

二、填充題 B

1. 今有 300 隻細菌，假設此細菌經過一天的時間就會繁殖成原來的 4 倍，試問 4 天後，該細菌的總數量為_____隻。

【新竹高工 super 講義-段考素養題】

解答 76800

解析 第 1 天後細菌總數為 $a_1 = 300 \times 4$ (隻)
第 2 天後細菌總數為 $a_2 = (300 \times 4) \times 4 = 300 \times 4^2$ (隻)
⋮
∴ 第 4 天後細菌總數為 $a_4 = 300 \times 4^4 = 76800$ (隻)

2. 大仁哥打算將工作賺來的 100 萬元存入銀行，如果甲銀行年利率為 2%，每年複利計息一次；乙銀行年利率亦為 2%，每年單利計息一次。經過比較，3 年後兩間銀行的本利和將相差_____元。(已知 $(1.02)^2 = 1.0404$ ， $(1.02)^3 = 1.061208$)

【鳳山商工 super 講義-段考素養題】

解答 1208

解析 (I) 甲銀行：
由複利計算公式：
本利和 = 本金 $(1 + \text{利率})^{\text{期數}} = 100 \times (1 + 0.02)^3$
 $= 100 \times 1.061208 = 106.1208$ (萬元)
(II) 乙銀行：
由單利計算公式：
本利和 = 本金 + (本金 \times 利率 \times 期數) $= 100 + (100 \times 0.02 \times 3) = 106$ (萬元)
故兩家銀行本利和相差 $106.1208 - 106 = 0.1208$ (萬元) $= 1208$ (元)

3. 將一個邊長為 32 單位的正方形各邊中點連成第 2 個正方形；再把第 2 個正方形各邊中點再連成第 3 個正方形；依此繼續做到第 10 個正方形，則這 10 個正方形面積的總和為_____平方單位。

【松山家商 super 講義-段考素養題】

解答 2046

解析 設 $a_1 = 32 \times 32 = 1024$ ，公比 $r = \frac{1}{2}$ ， $n = 10$
由公式 $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$
得 $S_{10} = \frac{1024 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{10} \right]}{1 - \frac{1}{2}} = 1024 \times 2 \times \left(1 - \frac{1}{1024} \right) = 1024 \times 2 \times \frac{1023}{1024} = 2046$
故面積總和為 2046 平方單位

三、非選擇題

1. 設一數列的第 n 項 $a_n = 2n^2 + 1$ ，試寫出此數列的前 3 項。

【super 講義-基本題-老師講解】

解答 $a_1 = 3$ ， $a_2 = 9$ ， $a_3 = 19$

解析 $a_1 = 2 \times 1^2 + 1 = 3$ ， $a_2 = 2 \times 2^2 + 1 = 9$ ， $a_3 = 2 \times 3^2 + 1 = 19$

2. 設 2, b , 32 三數成等比數列，則 b 的值為何？

【super 講義-基本題-老師講解】

解答 ± 8

解析 $b = \pm \sqrt{2 \times 32} = \pm 8$

3. 設一等差數列的首項為 -12，公差為 -2，試求第 11 項。

【super 講義-基本題-學生練習】

解答 -32

解析 $a_1 = -12$ ， $d = -2$ ，利用 $a_n = a_1 + (n-1)d$
 $a_{11} = -12 + (11-1) \times (-2) = -32$

4. 設一數列前 n 項的和 $S_n = n^2 - 2n$ ，試求此數列的第 5 項。

【super 講義-基本題-學生練習】

解答 7

解析 當 $n \geq 2$ 時，由 $a_n = S_n - S_{n-1} \Rightarrow a_5 = S_5 - S_4 = (5^2 - 2 \times 5) - (4^2 - 2 \times 4) = 15 - 8 = 7$

5. 設 $4x-1$, $5x+3$, $x-3$ 三數成等差數列，試求 x 之值。

【super 講義-基本題-學生練習】

解答 -2

解析 利用等差中項公式 $b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow 5x+3 = \frac{(4x-1)+(x-3)}{2} \Rightarrow 10x+6 = 5x-4$
 $\therefore x = -2$

6. 試求等差級數 $3+5+7+9+\cdots$ 到第18項的和。

【super 講義-基本題-老師講解】

解答 360

解析 $a_1 = 3$, $d = 5-3 = 2$, $n = 18$

$$\text{由 } S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{18} = \frac{18}{2} (2 \times 3 + 17 \times 2) = 9(6+34) = 360$$

7. 設一等差數列的第10項為12，第25項為57，試求：

(1) 公差 d (3分)

(2) 第17項 (2分)

【super 講義-基本題-學生練習】

解答 (1)3 (2)33

解析 (1) $d = \frac{a_n - a_m}{n - m} = \frac{57 - 12}{25 - 10} = \frac{45}{15} = 3$

(2) $a_{17} = a_{10} + 7d = 12 + 7 \times 3 = 33$

8. 已知一等比級數首項為3，公比為-2，和為-255，試求其項數 n 。

【super 講義-基本題-學生練習】

解答 8

解析 由 $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow -255 = \frac{3 \times [1 - (-2)^n]}{1 - (-2)} \Rightarrow 255 = (-2)^n - 1$

$$\Rightarrow (-2)^n = 256$$

$$\therefore n = 8$$

9. 一等差級數和為560，首項為110，公差為-12，試求此級數的項數。

【super 講義-進階題-學生練習】

解答 10

解析 已知 $S_n = 560$, $a_1 = 110$, $d = -12$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow 560 = \frac{n}{2} [2 \times 110 + (n-1) \times (-12)]$$

$$\Rightarrow 1120 = n(-12n + 232) \Rightarrow 3n^2 - 58n + 280 = 0 \Rightarrow (n-10)(3n-28) = 0$$

但項數 n 為正整數，故得 $n = 10$

\therefore 此級數的項數為 10

10. 一等差級數和為480，首項為-3，公差為5，試求此級數的項數。

【super 講義-進階題-老師講解】

解答 15

解析 已知 $S_n = 480$, $a_1 = -3$, $d = 5$

$$\text{因為 } S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$\text{故得 } 480 = \frac{n}{2} [2 \times (-3) + (n-1) \times 5]$$

$$\text{即 } 960 = n(5n-11), \text{ 整理得 } 5n^2 - 11n - 960 = 0$$

$$\text{分解得 } (n-15)(5n+64) = 0$$

但項數 n 為正整數，故得 $n = 15$

所以此級數的項數為 15