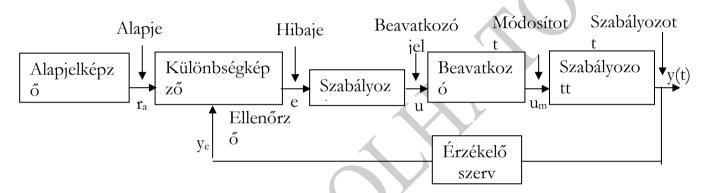
# Hagyományos szabályozók tervezése

#### Szabályozók

Az irányítási rendszerek legjellegzetesebb információfeldolgozási feladatát a szabályozók végzik.

A szabályozó a szabályozási körnek az a része, amely összehasonlítja a szabályozott jellemzőből származó ellenőrző jelet az alapjellel, és a megállapított szabályozási eltéréstől (hibától) függően befolyásolja a beavatkozó, illetve a módosított jellemzőt. A szabályozó elhelyezését és feladatát a 0.2 -es ábra illusztrálja.



0.2 ábra – A szabályozási kör

A szabályozó tehát, a következő alapvető funkciókat látja el:

- fogadja az érzékelő szerv által szolgáltatott, és a szabályozott jellemzőtől függő ellenőrző jelet,
- létrehozza az alapjel, és az ellenőrző jel közötti különbséget,
- a hibajellel olyan jelformálást végez, hogy a módosított jellemző változását kiváltó, és a szabályozó kimenetén megjelenő beavatkozó jel, olyan módosítást eredményezzen, hogy a szabályozási rendszer az előírt minőségi követelményeknek megfeleljen.

Minden szabályozó legalább három funkcionális szerkezeti részből áll: alapjelképző-, különbségképző- és jelformáló szervből.

A különbségképző szerv, csak olyan jellemzőket tud egymással egybevetni, csak olyan jellemzők között tud különbséget képezni, amelyek fizikai szempontból azonosak tehát például hosszúságok, feszültségek, erők, azonosan kódolt digitális imformációk stb., különbségét képezheti.

A szabályozó jelformálását leíró u(e) függvénykapcsolat, általános esetben nemlineáris differenciálegyenlettel jellemezhető. A lineárisnak tekinthető szabályozott szakaszok szabályozására, többnyire relatív egyszerű felépítésű, folytonos vagy mintavételezett, lineáris vagy állásos jelátvitelű szabályozókat is alkalmazhatunk.

A folytonos szabályozókat, a szabályozástechnikai gyakorlatban, rendszerint az időkéséses a PID szabályozási algoritmus egyes változatainak megszerkesztésével szokták megvalósítani.

A PID szabályozási algoritmus differenciálegyenletéből:

... 
$$A_3 \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + A_2 \frac{du(t)}{dt} + A_1 u(t) = B_0 \int_0^t e(\tau) d\tau + B_1 e(t) + B_2 \frac{de(t)}{dt}$$

kiolvasható, hogy a rendelkező jel a hibajellel, annak integráljával, és differenciálhányadosával arányos. A jelformálást több energiatároló is késleltetheti. Egyszerűbb esetekben az energiatárolók elhanyagolhatóak, így a PID szabályozási algoritmus leegyszerűsített differenciálegyenlete:

$$A_1 u(t) = B_0 \int_0^t e(\tau) d\tau + B_2 \frac{de(t)}{dt}$$

Rendezés után felírható:

$$u(t) = \frac{B_1}{A_1} \left[ e(t) + \frac{B_0}{B_1 A_1} \int_0^t e(\tau) d\tau + \frac{B_2}{B_1 A_1} \right]$$

és a:

$$\frac{B_1}{A_1} = K_P$$
, szabályozó átviteli tényezője (erősítése)

