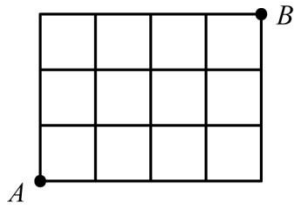


第一次期中考 解析

一、單選題(每題 4 分，共 16 分)

1. () 如下圖棋盤道路，由 A 取捷徑至 B 之走法共有



(A)126 種 (B)96 種 (C)60 種 (D)35 種

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\frac{7!}{4!3!} = 35 \text{ (種)}$$

2. () 將 3、3、4、4、9 五個數字排成五位數，則其排法共有幾種？ (A)120 種 (B)60 種 (C)30 種 (D)15 種

【龍騰自命題】

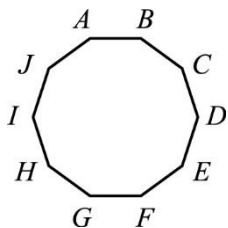
解答

C

解析

$$\frac{5!}{2!2!} = 30 \text{ (種)}$$

3. () 如圖所示，自 10 個頂點中，任取 3 個點可以畫出幾個三角形？



(A)120 (B)100 (C)80 (D)60

【學習卷】

解答

A

解析

不共線三點可決定一個三角形，則

$$\text{可畫出 } C_3^{10} = \frac{10!}{7!3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120 \text{ 個三角形}$$

4. () 將 2 個不同的玩具任意分給 6 個兒童，每人可兼得，則分法有幾種？ (A)7 (B)12 (C)36 (D)87

【學習卷】

解答

C

解析

\therefore 每個玩具，均有 6 個選擇

\therefore 共有 $6 \times 6 = 6^2 = 36$ (種)

二、填充題(每格 4 分，共 24 分)

1. 若由 1、3、5 三個數字，全取排成三位數，數字不重複，則共有_____個三位數。

【隨堂卷】

解答

6

解析

三個數全取排成三位數

共有 $3! = 6$ (個)

2. $C_8^{11} =$ _____。

【學習卷】

解答

165

解析

$$C_8^{11} = C_3^{11} = \frac{11!}{(11-3)!3!} = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 165$$

3. 將 3 枝相同的鉛筆和 4 枝相同的原子筆，分給 7 個小朋友，每人各得 1 枝，共有_____種分法。

【學習卷】

解答

35

解析 此題相當於 7 枝筆作直線排列

$$\therefore \text{共有 } \frac{(3+4)!}{3! \times 4!} = 35 \text{ (種)}$$

4. 270 的正因數有_____個。

【龍騰自命題】

解答 16

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 270} \\ 5 \overline{) 135} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

解析

$$270 = 2^1 \times 3^3 \times 5^1$$

$$\text{正因數有 } (1+1) \times (3+1) \times (1+1) = 2 \times 4 \times 2 = 16 \text{ (個)}$$

5. 柯南、步美、元太、小哀、光彥 5 個好朋友，某天到戶外郊遊。

(1) 到了目的地之後，五人想要拍張照紀念。假設請路人幫忙拍照，五人排成一列，步美堅持要站在柯南旁邊；元太也堅持不要站在最左或最右邊，不然他看起來會更胖的話，拍照的排列方式有_____種。

(2) 拍照後，五人要分組玩遊戲。大家用「剪刀石頭布」的方式來分組。出現「一個人出的拳跟其他四人不一樣，而其他四人又剛好兩兩相同」時，例如：「剪刀、石頭、石頭、布、布」則由出剪刀的當裁判，出石頭的兩個人一組，出布的兩個人一組。則出現能分組的結果有_____種。

【高雄高商 super 講義-段考素養題】

解答 (1)24 (2)90

解析 (1) 先排 柯,步 小 光

排法有 $3! \times 2! = 12$

再將「元」插入空格，排法有 $P_1^2 = 2$

由乘法原理得：共有 $12 \times 2 = 24$ (種)

〈另解〉

任意排：柯,步 元 小 光

排法有 $4! \times 2! = 48$ (種)

元排最左：元 柯,步 小 光

排法有 $3! \times 2! = 12$ (種)

元排最右：柯,步 小 光 元

排法有 $1 \times 3! \times 2! = 12$ (種)

故所求

$$= (\text{任意排}) - (\text{元排最左}) - (\text{元排最右})$$

$$= 48 - 12 - 12 = 24 \text{ (種)}$$

(2) 當裁判的狀況共有 3 種選擇

$$\text{① 剪石石布布} \Rightarrow \frac{5!}{1! 2! 2!} = 30 \text{ (種)}$$

$$\text{② 石剪剪布布} \Rightarrow \frac{5!}{1! 2! 2!} = 30 \text{ (種)}$$

$$\text{③ 布剪剪石石} \Rightarrow \frac{5!}{1! 2! 2!} = 30 \text{ (種)}$$

$$\text{所以共有 } 30 + 30 + 30 = 90 \text{ (種)}$$

三、計算題(共 60 分)

1. 甲、乙、丙、丁、戊 5 人排成一列，則排列的方法數有幾種？(4 分)

【龍騰自命題】

解答 120 種

解析 5 個人全排有 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (種)

2. 某年度全國足球聯賽決賽成績出爐，由金屬害高中獲得冠軍，該校足球隊隊員共 11 人站成一排合照留念，問排法共有多少種？(不需乘開)(4 分)

【素養題】

解答 11! 種

解析 依題意可以判斷為 11 個不同事物全取排成一列
其方法數有 $P_{11}^{11} = 11!$ 種

3. 小華到大富翁銀行辦理開戶，櫃台小姐跟他說，需要小華設定一組提款密碼，小華想從「9、4、8、7」四個數字中，任選數字排成一組 8 位數提款密碼，請問小華可以設定的 8 位數密碼有幾種？(不需乘開)(4 分)

