





一、單選題：(10 小題，每題 4 分，共 40 分)

1. () 若 x 為 5 和 19 的等差中項，則 $x =$ (A)12 (B)10 (C)14 (D)8

【龍騰自命題】

解答 A

解析 $x = \frac{5+19}{2} = 12$

2. () 不等式 $x > 3$ 的圖解為 (A)  (B)  (C)  (D) 

【隨堂卷】

解答 C

解析 所有能滿足一元一次不等式的數 x 都是該不等式的解
因此 $x > 3$ ，即所有大於 3 的數

3. () 等比級數 $1+3+9+27+\cdots$ 到第 8 項的和為 (已知 $3^8 = 6561$ ， $3^7 = 2187$) (A)1093 (B)1094 (C)3281 (D)3280

【隨堂卷】

解答 D

解析 首項 $a_1 = 1$ ，公比 $r = 3$ ，項數 $n = 8$

$$1+3+9+27+\cdots+a_8 = \frac{1 \times (3^8 - 1)}{3 - 1} = \frac{6560}{2} = 3280$$

4. () 設一數列為 $1, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{9}, \dots, \frac{\sqrt{n}}{n^2}, \dots$ ，即 $a_n = \frac{\sqrt{n}}{n^2}$ ，則 $a_4 + a_9 =$ (A) $\frac{13}{216}$ (B) $\frac{19}{216}$ (C) $\frac{25}{216}$ (D) $\frac{35}{216}$

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $\because a_n = \frac{\sqrt{n}}{n^2}$

$$\therefore a_4 + a_9 = \frac{\sqrt{4}}{4^2} + \frac{\sqrt{9}}{9^2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{27} = \frac{35}{216}$$

5. () 已知一等比數列，首項為 7，第 5 項為 112，則其公比為 (A) $\pm\sqrt{3}$ (B) ± 2 (C) $\pm\sqrt{5}$ (D) ± 4

【學習卷】

解答 B

解析 $a_1 = 7$ ， $a_5 = 112$

$$\therefore a_5 = a_1 \times r^4 \Rightarrow 112 = 7 \times r^4 \Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow r = \pm 2$$

\therefore 公比為 ± 2

6. () 設一等差數列為 5, 13, 21, \dots ，則第 101 項為 (A)690 (B)697 (C)800 (D)805

【課本自我評量】

解答 D

解析 設 $a_1 = 5$ ，公差 $d = 13 - 5 = 8$

$$\text{由 } a_n = a_1 + (n-1)d, \text{ 得 } a_{101} = a_1 + 100d = 5 + 100 \times 8 = 805$$

7. () 爸爸在高速公路上行車速度超過 90 公里，若車速為 x 公里，則不等式為 (A) $x > 90$ (B) $x < 90$ (C) $x \geq 90$ (D) $x \leq 90$

【學習卷】

解答 A

解析 $x > 90$

8. () 一級數前 n 項和 S_n 為 $2n^2 - 4n$ ，則第 5 項為 (A)14 (B)16 (C)30 (D)46

【龍騰自命題，進階卷】

解答 A

解析 $a_5 = S_5 - S_4 = (2 \times 5^2 - 4 \times 5) - (2 \times 4^2 - 4 \times 4) = 30 - 16 = 14$

9. () 若方程式 $a(3x - 2) = 3(ax + 1) - 7$ 的解為任意實數，則 $a =$ (A)2 (B)-2 (C)1 (D)-1

【龍騰自命題】

解答 A

解析 \because 解為任意實數 $\therefore x = 0$ 代入方程式
 $a(0 - 2) = 3(0 + 1) - 7 \Rightarrow -2a = -4 \Rightarrow a = 2$

10. () 已知 $S_n = 1\frac{1}{1} + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + \cdots + \left(n + \frac{1}{2^{n-1}}\right)$ ，則 S_{10} 之值為何？ (A) $56\frac{511}{512}$ (B) $56\frac{1023}{1024}$ (C) $57\frac{511}{512}$ (D) $57\frac{1023}{1024}$

