



數學 B ④ 學習卷

3-2 機率的運算

答案

一、A B C B C D

二、1. $\frac{5}{6}$

2. $\frac{20}{729}$

3. $\frac{2}{15}$

4. $\frac{18}{35}$

5. $\frac{1}{2}$

6. $\frac{5}{6}$

7. $\frac{1}{5}$

三、1. (1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{3}{8}$

2. $\frac{1}{6}$

3. (1) $\frac{3}{44}$ (2) $\frac{3}{11}$

科 年 班 號

姓名：

總 分

一、選擇題 (24%，每題 4 分)

★進階題

(A) 1. 擲一顆公正的骰子 (即各點出現的機會均等)，試求出現點數大於 3 的機率為

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$ 。

【課本例題 1】

解 樣本空間 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，則 $n(S) = 6$

出現點數大於 3 的事件 $A = \{4, 5, 6\}$ ，則 $n(A) = 3$

$$\text{故 } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(B) 2. 同時投擲三枚均勻的硬幣一次，則三枚均出現同一面的機率為 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{9}$ 。

【課本例題 2】

解 \because 每一枚硬幣均有可能出現正面或反面，故樣本空間的樣本個數 $n(S) = 2 \times 2 \times 2 = 8$

又三枚均出現同一面的事件 $A = \{(\text{正}, \text{正}, \text{正}), (\text{反}, \text{反}, \text{反})\}$ ，則 $n(A) = 2$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

(C) 3. 設 A 、 B 為樣本空間 S 中之二事件，已知 $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{2}{3}$ ， $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ，

則 $P(A \cup B) =$ (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{11}{12}$ (D) $\frac{13}{15}$ 。

【課本例題 6】

解 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$$

★(B) 4. 某工廠在 15 個產品中有 3 個為不良品，今在這 15 個產品中隨機抽出 2 個，則含有不良品的機率為 (A) $\frac{22}{35}$ (B) $\frac{13}{35}$ (C) $\frac{12}{35}$ (D) $\frac{9}{35}$ 。

解 設 A 為含有不良品的事件

含有不良品的機率 $= 1 - (\text{均不含不良品的機率})$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{C_2^{12}}{C_2^{15}} = 1 - \frac{22}{35} = \frac{13}{35}$$

(C) 5. 投擲兩顆公正的骰子，在出現的點數和為 6 之條件下，其中至少有一顆為 3 點的機率為 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$ 。 【課本例題 9】

解 解析見回末

(D) 6. 甲、乙兩人解題能力 (即解題正確的機率) 分別為 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{3}$ ，今兩人同解一題，互不影響，則此題被解出的機率為 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{5}{6}$ 。 【課本例題 11】

解 解析見回末

二、填充題 (49%，每格 7 分)

1. 投擲一顆公正骰子，則出現點數小於或等於 5 的機率為 $\frac{5}{6}$ 。 【課本例題 1】

解 樣本空間 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，出現點數小於或等於 5 的事件 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow n(A) = 5$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{6}$$

2. 自裝有 5 個紅球、2 個白球、2 個黃球的袋中，每次取出一球，連續取三次。設每個球被取到的機會相同，若每次取出後放回，則依序取出紅球、白球、黃球的機率為 $\frac{20}{729}$ 。 【課本例題 10】

解 所求機率 $= \frac{5}{9} \times \frac{2}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{20}{729}$

3. 一袋中有 4 個紅球，6 個白球，今自袋中任取二球，均為紅球之機率為 $\frac{2}{15}$ 。 【課本例題 4】

解 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{C_2^4}{C_2^{10}} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$

4. 自一對夫婦及 2 男 3 女中，選出四人組成委員會，恰為 2 男 2 女的機率為 $\frac{18}{35}$ 。

解 設樣本空間為 S ，則 $n(S) = C_4^7 = 35$

A 表示恰為 2 男 2 女的事件，則 $n(A) = C_2^3 \times C_2^4 = 3 \times 6 = 18$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{35}$$

