

# 桃園市立楊梅高級中學 110 學年度第一學期 自學班檢定考

共 5 頁 · 第 1 頁 使用答案卡：☐是 ☒否 ☐使用新卡 使用答案卷：☒是 ☐否 班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

考試科目	高三數學	使用班級	數學三上自學班(舊課綱)	備 註 說 明	1. 不得使用計算機。 2. 答案須化至最簡。 3. 每格全對才給分。 4. 未寫上班級、座號姓名扣 5 分。	得 分
命題教師	湯詠傑	考試範圍	第一冊~第四冊			

## 《題目卷》

### 一、單一選擇題(每題 4 分，共 12 分)

〈作答說明〉共有 3 題，每題均有 4 個選項，其中有 1 個是最正確的答案。每題完全答對得 4 分；答錯、未作答或作答多於 1 個選項，該題不給分且答錯不倒扣。

1. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 內找一點 P，使得 P 點到 A、B 兩點等距離，且 P 點到  $\overline{BC}$ 、 $\overline{AB}$  也等距離，試

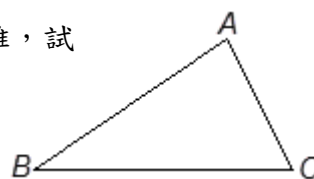
問可以用下列哪一種方法求得 P 點？

(A) 作 $\angle A$ 與 $\angle B$ 角平分線的交點

(B) 作 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AB}$ 垂直平分線的交點

(C) 作 $\angle A$ 的角平分線與 $\overline{BC}$ 垂直平分線的交點

(D) 作 $\angle B$ 的角平分線與 $\overline{AB}$ 垂直平分線的交點



2. 若 $\vec{a} = (\cos \theta + \sin \theta, \cos \theta - \sin \theta)$ ， $\theta$ 為任意角，則 $|\vec{a}| = ?$

(A) 2 (B)  $\sqrt{2}$  (C) 3 (D)  $\sqrt{3}$

3.  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 為 $\triangle ABC$ 之三邊長，若行列式 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = 0$ ，則 $\triangle ABC$ 之形狀必定為何？

(A) 正三角形 (B) 等腰三角形 (C) 直角三角形 (D) 銳角三角形

### 二、多重選擇題(每題 5 分，共 40 分)

〈作答說明〉共有 8 題，每題均有 5 個選項，其中至少有一個正確的選項，各選項皆獨立判定。每題完全答對得 5 分；答錯 1 個選項得 3 分、答錯 2 個選項得 1 分、答錯超過 2 個選項或所有選項均未作答者，該題不給分。

4. 已知 $\frac{1}{7} = 0.\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ 且小數點後第  $n$  為數為 $a_n$ ，則下列關於 $a_n$ 的推論哪些是正確的？

(A)  $a_3$ 、 $a_4$ 、 $a_5$ 成等差數列

(B)  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_6$ 成等差數列

(C)  $a_2 \times a_3 = a_4$

(D)  $a_1 + a_5 = a_6$

(E)  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \cdots + a_{100} > 450$

5. 設 $f(x)$ 是實係數三次多項式，且 $f(1 + \sqrt{3}i) = 0$ ，則下列敘述哪些正確？

(A)  $f(x) = 0$ 恰有一實根

(B)  $1 - \sqrt{3}i$ 為 $f(x) = 0$ 的一根

(C)  $x^2 + 2x + 4$ 是 $f(x)$ 的因式

(D) 沒有實數 $x$ 滿足 $f(x^5) = 0$

(E) 若 $f(0) > 0$ 的且 $f(2) < 0$ ，則 $f(4) < 0$

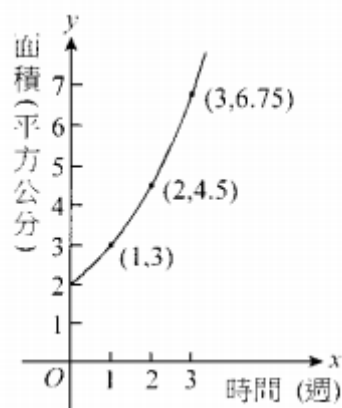
# 桃園市立楊梅高級中學 110 學年度第一學期 自學班檢定考

共 5 頁 · 第 2 頁 使用答案卡：☐是 ☒否 ☐使用新卡 使用答案卷：☒是 ☐否 班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

