

單元小考 1-1 解析

一、單選題：(6 小題，每題 4 分，共 24 分)

1. () 已知 $4x$ 為 $2x+7$ 和 $5x-1$ 的等差中項，則 x 之值為 (A)6 (B)5 (C)4 (D)3

【學習卷】

解答 A
解析 $\because 4x$ 為 $2x+7$ 和 $5x-1$ 的等差中項
 $\therefore \frac{(2x+7)+(5x-1)}{2} = 4x \Rightarrow 7x+6=8x$ 故 $x=6$

2. () 設一等差數列的首項為 5，公差為 -2 ，則此數列的第 8 項為 (A) -5 (B) -7 (C) -9 (D) -12

【學習卷】

解答 C
解析 已知首項 $a_1=5$ ，公差 $d=-2$
由第 n 項公式 $a_n=a_1+(n-1)d$
可得 $a_8=a_1+(8-1)d=5+7\times(-2)=-9$

3. () 有兩個數列 2, 5, 8 和 1, 2, 4，其中一個為等差數列，另外一個為等比數列。若等差數列的公差為 d ，而等比數列的公比為 r ，則 $r+d=$ (A)3 (B)5 (C)7 (D)12

【學習卷】

解答 B
解析 ① 2, 5, 8 為等差數列，則公差 $d=5-2=3$
② 1, 2, 4 為等比數列，則公比 $r=\frac{2}{1}=2$
 $\therefore r+d=2+3=5$

4. () 設一等差級數首項為 -11 ，公差為 5，則此級數前 18 項的和為 (A)565 (B)566 (C)567 (D)569

【學習卷】

解答 C
解析 $a_1=-11$ ， $d=5$
 $\therefore S_{18}=\frac{18}{2}(2a_1+17d)=9\times[2\times(-11)+17\times 5]=567$

5. () 一級數前 n 項和 S_n 為 $2n^2-4n$ ，則第 5 項為 (A)14 (B)16 (C)30 (D)46

【學習卷】

解答 A
解析 $a_5=S_5-S_4=(2\times 5^2-4\times 5)-(2\times 4^2-4\times 4)=30-16=14$

6. () 設一數列為 $1, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{9}, \dots, \frac{\sqrt{n}}{n^2}, \dots$ ，即 $a_n=\frac{\sqrt{n}}{n^2}$ ，則 $a_4+a_9=$

(A) $\frac{13}{216}$ (B) $\frac{19}{216}$ (C) $\frac{25}{216}$ (D) $\frac{35}{216}$

【學習卷】

解答 D
解析 $\because a_n=\frac{\sqrt{n}}{n^2} \therefore a_4+a_9=\frac{\sqrt{4}}{4^2}+\frac{\sqrt{9}}{9^2}=\frac{1}{8}+\frac{1}{27}=\frac{35}{216}$

二、填充題：(7 小題，每題 7 分，共 49 分)

1. 數列 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... 的一般項 $a_n=$ _____。

【學習卷】

解答 $2n-1$
解析 數列的每一項都是 2 的倍數減 1 (即連續正奇數)
 $a_1=1=2\times 1-1$
 $a_2=3=2\times 2-1$
 $a_3=5=2\times 3-1$
 \vdots
 $a_6=11=2\times 6-1$
依此規律我們可得數列的一般項 $a_n=2\times n-1=2n-1$

2. 設一等差數列的第 10 項為 12，第 25 項為 57，則公差 $d=$ _____。

【學習卷】

解答 3
解析 $d=\frac{a_n-a_m}{n-m}=\frac{57-12}{25-10}=\frac{45}{15}=3$

3. 自 101 到 200 的自然數中，則可被 6 整除的數有_____個。

【學習卷】

解答 17
解析 (I) $101\div 6=16\cdots\cdots 5 \Rightarrow a_1=101+1=102$
(II) $200\div 6=33\cdots\cdots 2 \Rightarrow a_n=200-2=198$
又 $d=6$ ，由 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 得 $198=102+(n-1)\times 6$
 $\therefore n=17$

