6

數學 B ③ 學習卷

2-3 線性規劃

答案

一、C A B D D C

二、*1.* $\begin{cases} x+y-2\le 0 \\ 2x-y>0 \\ y+2\ge 0 \end{cases}$ *2.* $\begin{cases} x\le 2 \\ x-2y\ge -2 \\ x+y\ge -2 \end{cases}$ *3.* 12 *4.* $(1,4)$ *5.* 見解析 *6.* $\begin{cases} x\ge 0\ ,\ y\le 5 \\ x+y+1\ge 0 \\ 5x+y-10\le 0 \end{cases}$ *7* $(0,-5)$

三、*1.* 見解析 *2.* (1) 0 (2) 4

3. (1)見解析 (2)見解析 (3)甲款式手套10雙、乙款式手套20雙，可得最大利潤1100元

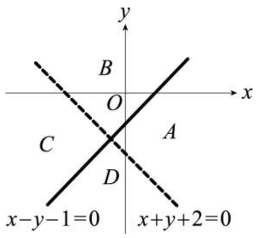
科 年 班 號

姓名：

總 分

一、選擇題（24%，每題4分）

★進階題



圖(一)

(C) 1. 聯立不等式 $\begin{cases} x+y+2<0 \\ x-y-1\le 0 \end{cases}$ 的圖形區域是圖(一)的哪一個部分？

(A) A (B) B (C) C (D) D。【課本例題1】

解 $x+y+2<0$ 圖解在 $x+y+2=0$ 的左側（不含直線）

而 $x-y-1\le 0$ 圖解在 $x-y-1=0$ 的左側（含直線）

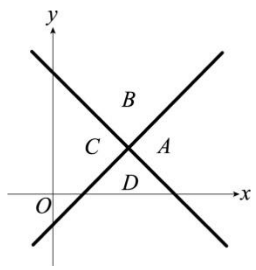
故選(C)

(A) 2. 聯立不等式 $\begin{cases} x+y+2>0 \\ x-y-1\ge 0 \end{cases}$ 的圖形區域是圖(一)的哪一個部分？ (A) A (B) B

(C) C (D) D。【課本例題1】

解 $x+y+2>0$ 圖解在 $x+y+2=0$ 的右側（不含直線）

而 $x-y-1\ge 0$ 圖解在 $x-y-1=0$ 的右側（含直線），故選(A)



圖(二)

(B) 3. 聯立不等式 $\begin{cases} x+y\ge 8 \\ x-y\le 2 \end{cases}$ 的圖形區域是圖(二)的哪一個部分?

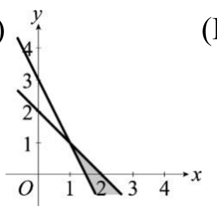
(A) A (B) B (C) C (D) D。【課本例題1】

解 $x+y\ge 8$ 圖解在 $x+y=8$ 的右側（含直線）

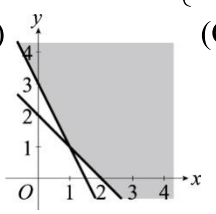
而 $x-y\le 2$ 圖解在 $x-y=2$ 的左側（含直線），故選(B)

(D) 4. 下列何者陰影區域為聯立不等式 $\begin{cases} x+y\ge 2 \\ 2x+y\le 3 \end{cases}$ 之圖解？

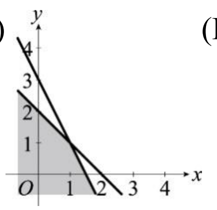
(A)



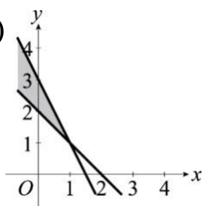
(B)



(C)

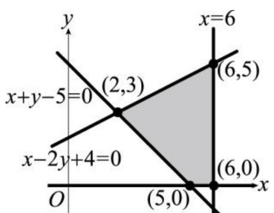


(D)



【課本例題1】

解 解析見回末



(D) 5. 如圖所示，設 $f(x,y)=2x+y-3$，在受限於

$\begin{cases} x\le 6, x\ge 0, y\ge 0 \\ x-2y+4\ge 0 \\ x+y-5\ge 0 \end{cases}$ 的條件下，當 (x,y) 為何值時，

$f(x,y)$ 有最大值？ (A) $(6,0)$ (B) $(5,0)$ (C) $(2,3)$

(D) $(6,5)$。【課本例題3】

解 解析見回末

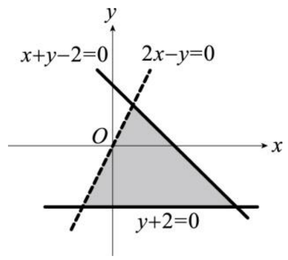
(C) 6. 承上題，當 (x,y) 為何值時，$f(x,y)$ 有最小值？ (A) $(6,0)$ (B) $(5,0)$ (C) $(2,3)$

