

4-4 對數函數及其圖形

一、對數函數

1. 定義

假設 $a > 0$ 、 $a \neq 1$ 且 $x > 0$ ，則 $y = f(x) = \log_a x$ 稱為以 a 為底的對數函數。

2. 函數圖形的樣貌

(1) $a > 1$

(2) $0 < a < 1$

3. 圖形特徵

(1) $y = \log_a x$ 的圖形只分布在第____、____象限。

(2) 圖形恆在 y 軸右方，且_____為漸近線。

(3) 定義域：_____。 值域：_____。

(4) 圖形必過點_____。

(5) 當 $a > 1$ 時，為_____函數；當 $0 < a < 1$ 時，為_____函數。

(6) 圖形凹向_____。

(7) x 軸上方任一條水平線與函數恰一個交點。

(8) 陡峭度：

當 $a > 1$ 時，底數愈大，陡峭度愈____；反之，當 $0 < a < 1$ 時，底數愈大，陡峭度愈____。

(9) 對稱關係

I. $y = \log_a x$ 與 $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ 對稱於_____。

II. $y = a^x$ 與 $y = \log_a x$ 對稱於_____。

二、對數方程式

1. 何謂對數方程式

當方程式的未知數出現在對數的底數或真數時，稱為「對數方程式」。

2. 求解的要點

(1) 先將等號兩邊化成同底數，並用對數律合併真數。

(2) $a > 0$ 、 $a \neq 1$ 且 x_1 、 $x_2 > 0$ ，當 $\log_a x_1 = \log_a x_2$ 時， $x_1 = x_2$ 。

(3) 注意對數的先決條件。