

1-2 銳角三角函數

一、畢氏定理

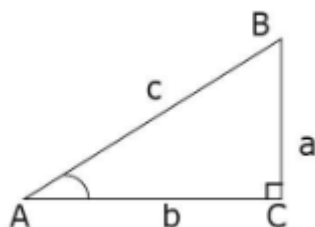
設直角三角形的兩股長分別為 a 、 b ，其斜邊長為 c ，則 $c^2 = a^2 + b^2$ 。

二、銳角三角函數的定義

1. 三角函數核心理念

當銳角 θ 改變時，任兩邊邊長的比值也會隨之改變，則角度與比值產生了函數的「_____」，此對應關係的函數我們即稱為「三角函數」。

2. 定義



(1) 正弦函數： $\sin \theta = \frac{a}{c} = \frac{\text{對邊}}{\text{斜邊}}$

(4) 餘割函數： $\csc \theta = \frac{c}{a} = \frac{\text{斜邊}}{\text{對邊}}$

(2) 餘弦函數： $\cos \theta = \frac{b}{c} = \frac{\text{鄰邊}}{\text{斜邊}}$

(5) 正割函數： $\sec \theta = \frac{c}{b} = \frac{\text{斜邊}}{\text{鄰邊}}$

(3) 正切函數： $\tan \theta = \frac{a}{b} = \frac{\text{對邊}}{\text{鄰邊}}$

(6) 餘切函數： $\cot \theta = \frac{b}{a} = \frac{\text{鄰邊}}{\text{對邊}}$

3. 已知一個三角函數值，即可得知另外五個三角函數值。

三、三角函數的恆等式

1. 倒數關係

(1) $\sin \theta \times \csc \theta = 1$

(2) $\cos \theta \times \sec \theta = 1$

(3) $\tan \theta \times \cot \theta = 1$

〈說明〉

2. 商數關係

$$(1) \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$(2) \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

〈說明〉

3. 平方關係

$$(1) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$(2) \tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$(3) 1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

〈說明〉

4. 餘角關係

$$(1) \begin{cases} \sin \theta = \cos(90^\circ - \theta) \\ \cos \theta = \sin(90^\circ - \theta) \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \tan \theta = \cot(90^\circ - \theta) \\ \cot \theta = \tan(90^\circ - \theta) \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} \sec \theta = \csc(90^\circ - \theta) \\ \csc \theta = \sec(90^\circ - \theta) \end{cases}$$

〈說明〉

四、銳角的三角函數值

1. 三角函數值表

	15°	30°	45°	60°	75°
$\sin \theta$					
$\cos \theta$					
$\tan \theta$					
$\cot \theta$	$2 + \sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$2 - \sqrt{3}$
$\sec \theta$	$\sqrt{6} - \sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	$\sqrt{6} + \sqrt{2}$
$\csc \theta$	$\sqrt{6} + \sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{6} - \sqrt{2}$

2. 函數分析

- (1) 遞增函數：_____、_____、_____。
- (2) 遞減函數：_____、_____、_____。
- (3) 改變函數不等號的分界點在_____度。
- 〈說明〉