(D) $(6,5)$。【課本例題3】

解 詳解請參考第5題

二、填充題（49%，每格7分）

1. 滿足圖中鋪色區域的聯立不等式為 $\begin{cases} x+y-2\le 0 \\ 2x-y>0 \\ y+2\ge 0 \end{cases}$。【課本例題2】



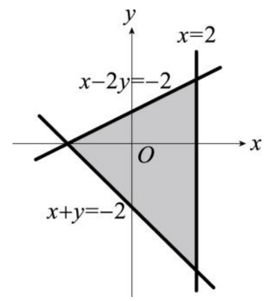
解 ∵ 鋪色區域在直線 $x+y-2=0$ 的左側半平面（含直線）

在直線 $2x-y=0$ 的右側半平面（不含直線）

在直線 $y+2=0$ 的上方半平面（含直線）

∴ 鋪色區域的聯立不等式為 $\begin{cases} x+y-2\le 0 \\ 2x-y>0 \\ y+2\ge 0 \end{cases}$

2. 滿足圖中鋪色區域的聯立不等式為 $\begin{cases} x\le 2 \\ x-2y\ge -2 \\ x+y\ge -2 \end{cases}$。【課本例題2】



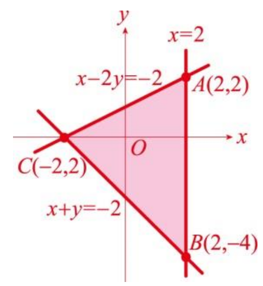
解 ∵ 鋪色區域在直線 $x=2$ 的左側半平面（含直線）

在直線 $x-2y=-2$ 的右側半平面（含直線）

在直線 $x+y=-2$ 的右側半平面（含直線）

∴ 鋪色區域的聯立不等式為 $\begin{cases} x\le 2 \\ x-2y\ge -2 \\ x+y\ge -2 \end{cases}$

3. 承上題，可行解的區域面積為 12 平方單位。



解 如圖所示，$\triangle ABC$ 面積 $=\frac{1}{2}\overline{AB}\times(\overline{AB}$ 邊上的高$)=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$（平方單位）

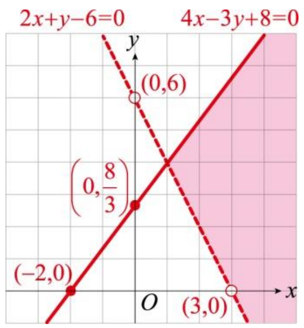
4. $\begin{cases} 2x+y-6=0 \\ 4x-3y+8=0 \end{cases}$ 之圖形交點為 $(1,4)$。

解 $\begin{cases} 2x+y-6=0 \cdots\cdots ① \\ 4x-3y+8=0 \cdots\cdots ② \end{cases}$

將 ①×2 得 $4x+2y-12=0\cdots\cdots$③，由③−② $5y-20=0$，即 $y=4$

將 $y=4$ 代入①得 $2x+4-6=0$，即 $x=1$，故 $\begin{cases} 2x+y-6=0 \\ 4x-3y+8=0 \end{cases}$ 之圖形交點為 $(1,4)$

5. 圖解二元一次聯立不等式$\begin{cases}2x+y-6>0\\4x-3y+8\ge 0\end{cases}$。　【課本例題 1】

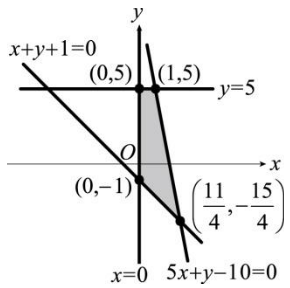


解

二元一次聯立不等式$\begin{cases}2x+y-6>0\\4x-3y+8\ge 0\end{cases}$的圖解

如圖鋪色區域

6. 滿足圖中鋪色區域的聯立不等式為$\underline{\begin{cases}x\ge 0\\y\le 5\\x+y+1\ge 0\\5x+y-10\le 0\end{cases}}$。　【課本例題 2】



解 ∵　鋪色區域在直線 $x=0$ 的右側半平面（含直線）

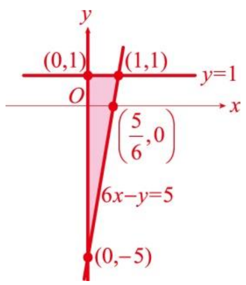
在直線 $y=5$ 的下方半平面（含直線）

在直線 $x+y+1=0$ 的右側半平面（含直線）

在直線 $5x+y-10=0$ 的左側半平面（含直線）

∴　鋪色區域的聯立不等式為$\begin{cases}x\ge 0\\y\le 5\\x+y+1\ge 0\\5x+y-10\le 0\end{cases}$

7. 在坐標平面上，聯立不等式$\begin{cases}x\ge 0\\y\le 1\\6x-y-5\le 0\end{cases}$其所圍成的區域之頂點為$(0,1)$、$(1,1)$及$\underline{(0,-5)}$。

