

1-2 等比數列與等比級數

一、等比數列

1. 定義

若某一數列滿足「相鄰兩項的比值為定值」，則稱此數列為等比數列，其定值即稱為公比(r)。

2. 公式

(1) 公比： $r = \frac{\text{後項}}{\text{前項}}$

(2) 一般項： $a_n = a_1 \times r^{n-1}$

〈說明〉

3. 特殊例子

請判斷下列數列為等差數列還是等比數列：

(1) $1, 1, 1, 1, \dots, 1$

(2) $0, 0, 0, 0, \dots, 0$

(3) $1, -1, 1, -1, \dots, 1$

4. 等比中項

若 a 、 b 、 c 三數成等比數列，則 b 稱為 a 與 c 的等比中項，即 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

〈說明〉

5. 等比遞迴數列

$$\langle a_n \rangle : \begin{cases} a_1 = a \\ a_n = r a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$$

〈說明〉

二、等比級數

1. 公式

若 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列， a_1 為首項、 r 為公比，則：

$$S_n = \begin{cases} na_1, r = 1 \\ \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}, r \neq 1 \end{cases}$$

〈說明〉

2. 遞迴公式：
$$\begin{cases} a_1 = S_1 \\ a_n = S_n - S_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$$

〈說明〉