

## 4-2 單元小考解析

### 一、單選題：(6 小題，每題 4 分，共 24 分)

1. ( ) 設  $a=(0.3)^{-3}$ 、 $b=(0.3)^{\frac{1}{5}}$ 、 $c=(0.3)^{\frac{1}{2}}$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  之大小順序為 (A)  $a > b > c$   
(B)  $a > c > b$  (C)  $b > a > c$  (D)  $b > c > a$

【學習卷】

解答 B

解析  $\because$  底數  $0.3 < 1 \therefore y = (0.3)^x$  為遞減函數

又  $-3 < -\frac{1}{2} < \frac{1}{5} \Rightarrow (0.3)^{-3} > (0.3)^{-\frac{1}{2}} > (0.3)^{\frac{1}{5}}$ ，即  $a > c > b$

2. ( ) 指數函數  $y = f(x) = a^x$ ， $a > 0$ ， $a \neq 1$  的圖形分布在兩個象限？ (A) 一、二  
(B) 二、三 (C) 三、四 (D) 一、四

【學習卷】

解答 A

解析 指數函數  $y = f(x) = a^x$ ， $a > 0$ ， $a \neq 1$  的圖形分布在第一、二象限

3. ( ) 方程式  $\left(\frac{1}{2}\right)^{3-x} = 4^{3x+5}$ ，則  $x =$

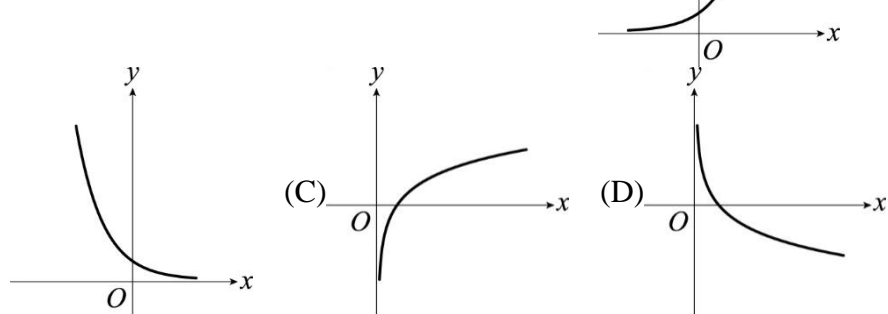
(A)  $-\frac{8}{5}$  (B)  $-\frac{13}{7}$  (C)  $-\frac{13}{5}$  (D) 1

【學習卷】

解答 C

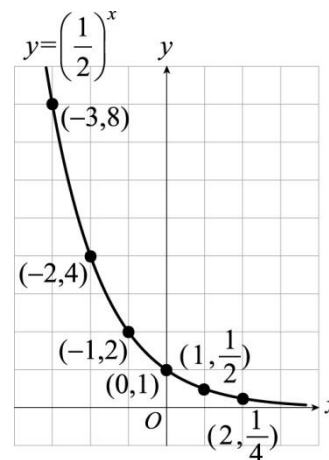
解析 原式  $\Rightarrow 2^{-(3-x)} = 2^{2(3x+5)} \Rightarrow -(3-x) = 2(3x+5)$   
 $\Rightarrow -3+x = 6x+10 \Rightarrow x = -\frac{13}{5}$

4. ( ) 下列何者可能是  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  的圖形？ (A) (B)



【學習卷】

解答 B



解析

5. ( ) 解指數方程式  $\left(\frac{3}{5}\right)^{x-3} = \left(\frac{5}{3}\right)^{2x-1}$ ，則  $x =$

(A)  $\frac{4}{5}$  (B)  $\frac{5}{4}$  (C)  $\frac{4}{3}$  (D)  $\frac{3}{4}$

【學習卷】

解答 C

解析 原方程式可化為  $\left(\frac{3}{5}\right)^{x-3} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-(2x-1)}$

即  $x-3 = -(2x-1)$ ，整理得  $3x = 4$ ，故  $x = \frac{4}{3}$

6. ( ) 設  $a=3^{\frac{2}{3}}$ 、 $b=3^{\frac{3}{4}}$ 、 $c=3^{\frac{4}{5}}$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  之大小關係為 (A)  $a < b < c$  (B)  $c < b < a$   
(C)  $b < c < a$  (D)  $a < c < b$

【學習卷】

解答 A

解析  $a=3^{\frac{2}{3}}$ 、 $b=3^{\frac{3}{4}}$ 、 $c=3^{\frac{4}{5}}$

$\because$  底數  $3 > 1 \Rightarrow f(x) = 3^x$  為遞增函數，又  $\frac{4}{5} > \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$

$\therefore 3^{\frac{4}{5}} > 3^{\frac{3}{4}} > 3^{\frac{2}{3}}$ ，即  $c > b > a$

### 二、填充題：(7 小題，每格 7 分，共 49 分)

1. 指數方程式  $5^{2x+3} = \frac{1}{625}$ ，則  $x =$  。

【學習卷】

解答  $-\frac{7}{2}$

**解析** 原式  $\Rightarrow 5^{2x+3} = \left(\frac{1}{5}\right)^4 = 5^{-4} \Rightarrow 2x+3 = -4 \Rightarrow 2x = -7$   
 $\therefore x = -\frac{7}{2}$

