

A grayscale photograph of a young man with dark hair, wearing large over-ear headphones. He is sitting at a desk, looking intently at a laptop screen. His hands are clasped together under his chin, suggesting a state of deep concentration or contemplation. The background is blurred, showing what appears to be a modern office or study environment with other people and lights.

第二章 三角函數的應用

授課科目：高職數學B2
授課班級：商管群
授課教師：湯詠傑
2022.04.14製

2-1 正弦定理與 餘弦定理

我們將介紹：

- 三角形面積公式
- 餘弦定理
- 正弦定理
- 平行四邊形定理



一、三角形面積公式

1. 三角形面積公式

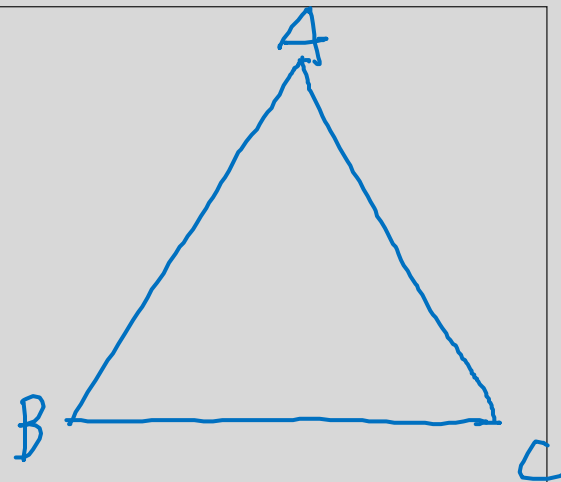
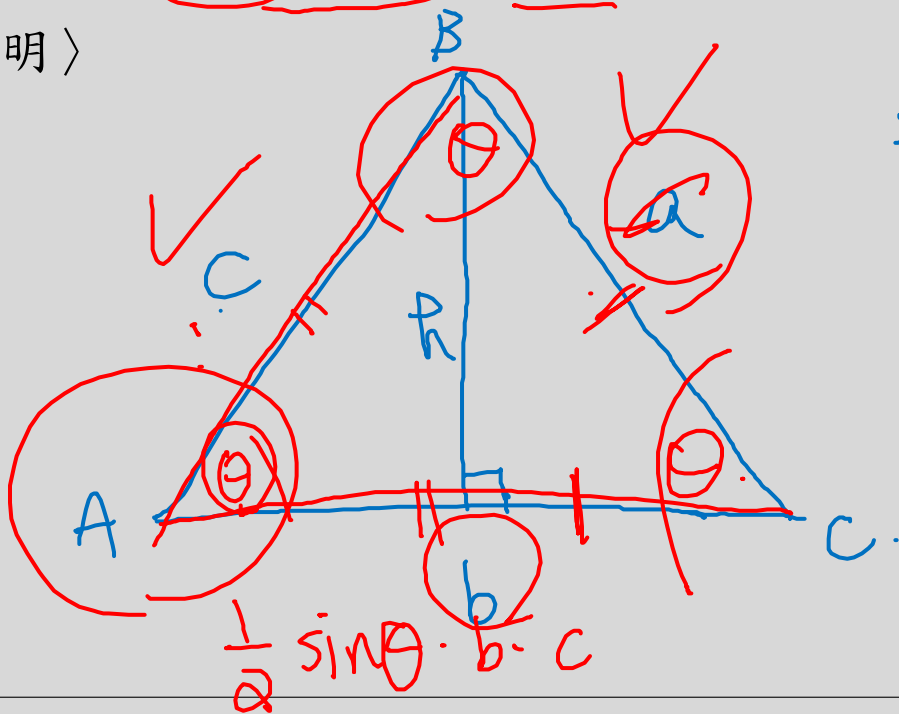
(1) 公式

