

## 一、單選題

1. ( ) 設  $a = (0.3)^{-3}$ 、 $b = (0.3)^{\frac{1}{5}}$ 、 $c = (0.3)^{-\frac{1}{2}}$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  之大小順序為何？ (A) $a > b > c$  (B) $a > c > b$  (C) $b > a > c$  (D) $b > c > a$

【龍騰自命題】

解答  
解析

**B**  
 $\because 0 < \text{底數 } 0.3 < 1 \quad \therefore y = (0.3)^x \text{ 為遞減函數}$   
又  $-3 < -\frac{1}{2} < \frac{1}{5} \Rightarrow (0.3)^{-3} > (0.3)^{-\frac{1}{2}} > (0.3)^{\frac{1}{5}}$ ，即  $a > c > b$

2. ( ) 設  $ab \neq 0$  且  $a > 0$ ，化簡  $(a^2 b^4)^{\frac{1}{2}}$  =  
(A) $a^4 b^8$  (B) $a^2 b^2$  (C) $ab^8$  (D) $ab^2$

【隨堂卷】

解答  
解析

**D**  
由指數對乘法的分配律  
知  $(a^2 b^4)^{\frac{1}{2}} = a^{2 \times \frac{1}{2}} b^{4 \times \frac{1}{2}} = a^1 b^2 = ab^2$

3. ( )  $f(x) = 5^x$  圖形恆過哪一個定點？ (A)(1,0) (B)(0,1) (C)(5,1) (D)(1,1)

【龍騰自命題】

解答  
解析

**B**  
 $f(x) = 5^x \quad \because f(0) = 5^0 = 1 \quad \therefore \text{恆過點}(0,1)$

4. ( )  $\log_2 5 \times \log_5 9 \times \log_3 7 \times \log_7 8 =$  (A)5 (B)6 (C)7 (D)8

【課本自我評量】

解答  
解析

**B**  
原式可化為  
 $\frac{\log_2 5 \times \log_5 9 \times \log_3 7 \times \log_7 8}{1}$   
 $= \log_2 9 \times \log_3 8 = \log_2 3^2 \times \log_3 2^3 = 2 \times 3 \times \log_2 3 \times \log_3 2$   
 $= 2 \times 3 \times \log_2 2 = 2 \times 3 \times 1 = 6$

5. ( ) 已知  $\log 2.09 \approx 0.3201$ ，且  $\log x \approx 3.3201$ ，則真數  $x$  的值為 (A)2.09 (B)209 (C)2090 (D)20900

【龍騰自命題】

解答  
解析

**C**  
 $\log x \approx 3.3201 = 3 + 0.3201 \approx \log 10^3 + \log 2.09 = \log(10^3 \times 2.09) = \log 2090$   
 $\therefore x = 2090$

6. ( ) 一輛汽車的折舊率為 22%，已知它目前的價值為 25 萬元，則該汽車的價值最快幾年之後會低於 10 萬元？（已知  $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ 、 $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ 、 $\log_{10} 0.78 \approx -0.1079$ ） (A)3 (B)4 (C)5 (D)6

【課本自我評量】

解答  
解析

**B**  
設  $n$  年後汽車的價值會低於 10 萬元，則  
 $25(1 - 22\%)^n < 10$   
同除以 25 得  $(1 - 22\%)^n < \frac{2}{5}$   
則  $(0.78)^n < \frac{2}{5}$   
將式子兩邊分別取常用對數為  
 $\log(0.78)^n < \log\left(\frac{2}{5}\right)$   
計算得  $n \times \log(0.78) < \log 2 - \log 5$   
數值代入得  $n \times (-0.1079) < 0.3010 - 0.6990$   
計算得  $n \times (-0.1079) < -0.398$   
故  $n > \frac{-0.398}{-0.1079} \approx 3.6886$   
所以最快 4 年後汽車的價值會低於 10 萬元

7. ( ) 已知  $a = 2$ ， $b = 3\log_3 2$ ， $c = 4\log_3 2$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  之大小關係為 (A) $c > a > b$  (B) $a > b > c$  (C) $c > b > a$  (D) $b > c > a$