2. 方程式  $2^{x^2+3} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

【學習卷】

**解答** -3 或 1  
**解析** 將原式化為  $2^{x^2+3} = 2^{-2x+6} \Rightarrow x^2+3 = -2x+6 \Rightarrow x^2+2x-3 = 0 \Rightarrow$   
 $(x+3)(x-1) = 0$   
 故  $x = -3$  或 1

3. 若  $2^{4x+x^2} = \frac{1}{16}$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

【學習卷】

**解答** -2  
**解析** 原式  $\Rightarrow 2^{4x+x^2} = 2^{-4} \Rightarrow 4x+x^2 = -4$   
 $\Rightarrow x^2+4x+4 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 0$   
 則  $x = -2$

4. 滿足方程式  $(3^x)^2 + 2 \times (3^x) - 3 = 0$  的  $x =$  \_\_\_\_\_。

【學習卷】

**解答** 0  
**解析** 原式  $\Rightarrow (3^x+3)(3^x-1) = 0$   
 又  $3^x > 0 \Rightarrow 3^x = 1 \therefore x = 0$

5. 方程式  $2^x - 2^{x+1} = 3^x - 3^{x+1}$  之解  $x =$  \_\_\_\_\_。

【學習卷】

**解答**  $\log_{\frac{2}{3}} 2$   
**解析** 原式  $\Rightarrow 2^x - 2 \times 2^x = 3^x - 3 \times 3^x \Rightarrow -2^x = -2 \times 3^x \Rightarrow 2^x = 2 \times 3^x$   
 $\Rightarrow \frac{2^x}{3^x} = 2 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = 2$   
 $\therefore x = \log_{\frac{2}{3}} 2$

6. 設  $a = 8^{-2}$ 、 $b = (\sqrt[3]{16})^2$ 、 $c = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^{10}$ 、 $d = \left(\frac{1}{32}\right)^{-6}$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的大小關係為 \_\_\_\_\_。

【學習卷】

**解答**  $d > b > c > a$

**解析**  $a = (2^3)^{-2} = 2^{-6}$ ， $b = \left(2^{\frac{4}{3}}\right)^2 = 2^{\frac{8}{3}}$ ， $c = \left(2^{-\frac{1}{3}}\right)^{10} = 2^{-\frac{10}{3}}$ ， $d = (2^{-5})^{-6} = 2^{30}$   
 $\therefore 30 > \frac{8}{3} > \frac{-10}{3} > -6$ ，又底數  $2 > 1$ ， $y = 2^x$  為遞增函數  $\therefore d > b > c > a$

7. 若  $(0.04)^{2x-1} = (0.008)^{x+2}$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

【學習卷】

**解答** 8  
**解析** 原式  $\Rightarrow (0.2)^{4x-2} = (0.2)^{3x+6}$   
 $\Rightarrow 4x-2 = 3x+6$   
 $\therefore x = 8$

### 三、計算題：(3 小題，每格 9 分，共 27 分)

1. 若  $2^4 \times 4^{3x} \times 8^2 = 16^x \times 32$ ，試求  $x$  之值。

【學習卷】

**解答**  $x = -\frac{5}{2}$   
**解析**  $2^4 \times 4^{3x} \times 8^2 = 16^x \times 32$   
 $\Rightarrow 2^4 \times (2^2)^{3x} \times (2^3)^2 = (2^4)^x \times 2^5$   
 $\Rightarrow 2^{4+6x+6} = 2^{4x+5}$   
 $\Rightarrow 10+6x = 4x+5$   
 $\Rightarrow 2x = -5$   
 故  $x = -\frac{5}{2}$

2. 設「 $\cdot$ 」表四則運算的乘法，試解指數方程式  $2^{2x} - 5 \cdot 2^x - 24 = 0$ 。

【學習卷】

**解答**  $x = 3$   
**解析**  $2^{2x} - 5 \cdot 2^x - 24 = 0$   
 $\Rightarrow (2^x)^2 - 5 \cdot (2^x) - 24 = 0$   
 $\Rightarrow (2^x - 8)(2^x + 3) = 0$   
 $\Rightarrow 2^x = 8$  或  $2^x = -3$  (不合  $\because 2^x > 0$ )  
 $\therefore 2^x = 8 \Rightarrow x = 3$

3. 試解方程式  $2^{2x+1} - 9 \times 2^x + 4 = 0$ 。

【學習卷】

**解答**  $x = 2$  或  $-1$   
**解析** 原式  $\Rightarrow 2 \times (2^x)^2 - 9 \times 2^x + 4 = 0$   
 $\Rightarrow (2^x - 4)(2 \times 2^x - 1) = 0$

$$\Rightarrow 2^x = 4 \text{ 或 } 2^x = \frac{1}{2}$$

所以  $x = 2$  或  $-1$