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊長分別為 a 、 b 、 c ，則：

$$\Delta ABC = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B。$$

(2) 使用時機：兩邊夾一角求面積

〈說明〉



$$\sin A = \frac{h}{c} \Rightarrow h = c \sin A$$

$$\therefore \Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$$

2. 海龍公式

(1) 定義

設 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 a 、 b 、 c ，則 $\triangle ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ，

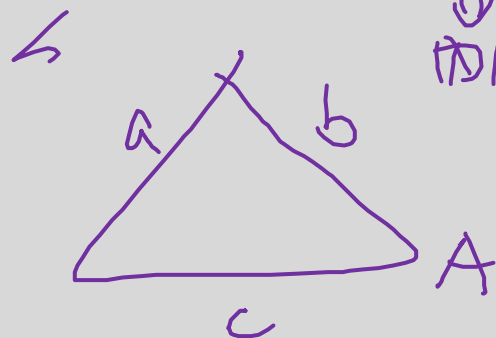
$s = \frac{a+b+c}{2}$ 。用長一半求平均

(2) 使用時機：已知三邊求面積

3. 設 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 a 、 b 、 c ，外接圓半徑為 R ，則 $\triangle ABC = \frac{abc}{4R}$ 。

4. 設 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 a 、 b 、 c ，內切圓半徑為 r ，則 $\triangle ABC = rS$ ，其中 $S = \frac{a+b+c}{2}$ 。

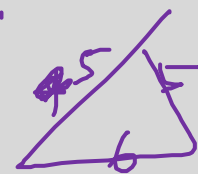
〈說明〉



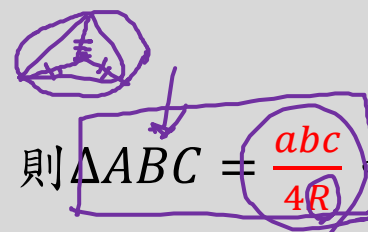
$\triangle ABC = \frac{1}{2} bc \sin A$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} bc \sin A$$

ex.



$$S = \sqrt{8 \times 3 \times 3 \times 2} = 12$$



$$\triangle ABC = \frac{1}{2} r S = S$$

二、餘弦定理

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊長分別為 a 、 b 、 c ，則：

1. 第一型表示法：

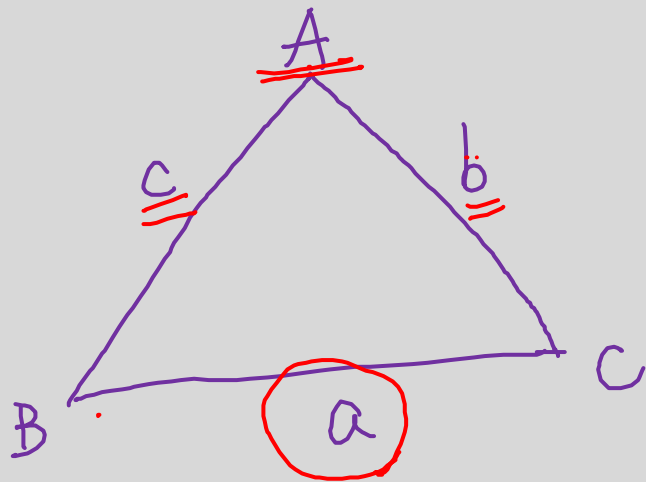
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