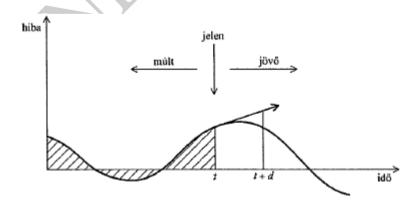
$$\frac{B_0}{B_1A_1}$$
 =  $A_I$  =  $\frac{1}{T_I}$ , integráló tag átviteli tényezője ( $T_I$  -integrálási idő),

$$\frac{B_2}{B_1A_1} = A_0 = T_D$$
, differenciáló tag átviteli tényezője ( $T_D$ -differenciálási idő)

jelöléseket bevezetve, az energiatárolómentes PID szabályozó átviteli függvénye, a következő módon írható fel:

$$W_{r}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_{p} \left[ 1 + \frac{1}{T_{I}s} + T_{D}s \right]$$

# Ideális PID szabályzó



$$C_{PID} = A_P \left( 1 + \frac{1}{sT_I} + sT_D \right)$$

 $A_P$  - arányos átviteli tényező

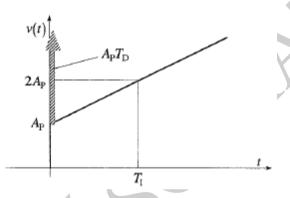
T<sub>1</sub> - az integrálási idő

 $T_D$  - a differenciálási idő

$$C_{PID} = A_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s$$

$$C_{PID} = \frac{A_P}{T_I} \frac{1 + sT_I + s^2 T_I T_D}{s}$$

$$u_{PID}(t) = \mathcal{I}^{-1}\left\{\frac{1}{s}C_{PID}(s)\right\} = A_{P} + \frac{A_{P}}{T_{I}}t + A_{P}T_{D}\delta(t)$$



$$u(t) = A_{P}e(t) + K_{I} \int_{0}^{t} e(\tau) d\tau + K_{D} \frac{de(t)}{dt}$$

• P szabályozó átviteli függvénye  $W_r(s) = K_p$ 

A legegyszerűbb szabályozó a P szabályozó. A szabályozó K<sub>p</sub> erősítése állítható. A P szabályozó a hibával arányos irányító hatást a hiba fellépésének pillanatában megjeleníti. Arányos szabályozási szakaszok esetében a szabályozó csak állandósult állapoti hibával tud működni. Az erősítés növelésével csökken az állandósult állapoti hiba, növekszik a jel beállási sebessége ezért túllendülés vagy lengés állhat elő.

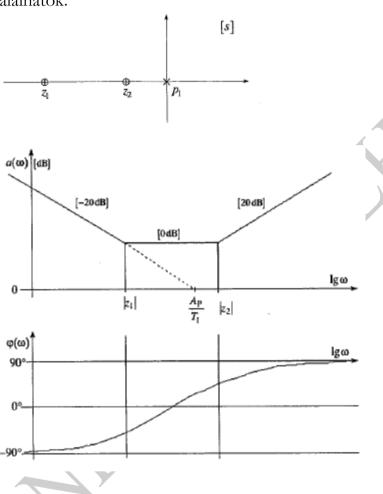
• PI szabályozó átviteli függvénye  $W_r(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$ 

A PI szabályozó esetében a K<sub>p</sub> erősítés és a T<sub>i</sub> integrálási idő állítható. A PI szabályozó az arányos szabályozási szakaszok esetében is állandósult hiba nélkül működik. Az erősítés növelése növeli a túllendülést vagy stabil illetve instabil lengést is előidézhet.

• PID szabályozó átviteli függvénye  $W_r(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$ 

A PID szabályozó esetében a K<sub>p</sub> erősítés a T<sub>i</sub> integrálási idő és a T<sub>d</sub> differenciálási idő állítható. A kimenőjel a hibajel differenciálhányadosával is arányos, így gyorsan növekvő hibákra az arányos értéket meghaladó túlvezérléssel reagál, de ezt már a hiba változási sebességének csökkenésekor ill. megfordulásakor nagyrészt visszaveszi anélkül, hogy magának a hibának a csökkenését megvárná.