【素養題】

解答	4 ⁸ 種（或2 ¹⁶ ）
解析	由題意知，8位數密碼中，每個位數皆有「9、4、8、7」共4種選擇，故密碼有 $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^8$ 種（或2 ¹⁶ ）

4. 由5、8、7、1（諧音：我不介意）四個數字，全取排成四位數，數字不重複，試問：
- (1)全部有幾個？(4分)
- (2)偶數有幾個？(4分)

【light 講義-學生練習】

解答	(1)24個 (2)6個
解析	(1)四個數全取排成四位數 共有4!=24（個） (2)四位數為偶數，個位數須排偶數 個位數先排入8，有1種選擇 接著將其餘三個數排入前三位數，有3!種選擇 所以偶數共有3!×1=6×1=6（個）

5. 凸n邊形的對角線共有幾條？(6分)

【龍騰自命題】

解答	$\frac{n(n-3)}{2}$ 條
解析	n個頂點，每兩頂點可連成一線段，故C ₂ ⁿ 條線段，但其中n線段為凸n邊形的邊 $\therefore C_2^n - n = \frac{n(n-1)}{2!} - n = \frac{n(n-3)}{2}$ （條）

6. 已知火車站前方的計程車招呼站有三輛計程車，每輛至多可搭乘4位客人，若有5位要搭計程車的旅客，試求共有幾種不同的載客方式？(6分)

【學習卷】

解答	240種
解析	（安全載客方式）=（任意搭乘方式）-（不安全載客方式） =（任意搭乘方式）-（5人搭同一車） =3 ⁵ -3 =240（種）

7. 由A地至B地有3條路，由B地至C地有4條路，甲、乙兩人從A出發走不同路到B，再走不同路到C，試求共有幾種走法？(7分)

【龍騰自命題】

解答	72種
解析	從A到B，甲、乙有3×2=6種不同走法 從B到C，甲、乙有4×3=12種不同走法 \therefore 共有6×12=72種走法

8. 2021年麥當勞推出新的甜心卡，內容如下：

買 A				送 B			
分類	價格	品項	附加條件	分類	價格	品項	附加條件
飲料區	40元	大杯汽水		飲料區	40元	大杯汽水	
		大杯檸檬冰紅茶				大杯檸檬冰紅茶	
		大杯無糖冰紅茶				大杯無糖冰紅茶	
		大杯無糖冰綠茶				大杯無糖冰綠茶	
	65元	特選黑咖啡	（冰/熱）		65元	特選黑咖啡	（冰/熱）
	50元	冰蜂蜜紅茶			33元	小杯奶茶	（冰/熱）
	75元/90元	特選那堤	（中/大杯）（冰/熱）		33元	熱紅茶	
	75元/90元	特選卡布奇諾	（中/大杯）（冰/熱）				
	75元/90元	阿薩姆奶茶	（中/大杯）（冰/熱）				
非飲料區	55元	薯條	（大包）（上午10:30後供應）	非飲料區	32元	薯條	（小包）（上午10:30後供應）
	49/60/100元	麥克雞塊	（四塊/六塊/十塊）		32元	薯餅	（上午10:30後供應）
	52元	大杯玉米湯			18元	蛋捲冰淇淋	
	55元	OREO冰炫風					
	55元	冰炫風					

※註：此為方便作答微調版，實際卡片內容由廠商推出為主。

甜心卡的使用方式為買A送B：點購1件A區產品後，可以任選1件B區餐點。圖中黑框為A、B兩區皆有的相同飲料品項。請試著利用題目的甜心卡資訊，回答以下問題：

- (1)小儀今天使用甜心卡點餐，想要從A區及B區重複的5種飲料中，任挑2杯品項來喝，若品項不可重複，請問她會喝到幾種不同品項組合的飲料？(7分)

- (2)若小儀約了同學小鎂一同至麥當勞使用甜心卡點餐，同樣想從 A 區及 B 區重複的 5 種飲料中挑選兩杯，一人 1 杯，請問兩人手中所拿的飲料有幾種情形？(7 分)
- (3)今天防疫三人小組至麥當勞用餐。他們決定使用甜心卡買 3 個 A 送 3 個 B，共計有 6 份餐飲一起用餐。若 6 份餐飲只有 2 份來自飲料區，且 1 杯來自 A 區、1 杯來自 B 區，另外 4 份來自非飲料區，飲料品項及非飲料品項皆不能重複。則這 6 份餐飲有幾種組合？(7 分)

【素養題】

解答 (1)10 種 (2)25 種 (3)1276 種

解析 (1)飲料不可重複，而且是同一個人喝到，因此與飲料順序無關，故有 $C_2^5 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ 種

(2)兩人手中皆有 5 種飲料的選擇，故有 $5^2 = 25$ 種

(3)選擇飲料：

如果從 A 區 5 種重複品項中挑選 1 杯，則搭配 B 區有 $5 \times (7 - 1) = 30$ 種

如果從 A 區非重複的飲品中挑選，則搭配 B 區且不重複的有 $4 \times 7 = 28$ 種

因此飲料共有 $30 + 28 = 58$ 種選擇

選擇非飲料：

利用倒扣法，從 A 區非飲料區中任選 2 樣，搭配任 2 樣 B 區非飲料區的品項

$= C_2^5 \times C_2^3 = 10 \times 3 = 30$

若 A、B 區皆選到薯條則會品項重複，故 A 區挑選 1 項，B 區再挑選 1 項

$= C_1^4 \times C_1^2 = 4 \times 2 = 8$ 為需扣除之方法

因此挑選非飲料有 $30 - 8 = 22$ 種方法

故此題共有 $58 \times 22 = 1276$ 種組合