※ 使用時機：兩邊夾一角求第三邊

〈說明〉



$$\cos 90^\circ = 0$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

移項

$$\Rightarrow 2bc \cdot \cos A = b^2 + c^2 - a^2$$

$$\therefore \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

↳

2. 第二型表示法

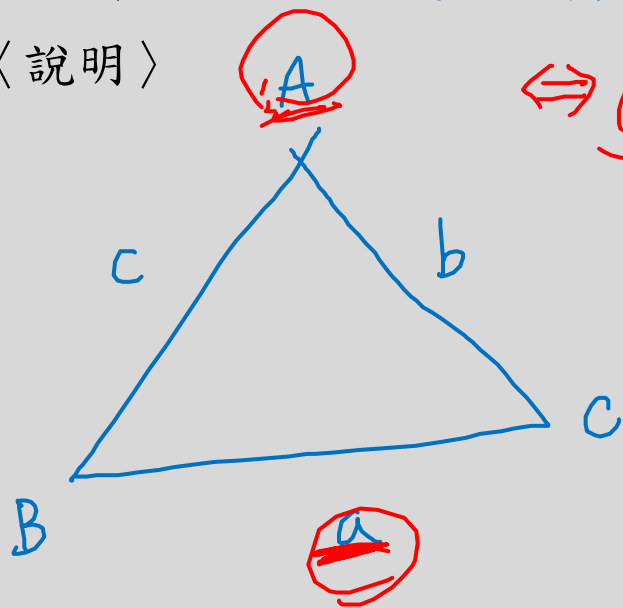
$$\checkmark \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \checkmark$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

※ 使用時機：已知三邊求夾角

〈說明〉



$$\Leftrightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

三、正弦定理

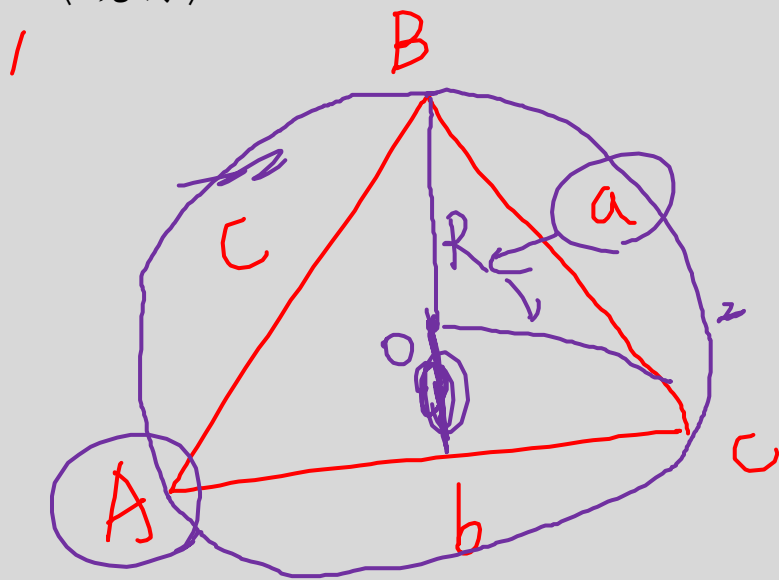
在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊長分別為 a 、 b 、 c ，若 R 為其外接圓半徑，則：

1. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

2. $a:b:c = \sin A:\sin B:\sin C$

※注意：邊長比 \neq 角度比。

〈說明〉



$$\frac{a}{\sin A} = 2R = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{1}{2R}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\therefore a = 2R \sin A$$

$$b = 2R \sin B$$

$$c = 2R \sin C$$

$$\therefore a:b:c$$

$$= 2R \sin A : 2R \sin B : 2R \sin C$$

$$= \sin A : \sin B : \sin C$$

★★★正弦、餘弦的使用時機：

先看餘弦定理，若餘弦定理無法使用，則使用正弦定理。

四、平行四邊形定理

已知一平行四邊形 $ABCD$ ，其對角線分別為 \overline{AC} 及 \overline{BD} ，則 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BD}^2$ 。