Amennyiben  $T_I \ge 4T_D$ , akkor a két zérus a valós tengely negatív részén találhatók.



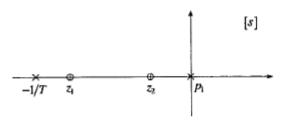
### A közelítő PID szabályozó

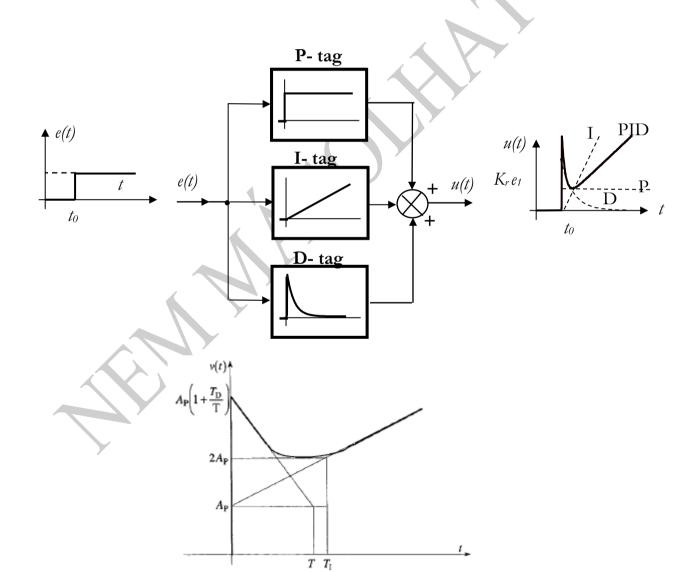
A D tagot egy kis időállandójú egytárolós taggal helyettesítjük.

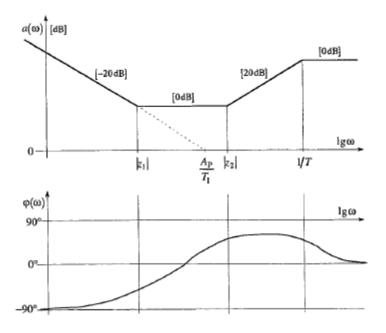
$$C_{PID} = A_P \left( 1 + \frac{1}{sT_I} + sT_D \right) \rightarrow \hat{C}_{PID} = A_P \left( 1 + \frac{1}{sT_I} + \frac{sT_D}{1 + sT} \right)$$

$$\hat{C}_{PID} = \frac{A_P}{T_I} \frac{1 + s(T_I + T) + s^2T_I(T_D + T)}{s(1 + sT)}$$

Amennyiben  $T_D \le \frac{\left(T_I - T\right)^2}{4T_I}$ , akkor a két zérus a valós tengely negatív részén találhatók.







Matlabban több megadási mód lehetséges:

$$C = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i} \frac{1}{s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right)$$

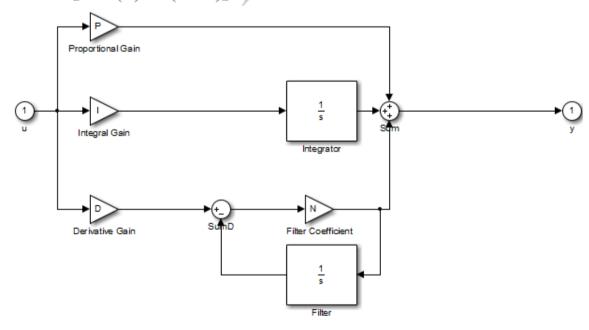
a valós:

a megadás: pidstd(Kp,Ti,Td,N)

$$C = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{T_f s + 1}$$
. megadása: pid(Kp,Ki,Kd,Tf)

Simulink:

$$C_{par}(s) = \left[ P + I\left(\frac{1}{s}\right) + D\left(\frac{Ns}{s+N}\right) \right]$$



