2 數學 B ③ 學習卷

1-2 一元二次方程式

答案
一、A C C A C B
二、1. $x=-1\pm\sqrt{2}$　2. 2　3. 20　4. 5
5. $x=-\frac{1}{2}$ 或 $x=3$　6. -10　7. -1
三、1. $k=4$ 或 $k=1$　2. (1) -1　(2) -12　(3) 25　3. $k=8$

科　年　班　號
姓名：
總　分

一、選擇題（24%，每題 4 分）

★進階題

(A) 1. 方程式 $x^2-2x-3=0$ 的解為　(A) $x=-1$ 或 $x=3$　(B) $x=-1$ 或 $x=-3$　(C) $x=1$ 或 $x=3$　(D) $x=1$ 或 $x=-3$。【課本例題 1】

解 利用十字交乘法得原式為 $(x+1)(x-3)=0$
即 $x+1=0$ 或 $x-3=0$
所以 $x=-1$ 或 $x=3$ 是此方程式的解

(C) 2. 方程式 $2x^2-9x-5=0$ 的解為　(A) $x=\frac{1}{2}$ 或 $x=5$　(B) $x=-\frac{1}{2}$ 或 $x=-5$　(C) $x=-\frac{1}{2}$ 或 $x=5$　(D) $x=\frac{1}{2}$ 或 $x=-5$。【課本例題 1】

解 利用十字交乘法得原式為 $(2x+1)(x-5)=0$
即 $2x+1=0$ 或 $x-5=0$
所以 $x=-\frac{1}{2}$ 或 $x=5$ 是此方程式的解

(C) 3. 二次方程式 $x^2+2x+4=0$ 其根的性質為何？　(A)兩相異實根　(B)兩相等實根　(C)無實根　(D)以上皆非。【課本例題 4】

解 判別式 $b^2-4ac=2^2-4\times1\times4=-12<0$
$\therefore$ 方程式無實根

(A) 4. 若方程式 $3x^2+2x+k=0$ 有兩相等實根，則 $k=$　(A) $\frac{1}{3}$　(B) $\frac{1}{2}$　(C) 1　(D) $\frac{4}{3}$。【課本例題 5】

解 方程式 $3x^2+2x+k=0$ 有兩相等實根，則
判別式 $b^2-4ac=2^2-4\times3\times k=0 \Rightarrow 12k=4 \Rightarrow k=\frac{1}{3}$

(C) 5. 方程式 $7x^2-2x+14=0$ 兩根的乘積為　(A) -14　(B) -2　(C) 2　(D) 14。【課本例題 6】

解 $7x^2-2x+14=0$
由根與係數關係知，兩根積為 $\frac{14}{7}=2$

(B) 6. 已知 α、β 為 $x^2+3x-6=0$ 之兩根，則 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=$　(A) 1　(B) $\frac{1}{2}$　(C) $\frac{1}{3}$　(D) $\frac{1}{4}$。【課本例題 6】

解 由根與係數的關係知：$\begin{cases}\alpha+\beta=-\frac{3}{1}=-3\\ \alpha\beta=\frac{-6}{1}=-6\end{cases}$，則 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-3}{-6}=\frac{1}{2}$

二、填充題（49%，每格 7 分）

1. 方程式 $x^2+2x-1=0$ 之解為 $x=-1\pm\sqrt{2}$。【課本例題 3】

解 $\because$ $x^2+2x-1=0$ 無法利用十字交乘分解，故由公式解得
$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\frac{-2\pm2\sqrt{2}}{2}=-1\pm\sqrt{2}$

2. 將一個球向上拋，球在 t 秒後離地面的高度 h（公尺）可用公式 $h=3t^2-5t-2$ 計算，則該球經過 2 秒鐘會抵達地面。【課本例題 2】

解 當球抵達地面表示高度 $h=0$，即 $3t^2-5t-2=0$
分解得 $(t-2)(3t+1)=0$，所以 $t=2$ 或 $-\frac{1}{3}$（不合，秒數必為正數）
故球於 2 秒鐘後抵達地面

3. 8BQ 職業籃球聯賽共有 n 支球隊，每支球隊需與其他球隊各進行兩次比賽。已知該年度聯賽比賽的球賽總數（M）可表示為 $M=2n(n-1)$。若該年度聯賽總共進行了 760 場球賽，則參與聯賽的球隊共有 20 隊。【課本例題 2】