〈說明〉

2-2 三角測量

我們將介紹這些技能：

- 測量用名詞
- 方位

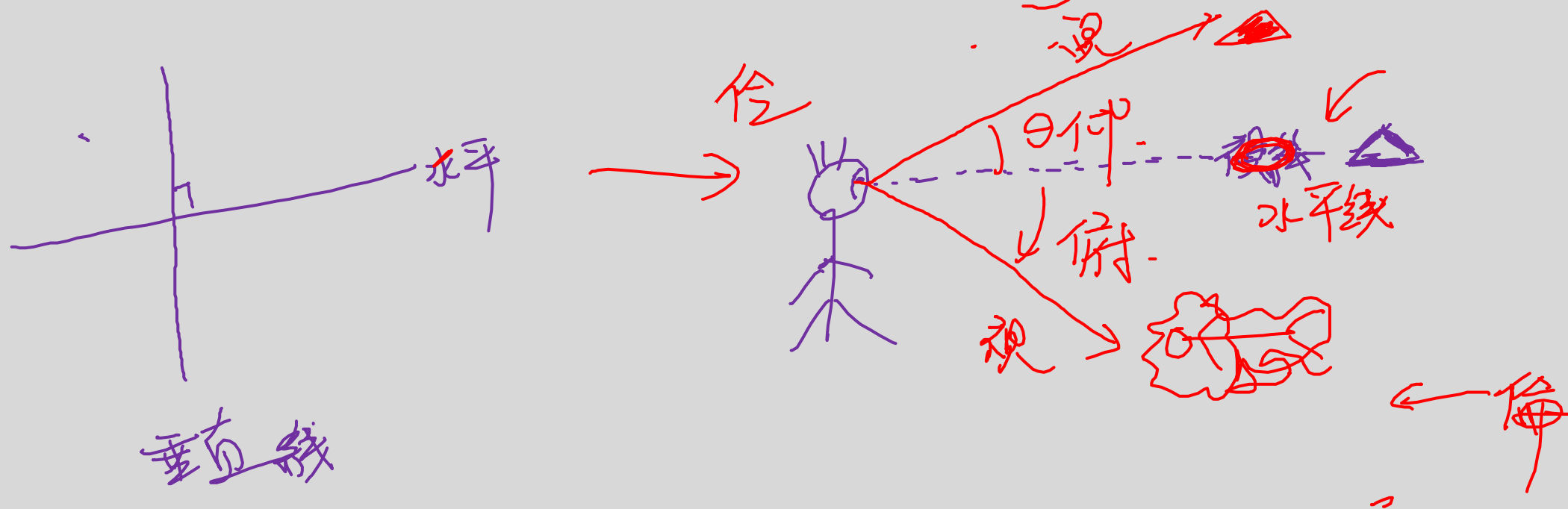
• 題型解析



一、測量用名詞

1. 鉛垂線：與地心連線的直線。
2. 水平線：與鉛垂線垂直的直線。
3. 視線：眼睛與目標物的連線。
4. 仰角與俯角：

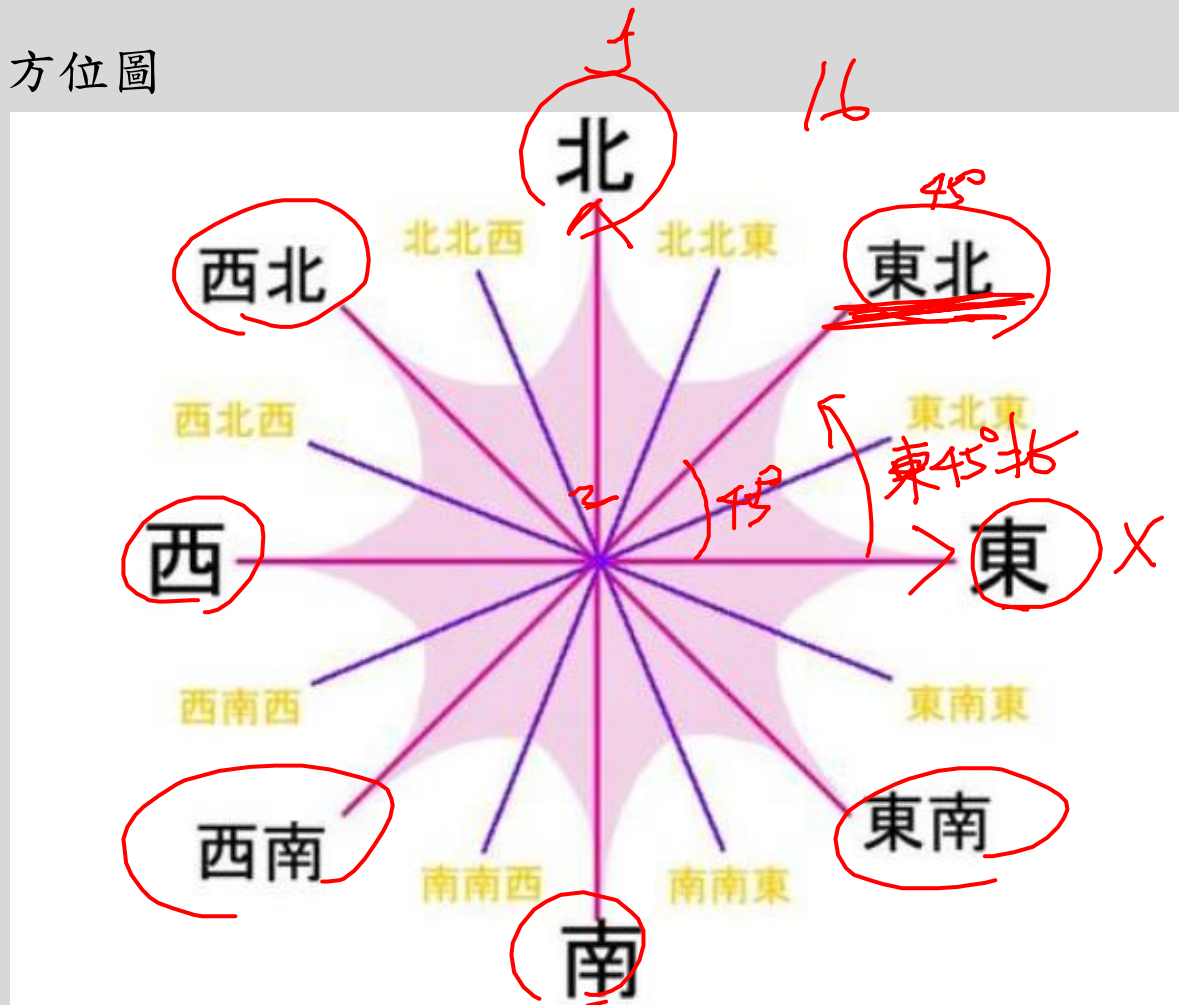
測量者朝向目標物的「視線」在水平線的上方，稱為仰角；若在水平線下方，稱為俯角。



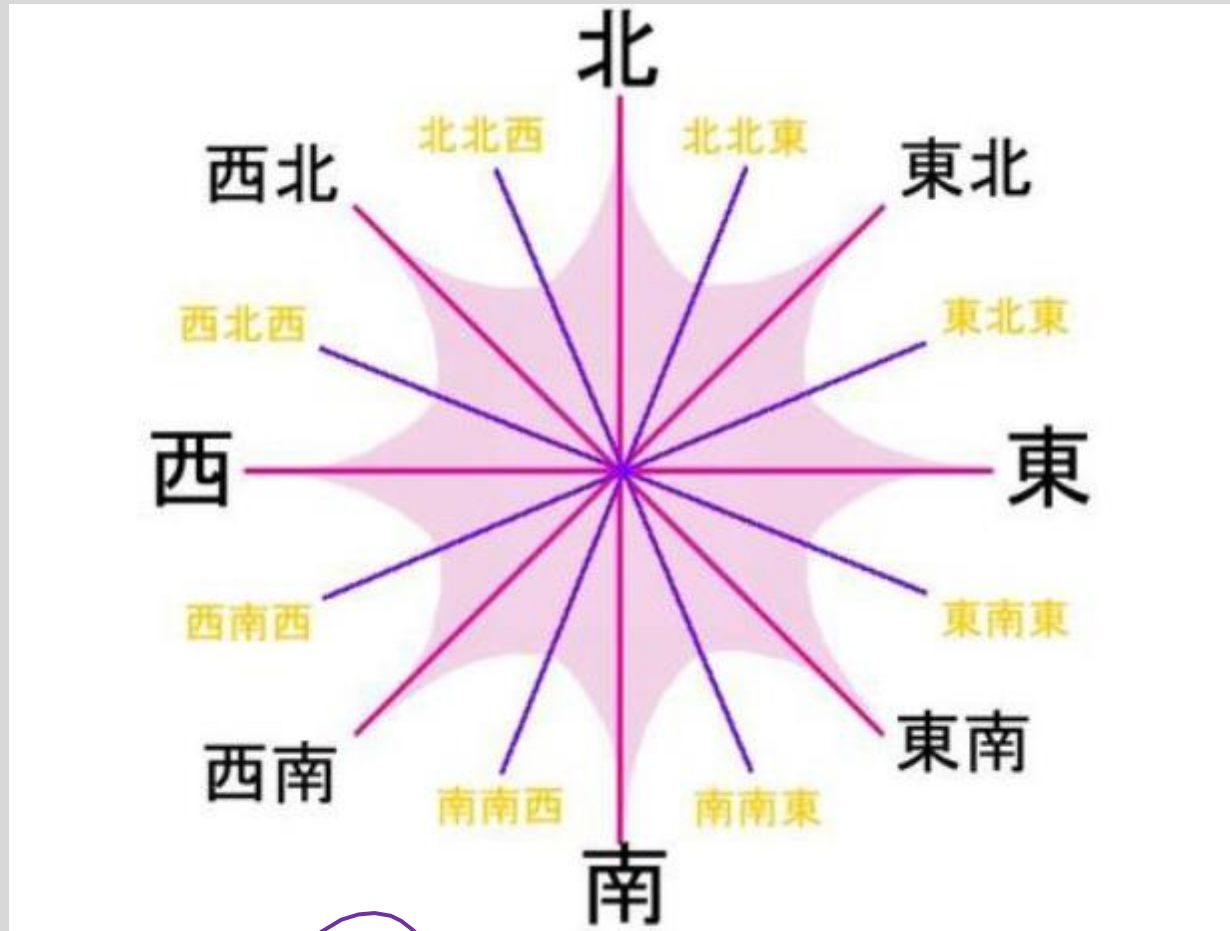
二、方位