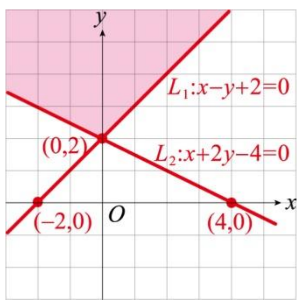


解 所圍成的區域如圖所示

頂點為$(0,1)$、$(1,1)$及$(0,-5)$

三、計算題（27%，每題 9 分）

1. 圖解二元一次聯立不等式$\begin{cases}x-y+2\le 0\\x+2y-4\ge 0\end{cases}$。　【課本例題 1】



解 [答：見解析]

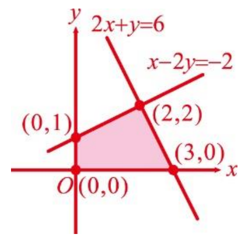
L_1：$x-y+2=0$

L_2：$x+2y-4=0$

圖解如鋪色部分

2. 在$\begin{cases}x\ge 0，y\ge 0\\x-2y\ge -2\\2x+y\le 6\end{cases}$的條件下，且 $f(x,y)=x+y$，試求：

(1) $f(x,y)$最小值。（4 分）　(2) $f(x,y)$最大值。（5 分）　【課本例題 3】



解 [答：(1) 0　(2) 4]

聯立不等式所成的可行解區域，如圖鋪色部分：

各頂點坐標為$(0,0)$、$(3,0)$、$(2,2)$及$(0,1)$，又 $f(x,y)=x+y$

且 $f(0,0)=0$，$f(3,0)=3$，$f(2,2)=4$，$f(0,1)=1$

∴　$f(x,y)=x+y$的最大值為 4，最小值為 0

★3. 用毛線織成的手套有兩種款式，一雙甲款式手套需用紅色毛線 50 公尺，白色毛線 40 公尺，可賺 50 元；一雙乙款式手套需用紅色毛線 20 公尺，白色毛線 40 公尺，可賺 30 元。現有紅色毛線 900 公尺，白色毛線 1200 公尺，據此擬定生產目標，要獲得最大利潤。

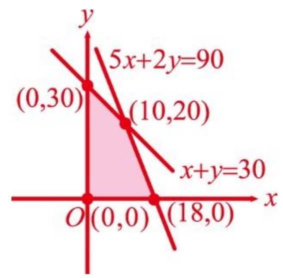
(1) 設織成甲、乙兩款式手套分別為 x、y 雙，試列出 x、y 必須滿足的聯立不等式與目標函數。（3 分）

(2) 請依據(1)畫出可行解區域。（3 分）

(3) 當甲、乙兩款式手套各生產幾雙，可以獲取最大利潤呢？（3 分）　【課本例題 4】

解 [答：(1)$\begin{cases}x\ge 0,y\ge 0\\5x+2y\le 90\\x+y\le 30\end{cases}$，$f(x,y)=50x+30y$　(2)見解析

(3)甲款式手套 10 雙、乙款式手套 20 雙，可獲得最大利潤 1100 元]



(1) 依題意得$\begin{cases}x\ge 0,y\ge 0\\50x+20y\le 900\\40x+40y\le 1200\end{cases}$ ⇒ $\begin{cases}x\ge 0\\y\ge 0\\5x+2y\le 90\\x+y\le 30\end{cases}$

目標函數 $f(x,y)=50x+30y$

(2) 其可行解區域如圖鋪色部分所示

(3) 各頂點坐標分別為$(0,0)$、$(18,0)$、$(10,20)$、$(0,30)$

又 $f(0,0)=0$，$f(18,0)=900$，$f(10,20)=1100$，$f(0,30)=900$

故當甲、乙兩款式手套，分別生產 10、20 雙時，可獲得最大利潤 1100 元

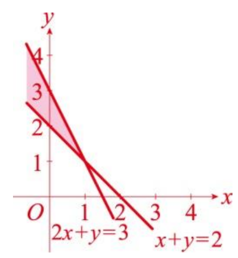
P.6-1 解析

[選擇題]

4. 先畫出 $x+y\ge 2$ 的圖解，再畫出 $2x+y\le 3$ 的圖解

最後將兩個圖疊在一起，重疊的部分即為此聯立不等式的解

如圖鋪色之處，故選(D)



5. $f(x,y)$的最大值發生在頂點位置且各頂點分別為$(2,3)$、$(5,0)$、$(6,0)$及$(6,5)$

代入 $f(x,y)=2x+y-3$ ⇒ $f(2,3)=4$……（最小），

$f(5,0)=7$，$f(6,0)=9$，$f(6,5)=14$……（最大）