【進階卷，龍騰自命題】

解答  
解析

**B**  
 $a = 2 = \log_9 9^2 = \log_9 81$   
 $b = 3\log_3 2 = \log_3 2^3 = \log_3 8 = \log_{3^2} 8^2 = \log_9 64$

$c = 4\log_9 2 = \log_9 2^4 = \log_9 16$   
 又  $y = \log_9 x$  為遞增函數  
 則  $\log_9 81 > \log_9 64 > \log_9 16$ ，故  $a > b > c$

8. ( ) 設  $10 < x < 100$ ，若  $\log x^3$  與  $\log x$  尾數相同，則  $x =$  (A)  $10\sqrt{10}$  (B) 20 (C)  $10\sqrt{2}$  (D)  $10\sqrt{5}$

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

$\therefore \log x^3$  與  $\log x$  尾數相同

$$\Rightarrow \log x^3 - \log x = \log \frac{x^3}{x} = 2\log x \text{ 為整數}$$

$$\text{又 } 10 < x < 100 \Rightarrow \log 10 < \log x < \log 100$$

$$\Rightarrow 1 < \log x < 2 \Rightarrow 2 < 2\log x < 4$$

$$\Rightarrow 2\log x = 3 \Rightarrow \log x = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x = 10^{\frac{3}{2}} = 10\sqrt{10}$$

9. ( ) 方程式  $x^{\log_{10} 2} \times 2^{\log_{10} x} - 3 \times 2^{\log_{10} x} + 2 = 0$  的解  $x =$  (A) 2 或 1 (B) 4 或 2 (C) 1 或 10 (D) 10 或 100

【龍騰自命題，進階卷】

解答

C

解析

$$\text{令 } \log_{10} x = y \Rightarrow 10^y = x$$

$$\text{則 } (10^y)^{\log_{10} 2} \times 2^y - 3 \times 2^y + 2 = 0 \Rightarrow (10^{\log_{10} 2})^y \times 2^y - 3 \times 2^y + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (2^y)^2 - 3 \times 2^y + 2 = 0 \Rightarrow (2^y - 2)(2^y - 1) = 0$$

$$\Rightarrow 2^y = 2 \text{ 或 } 1 \Rightarrow y = 1 \text{ 或 } 0$$

$$\log_{10} x = 1 \text{ 或 } 0 \Rightarrow x = 10^1 \text{ 或 } 10^0$$

$$\text{故 } x = 1 \text{ 或 } 10$$

10. ( ) 解方程式  $4^{x+1} - 2^{x+2} + 1 = 0$  得  $x$  為 (A) 0 (B) 2 (C) 1 (D) -1

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$2^{2x+2} - 2^{x+2} + 1 = 0 \Rightarrow 2^2 \times (2^x)^2 - 2^2 \times 2^x + 1 = 0 \Rightarrow (2 \times 2^x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore 2^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1$$

## 二、計算題

1. 若  $\log x \approx 8.4886$ ，試求：(8pts)

- (1)  $\log x$  的首數與尾數。  
 (2)  $x$  的整數部分為幾位數。

【super 講義-基本題-學生練習】

解答

(1) 首數為 8，尾數為 0.4886 (2) 9 位數

解析

$$\log x \approx 8.4886 = 8 + 0.4886$$

(1)  $\log x$  的首數為 8，尾數為 0.4886

(2)  $x$  的整數部分為  $8+1=9$  位數

2. 試求下列各式之值：(6pts)

(1)  $3 \times 3^2 \times 3^3$

(2)  $\left[(-2)^2\right]^5$

(3)  $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \times 25^3$

【課本例題】

解答

(1) 729 (2) 1024 (3) 125

解析

$$(1) 3 \times 3^2 \times 3^3 = 3^{1+2+3} = 3^6 = 729$$

$$(2) \left[(-2)^2\right]^5 = (-2)^{2 \times 5} = (-2)^{10} = 1024$$

$$(3) \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times 25^3 = \left(\frac{1}{5} \times 25\right)^3 = 5^3 = 125$$

3. 若  $\log 2.56 \approx 0.4082$ ，則  $\log 25600$  之值為何？(4pts)

【龍騰自命題】

解答

4.4082

解析

$$\log 25600 = \log(2.56 \times 10^4) = \log 2.56 + \log 10^4 \approx 0.4082 + 4 = 4.4082$$