1. 定義：觀測者與目標物之間的相對方位。

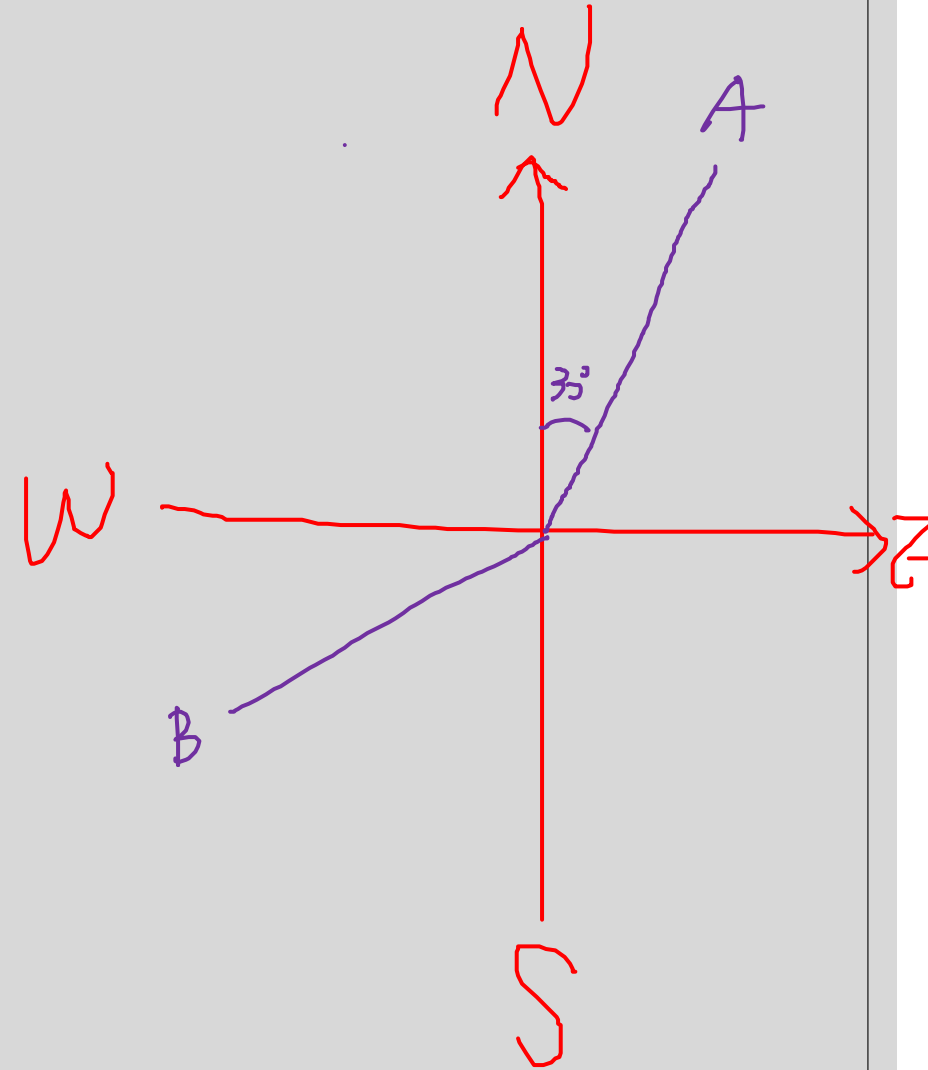
2. 方位圖



3. 方位角



A的名字為北30°東；B的名字為南45°西(西45°南)。



三、三角測量的題型解析

$\left\{ \begin{array}{l} \text{二維} \left\{ \begin{array}{l} \text{直角: 畢氏定理} \\ \text{非直角} \left\{ \begin{array}{l} \text{正弦定理} \\ \text{餘弦定理} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \text{三維: 