

4-2 指數函數的圖形

一、指數函數

1. 定義

假設 $a > 0$ 、 $a \neq 1$ 、 x 為實數，則 $y = f(x) = a^x$ 稱為「以 a 為底的指數函數」。

2. 函數圖形的樣貌

(1) $a > 1$

(2) $0 < a < 1$

3. 圖形特徵

(1) $y = a^x$ 的圖形只分布在第____、____象限。

(2) 圖形恆在 x 軸上方，且____為漸近線。

(3) 定義域：____。 值域：____。

(4) 圖形必過點____。

(5) 當 $a > 1$ 時，為____函數；當 $0 < a < 1$ 時，為____函數。

(6) $y = a^x$ 與 $y = (\frac{1}{a})^x$ 對稱於____。

(7) 圖形凹向____。

(8) x 軸上方任一條水平線與函數恰一個交點。

(9) 陡峭度：

當 $a > 1$ 時，底數愈大，陡峭度愈____；反之，當 $0 < a < 1$ 時，底數愈大，陡峭度愈____。

二、指數方程式

1. 何謂指數方程式

當方程式的未知數出現在指數的位置時，稱為「指數方程式」。

2. 求解的要點

(1) 當 $a > 0$ 、 $a \neq 1$ 時，若 $a^x = a^y$ ，則 $x = y$ 。

(2) 當 $a > 0$ 時，對於任意實數 x ，____。

(3) 對於任意實數 x ， $1^x = 1$ 。

三、半衰期

1. 定義

指某種放射性物質衰變至原來數量的一半所需的時間。

2. 數學定義式

假設物質原有 w_0 、半衰期為 t ，則經過 x (時間單位)後剩下的數量為 $w_0 = (\frac{1}{2})^{\frac{x}{t}}$ 。

〈說明〉