高中 數學 科考試卷 ____年____班 座號：_____ 姓名：__________

一、單選題：

1. $\overrightarrow{a}=(6,6)$，$\overrightarrow{b}=(5,7)$，$\overrightarrow{c}=(2,4)$，則下列選項何者代表兩向量平行？
   (A) $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{c}$ 與 $\overrightarrow{b}$ (B) $\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}$ 與 $\overrightarrow{a}$ (C) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{c}$ (D) $\overrightarrow{b}-\overrightarrow{c}$ 與 $\overrightarrow{a}$

答案：(D)

解析：(A) $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{c}=(6,6)-(2,4)=(4,2)$

$\overrightarrow{b}=(5,7)$ $\therefore(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{c})\nparallel\overrightarrow{b}$

(B) $\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}=(5,7)+(2,4)=(7,11)$

$\overrightarrow{a}=(6,6)$ $\therefore(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c})\nparallel\overrightarrow{a}$

(C) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=(11,13)$，$\overrightarrow{c}=(2,4)$

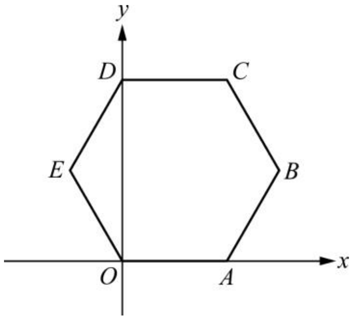
$\therefore(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})\nparallel\overrightarrow{c}$

(D) $\overrightarrow{b}-\overrightarrow{c}=(3,3)$，$\overrightarrow{a}=(6,6)$

$\therefore\overrightarrow{a}=2(\overrightarrow{b}-\overrightarrow{c})\Rightarrow\overrightarrow{a}//(\overrightarrow{b}-\overrightarrow{c})$

故選(D)

2. 如附圖，$OABCDE$ 為坐標平面上一正六邊形，其中 O 為原點，A 點坐標為 $(2,0)$，則向量 $\overrightarrow{DE}$ 之坐標表法為



   (A) $(1,\sqrt{3})$ (B) $(-1,-\sqrt{3})$ (C) $(\sqrt{3},1)$ (D) $(-\sqrt{3},-1)$ (E) $(-1,\sqrt{3})$

答案：(B)

解析：$\overrightarrow{OE}=2(\cos 120°,\sin 120°)=(-1,\sqrt{3})$，

$\overrightarrow{OD}=(0,2\sqrt{3})$，

$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OD}=(-1,-\sqrt{3})$

3. 設 $\overrightarrow{a}=(1,2)$，$\overrightarrow{b}=(k,-1)$，已知 $(\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b})//(2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})$，則實數 k 等於
   (A)$-\frac{1}{2}$ (B)$-\frac{1}{3}$ (C)0 (D)$\frac{1}{3}$ (E)$\frac{1}{2}$

答案：(A)

解析：$\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}=(1+3k,-1)$

$2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}=(2-k,5)$

$\because(\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b})//(2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})$

$\therefore\frac{1+3k}{2-k}=\frac{-1}{5}\Rightarrow 5+15k=-2+k\Rightarrow k=-\frac{1}{2}$

二、填充題：

1. $\overrightarrow{a}=(1,1)$，$\overrightarrow{b}=(2,-4)$，$\overrightarrow{c}=t\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$（$t$ 為實數），則 $|\overrightarrow{c}|$之最小值為________。

答案：$3\sqrt{2}$

解析：$|\overrightarrow{c}|=|(t+2,t-4)|$

$=\sqrt{(t+2)^2+(t-4)^2}=\sqrt{2(t-1)^2+18}$，

當 $t=1$ 時，最小值 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$。

2. $\overrightarrow{a}=(1,2)$，$\overrightarrow{b}=(x,-2)$，若 $\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}$ 與 $2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 平行，則 $x=$______。

答案：-1

解析：$\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}=(1,2)+(2x,-4)$
$=(2x+1,-2)$，

$2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}=(2,4)-(x,-2)=(2-x,6)$

$\therefore \dfrac{2x+1}{-2}=\dfrac{2-x}{6}$，$12x+6=2x-4$，$x=-1$

3. $\overrightarrow{AB}=(8,6)$，$\overrightarrow{BC}=(0,-12)$，則△$ABC$ 周長為______。

答案：32

解析：$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(8,-6)$

$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{8^2+6^2}=10$

$|\overrightarrow{BC}|=12$

$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{8^2+(-6)^2}=10$

∴ △ABC 周長為 $10+12+10=32$

4. $\overrightarrow{a}=(-4,3)$，$\overrightarrow{b}\ /\!/\ \overrightarrow{a}$ 且 $|\overrightarrow{b}|=10$，則 $\overrightarrow{b}=$______。

答案：$(-8,6)$ 或 $(8,-6)$

解析：設 $\overrightarrow{b}=k(-4,3)$，$k^2(16+9)=100$，$k=\pm 2$，$\overrightarrow{b}=(-8,6)$ 或 $(8,-6)$

5. $A(3,-2)$，$B(1,2)$，$C(-1,3)$，若 $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{BC}-3\overrightarrow{AB}$，則 P 點之坐標為______。

答案：$(1,-7)$

解析：$\overrightarrow{AP}=(-4,5)+2(-2,1)-3(-2,4)$
$=(-2,-5)$
$\therefore\ P(1,-7)$

6. 小明在天文網站上看到以下的資訊「可利用北斗七星斗杓的天璇與天樞這兩顆星來尋找北極星：由天璇起始向天樞的方向延伸便可找到北極星，其中天樞與北極星的距離為天樞與天璇距離的 5 倍。」今小明將所見的星空想像成一個坐標平面，其中天璇的坐標為 (9,8) 及天樞的坐標為(7,11)。依上述資訊可以推得北極星的坐標為________。

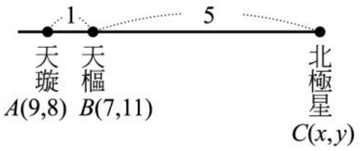
答案：$(-3,26)$

解析：設天璇坐標 $A(9,8)$，天樞坐標 $B(7,11)$，
北極星坐標 $C(x,y)$

$\because\ \overrightarrow{BC}=5\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow (x-7,y-11)=5(7-9,11-8)=(-10,15)$

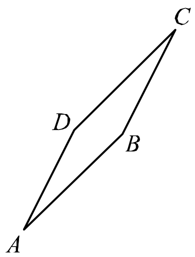
$\Rightarrow \begin{cases} x-7=-10 \\ y-11=15 \end{cases} \Rightarrow (x,y)=(-3,26)$



7. 設平行四邊形 $ABCD$，若 $A(0,0)$，$B(1,2)$，$C(3,4)$，
則 D 點的坐標為________。

答案：$(2,2)$

解析：設 $D(x,y)$，如附圖，



$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ $\Rightarrow$ (x - 0 , y - 0) = (3 - 1 , 4 - 2)

$\Rightarrow$ (x , y) = (2 , 2)，

$\therefore$ D 點的坐標為 (2 , 2)