

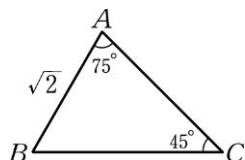
一、單選題：

1.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \sqrt{2}$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $\angle A = 75^\circ$ ，則  $\overline{AC} =$   
 (A) 2 (B)  $\sqrt{3} - 1$  (C)  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$  (D)  $\sqrt{3}$  (E) 1

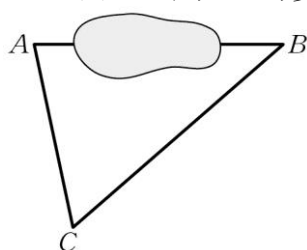
答案：(D)

解析： $\angle B = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$

$$\frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ} = \frac{\overline{AC}}{\sin 60^\circ}, \quad \overline{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{3}$$



2. 如附圖，某湖的邊上有兩點  $A$ 、 $B$ ，路人甲站在  $C$  處，測量出  $\angle ACB = 60^\circ$ ， $\overline{AC} = 20$  公里， $\overline{BC} = 30$  公里，則  $\overline{AB}$  為多少？



- (A)  $10\sqrt{6}$  公里 (B)  $10\sqrt{7}$  公里 (C)  $20\sqrt{2}$  公里 (D) 30 公里 (E)  $10\sqrt{10}$  公里

答案：(B)

$$\begin{aligned} \text{解析：} \because \overline{AB}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{AC} \times \overline{BC} \times \cos \angle C \\ &= 20^2 + 30^2 - 2 \times 20 \times 30 \times \cos 60^\circ = 700 \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{700} = 10\sqrt{7}$$

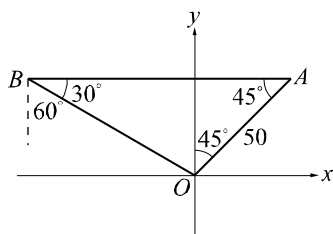
故選(B)

3. 某君在一廣場上從某一點出發，先往東北方前進 50 公尺後轉往正西方向行進，一段時間後測得原出發點在他的南偏東  $60^\circ$  方向；則此時他距原出發點大約多少公尺？  
 (A) 35 (B) 43 (C) 50 (D) 71 (E) 87

答案：(D)

解析：設原出發點為  $O$ ，

依題意，如附圖所示：



$$\overline{OA} = 50, \quad \angle OAB = 45^\circ, \quad \angle ABO = 30^\circ,$$

$$\triangle OAB \text{ 中, } \frac{\overline{OB}}{\sin 45^\circ} = \frac{\overline{OA}}{\sin 30^\circ} = \frac{50}{\sin 30^\circ} = \frac{50}{\frac{1}{2}} = 100,$$

$$\overline{OB} = 100 \sin 45^\circ = 50\sqrt{2} \approx 71 \text{ (公尺)}$$

$\therefore$  某君距原出發點為  $\overline{OB}$ ，故選(D)

4.  $\triangle ABC$  中，若  $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$ ，求  $\angle C =$

(A)60° (B)120° (C)150° (D)45° (E)135°

答案：(A)

解析：∵  $(a+b+c)(a+b-c)=3ab$

$$\therefore (a+b)^2 - c^2 = 3ab$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = ab$$

$$\therefore \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{ab}{2ab} = \frac{1}{2}$$

又  $0^\circ < \angle C < 180^\circ$

$$\therefore \angle C = 60^\circ$$

二、填充題：

1. 四邊形  $ABCD$  中， $\overline{AB}=1$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{CD}=5$ ， $\overline{DA}=7$ ，且  $\angle DAB = \angle BCD = 90^\circ$ ，則對角線  $\overline{AC}$  長為\_\_\_\_\_。

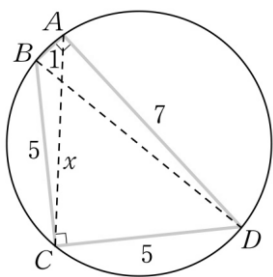
答案： $\sqrt{32}$

解析：四邊形  $ABCD$  對角互補 ∴ 四邊形  $ABCD$  為圓內接四邊形

$\Rightarrow \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$  (兩角餘弦值和為 0)