【105 數(B)歷屆試題】

解答 A

解析 所求 $= 1\frac{1}{1} + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + \cdots + \left(10 + \frac{1}{2^9}\right)$

$$= (1+2+3+4+\cdots+10) + \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^9}\right)$$

$$= \frac{(1+10) \times 10}{2} + \frac{1 \times \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right]}{1 - \frac{1}{2}} = 55 + 2\left(\frac{1023}{1024}\right) = 55 + \frac{1023}{512} = 56\frac{511}{512}$$

二、填充題：(10 小題，每題 4 分，共 40 分)

1. 不等式 $\frac{x-1}{3} > 2$ 的解為_____。

【龍騰自命題】

解答 $x > 7$

解析 $\frac{x-1}{3} > 2 \Rightarrow x-1 > 6 \Rightarrow x > 7$

2. 若 x 為 $\frac{1}{4}$ 和 16 的等比中項，則 $x =$ _____。

【隨堂卷】

解答 ± 2

解析 $\frac{1}{4}$ 和 16 的等比中項為 $\pm \sqrt{\frac{1}{4} \times 16} = \pm \sqrt{4} = \pm 2$
故 $x = \pm 2$

3. -2 與 96 的等差中項為_____。

【super 講義-實力評量】

解答 47

解析 利用 $b = \frac{a+c}{2}$ ， $b = \frac{1}{2}[(-2)+96] = 47$

4. 設等比數列第 7 項為 10，第 10 項為 -80，第 12 項為_____。

【super 講義-實力評量】

解答 -320

解析 $a_{12} = a_{10} \times r^2 = -80 \times (-2)^2 = -320$

5. 設一等差數列之第 3 項為 6，第 6 項為 27，則其第 10 項為_____。

【學習卷】

解答 55

解析 由 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，得 $\begin{cases} a_3 = a_1 + (3-1)d \\ a_6 = a_1 + (6-1)d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 2d = 6 \cdots \cdots ① \\ a_1 + 5d = 27 \cdots \cdots ② \end{cases}$

由①②解聯立 $\Rightarrow \begin{cases} d = 7 \\ a_1 = -8 \end{cases} \therefore a_{10} = a_1 + 9d = -8 + 9 \times 7 = 55$

6. 阿欣的年紀比老師小 20 歲，6 年後老師的年齡是阿欣年齡的 2 倍，則阿欣今年_____歲。

【學習卷】

解答 14

解析 設阿欣今年 x 歲，則老師為 $(x+20)$ 歲
依題意得 6 年後，阿欣為 $(x+6)$ 歲，老師為 $(x+20+6)$ 歲
又 6 年後老師的年齡是阿欣年齡的 2 倍
即 $x+20+6 = 2(x+6)$
 $\Rightarrow x+26 = 2x+12$
 $\Rightarrow 2x-x = 26-12$
 $\Rightarrow x = 14$
故阿欣今年 14 歲

7. 等比數列 $\sqrt{2}-1, 1, \sqrt{2}+1, 3+2\sqrt{2}, \cdots$ 之第 n 項為_____。

【龍騰自命題】

解答 $(\sqrt{2}+1)^{n-2}$

解析 $a_1 = \sqrt{2}-1$ ， $r = \frac{a_3}{a_2} = \frac{\sqrt{2}+1}{1} = \sqrt{2}+1$
 $a_n = a_1 r^{n-1} = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)^{n-1}$

$$\begin{aligned}
&= (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)^{n-2} \\
&= (2-1)(\sqrt{2}+1)^{n-2} = (\sqrt{2}+1)^{n-2}
\end{aligned}$$

8. 小明把每年年初的壓歲錢存 10000 元到銀行，若銀行每年複利一次，且每年利率固定 10%，則小明第三年年底時，將存款全部領回，共可以領回_____元。

【龍騰自命題，進階卷】

解答	36410
解析	$ \begin{aligned} &\text{共可領回：} 10000 \times (1+10\%)^3 + 10000 \times (1+10\%)^2 + 10000 \times (1+10\%)^1 \\ &= 10000 \times 1.331 + 10000 \times 1.21 + 10000 \times 1.1 \\ &= 13310 + 12100 + 11000 = 36410 \text{ (元)} \end{aligned} $

