

4-1 單元小考解析

一、單選題：(6 小題，每題 4 分，共 24 分)

1. () 設 x 為實數，且 $x \neq 0$ ，則 $(6x)^0 - (6x^0) =$
(A) -6 (B) -5 (C) 0 (D) 6

【學習卷】

解答 B

解析 $(6x)^0 - (6x^0) = 1 - 6 = -5$

2. () 設 $x > 0$ ，則 $\frac{1}{\sqrt[5]{\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}}} =$
(A) $x^{\frac{1}{30}}$ (B) x^{30} (C) $x^{-\frac{1}{30}}$ (D) x^{-30}

【學習卷】

解答 A

解析 $\frac{1}{\sqrt[5]{\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}}} = \frac{1}{\left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{5}}} = \left(x^{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{5}} = x^{\frac{1}{30}}$

3. () 設 a 、 b 為任意正實數，且 r 、 s 為有理數，則下列何者正確？ (A) $a^{\frac{r}{s}} = \sqrt[s]{a^r}$
(B) $a^r \times a^s = a^{r \times s}$ (C) $\sqrt[s]{a^5} = a$ (D) $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$

【學習卷】

解答 C

解析 (A) $a^{\frac{r}{s}} = \sqrt[s]{a^r}$

(B) $a^r \times a^s = a^{r+s}$

(C) $\sqrt[s]{a^5} = (a^5)^{\frac{1}{s}} = a$

(D) $\sqrt{a^2 + b^2} = (a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}} \neq a + b$

4. () 設 a 、 b 為實數， m 、 n 為正整數，則下列何者錯誤？ (A) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (B)
 $(a^m)^n = a^{mn}$ (C) $(ab)^n = a^n \times b^n$ (D) $\left(\frac{b}{a}\right)^n = b^n - a^n$

【學習卷】

解答 D

解析 $\left(\frac{b}{a}\right)^n = \left(\frac{1}{a}\right)^n \times b^n$

5. () $(\sqrt{5^5} \times 5^5)^0 =$ (A) 1 (B) 0 (C) $\sqrt{5^5} \times 5^5$ (D) 無限大

【學習卷】

解答 A

解析 利用 $a \neq 0$ ，則 $a^0 = 1$ ，故 $(\sqrt{5^5} \times 5^5)^0 = 1$

6. () 若 a 為實數， $a \neq 0$ ， n 為整數，則下列何者錯誤？ (A) $(a^2)^3 = a^6$ (B) $a^0 = 1$
(C) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = a^n$ (D) $\frac{1}{a^n} = a^{\frac{1}{n}}$

【學習卷】

解答 D

解析 (A) $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$

(B) $a^0 = 1$

(C) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = (a^{-1})^{-n} = a^n$

(D) $\frac{1}{a^n} = \frac{a^0}{a^n} = a^{0-n} = a^{-n}$

二、填充題：(7 小題，每格 7 分，共 49 分)

1. 設 $a > 0$ ， $b > 0$ ，則 $\left[a^{-2} \times (b^3)^2\right]^{-2} \times (a^2 \times b^{-4})^{-3} =$ _____。

【學習卷】

解答 a^{-2}

解析 $\left[a^{-2} \times (b^3)^2\right]^{-2} \times (a^2 \times b^{-4})^{-3} = [a^{-2} \times b^6]^{-2} \times (a^2 \times b^{-4})^{-3}$
 $= (a^{-2})^{-2} \times (b^6)^{-2} \times (a^2)^{-3} \times (b^{-4})^{-3}$
 $= a^{(-2) \times (-2)} \times b^{6 \times (-2)} \times a^{2 \times (-3)} \times b^{(-4) \times (-3)} = a^4 \times b^{-12} \times a^{-6} \times b^{12}$
 $= a^{4+(-6)} \times b^{-12+12} = a^{-2} \times b^0 = a^{-2}$

2. $\left(\frac{1}{9}\right)^3 \times 9^2 =$ _____。

【學習卷】

解答 $\frac{1}{9}$

解析 $\left(\frac{1}{9}\right)^3 \times 9^2 = \left(\frac{1}{3^2}\right)^3 \times (3^2)^2 = \frac{3^4}{3^6} = 3^{4-6} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

3. $(625)^{-\frac{3}{4}} =$ _____。

【學習卷】

解答 $\frac{1}{125}$

解析 $(625)^{-\frac{3}{4}} = (5^4)^{-\frac{3}{4}} = 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

4. 設 $a > 0$ ， $b > 0$ ，則 $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a^3}} =$ _____。

解答 $a^{-\frac{5}{12}}$

解析 $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a^3}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}}{(a^3)^{\frac{1}{4}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{3}{4}}} = a^{\frac{1}{3} - \frac{3}{4}} = a^{\frac{4-9}{12}} = a^{-\frac{5}{12}}$

5. $2^4 \times 2^6 =$ _____。

解答 1024

解析 $2^4 \times 2^6 = 2^{4+6} = 2^{10} = 1024$

6. $(0.008)^{-\frac{2}{3}} =$ _____。

解答 25

解析 $(0.008)^{-\frac{2}{3}} = [(0.2)^3]^{-\frac{2}{3}} = (0.2)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = (5^{-1})^{-2} = 5^2 = 25$

7. $(\sqrt{375})^0 + (2025)^0 =$ _____。

解答 2

解析 $(\sqrt{375})^0 + (2025)^0 = 1 + 1 = 2$

三、計算題：(3 小題，每格 9 分，共 27 分)

1. 設 $(3^m)^3 = 729$ 且 $4^{n-m} = \frac{1}{256}$ ，則 $m+n = ?$

解答 0

解析 $(3^m)^3 = 729 \Rightarrow 3^{3m} = 3^6 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2 \dots \dots \textcircled{1}$

又 $4^{n-m} = \frac{1}{256} \Rightarrow (2^2)^{n-m} = 2^{-8} \Rightarrow 2(n-m) = -8 \Rightarrow n-m = -4 \dots \dots \textcircled{2}$

由①②可得 $m = 2$ 且 $n = -2$

$\therefore m+n = 0$

【學習卷】

【學習卷】

【學習卷】

【學習卷】

【學習卷】

2. 試求 $(0.027)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$ 的值。

解答 $\frac{159}{100}$

解析 $(0.027)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{27}{1000}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{3^3}{10^3}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{3^5}{2^5}\right)^{\frac{1}{5}}$
 $= \frac{3^2}{10^2} + \frac{3^1}{2^1} = \frac{9}{100} + \frac{3}{2} = \frac{9}{100} + \frac{150}{100} = \frac{159}{100}$

3. 設 a 為正數， $(\sqrt{a} \times a) \times \left(a^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{a^7}\right) = \sqrt[n]{a^m}$ ，且 n 與 m 互質，試求 $n+m$ 之值。(提示：

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$)

解答 11

解析 $(\sqrt{a} \times a) \times \left(a^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{a^7}\right) = \left(a^{\frac{1}{2}+1}\right) \times \left(a^{\frac{2}{3}+\frac{7}{3}}\right) = a^{\frac{3}{2}+3} = a^{\frac{9}{2}} = \sqrt[2]{a^9} = \sqrt[n]{a^m}$
 $\therefore n+m = 2+9 = 11$

【學習卷】

【學習卷】