4. 若一等差數列的第 6 項為 8，第 14 項為 24，則此數列的第 20 項為_____。

【學習卷】

解答 36
解析 $\begin{cases} a_6=a_1+5d=8\cdots\cdots ① \\ a_{14}=a_1+13d=24\cdots\cdots ② \end{cases}$ ，由 ②-① 得 $8d=16 \Rightarrow d=2$
將 $d=2$ 代入 ① 得 $a_1=-2 \therefore a_{20}=a_1+19d=-2+19\times 2=36$

5. 設一等差數列之第 3 項為 6，第 6 項為 27，則其第 10 項為_____。

【學習卷】

解答 55

解析 由 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，得 $\begin{cases} a_3 = a_1 + (3-1)d \\ a_6 = a_1 + (6-1)d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 2d = 6 \cdots \cdots ① \\ a_1 + 5d = 27 \cdots \cdots ② \end{cases}$

由①②解聯立 $\Rightarrow \begin{cases} d = 7 \\ a_1 = -8 \end{cases} \therefore a_{10} = a_1 + 9d = -8 + 9 \times 7 = 55$

6. 設 p_n 表第 n 個質數， $p_1 = 2$ ， $p_2 = 3$ ， $p_3 = 5$ ， \cdots 。若 $\langle a_n \rangle$ 為一數列 $a_n = \frac{p_{2n-1}}{p_{2n}}$ ，則 $a_4 =$ _____。

【學習卷】

解答 $\frac{17}{19}$

解析 $p_1 = 2$ ， $p_2 = 3$ ， $p_3 = 5$ ， $p_4 = 7$ ， $p_5 = 11$ ， $p_6 = 13$ ， $p_7 = 17$ ， $p_8 = 19$

則 $a_4 = \frac{p_7}{p_8} = \frac{17}{19}$

7. 設一等差級數第2項為2，第10項為-38，則此級數前16項的和為_____。

【學習卷】

解答 -488

解析 $d = \frac{a_n - a_m}{n - m} = \frac{-38 - 2}{10 - 2} = \frac{-40}{8} = -5$

$\therefore a_2 = a_1 + d \Rightarrow 2 = a_1 + (-5) \Rightarrow a_1 = 7$

$\therefore S_{16} = \frac{16}{2} [2a_1 + (16-1)d] = 8 \times [2 \times 7 + 15 \times (-5)] = -488$

\therefore 此級數前16項的和為-488

三、計算題：(2 小題，每格 9 分，共 27 分)

1. 有一等差數列，其前三項的和為15，第四項和第五項的和為20，試求：

(1)公差。

(2)第10項。

【學習卷】

解答 (1) 2
(2) 21

解析 設首項為 a_1 ，公差為 d ，則

$a_2 = a_1 + d$ ， $a_3 = a_1 + 2d$ ， $a_4 = a_1 + 3d$ ， $a_5 = a_1 + 4d$

由題意得 $\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 15 \\ a_4 + a_5 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a_1 + 3d = 15 \\ 2a_1 + 7d = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 5 \cdots \cdots ① \\ 2a_1 + 7d = 20 \cdots \cdots ② \end{cases}$

由①②解聯立得 $a_1 = 3$ ， $d = 2$ ，故 $a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9 \times 2 = 21$

\therefore 公差 = 2，第10項 = 21

2. 若一等差數列第5項為-27，第12項為-13，試求此數列第幾項開始為正數？

【學習卷】

解答 第19項

解析 設公差為 d ，首項為 a_1

$\begin{cases} a_5 = a_1 + 4d = -27 \cdots \cdots ① \\ a_{12} = a_1 + 11d = -13 \cdots \cdots ② \end{cases}$

由①②解聯立得 $d = 2$ ， $a_1 = -35$

設第 n 項開始為正數，則 $a_n > 0$

$\Rightarrow a_1 + (n-1)d > 0 \Rightarrow -35 + (n-1) \times 2 > 0$

$\Rightarrow n-1 > 35 \times \frac{1}{2} \Rightarrow n > \frac{37}{2} = 18.5$

\therefore 取 $n = 19$ ，即第19項開始為正數