設  $\overline{AC}=x$ ，由  $\cos \angle ABC + \cos \angle ADC = 0$

$$\Rightarrow \frac{1^2 + 5^2 - x^2}{2 \cdot 1 \cdot 5} + \frac{5^2 + 7^2 - x^2}{2 \cdot 5 \cdot 7} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{32}$$



2.  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 25^\circ$ ， $\angle C = 20^\circ$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則  $\triangle ABC$  之外接圓面積為\_\_\_\_\_。

答案： $18\pi$

解析： $\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 25^\circ - 20^\circ = 135^\circ$

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{6}{\sin 135^\circ} = 2R \Rightarrow R = \frac{6}{2\sin 135^\circ} = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \text{ 外接圓面積} = \pi R^2 = 18\pi$$

3.  $\triangle ABC$  中， $\sin A : \sin B : \sin C = 6 : 10 : 14$ ，則最大內角為\_\_\_\_\_度。

答案：120

解析：∵  $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = 6 : 10 : 14 = 3 : 5 : 7$

$$\Rightarrow a = 3t, b = 5t, c = 7t$$

$$\cos C = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \angle C = 120^\circ$$

4.  $\triangle ABC$  中，已知  $b = 2\sqrt{3}$ ， $c = 3\sqrt{2}$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，則  $\angle A =$ \_\_\_\_\_。

答案： $75^\circ$

$$\text{解析：} \therefore \frac{3\sqrt{2}}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin B}$$

$$\therefore \sin B = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \angle B = 45^\circ \text{ 或 } 135^\circ$$

但  $b = 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2} = c$  ∴  $\angle B < \angle C = 60^\circ$

故  $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle A = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$

5. 在一鐘樓的南方  $A$  處與東方  $B$  處，各設一觀測站，測出鐘樓的仰角分別為  $30^\circ$  與  $45^\circ$ ，已知  $A, B$  兩處相距 150 公尺，求鐘樓的高度為\_\_\_\_\_公尺。

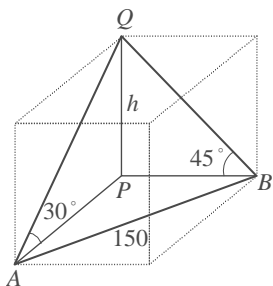
答案：75

解析：如附圖，設鐘樓高  $\overline{PQ} = h$  (公尺)，

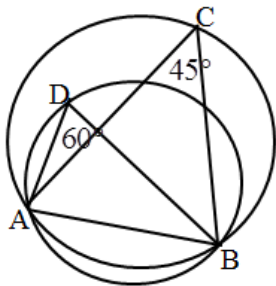
在直角  $\triangle APQ$  中， $\tan 30^\circ = \frac{h}{\overline{AP}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \therefore \overline{AP} = \sqrt{3}h$

在直角  $\triangle BPQ$  中， $\tan 45^\circ = \frac{h}{\overline{BP}} = 1 \quad \therefore \overline{BP} = h$

則  $(\sqrt{3}h)^2 + h^2 = 150^2 \Rightarrow h = \frac{150}{2} = 75$ ，即鐘樓高 75 公尺。



6. 如附圖，大小兩圓相交於  $\overline{AB}$ ， $C$  在大圓上且  $\angle C = 45^\circ$ ， $D$  在小圓上且  $\angle D = 60^\circ$ ，則大圓與小圓的面積比為\_\_\_\_\_。(化作最簡整數比)



答案：3：2

解析：設大圓半徑  $R$ ，小圓半徑  $r$ ，

$\triangle ABC$  中， $\frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ} = 2R$ ； $\triangle ABD$  中， $\frac{\overline{AB}}{\sin 60^\circ} = 2r$

$\therefore$  大圓面積：小圓面積  $= \pi R^2 : \pi r^2 = \left(\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right)^2 : \left(\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)^2 = 3 : 2$