高中 數學 科考試卷 ____年____班 座號：_____ 姓名：__________

一、單選題：

1. 已知$|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-6$ 且 θ 為 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角，則 cosθ 之值為何？

   (A)1 (B)-1 (C)$-\frac{3}{5}$ (D)$-\frac{4}{5}$ (E)0

答案：(C)

解析：$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{-6}{5\times2}=-\frac{3}{5}$，

故選(C)。

2. 已知$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=4$，且$(\vec{a}+k\vec{b})\perp(\vec{a}-k\vec{b})$，則 k 等於

   (A)$\pm\frac{4}{3}$ (B)$\pm\frac{3}{4}$ (C)$\pm\frac{3}{5}$ (D)$\pm\frac{4}{5}$

答案：(B)

解析：$(\vec{a}+k\vec{b})\cdot(\vec{a}-k\vec{b})=0$

$\Rightarrow|\vec{a}|^2-k^2|\vec{b}|^2=0\Rightarrow 9-16k^2=0\Rightarrow k=\pm\frac{3}{4}$

∴ 選(B)

3. 坐標平面上，$\vec{a}=(2,t)$，$\vec{b}=(t,3)$，則滿足 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角為 45°的實數 t 共有幾個？

   (A)0 (B)1 (C)2 (D)3 (E)4

答案：(C)

解析：$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos45^\circ$，$2t+3t=\sqrt{4+t^2}\cdot\sqrt{t^2+9}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$，

平方得 $2(25t^2)=t^4+13t^2+36$，但 $t\geq0$，

$\Rightarrow(t^2-1)(t^2-36)=0\Rightarrow t^2=1$ 或 36

∴$t=1$ 或 6 (2 個)，

故選(C)。

二、填充題：

1. $|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=5$，$|\vec{a}+\vec{b}|=6$，且 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 夾角為 θ，則 $\sin\theta=$______。

答案：$\frac{3\sqrt{7}}{8}$

解析：$|\vec{a}+\vec{b}|^2=36=|\vec{a}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta+|\vec{b}|^2$

∴ $36=16+2\times4\times5\times\cos\theta+25$

$\Rightarrow\cos\theta=-\frac{1}{8}$

$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\frac{3\sqrt{7}}{8}$

2. $|\vec{u}|=3$，$|\vec{v}|=4$，又 $\vec{u}$，$\vec{v}$ 的夾角為 120°，則 $|\vec{u}-\vec{v}|=$________。

答案：$\sqrt{37}$

解析：$|\vec{u}-\vec{v}|^2=|\vec{u}|^2-2\vec{u}\cdot\vec{v}+|\vec{v}|^2$

$=3^2-2(3\times4\times\cos120^\circ)+4^2=37$

∴ $|\vec{u}-\vec{v}|=\sqrt{37}$

3. △ABC 中，已知 $\overline{AB}=7$，$\overline{BC}=8$，$\overline{CA}=9$，求 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$________。

答案：-16

解析：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=-(\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC})=-|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|\cos B$

$=-\dfrac{|\overrightarrow{BA}|^2+|\overrightarrow{BC}|^2-|\overrightarrow{AC}|^2}{2}=-\dfrac{1}{2}(49+64-81)$

$=-16$。

4. 已知 $|\overrightarrow{a}|=3$，且 $3\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}=\overrightarrow{0}$，求 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=$________。

答案：$-\dfrac{27}{2}$

解析：$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\overrightarrow{a}\cdot(-\dfrac{3}{2}\overrightarrow{a})=-\dfrac{3}{2}|\overrightarrow{a}|^2=-\dfrac{27}{2}$。

5. 已知 $|\overrightarrow{a}|=4$，$|\overrightarrow{b}|=3$，$\overrightarrow{a}$ 和 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 $60°$，試求：

(1) $|3\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=$________。

(2) 若 $k\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 互相垂直，則實數 k 之值為________。

答案：(1) $3\sqrt{21}$；(2) $\dfrac{3}{10}$

解析：$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=4\times3\times\cos 60°=6$。

(1) $|3\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|^2=9|\overrightarrow{a}|^2+6\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+|\overrightarrow{b}|^2$

$=144+36+9=189$，

$\therefore |3\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=\sqrt{189}=3\sqrt{21}$。

(2) $0=(k\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})\cdot(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})$

$=k|\overrightarrow{a}|^2+(1-k)\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}-|\overrightarrow{b}|^2$

$=16k+6(1-k)-9$

$=10k-3$，

$\therefore k=\dfrac{3}{10}$。

6. 平行四邊形 $ABCD$，若 $|\overrightarrow{AB}|=5$，$|\overrightarrow{BC}|=6$，則 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$________。

答案：11

解析：$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})$

$=|\overrightarrow{AD}|^2-|\overrightarrow{AB}|^2$

$=6^2-5^2=11$。