

一、填充題

1. 若方程組 $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ ax + by = 8 \end{cases}$ 有無限多組解，則 $a - b =$ _____。

【龍騰自命題】

解答 2

解析 \because 方程組有無限多組解 $\therefore \frac{2}{a} = \frac{1}{b} = \frac{4}{8}$
 $\Rightarrow b = 2, a = 4 \Rightarrow$ 故 $a - b = 4 - 2 = 2$

2. 設 $2^x \times 2^7 = 8^4$ ，則 $x =$ _____。

【楊梅高中段考題 light 講義-類題】

解答 5

解析 左式 $= 2^x \times 2^7 = 2^{x+7}$ ，右式 $= 8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$
左式=右式，得 $2^{x+7} = 2^{12}$ ，即 $x + 7 = 12 \Rightarrow x = 5$

3. 已知點 $(t, 1)$ 為聯立不等式 $\begin{cases} -x + y \leq 5 \\ x + 2y \geq 10 \end{cases}$ 的解，則 t 的範圍為_____。

【龍騰自命題】

解答 $t \geq 8$

解析 將點代入不等式 $\Rightarrow \begin{cases} -t + 1 \leq 5 \\ t + 2 \geq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \geq -4 \\ t \geq 8 \end{cases} \Rightarrow t \geq 8$

4. 設 $\log_{\frac{1}{4}} x = -0.25$ ，則 $x =$ _____。

【龍騰自命題】

解答 $\sqrt{2}$

解析 $\log_{\frac{1}{4}} x = -0.25 \Rightarrow \log_{\frac{1}{4}} x = -\frac{1}{4} \Rightarrow x = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{4}} = (2^{-2})^{-\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

5. 等差級數 $50 + 45 + 40 + \cdots$ 到第 14 項的和為_____。

【隨堂卷】

解答 245

解析 首項 $a_1 = 50$ ，公差 $d = -5$ ，項數 $n = 14$

$$50 + 45 + 40 + \cdots + a_{14} = \frac{14}{2} \times [2 \times 50 + (14 - 1) \times (-5)] = 7 \times (100 - 65) = 7 \times 35 = 245$$

6. 若點 $P(-2, a)$ 不為 $3x - 5y < 4$ 的解，則 a 的範圍為_____。

【龍騰自命題】

解答 $a \leq -2$

解析 將 P 點代入 $3x - 5y \geq 4 \Rightarrow 3 \times (-2) - 5 \times a \geq 4$
 $\Rightarrow -6 - 5a \geq 4 \Rightarrow -10 \geq 5a \Rightarrow a \leq -2$

7. 若 $x > 1$ ，且 $\log x = n + \alpha$ ，其中 n 為首數， α 為尾數，則 x 之整數部分為_____位數。

【學習卷】

解答 $n + 1$

解析 $\because \log x = n + \alpha$
 $\therefore x$ 之整數部分為 $(n + 1)$ 位數

8. 二元一次聯立方程組 $\begin{cases} 2x - y = 20 \\ y = 10 \end{cases}$ 的解 $(x, y) =$ _____。

【隨堂卷】

解答 $(15, 10)$

解析 $\begin{cases} 2x - y = 20 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ y = 10 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 將 $\textcircled{2}$ 代入 $\textcircled{1}$ 得 $2x - 10 = 20 \Rightarrow 2x = 30 \Rightarrow x = 15$
故 $(x, y) = (15, 10)$

9. $\log_{10} 0.001 =$ _____。

【龍騰自命題】

解答 -3

解析 $\log_{10} 0.001 = \log_{10} 10^{-3} = -3$

10. 若一等比數列，首項為 7，第 6 項為 1701，則公比為_____。

【龍騰自命題】

解答 3

解析

$$a_1 = 7, a_6 = 1701$$

$$a_6 = a_1 r^5 \Rightarrow 1701 = 7 \times r^5 \Rightarrow r^5 = 243 \Rightarrow r = 3$$

11. 等比數列 $\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}, 2, \dots$ 的公比為_____。

【隨堂卷】

解答

$$\sqrt{2}$$

解析

$$\text{公比} = \text{後項} \div \text{前項} = a_3 \div a_2 = \sqrt{2} \div 1 = \sqrt{2}$$

12. 不等式 $-\frac{3}{2}x \leq -\frac{9}{2}$ 的解為_____。

【龍騰自命題】

解答

$$x \geq 3$$

解析

$$-\frac{3}{2}x \leq -\frac{9}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}x \geq \frac{9}{2} \Rightarrow x \geq 3$$

13. 若 $\log 3 \approx 0.4771$ ，則 $\log 3000$ 近似於_____。

【龍騰自命題】

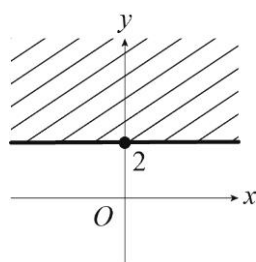
解答

$$3.4771$$

解析

$$\log 3000 = \log(3 \times 10^3) = \log 3 + \log 10^3 \approx 0.4771 + 3 = 3.4771$$