【課本例題 5】

5. 投擲一枚均勻的硬幣三次，若已知第一次出現正面，則三次中恰出現兩次正面的機率為 $\frac{1}{2}$ 。 【課本例題 9】

解 設 A 表示第一次出現正面的事件 $\Rightarrow A = \{(+++), (++-), (+-+), (+--)\}$
 $A \cap B$ 為投擲三次中恰出現二次正面且第一次為正面的事件 $\Rightarrow A \cap B = \{(++-), (+-+)\}$
 $\therefore P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

6. 同時投擲兩顆公正的骰子，出現點數和小於 10 之機率為 $\frac{5}{6}$ 。 【課本例題 3】

解 設樣本空間為 S ，則 $n(S) = 36$
 A 表示出現點數和小於 10 之事件，則 A' 為點數和大於或等於 10 之事件，即
 $A' = \{(4,6), (5,5), (5,6), (6,4), (6,5), (6,6)\} \Rightarrow n(A') = 6$
 故所求機率 $P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{6}{36} = \frac{5}{6}$

7. 甲、乙兩位獵人射擊，已知甲平均每 3 發中 1 發，乙平均每 5 發中 3 發，若甲、乙兩人同時向空中一隻飛鳥各發射 1 發，且兩人射擊為獨立事件，則兩人皆命中的機率為 $\frac{1}{5}$ 。 【課本例題 11】

解 設 A 表示甲命中的事件， B 表示乙命中的事件，則 $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(B) = \frac{3}{5}$
 \therefore 甲、乙兩人射擊互不影響， $\therefore A$ 、 B 為獨立事件
 故兩人均命中的事件為 $A \cap B$ ，故得 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

三、計算題（27%，每題 9 分）

1. 設 A 、 B 為樣本空間 S 中之二獨立事件，已知 $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ，試求：

- (1) $P(B)$ (4 分)
 (2) $P(B'|A')$ (5 分)

解 [答：(1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{3}{8}$]

$$(1) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

又 A 、 B 為獨立事件

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{3} + P(B) - \frac{1}{3}P(B) \Rightarrow \frac{2}{3}P(B) = \frac{5}{12}$$

$$\therefore P(B) = \frac{5}{8}$$

(2) $\therefore A$ 、 B 為獨立事件， $\therefore A'$ 、 B' 亦為獨立事件

$$\Rightarrow P(B'|A') = P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

2. 同時投擲兩顆公正的骰子，試求出現點數和為 7 之機率。

解 [答： $\frac{1}{6}$]

設 S 為樣本空間， A 為出現點數和為 7 之事件，則
 $A = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

3. 設袋中有大小相同的黑球 3 個、白球 4 個、紅球 5 個，今自袋中任取三球，試求：

- (1) 三球同色的機率。(4 分)
 (2) 三球異色的機率。(5 分)

【課本例題 4】

解 [答：(1) $\frac{3}{44}$ (2) $\frac{3}{11}$]

設 S 為樣本空間，則 $n(S) = C_3^{12} = 220$

$$(1) \text{ 設 } A \text{ 表示取得三球同色的事件 } \Rightarrow n(A) = C_3^3 + C_3^4 + C_3^5 = 1 + 4 + 10 = 15$$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{220} = \frac{3}{44}$$

$$(2) \text{ 設 } B \text{ 表示取得三球異色的事件 } \Rightarrow n(B) = C_1^3 \times C_1^4 \times C_1^5 = 3 \times 4 \times 5 = 60$$

$$\therefore P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$$

選擇題第 5、6 題解析

5. 設 A 為點數和為 6 之事件

$$A = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\} \Rightarrow n(A) = 5$$

$$B \text{ 為兩顆骰子中有一顆為 3 點的事件，則 } A \cap B = \{(3,3)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{1}{5}$$

6. 設 A 表甲解出的事件， B 表乙解出的事件
 被解出的機率 $= 1 - (\text{兩人均無解出的機率})$

$$= 1 - P(A' \cap B')$$

$$= 1 - P(A') \times P(B')$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{2}{3}\right) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$