考試科目	高三數學	使用班級	數學三上自學班(舊課綱)	備 註 說 明	1. 不得使用計算機。 2. 答案須化至最簡。 3. 每格全對才給分。 4. 未寫上班級、座號姓名扣 5 分。	得 分
命題教師	湯詠傑	考試範圍	第一冊~第四冊			

6. 下圖為海藻的栽培實驗中，其繁殖的覆蓋面積( $y$ 平方公分)與時間( $x$ 週)的關係圖，假設其關係為指數函數  $y = c \times a^x$ ，其中  $c$ 、 $a$  為常數，下列敘述哪些正確？

- (A)  $c \leq a$   
 (B)  $c \geq a$   
 (C) 此海藻的覆蓋面積達到 10 平方公分，歷時超過 4 週  
 (D) 此海藻的覆蓋面積達到 200 平方公分，歷時超過 11 週  
 (E) 此海藻的覆蓋面積達到  $m, n, (m \times n)$  平方公分，分別歷時  $t_1, t_2, t_3$  週，則  $t_1 + t_2 = t_3$



7. 將 8 本不同的書依下列情形分配，請選出正確的選項？  
 (A) 分裝入三個相同的袋子，其中一袋裝 4 本，一袋裝 3 本，一袋裝 1 本，則有 1680 種方法  
 (B) 分裝入三個相同的袋子，其中一袋裝 4 本，另兩袋各裝 2 本，則有 420 種方法  
 (C) 分裝入三個相同的袋子，其中一袋裝 4 本，另兩袋各裝 2 本，再分給甲乙丙三人則有 1260 種方法  
 (D) 分裝入三個不相同的袋子，其中一袋裝 4 本，另兩袋各裝 2 本，則有 1260 種方法  
 (E) 分裝入三個不相同的袋子，其中一袋裝 4 本，另兩袋各裝 2 本，再分給甲乙丙三人則有 2520 種方法
8. 若三直線  $L_1: x + 3y - 1 = 0$ 、 $L_2: x - y + 3 = 0$ 、 $L_3: 2x + ky + 1 = 0$  不能圍成一個三角形，則  $k$  的值可能為何？  
 (A) 1 (B) 6 (C) -2 (D) 3 (E) 4
9. 空間座標中，已知  $P(-2, 7, 3)$ 、 $Q(4, -1, -2)$ ，下列敘述哪些正確？  
 (A)  $P$  到  $xy$  平面的距離為  $\sqrt{(-1)^2 + 7^2}$   
 (B)  $P$  在  $y$  軸的投影點為  $(0, 7, 0)$   
 (C)  $P$  相關於  $yz$  平面對稱點是  $(-2, -7, -3)$   
 (D)  $\overline{PQ} = 5\sqrt{5}$   
 (E) 若點  $R$  在  $xy$  平面上，則  $\overline{PR} + \overline{QR}$  的最短距離為  $\sqrt{101}$
10. 設  $A$ 、 $B$ 、 $C$  均為二階方陣，則下列敘述哪些是正確的？  
 (A)  $(AB)^2 = A^2 B^2$  恆成立  
 (B) 若  $\det(A) \neq 0$  且  $AB = AC$ ，則  $B = C$   
 (C)  $\det(3A) = 9\det(A)$   
 (D)  $(AB)C = A(BC)$  恆成立  
 (E) 設  $X$  為  $2 \times 1$  階矩陣，若  $\det(A) \neq 0$ ，則方程式  $AX = B$  的解為  $X = BA^{-1}$

# 桃園市立楊梅高級中學 110 學年度第一學期 自學班檢定考

共 5 頁・第 3 頁 使用答案卡：☐是 ☒否 ☐使用新卡 使用答案卷：☒是 ☐否 班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

