h'' - h').$$

Ha az u' és u'' ismertek, ahol az u' a forrásban levő víz belső energiája, az u'' pedig a száraz-telített pára belső energiája, akkor az x páratartalmú telített párára az u belső energia a következőképpen határozható meg:

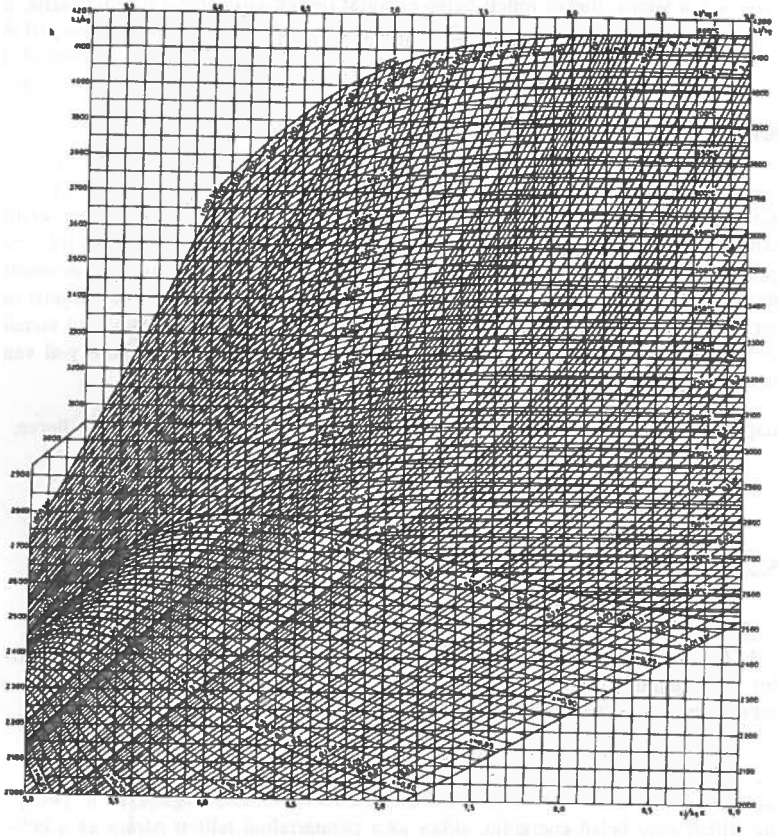
$$u = u' + x(u'' - u').$$

Ha az s' és s'' ismertek, ahol az s' a forrásban levő víz entrópiája, az s'' pedig a száraz-telített pára entrópiája, akkor az x páratartalmú telített párára az s entrópia a következőképpen határozható meg:

$$s = s' + x(s'' - s').$$

12.6. *A vízpára hs diagramma*

Azoknál a körfolyamatoknál, melyeknél a munkaközeg vízpára, az állapotváltozások rendszerint izobárak (hőközlés vagy hőelvonás) és adiabatikusak. Emiatt a számítások egyszerűsítésére olyan diagramok használata szükséges, melyek lehetővé teszik az entalpia egyszerű leolvasását. Ezért alkalmazzák a *hs* diagramot (Ábra 62), melyet *Mollier* javasolt és ezért *Mollier*-féle diagramnak nevezik.



Ábra 62 Mollier-féle diagram

13. Valós gázok

Valós gázoknál az ideális gázok állapotegyenlete nem ad megfelelő eredményeket. Alacsony nyomásoknál az eltérések elhanyagolhatók, de magasabb nyomásoknál az eltérések jelentősek.

13.1. *Van der Waals-féle állapotegyenlet*

1873-ban *Van der Waals* javasolt egy olyan általános állapotegyenletet: $f(p,v,t)=0$, mely elfogadható eredményeket ad a valós gázok állapotváltozásaikor.

Ha figyelembe veszik, hogy a gázok molekulákból állnak, akkor egy vizsgált tartály falain észlelt nyomást a nagyszámú molekulák fallal való ütközései eredményezik. Ezen kívül a molekulák egymás között is ütköznek. A molekulák méreteihez viszonyítva a két ütközés közötti megtett út rendkívül nagy.

A molekula valamilyen teret foglal el és ebbe a térbe más molekula nem hathat be. Ez annyit jelent, hogy mozgásra a molekuláknak kisebb terük van mind a gáz teljes térfogata. Ez a tény egy b jelzővel van figyelembe véve, ahol a b a molekulák által elfoglalt teret jelzi. Ez alapján a molekulák mozgására alkalmas tér csökken $(v-b)$, ami azt jelenti, hogy az állapotegyenlet a következő formában írható le: $p(v-b)=RT$.

Ha ezen kívül figyelembe veszik a molekulák közötti hatásokat (erők melyek a molekulák között hatnak – kohéziós erők) feltételezni lehet, hogy a falak közelében elhelyezett molekulákra ható erők azokat befelé próbálják elmozdítani, ami azt eredményezi, hogy a tartály falain alacsonyabb a nyomás. Ezek az erők annál nagyobbak minél nagyobb a gáz sűrűsége $\frac{1}{v}$. Ezzel együtt, a falakkal ütköző molekulák száma is arányos a gáz sűrűségével, így a nyomáscsökkenés arányos a sűrűség négyzetével $\frac{a}{v^2}$, ahol az a tapasztalati tényező. Ez alapján arra lehet következtetni, hogy a p mérhető nyomás (nyomás a falakon) alacsonyabb a belső p_b nyomástól: $p_b = p+\frac{a}{v^2}$.

Mivel az állapotegyenletnél a valós, belső nyomás a mérvadó, az állapotegyenlet a következő formában írható le:

$$(p+\frac{a}{v^2})(v-b)=RT.$$

Ez a *Van der Waals*-féle állapotegyenlet, ahol az a és b tényezők a vizsgált anyagok tulajdonságai és mérésekkel határozhatók meg.

Ez az egyenlet egyszerű feltételezések alapján van definiálva, de jól meghatározza az anyagok állapotváltozásait a vizsgált tartományban. Ennek eredményeként az egyenlet jó alapot képezet másik egyenletek létrehozására, melyeket más tudósok javasoltak a számítások könnyebb kivitelezésére.