4. 解方程式  $\log_6 x + \log_6 (x^2 - 7) = 1$ 。(4pts)

【龍騰自命題】

解答  
解析

$$x = 3$$

$$\begin{aligned}\log_6 x + \log_6 (x^2 - 7) &= 1 \Rightarrow \log_6 x(x^2 - 7) = \log_6 6 \Rightarrow x(x^2 - 7) = 6 \\ &\Rightarrow (x+1)(x+2)(x-3) = 0 \\ \text{但 } x^2 - 7 > 0 &\Rightarrow x > \sqrt{7}, \text{ 故 } x = 3\end{aligned}$$

5. 設  $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4} = x$ ，試求  $x$  之值。(4pts)

解答

$$x = -4$$

解析

$$\begin{aligned}\text{原式} &\Rightarrow (\sqrt{2})^x = \frac{1}{4} \Rightarrow 2^{\frac{x}{2}} = 2^{-2} \Rightarrow \frac{x}{2} = -2 \\ \therefore x &= -4\end{aligned}$$

6. 將  $\left(\frac{1}{3}\right)^{20}$  化為小數，則在小數點後面第幾位開始出現不為 0 的數字？(10pts)

解答

第 10 位

解析

$$\begin{aligned}\text{因為 } \log\left(\frac{1}{3}\right)^{20} &= 20 \times (\log 3^{-1}) = -20 \times \log 3 \approx -20 \times 0.4771 \\ &= -9.542 = -10 + 0.458\end{aligned}$$

所以  $\left(\frac{1}{3}\right)^{20}$  化為小數，在小數點後面第 10 位開始出現不為 0 的數字

7. 設  $\log_{10} 2 = a$ ， $\log_{10} 3 = b$ ，試以  $a$ 、 $b$  表示  $\log_{10} \frac{\sqrt{5}}{12}$ 。(10pts)

解答

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{2}a - b$$

解析

$$\begin{aligned}\log_{10} \frac{\sqrt{5}}{12} &= \log_{10} \sqrt{5} - \log_{10} 12 = \frac{1}{2} \log_{10} 5 - \log_{10} (2^2 \times 3) \\ &= \frac{1}{2} (1 - \log_{10} 2) - (2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_{10} 2 - 2 \log_{10} 2 - \log_{10} 3 \\ &= \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \log_{10} 2 - \log_{10} 3 = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}a - b\end{aligned}$$

8. 若  $0 < x < 1$  且  $x + x^{-1} = 10$ ，試求下列各值：(12pts)

$$(1) x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}$$

$$(2) x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}$$

解答

$$(1) 2\sqrt{3}$$

$$(2) -2\sqrt{2}$$

解析

$$(1) \text{ 令 } x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = t$$

$$(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2 = t^2 \Rightarrow x^1 + 2 + x^{-1} = t^2 \Rightarrow 12 = t^2$$

$$\Rightarrow t = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3} \text{ (負不合)}$$

$$\therefore x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 2\sqrt{3}$$

$$(2) \text{ 令 } x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = s$$

$$(x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}})^2 = s^2 \Rightarrow x^1 - 2 + x^{-1} = s^2 \Rightarrow 8 = s^2$$

$$\Rightarrow s = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore 0 < x < 1 \quad \therefore x^{\frac{1}{2}} < x^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} < 0$$

$$\therefore x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{2}$$

9. 若  $x + x^{-1} = 4$ ，試求下列各值：(12pts)

$$(1) x^2 + x^{-2}$$

$$(2) x^3 + x^{-3}$$

解答

$$(1) 14 \quad (2) 52$$

解析

$$(1) (x^1 + x^{-1})^2 = 16 \Rightarrow x^2 + 2 + x^{-2} = 16 \Rightarrow x^2 + x^{-2} = 14$$

$$(2) x^3 + x^{-3} = (x + x^{-1})(x^2 - 1 + x^{-2}) = 4 \times 13 = 52$$

【super 講義-基本題-老師講解】

【課本隨堂練習(類題)】

【super 講義-基本題-學生練習】

【龍騰自命題】

【龍騰自命題，進階卷】