考試科目	高三數學	使用班級	數學三上自學班(舊課綱)	備 註 說 明	1. 不得使用計算機。 2. 答案須化至最簡。 3. 每格全對才給分。 4. 未寫上班級、座號姓名扣 5 分。	得 分
命題教師	湯詠傑	考試範圍	第一冊~第四冊			

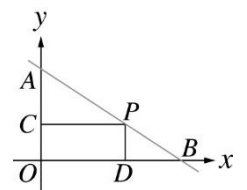
11.  $\sqrt{(x+2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = k$ ，則：

- (A)  $k = 4$  表線段  
(B)  $0 < k < 4$  表橢圓  
(C)  $k < 4$  表無圖形  
(D)  $k > 4$  表橢圓  
(E) 以上皆非

## 三、填充題(每格 4 分，共 48 分)

〈作答說明〉共 12 格。每格完全答對得 5 分；答錯、未作答者，該題不給分。

- A. 如下圖，方程式  $2x + 3y = 5$  的圖形與兩軸分別交於 A、B 兩點，若 P 為  $\overline{AB}$  上的任一點，則矩形 OCPD 面積最大值為\_\_\_\_\_？



- B. 投擲一公正的骰子三次，出現點數均不相同(互異)的機率為\_\_\_\_\_？
- C. 已知多項式  $f(x)$  除以  $x^2 - 4x - 5$  的餘式為  $3x - 2$ 、除以  $x - 2$  的餘式為 4，若除以  $x^2 - x - 2$  的餘式為  $ax + b$ ，則  $a + b =$ \_\_\_\_\_？
- D. 若數列  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  的後項減前項的值為一定值，我們即稱此為等差數列。已知  $\log 9$ 、 $\log a$ 、 $\log b$ 、 $\log c$ 、 $\log 2304$  為等差數列，則  $b$  的值為\_\_\_\_\_？
- E. 一樓梯共有 7 階，今有一人上樓，若每步走一階或二階，則共有\_\_\_\_\_種上樓的方法？
- F. 某實驗室欲評估血液偵測老年癡呆症技術的誤判率(即偵測錯誤的機率)，今有 760 人接受此血液偵測技術實驗，實驗前已知樣本中有 735 人未患老年癡呆症；實驗後，血液偵測判斷為未患老年癡呆症者有 665 人，其中真正未患老年癡呆症者有 660 人，試問此血液偵測技術的誤判率為\_\_\_\_\_？
- G. 試求多項式  $f(x) = (1 + x^2) + (1 + x^2)^2 + (1 + x^2)^3 + (1 + x^2)^4 + \dots + (1 + x^2)^{22}$  展開式中  $x^4$  項係數為\_\_\_\_\_？

- H. 已知  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 1$ 、 $\begin{vmatrix} a & y \\ c & u \end{vmatrix} = 2$ 、 $\begin{vmatrix} x & b \\ z & d \end{vmatrix} = 3$ 、 $\begin{vmatrix} x & y \\ z & u \end{vmatrix} = 4$ ，求  $\begin{vmatrix} a + 2x & 3b + 4y \\ c + 2z & 3d + 4u \end{vmatrix}$  的值為\_\_\_\_\_？

桃園市立楊梅高級中學 110 學年度第一學期 自學班檢定考

共 5 頁・第 4 頁 使用答案卡：☐是 ☒否 ☐使用新卡 使用答案卷：☒是 ☐否 班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

考試科目	高三數學	使用班級	數學三上自學班(舊課綱)	備 註 說 明	1. 不得使用計算機。 2. 答案須化至最簡。 3. 每格全對才給分。 4. 未寫上班級、座號姓名扣 5 分。	得  分
命題教師	湯詠傑	考試範圍	第一冊~第四冊			

