

第二次期中考 解析

一、單選題(每題 4 分，共 16 分)

1. () 設 A 、 B 為兩事件， $P(A)=0.6$ ， $P(B)=0.4$ ， $P(A \cap B)=0.2$ ，則 $P(A \cup B)=$
(A)1 (B)0.8 (C)0.6 (D)1.2

【隨堂卷】

解答

B

解析

由 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
得 $P(A \cup B) = 0.6 + 0.4 - 0.2 = 0.8$

2. () 由裝有 2 紅球、3 黃球、5 白球的袋中，隨機 1 次取出 3 球，所取 3 球至少含 1 白球的機率為 (A) $\frac{9}{10}$ (B) $\frac{11}{12}$ (C) $\frac{13}{15}$ (D) $\frac{17}{20}$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$P = 1 - (\text{均不含白球的機率}) = 1 - \frac{C_3^5}{C_3^{10}} = 1 - \frac{10}{120} = \frac{11}{12}$

3. () 設集合 $S = \{x-2, 2x+y\}$ ， $T = \{x+2, 3\}$ ，若 $S = T$ ，試求 $(x, y) =$ (A)(5, -3) (B)無解 (C)(-5, 3) (D)(-5, -3)

【龍騰自命題】

解答

A

解析

(i) $\begin{cases} x-2 = x+2 \\ 2x+y = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{無解}$

(ii) $\begin{cases} x-2 = 3 \\ 2x+y = x+2 \end{cases} \Rightarrow x = 5, y = -3 \Rightarrow (x, y) = (5, -3)$

4. () 同時投擲兩顆公正的骰子，兩顆骰子點數之和為 5 的倍數之機率為 (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{1}{3}$

【課本自我評量】

解答

C

解析

點數和	5	10
個數	4	3

故所求 $P = \frac{4+3}{6 \times 6} = \frac{7}{36}$

二、填充題(每格 4 分，共 16 分)

1. 設 A 、 B 為二事件，若 $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ ，則 $P(B|A) =$ _____。

【隨堂卷】

解答

$\frac{2}{3}$

解析

由 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

得 $P(B|A) = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$

2. 設 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ，則 $A \cup B =$ _____。

【light 講義-類題】

解答

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

解析

將 A 、 B 中的所有元素聯合起來

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

3. 袋中有 10 張紙鈔，其中 100 元有 3 張，50 元有 2 張，10 元有 5 張，今自袋中任取 1 張紙鈔，則取出金額的期望值為_____元。

【龍騰自命題】

解答	45
解析	$(100 \times 3 + 50 \times 2 + 10 \times 5) \div 10 = 450 \div 10 = 45$ (元)

4. $C_1^8 + C_2^8 + \cdots + C_8^8 =$ _____。

【員林家商段考題 light 講義-類題】

解答	255
解析	由公式可得 $C_0^8 + C_1^8 + C_2^8 + \cdots + C_8^8 = 2^8 = 256$ $\Rightarrow C_1^8 + C_2^8 + \cdots + C_8^8 = 256 - C_0^8 = 256 - 1 = 255$

三、計算題(共 68 分)

1. (5pts) 甲、乙、丙 3 人解題能力分別為 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{1}{3}$ ，今 3 人同解 1 題，互不影響，試求：此題被解出的機率。

【龍騰自命題】

解答	$\frac{13}{15}$
解析	此題被解出的機率為

$$P = 1 - (3 \text{ 人均未解出的機率}) = 1 - \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}$$

2. (4pts) 彩券每張 1 元，共發行 2000 張，其中 2 張獎金 500 元，8 張 100 元，10 張 10 元，則買彩券是否划算？

【龍騰自命題】

解答	不划算
解析	一張彩券中獎金額期望值 $= \text{彩券的平均價值} = (2 \times 500 + 8 \times 100 + 10 \times 10) \div 2000 = 0.95$ (元) 又 1 張彩券 1 元，故不划算

3. (12pts) 設字集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ，又其中 2 的倍數所成之集合 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ，3 的倍數所成之集合 $B = \{3, 6, 9\}$ ，試求下列各式：

(1) $A \cup B$

(2) $(A \cup B)'$

(3) $A - B$

(4) $B - A$

【light 講義-學生練習】

解答	(1) $\{2, 3, 4, 6, 8, 9\}$
	(2) $\{1, 5, 7\}$
	(3) $\{2, 4, 8\}$
	(4) $\{3, 9\}$