14. 如圖所示，斜線區域的不等式為_____。



【龍騰自命題】

解答

$$y \geq 2$$

解析

圖中直線方程式為 $y = 2$ ，又斜線區域為其上半平面且包含直線
 \therefore 不等式為 $y \geq 2$

15. 設 $a \neq 0$ ，則 $(a^{-2})^3 \times (a^3)^3 =$ _____。

【隨堂卷】

解答

$$a^3$$

解析

$$(a^{-2})^3 \times (a^3)^3 = (a^{-2} \times a^3)^3 = (a^{-2+3})^3 = (a^1)^3 = a^3$$

16. 大仁哥打算將工作賺來的100萬元存入銀行，如果甲銀行年利率為2%，每年複利計息一次；乙銀行年利率亦為2%，每年單利計息一次。經過比較，3年後兩間銀行的本利和將相差_____元。（已知 $(1.02)^2 = 1.0404$ ， $(1.02)^3 = 1.061208$ ）

【鳳山商工 super 講義-段考素養題】

解答

$$1208$$

解析

(I)甲銀行：

由複利計算公式：

$$\text{本利和} = \text{本金} \times (1 + \text{利率})^{\text{期數}} = 100 \times (1 + 0.02)^3$$

$$= 100 \times 1.061208 = 106.1208 \text{ (萬元)}$$

(II)乙銀行：

由單利計算公式：

$$\text{本利和} = \text{本金} + (\text{本金} \times \text{利率} \times \text{期數}) = 100 + (100 \times 0.02 \times 3) = 106 \text{ (萬元)}$$

$$\text{故兩家銀行本利和相差 } 106.1208 - 106 = 0.1208 \text{ (萬元)} = 1208 \text{ (元)}$$

17. 自101到200的自然數中，則可被6整除的數有_____個。

【學習卷】

解答

$$17$$

解析

$$\text{(I)} 101 \div 6 = 16 \cdots \cdots \text{餘 } 5 \Rightarrow a_1 = 101 + 1 = 102$$

$$\text{(II)} 200 \div 6 = 33 \cdots \cdots \text{餘 } 2 \Rightarrow a_n = 200 - 2 = 198$$

$$\text{又 } d = 6, \text{ 由 } a_n = a_1 + (n-1) \times d \text{ 得 } 198 = 102 + (n-1) \times 6$$

$$\therefore n = 17$$

18. $(\sqrt{375})^0 + (2025)^0 =$ _____。

【學習卷】

解答

$$2$$

解析

$$(\sqrt{375})^0 + (2025)^0 = 1 + 1 = 2$$

19. 2^{30} 乘開後為_____位數。

【super 講義-實力評量】

解答 10

解析 $\log 2^{30} = 30 \times \log 2 \approx 30 \times 0.3010 = 9.03$
 $\Rightarrow \log 2^{30}$ 的首數為 9
 $\therefore 2^{30}$ 乘開後為 10 位數

20. 若 $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$ ，則 $x =$ _____。

【light 講義-綜合評量】

解答 -3

解析 原方程式可化為 $3^{-x} = 3^3$ ，即 $-x = 3$ ，故 $x = -3$

21. 若 $y = 3^x$ 的圖形與二直線 $y = 3$ 、 $y = 9$ 分別交於 A 、 B 兩點，則 $\overline{AB} =$ _____。

【龍騰自命題，進階卷】

解答 $\sqrt{37}$

解析 $\begin{cases} y = 3^x \\ y = 3 \end{cases}$ 解得 $A(1, 3)$ ， $\begin{cases} y = 3^x \\ y = 9 \end{cases}$ 解得 $B(2, 9)$
 $\therefore \overline{AB} = \sqrt{(2-1)^2 + (9-3)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$

22. 甲、乙二人解方程組 $\begin{cases} ax - y = 3 \\ 3x + by = 15 \end{cases}$ ，若甲看錯 a ，解得 $x = 1, y = 6$ ，而乙看錯 b ，解得 $x = 2, y = 1$ ，試問正確的 (x, y) 為_____。

【龍騰自命題，進階卷】

解答 (3, 3)

解析 將甲之 $x = 1, y = 6$ 代入得 $\begin{cases} a - 6 = 3 \\ 3 \times 1 + b \times 6 = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \text{ (看錯)} \\ b = 2 \text{ (正確)} \end{cases}$

乙之 $x = 2, y = 1$ 代入得 $\begin{cases} 2a - 1 = 3 \\ 3 \times 2 + b = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \text{ (正確)} \\ b = 9 \text{ (看錯)} \end{cases}$

故得 $a = 2, b = 2$ ，則原式為 $\begin{cases} 2x - y = 3 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 3x + 2y = 15 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{2} + \textcircled{1} \times 2$ 得 $7x = 21 \Rightarrow x = 3$ 代入 $\textcircled{1} \Rightarrow 6 - y = 3 \Rightarrow y = 3$
 $\therefore (x, y) = (3, 3)$

23. 已知 $a^{2x} = \sqrt{2} - 1$ ，則 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x + a^{-x}} =$ _____。

【龍騰自命題】

解答 $2\sqrt{2} - 1$

解析 原式 $= \frac{(a^x + a^{-x})^3 - 3(a^x + a^{-x})}{a^x + a^{-x}} = (a^x + a^{-x})^2 - 3$
 $= a^{2x} + 2 + a^{-2x} - 3 = \sqrt{2} - 1 + 2 + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} - 3 = 2\sqrt{2} - 1$