化為二維再分析} \end{array} \right.$

平

~~1-4~~

平 ($= \frac{\pi}{2}$)

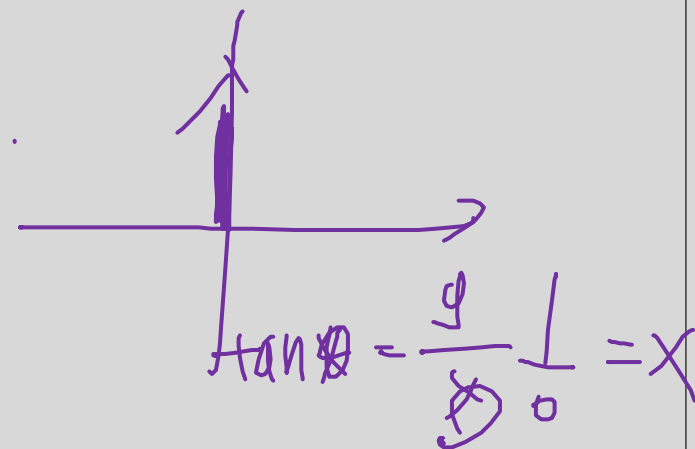
直 ($= \frac{\pi}{2}$)

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{2} =$$

$$\tan \frac{\pi}{2}, \tan \frac{3}{2}\pi$$

$$\tan 0, \tan \pi = 0$$



A black and white photograph of a person clapping their hands. The person is wearing a plaid shirt. In the foreground, there is a wooden desk with an open notebook and a smartphone resting on it. A tablet is also visible in the background. The scene appears to be a classroom or a meeting.

感謝您！