

4-1 圓方程式

一、圓的定義

在平面上與一定點等距離的所有點形成的圖形即稱為「圓」。
其中定點稱為_____、定點與圓上任一點的距離即稱為_____。

二、圓的方程式

1. 圓的標準式

(1) 記法

設圓 C 的圓心為 $O(h, k)$ 、半徑為 r ，則圓 C 的標準式為 $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ 。

〈說明〉

(2) 標準式使用時機

- I. 已知_____、_____。
- II. 已知_____的兩端點。

2. 圓的一般式

(1) 記法

將圓的標準式展開整理後，即為圓的一般式，以 $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ 的形式表示。

(2) 性質

- I. 必為二元二次方程式。
- II.
- III.
- IV. 配方後為標準式。

3. 二者關係

標準式→一般式(透過_____)

一般式→標準式(透過_____)

三、圓的形狀

1. 雙變數的配方法

$$x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{e}{2}\right)^2 = \frac{d^2 + e^2 - 4f}{4}$$

〈說明〉

2. 圓的判別

(1) 相異兩點決定一_____。

(2) _____相異三點決定一____，且為_____。

Question: 是否形如 $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ 都是一個圓？

(3) 決定圓的因素：

(4) 判別法則

Case.1 一般式判別法：

I. 判別式： $D =$

II. 判斷表格

判別式關係	圖形狀態
$D > 0$	
$D = 0$	
$D < 0$	

Case.2 標準式判別法：

I. 判別式： $d =$

II. 判斷表格

判別式關係	圖形狀態
$d > 0$	
$d = 0$	
$d < 0$	