#### PID szabályozók hangolásának tapasztalati módszerei

A szabályozók beállítására több szerző tett közé általános szabályt. Néhány szabály beállítási viszonyai és alkalmazási lehetőségei a következők:

A rendszerátviteli	A szabályzó beállítási módszer	
függvénye		
	Tapasztalati módszer	
	Oppelt módszer	
$W(s) = \frac{K_{ob}}{1 + sT_{ob}} e^{-s\tau_{ob}}$	Chien-Hrones-Reswick módszer	
$1+sT_{ob}$	Kessler módszer	
	Samal módszer	
	Ziegler-Nichols módszer	
$W(s) = \frac{K_{ob}}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$	Kessler módszer	
$W(s) = \frac{K_{ob}}{1 + 2\xi Ts + T^2 s^2}$	Ziegler-Nichols módszer	

A szabályozó matematikai modellje:  $C_{PID} = A_P \left( 1 + \frac{1}{sT_I} + sT_D \right)$ ,  $A_P = \frac{K_P}{K_{ob}}$  minden esetben az alábbi táblázatokbaól.

### Tapasztalati módszer

Szabályozó	A szabályozó paraméterei		
tipusa	$\mathbf{K}_{\mathrm{p}}$	$T_{\rm i}$	$T_d$
P	$\leq rac{T_{ob}}{ au_{ob}}$	8	0
PI	$\leq 0.9 \frac{T_{ob}}{ au_{ob}}$	>3.3\tau_{ob}	0
PD	$\leq 1.2  rac{T_{ob}}{ au_{ob}}$	8	$< 0.25 \tau_{\rm ob}$
PID	$\leq 1.2  rac{T_{ob}}{ au_{ob}}$	$>2 au_{ m ob}$	$< 0.5 \tau_{\rm ob}$

### Chien-Hrones-Reswick módszer

• Értéktartó szabályozás

Szabályozó	A szabályozó paraméterei			Az átmenet
tipusa	K <sub>p</sub>	Ti	$T_{d}$	alakja
	$0.3\frac{T_{ob}}{1}$			kúszó
	$ au_{ob}$	$\infty$	0	(aperiodikus)
P				átmenet
	$0.7 \frac{T_{ob}}{}$		0	20% -os
	$0.7rac{T_{ob}}{ au_{ob}}$	$\infty$	U	túllendülés
	$0.6\frac{T_{ob}}{\tau}$			kúszó
	$ au_{ob}$	$4 au_{ m ob}$	0	(aperiodikus)
PI				átmenet
	$0.7 \frac{T_{ob}}{}$	2.25		20%-os
	$0.7rac{T_{ob}}{ au_{ob}}$	$2.3 au_{ m ob}$		túllendülés
	$0.95 \frac{T_{ob}}{\tau}$		/ * * * * * * * * * * * * * * * * * * *	kúszó
	$ au_{ob}$	$2.4 au_{ m ob}$	$0.42\tau_{\mathrm{ob}}$	(aperiodikus)
PID				átmenet
	$1.2\frac{T_{ob}}{\tau}$	25	0.425	20%-os
	$ au_{ob}$	$2 au_{ m ob}$	$0.42\tau_{\mathrm{ob}}$	túllendülés

• Követő szabályozás

Szabályozó	A szabályozó paraméterei			Az átmenet alakja
tipusa	$\mathbf{K}_{\mathrm{p}}$	$T_{i}$	$T_{d}$	Az atmenet alakja
P	$0.3rac{T_{ob}}{ au_{ob}}$	∞	0	kúszó (aperiodikus) átmenet
	$0.7rac{T_{ob}}{ au_{ob}}$	∞	0	20%-os túllendülés
PI	$0.35rac{T_{ob}}{ au_{ob}}$	$1.2 T_{ m ob}$	0	kúszó (aperiodikus) átmenet
11 y	$0.6rac{T_{ob}}{ au_{ob}}$	$T_{ m ob}$	0	20%-os túllendülés
PID	$0.6rac{T_{ob}}{ au_{ob}}$	$T_{ m ob}$	$0.5 au_{ m ob}$	kúszó (aperiodikus) átmenet
FID	$0.95 rac{T_{ob}}{ au_{ob}}$	$1.35 T_{ m ob}$	$0.47 au_{ m ob}$	20%-os túllendülés