解 由題意知 $2n(n-1)=760$
展開整理得 $2n^2-2n-760=0 \Rightarrow n^2-n-380=0 \Rightarrow (n-20)(n+19)=0$
所以 $n=20$ 或 -19（不合）
故參與聯賽的球隊共有 20 隊

4. 設一元二次方程式 $4x^2+12x+c=0$ 的兩根差為 2，則 $c=$ 5。【課本例題 7】

解 設兩根分別為 α、$\alpha+2$
由根與係數關係知：$\begin{cases}\alpha+(\alpha+2)=-3\cdots\cdots①\\ \alpha\times(\alpha+2)=\frac{c}{4}\cdots\cdots②\end{cases}$
由①得 $2\alpha=-5 \Rightarrow \alpha=-\frac{5}{2}$
將 $\alpha=-\frac{5}{2}$ 代入②得 $-\frac{5}{2}\times\left(-\frac{5}{2}+2\right)=\frac{c}{4}$
$\Rightarrow -\frac{5}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{c}{4} \Rightarrow \frac{5}{4}=\frac{c}{4}$
$\therefore$ $c=5$

5. 方程式 $2x^2-5x-3=0$ 之解為 $x=-\frac{1}{2}$ 或 $x=3$ 。 【課本例題 1】

解 利用十字交乘法

$2x^2-5x-3=0$

$\Rightarrow\ (2x+1)(x-3)=0\ \Rightarrow\ 2x+1=0$ 或 $x-3=0$

$\therefore\ x=-\frac{1}{2}$ 或 $x=3$

6. 設 α 、 β 為 $x^2-4x-2=0$ 之兩根，則 $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=$ -10 。 【課本例題 6】

解 由根與係數的關係知：$\begin{cases}\alpha+\beta=-\frac{-4}{1}=4\\ \alpha\beta=\frac{-2}{1}=-2\end{cases}$

$\because\ \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=4^2-2\times(-2)=20$

$\therefore\ \frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{20}{-2}=-10$

★7. 設 α 、 β 為 $x^2-x-3=0$ 的兩根，若方程式 $x^2+ax+b=0$ 的兩根為 $\alpha+\beta$ 、 $\alpha\beta$ ，
則 $a+b=$ -1 。 【課本例題 7】

解 由根與係數的關係知：$\begin{cases}\alpha+\beta=1\\ \alpha\beta=-3\end{cases}$

以 $\alpha+\beta=1$ 、 $\alpha\beta=-3$ 為兩根之方程式為

$(x-1)(x+3)=0\ \Rightarrow\ x^2+2x-3=0\ \Rightarrow\ a=2$ ， $b=-3$

$\therefore\ a+b=-1$

三、計算題（27%，每題 9 分）

1. 設 k 為實數，若方程式 $x^2+2(k+2)x+9k=0$ 有相等實數根，試求 k 值。 【課本例題 5】

解 [答： $k=4$ 或 $k=1$]

$\because$ 方程式有相等實數根 $\Leftrightarrow$ 判別式 $=0$

即 $\left[2(k+2)\right]^2-4\times1\times9k=0$

$\Rightarrow\ 4(k+2)^2-36k=0$

$\Rightarrow\ (k+2)^2-9k=0$

$\Rightarrow\ k^2-5k+4=0$

$\Rightarrow\ (k-4)(k-1)=0$

$\therefore\ k=4$ 或 $k=1$

2. 設 α 、 β 為方程式 $x^2+x-12=0$ 之兩根，試求：
(1) $\alpha+\beta$ (2) $\alpha\beta$ (3) $\alpha^2+\beta^2$ 。（每小題各 3 分） 【課本例題 6】

解 [答：(1) -1 (2) -12 (3) 25]

由根與係數的關係知：

(1) $\alpha+\beta=-\frac{1}{1}=-1$

(2) $\alpha\beta=\frac{-12}{1}=-12$

(3) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-1)^2-2\times(-12)=25$

3. 設方程式 $x^2+6x+k=0$ 的一根是另一根的兩倍，試求實數 k 之值。 【課本例題 7】

解 [答： $k=8$]

設兩根為 α 、 2α

由根與係數關係知：$\begin{cases}\alpha+2\alpha=-6\cdots\cdots①\\ \alpha\times2\alpha=k\cdots\cdots②\end{cases}$

由①得 $3\alpha=-6\ \Rightarrow\ \alpha=-2$

將 $\alpha=-2$ 代入②得 $(-2)\times2\times(-2)=k$

$\therefore\ k=8$