- I. 設 $\vec{a} = (x, y, z)$ 、 $\vec{b} = (2, 3, 6)$ ，若 $|\vec{a}| = 5$ ，則 $2x + 3y + 6z$ 之最大值為\_\_\_\_\_。
- J. 設一平面 E 過點 $P(1, 3, 5)$ ，且與兩直線 $L_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$ 、 $L_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ 皆平行，則平面 E 的方程式為\_\_\_\_\_。（平面方程式須表示為 $ax + by + c + d = 0$ 之形式，其中 $a > 0$ 且 $a、b、c$ 為最簡單整數比）
- K. 若矩陣乘法 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u & v & w \\ x & y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ ，則 $\begin{bmatrix} e & f \\ a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w & v \\ z & y \end{bmatrix} = \rule{1.5cm}{0.4pt}$ 。
- L. 已知橢圓 $\Gamma : \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 兩焦點分別為 $F_1、F_2$ ，點 $P$ 在橢圓上且 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ ，試求 $\triangle F_1PF_2$ 的面積為\_\_\_\_\_。

桃園市立楊梅高級中學 110 學年度第一學期 自學班檢定考

共 5 頁・第 5 頁    使用答案卡：☐是 ☒否    ☐使用新卡    使用答案卷：☒是 ☐否    班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

考試科目	高三數學	使用班級	數學三上自學班(舊課綱)	備 註 說 明	1. 不得使用計算機。 2. 答案須化至最簡。 3. 每格全對才給分。 4. 未寫上班級、座號姓名扣 5 分。	得  分
命題教師	湯詠傑	考試範圍	第一冊~第四冊			

《答案卷》

!!!! 請用黑筆作答且此卷須繳回，違者不予計分!!!!

一、單一選擇題(每題 4 分，共 12 分)

〈計分說明〉共 3 題。每題完全答對得 4 分；答錯、未作答或作答多於 1 個選項，該題不給分且答錯不倒扣。

1.	2.	3.

二、多重選擇題(每題 5 分，共 40 分)

〈計分說明〉共有 8 題，每題均有 5 個選項，其中至少有一個正確的選項，各選項皆獨立判定。每題完全答對得 5 分；答錯 1 個選項得 3 分、答錯 2 個選項得 1 分、答錯超過 2 個選項或所有選項均未作答者，該題不給分。

4.	5.	6.	7.
8.	9.	10.	11.

三、填充題(每格 4 分，共 48 分)

〈計分說明〉共 12 格。每格完全答對得 4 分；未完全答對、未作答，該格以 0 分計算。

A.	B.	C.	D.
E.	F.	G.	H.
I.	J.	K.	L.

桃園市立楊梅高級中學 110 學年度第一學期 自學班檢定考

共 5 頁・第 6 頁    使用答案卡：☐是 ☒否    ☐使用新卡    使用答案卷：☒是 ☐否    班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

考試科目	高三數學	使用班級	數學三上自學班(舊課綱)	備 註 說 明	1. 不得使用計算機。 2. 答案須化至最簡。 3. 每格全對才給分。 4. 未寫上班級、座號姓名扣 5 分。	得  分
命題教師	湯詠傑	考試範圍	第一冊~第四冊			

《解答卷》

!!!! 請用黑筆作答且此卷須繳回，違者不予計分!!!!

一、單一選擇題(每題 4 分，共 12 分)

〈計分說明〉共 3 題。每題完全答對得 4 分；答錯、未作答或作答多於 1 個選項，該題不給分且答錯不倒扣。

1.	2.	3.
D	B	B

二、多重選擇題(每題 5 分，共 40 分)

〈計分說明〉共有 8 題，每題均有 5 個選項，其中至少有一個正確的選項，各選項皆獨立判定。每題完全答對得 5 分；答錯 1 個選項得 3 分、答錯 2 個選項得 1 分、答錯超過 2 個選項或所有選項均未作答者，該題不給分。

4.	5.	6.	7.
B、C	A、B、E	B、D	C、D
8.	9.	10.	11.
B、C、D	B、D、E	B、C、D	A、C、D

三、填充題(每格 4 分，共 48 分)

〈計分說明〉共 12 格。每格完全答對得 4 分；未完全答對、未作答，該格以 0 分計算。

A.	B.	C.	D.
$\frac{25}{24}$	$\frac{5}{9}$	1	144
E.	F.	G.	H.
21	$\frac{2}{19}$	1771	61
I.	J.	K.	L.
35	$x - y - z + 7 = 0$	$\begin{bmatrix} 9 & 8 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$	$3\sqrt{3}$