

4-3 單元小考解析

一、單選題：(6 小題，每格 4 分，共 24 分)

1. () $\log_3 3 + \log_2 1 =$
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

【學習卷】

解答 B
解析 $\log_3 3 + \log_2 1 = 1 + 0 = 1$

2. () 下列各式何者正確？ (A) $\log_2(-3) = -\log_2 3$ (B) $\log_2 3 = \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} 3}$ (C)
 $\log_2 3 = \log_4 9$ (D) $\log_2 3^3 = (\log_2 3)^3$

【學習卷】

解答 C
解析 (A) $\log_2(-3)$ 真數小於 0，無意義 (B) $\log_2 3 = \frac{1}{\log_3 2} \neq \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} 3}$
(C) $\log_2 3 = \log_{2^2} 3^2 = \log_4 9$
(D) $\log_2 3^3 = 3\log_2 3 \neq (\log_2 3)^3$

3. () $\log_2 3 \times \log_3 4 \times \log_4 8 =$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【學習卷】

解答 C
解析 $\log_2 3 \times \log_3 4 \times \log_4 8 = \log_2 8 = 3$

4. () $\log_{10} \frac{3}{4} + \log_{10} 14 - \log_{10} 21 + \log_{10} \frac{1}{5} =$
(A) -1 (B) 1 (C) $\log_{10} 3$ (D) $\log_{10} 5$

【學習卷】

解答 A
解析 原式 $= \log_{10} \frac{\frac{3}{4} \times 14 \times \frac{1}{5}}{21} = \log_{10} \frac{1}{10} = \log_{10} 10^{-1} = -1$

5. () $\log_{27} 3\sqrt{27} =$
(A) $\frac{6}{5}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{4}{5}$

【學習卷】

解答 C

解析 $\log_{27} 3\sqrt{27} = \log_{3^3} \left(3 \times (3)^{\frac{3}{2}} \right) = \log_{3^3} 3^{1+\frac{3}{2}} = \log_{3^3} 3^{\frac{5}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{3} \log_3 3 = \frac{5}{6}$

6. () 下列各式何者無意義？ (A) $\log_5 55$ (B) $\log_{10}(-5)$ (C) $\log_{0.1} \frac{1}{5}$ (D) $\log_{\frac{4}{3}} \frac{3}{4}$
【學習卷】

解答 B
解析 $\log_{10}(-5)$ 因為真數為 $-5 < 0$ ，故無意義

二、填充題：(7 小題，每格 7 分，共 49 分)

1. $\log_3 3^{\sqrt{3}} + 3^{\log_3 \sqrt{3}} =$ 。

【學習卷】

解答 $2\sqrt{3}$
解析 $\log_3 3^{\sqrt{3}} + 3^{\log_3 \sqrt{3}} = \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

2. $(\log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} + \log_2 2 + \log_{0.5} 0.5) + \left(\log_{\sqrt{2}} 1 + \log_3 1 + \log_{\frac{1}{2}} 1 \right) =$ 。

【學習卷】

解答 3
解析 $(\log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} + \log_2 2 + \log_{0.5} 0.5) + \left(\log_{\sqrt{2}} 1 + \log_3 1 + \log_{\frac{1}{2}} 1 \right) = (1 + 1 + 1) + (0 + 0 + 0) = 3$

3. $\log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{27}} \frac{1}{3} + \log_{\frac{1}{125}} \frac{1}{5} =$ 。

【學習卷】

解答 1
解析 原式 $= \log_{2^{-3}} 2^{-1} + \log_{3^{-3}} 3^{-1} + \log_{5^{-3}} 5^{-1}$
 $= \frac{-1}{-3} \log_2 2 + \left(\frac{-1}{-3} \log_3 3 \right) + \left(\frac{-1}{-3} \log_5 5 \right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$

4. $\log_5 10 + \log_5 50 - 2\log_5 2 =$ 。

【學習卷】

解答 3
解析 原式 $= \log_5 10 + \log_5 50 - \log_5 2^2 = \log_5 \frac{10 \times 50}{2^2} = \log_5 5^3 = 3$

5. $\log_2 \frac{7}{5} - \log_2 \frac{112}{9} + \log_2 \frac{10}{9} =$ 。

【學習卷】

解答 -3

解析 $\log_2 \frac{7}{5} - \log_2 \frac{112}{9} + \log_2 \frac{10}{9} = \log_2 \left(\frac{\frac{7}{5}}{\frac{112}{9}} \times \frac{10}{9} \right) = \log_2 \left(\frac{7}{5} \times \frac{9}{112} \times \frac{10}{9} \right)$

$$= \log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = -3$$

6. $\log_{10} 2 + \log_{10} \sqrt{15} - \frac{1}{2} \log_{10} 6 =$ _____。

解答 $\frac{1}{2}$

解析 原式 $= \log_{10} 2 + \log_{10} \sqrt{15} - \log_{10} \sqrt{6}$

$$= \log_{10} \frac{2 \times \sqrt{15}}{\sqrt{6}} = \log_{10} \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{6}} = \log_{10} \sqrt{10} = \frac{1}{2}$$

7. 設 $\log_x 9\sqrt{3} = 5$ ，則 $x =$ _____。

解答 $\sqrt{3}$

解析 原式 $\Rightarrow x^5 = 9\sqrt{3} \Rightarrow x^5 = 3^{2+\frac{1}{2}}$

$$\Rightarrow x^5 = 3^{\frac{5}{2}} \Rightarrow x^5 = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^5$$

$$\Rightarrow x = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

三、計算題：(3 小題，每題 9 分，共 27 分)

1. 試求 $\left(\log_2 125 + \log_8 \frac{1}{5}\right) \left(\log_5 2 + \log_{125} \frac{1}{2}\right)$ 之值。

解答 $\frac{16}{9}$

解析 原式 $= \left(\log_2 5^3 + \log_{2^3} 5^{-1}\right) \left(\log_5 2 + \log_{5^3} 2^{-1}\right) = \left(3\log_2 5 - \frac{1}{3}\log_2 5\right) \left(\log_5 2 - \frac{1}{3}\log_5 2\right)$

$$= \left(\frac{8}{3}\log_2 5\right) \left(\frac{2}{3}\log_5 2\right) = \frac{8}{3} \times \frac{2}{3} \times \log_2 5 \times \log_5 2 = \frac{16}{9}$$

2. 試求 $\log_3 9 + \log_2 \frac{1}{32} - \log_5 125$ 之值。

解答 -6

解析 $\log_3 9 + \log_2 \frac{1}{32} - \log_5 125 = \log_3 3^2 + \log_2 2^{-5} - \log_5 5^3 = 2 + (-5) - 3 = -6$

3. 設 $a = \log_2 3$ ， $b = \log_2 5$ ，試以 a 、 b 表示：

(1) $\log_2 75$ 。(4 分)

(2) $\log_9 50$ 。(5 分)

【學習卷】

解答 (1) $a + 2b$

(2) $\frac{1+2b}{2a}$

解析 (1) $\log_2 75 = \log_2 (5^2 \times 3) = 2\log_2 5 + \log_2 3 = 2b + a = a + 2b$

(2) $\log_9 50 = \frac{\log_2 50}{\log_2 9} = \frac{\log_2 (2 \times 5^2)}{\log_2 3^2} = \frac{\log_2 2 + 2\log_2 5}{2\log_2 3} = \frac{1+2b}{2a}$

【學習卷】

【學習卷】

【學習卷】

【學習卷】