9. 若一等比級數共有 10 項，和為 682，公比為 -2 ，則此級數的第 7 項之值為_____。

【龍騰自命題，進階卷】

解答	-128
解析	$ \begin{aligned} &\because n=10, S_{10}=682, r=-2 \\ &S_{10} = \frac{a_1(1-r^{10})}{1-r} \Rightarrow 682 = \frac{a_1 \times [1-(-2)^{10}]}{1-(-2)} \\ &\Rightarrow 2046 = a_1 \times (-1023) \Rightarrow a_1 = -2 \\ &\therefore a_7 = a_1 \times r^6 = -2 \times (-2)^6 = -128 \end{aligned} $

10. 已知 $S_n = 1 \times 2 + 2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + 4 \times 2^4 + 5 \times 2^5$ ，則 S_n 之值為_____。

【龍騰自命題】

解答	258
解析	$ \begin{aligned} &S_n = 1 \times 2 + 2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + 4 \times 2^4 + 5 \times 2^5 \\ &\because -) 2 \times S_n = \frac{1 \times 2^2 + 2 \times 2^3 + 3 \times 2^4 + 4 \times 2^5 + 5 \times 2^6}{-S_n = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 - 5 \times 2^6} \\ &= \frac{2 \times (2^5 - 1)}{2 - 1} - 5 \times 64 = 2 \times 31 - 320 = -258 \\ &\therefore S_n = 258 \end{aligned} $

三、計算題：(4 小題，每題 5 分，共 20 分)

1. 試求方程式 $4x + 100 = 8x - 20$ 的解。

【龍騰自命題】

解答	$x = 30$
解析	$4x + 100 = 8x - 20 \Rightarrow 100 + 20 = 8x - 4x \Rightarrow 120 = 4x \Rightarrow x = 30$

2. 設 O_n 表第 n 個奇數， $O_1 = 1$ ， $O_2 = 3$ ， $O_3 = 5$ ， \dots 。若 $\langle a_n \rangle$ 為一數列，且 $a_n = \frac{O_{3n-1}}{O_{3n}}$ ，則 $a_3 = ?$

【super 講義-基本題-學生練習】

解答	$\frac{15}{17}$
解析	$ \begin{aligned} &O_1 = 1, O_2 = 3, O_3 = 5, O_4 = 7, \dots, O_7 = 13, O_8 = 15, O_9 = 17 \\ &\text{則 } a_3 = \frac{O_8}{O_9} = \frac{15}{17} \end{aligned} $

3. 園遊會販售德式香腸一條 50 元，美式熱狗一條 30 元。當天總共賣出 500 條，共得 21000 元，請問德式香腸與美式熱狗各賣出多少條？

【super 講義-基本題-老師講解】

解答	德式香腸 300 條，美式熱狗 200 條
解析	$ \begin{aligned} &\text{設德式香腸賣出 } x \text{ 條，收入 } 50x \text{ 元，} \\ &\text{則美式熱狗賣出 } (500-x) \text{ 條，收入 } 30(500-x) \text{ 元} \\ &\text{依據題意可得 } 50x + 30(500-x) = 21000 \\ &\Rightarrow 50x + 15000 - 30x = 21000 \\ &\Rightarrow 50x - 30x = 21000 - 15000 \\ &\Rightarrow 20x = 6000 \Rightarrow x = \frac{6000}{20} = 300 \\ &\text{故德式香腸賣出 } 300 \text{ 條，美式熱狗賣出 } \\ &500 - 300 = 200 \text{ 條} \end{aligned} $

4. 諾雅打算請凱爾印刷公司設計一款母親節卡片並印刷，其中設計費為 1000 元、印刷費為每張 5 元，之後她再將卡片以每張 15 元的價格販售。若利潤等於收入扣掉成本，且成本只考慮設計費與印刷費，則她至少需印多少張卡片，才可使得卡片全數售出後的利潤超過成本的 2 成？

【super 講義-進階題-老師講解】

解答

134 張

解析

設印 x 張卡片，則收入為 $15x$ 元、

成本為 $(1000 + 5x)$ 元

依題意列式如下：

$$15x - (1000 + 5x) > (1000 + 5x) \times 0.2$$

$$\Rightarrow 15x - 1000 - 5x > 200 + x$$

$$\Rightarrow 9x > 1200 \quad \Rightarrow \quad x > \frac{400}{3} = 133\frac{1}{3}$$

故至少印 134 張