解析	(1) $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\}$
	(2) $(A \cup B)' = U - (A \cup B) = \{1, 5, 7\}$
	(3) $A - B = \{2, 4, 6, 8\} - \{3, 6, 9\} = \{2, 4, 8\}$
	(4) $B - A = \{3, 6, 9\} - \{2, 4, 6, 8\} = \{3, 9\}$

4. (4pts) 同時投擲兩枚均勻的硬幣一次，試求出現一正面一反面的機率。

【課本隨堂練習(類題)】

解答	$\frac{1}{2}$
解析	在機率的定義中，「每一個樣本點出現的機會均等」的原則下，即每個硬幣出現正面或反面的機會均等，可將兩硬幣做記號來區別，則樣本空間 $S = \{(\text{正}, \text{正}), (\text{正}, \text{反}), (\text{反}, \text{正}), (\text{反}, \text{反})\}$ ，故 $n(S) = 4$ 又出現一正面一反面的事件 $A = \{(\text{正}, \text{反}), (\text{反}, \text{正})\}$ ，得 $n(A) = 2$ 故所求機率 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

5. (12pts) 自裝有 4 白球、3 紅球、3 黃球的袋中，每次取出一球，設每個球被取到的機會相同，連續取三次，試求：

(1) 每次取出後不放回，依序取出紅球、白球、白球的機率。

(2) 每次取出後再放回，依序取出紅球、白球、黃球的機率。

【課本隨堂練習(類題)】

解答	(1) $\frac{1}{20}$
	(2) $\frac{9}{250}$

解析

$$(1) P = \frac{3}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{20}$$

$$(2) P = \frac{3}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{250}$$

6. (5pts) 試求 $(x - \frac{1}{2x})^6$ 的展開式中， x^2 項的係數。

【進階卷，龍騰自命題】

解答

$$\frac{15}{4}$$

解析

$$(x - \frac{1}{2x})^6 \text{ 的一般項為 } C_r^6 x^{6-r} (-\frac{1}{2x})^r$$

$$x^{6-r} \times x^{-r} = x^{6-2r} = x^2 \Rightarrow r = 2$$

$$x^2 \text{ 項的係數為 } C_2^6 \times 1^4 \times (-\frac{1}{2})^2 = \frac{15}{4}$$

7. (6pts) 擲兩粒公正的骰子一次，在出現點數和為 7 的條件下，其中有一粒為 6 點的機率為何？

【super 講義-基本題-學生練習】

解答

$$\frac{1}{3}$$

解析

設擲兩粒骰子點數和為 7 的事件為 A

其中有一粒為 6 點的事件為 B ，則

$$A = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}, A \cap B = \{(1,6), (6,1)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 6, n(A \cap B) = 2$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

8. (10pts) 試利用二項式定理展開 $(x+2y)^5$ ，並求展開式中 x^3y^2 項的係數。

【課本隨堂練習(類題)】

解答

$$x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 80xy^4 + 32y^5, 40$$

解析

(I) 可將 x 看成一項， $2y$ 看成一項，利用二項式定理，得

$$(x+2y)^5 = C_0^5 x^5 (2y)^0 + C_1^5 x^4 (2y)^1 + C_2^5 x^3 (2y)^2 + C_3^5 x^2 (2y)^3 + C_4^5 x^1 (2y)^4 + C_5^5 x^0 (2y)^5$$

$$= x^5 + 5x^4(2y) + 10x^3(2y)^2 + 10x^2(2y)^3 + 5x(2y)^4 + (2y)^5$$

$$= x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 80xy^4 + 32y^5$$

$$(II) \text{ 因為 } x^3y^2 \text{ 項的係數來自於展開式中的 } C_2^5 x^3 (2y)^2 = 40x^3y^2$$

所以 x^3y^2 項的係數為 40

9. (10pts) 因應新冠狀肺炎疫情嚴峻，呼籲每人皆需加強自我健康保護，勤洗手並且戴口罩，保持社交距離，室內應保持 1 公尺、室外則應保持 1.5 公尺以上距離。今某國地方政府決定對地方 50 位就診人士進行症狀調查，其中有咳嗽症狀者 10 人、有發燒症狀者 8 人，同時具有兩種症狀者 5 人，請問兩項症狀都沒有的有幾人？

【素養題】

解答

37 人

解析

假設 A 為有咳嗽症狀者事件， B 為有發燒症狀者事件，則

$$n(A \cup B) = 10 + 8 - 5 = 13 \text{ 人}$$

兩種症狀都沒有者事件為 $A' \cap B'$

$$\text{則 } n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = 50 - 13 = 37 \text{ 人}$$