# Kessler módszere

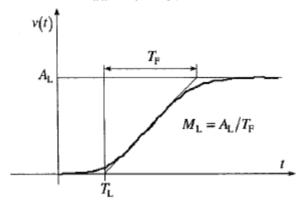
Szabályoz ó tipusa	A szabályozó paraméterei			
	$\mathbf{K}_{\mathrm{p}}$	Ti	$T_{\rm d}$	
Р	$\approx \frac{\left(\frac{T_{ob}}{\tau_{ob}}\right)^2}{I + 2\frac{T_{ob}}{\tau_{ob}}}$	∞	0	
PI	$\approx \frac{1}{2} \frac{T_{ob}}{\tau_{ob}} + \frac{1}{12} \frac{\tau_{ob}}{T_{ob}}$	$\approx T_{ob} \left[ I + \frac{I}{6} \left( \frac{\tau_{ob}}{T_{ob}} \right)^{3} \right]$	0	
PID	$\approx \frac{3}{4} \frac{T_{ob}}{\tau_{ob}} + \frac{1}{4} + \frac{1}{80} \frac{\tau_{ob}}{T_{ob}}$	$\approx T_{ob} + \frac{1}{3} \tau_{ob}$	$\approx \frac{1}{4} T_{ob} \left[ I + \frac{I}{20} \left( \frac{\tau_{ob}}{T_{ob}} \right)^2 \right]$	

### Ziegler - Nichols módszer

A rendszer belengetésével:

Szabályoz ó tipusa	A szabályozó paraméterei		
	$\mathbf{K}_{\mathrm{p}}$	T <sub>i</sub>	$T_d$
P	$0.5~\mathrm{K_{krit}}$	$\infty$	0
PI	0.45 K <sub>krit</sub>	$0.85~\mathrm{T_{krit}}$	0
PID	0.6 K <sub>krit</sub>	0.5 T <sub>krit</sub>	0.125 T <sub>krit</sub>

Átmeneti függvény alapján:

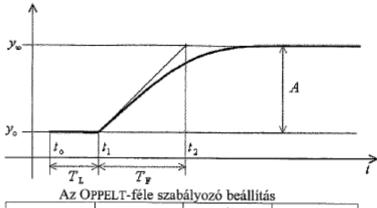


A ZIEGLER-NICHOLS féle szabályozó beállítás (II)

Szabályozó	$T_{\rm I}$	$T_{ m D}$	$A_{ m P}$
P			$1/T_{\rm L}M_{\rm L}$
PI	$3T_{\rm L}$		$0.9/T_{\rm L}M_{\rm L}$
PID	$2T_{\rm L}$	$0.5T_{\rm L}$	$1.2/T_{\rm L}M_{\rm L}$

# Oppelt módszer

$$\hat{P}\left(s\right) = \frac{A_{\rm L}}{1+sT_{\rm F}}\,e^{-sT_{\rm L}} \qquad ; \qquad A_{\rm L} = \frac{y_{\infty}-y_{\rm o}}{u_{\infty}-u_{\rm o}} \qquad , \quad T_{\rm L} = t_1-t_{\rm o} \qquad {\rm \acute{e}s} \quad T_{\rm F} = t_2-t_1 \, . \label{eq:Posterior}$$



Szabályozó	$A_{\mathrm{P}}M_{\mathrm{L}}T_{\mathrm{L}}$	$T_{ m I}/T_{ m L}$	$T_{\mathrm{D}}/\mathrm{T_{\mathrm{L}}}$
P	1		
PD	1.2		0.25
PI	0.8	3	
PID	1.2	2	0.42