3-3 向量的內積

一、向量的夾角

設$\vec{a}$、$\vec{b}$為兩個非零向量，今將$\vec{a}$、$\vec{b}$兩個向量平移並使兩向量的______重合，則重合處所形成之交角即為兩向量的夾角，以θ表示，同時θ的範圍必定落在$0° \leq \theta < 180°$之間。

二、向量的內積

1. 內積符號的定義

設$\vec{a}$、$\vec{b}$為平面上的兩個非零向量，且兩向量的夾角為θ，則$\vec{a}$與$\vec{b}$的內積符號定為

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\theta$$

若$\vec{a} = (x_1, y_1)$、$\vec{b} = (x_2, y_2)$，則$\vec{a}$與$\vec{b}$的內積符號定為

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2$$

2. 內積結果為______。

3. 內積求夾角

(1) 設$\vec{a}$、$\vec{b}$為平面上的兩個非零向量，且兩向量的夾角為θ，則$\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$。

(2) θ角的討論

$\cos\theta$值	角度類型
> 0	
$= 0$	
< 0	

三、向量內積的運算性質

1. 設$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$為平面上的三個任意向量，r為實數：

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

(2) $(r\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (r\vec{b}) = r(\vec{a} \cdot \vec{b})$

(3) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$

（4）$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2\geq 0$

2. 平行向量

設$\vec{a}=(x_1,y_1)$、$\vec{b}=(x_2,y_2)$，若$\vec{a}//\vec{b}$，則$\vec{a}=r\vec{b}$，即$\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}$。

（平行________________）

3. 垂直向量

設$\vec{a}=(x_1,y_1)$、$\vec{b}=(x_2,y_2)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，則______________，即_______________________。