

Exercise 3 參考解答

一、單選題：(100 小題，每題 1 分，共 100 分)

1. () 試化簡 $\frac{x-2}{x+1} + \frac{2x-5}{x+1} =$ (A) $\frac{x-7}{x+1}$ (B) $\frac{3x-3}{x+1}$ (C) $\frac{x-3}{x+1}$ (D) $\frac{3x-7}{x+1}$

【隨堂卷】

解答

D

解析

$$\frac{x-2}{x+1} + \frac{2x-5}{x+1} = \frac{(x-2)+(2x-5)}{x+1} = \frac{3x-7}{x+1}$$

2. () 化簡 $\frac{x^2-x-2}{x^2-4x+3} \div \frac{x+1}{x-3} =$ (A) $\frac{x-1}{x-2}$ (B) $\frac{x-2}{x-1}$ (C) $\frac{x-3}{x-1}$ (D) $\frac{x-3}{x-2}$

【隨堂卷】

解答

B

解析

$$\text{原式} = \frac{x^2-x-2}{x^2-4x+3} \times \frac{x-3}{x+1} = \frac{(x+1)(x-2)}{(x-1)(x-3)} \times \frac{x-3}{x+1} = \frac{x-2}{x-1}$$

3. () 分式方程式 $\frac{2x+1}{x-2} = 3$ 的解為 (A) $x=-2$ (B) $x=1$ (C) $x=3$ (D) $x=7$

【隨堂卷】

解答

D

解析

$$\begin{aligned} \text{原式等式兩邊同乘 } x-2 \text{ 得 } 2x+1 &= 3(x-2) = 3x-6 \\ \Rightarrow x &= 7, \text{ 代回分母 } \neq 0, \text{ 故 } x=7 \end{aligned}$$

4. () 試求 $2x^3 - 3x^2 - 2x + 7$ 除以 $x^2 - 3x + 1$ 的餘式為 (A) $5x+4$ (B) $-13x+10$ (C) $2x+3$ (D) $-9x+21$

【隨堂卷】

解答

A

解析

$$\begin{array}{r} 2x+3 \\ x^2-3x+1 \overline{) 2x^3-3x^2-2x+7} \\ \underline{2x^3-6x^2+2x} \\ 3x^2-4x+7 \\ \underline{3x^2-9x+3} \\ 5x+4 \end{array} \quad \text{故餘式為 } 5x+4$$

5. () 若將 $(x^3+2x^2-3x+4)(5x^2+6x-2)$ 展開，則 x^3 項之係數為 (A) -5 (B) 1 (C) 5 (D) -6

【隨堂卷】

解答

A

解析

$$\text{可得 } x^3 \text{ 項之係數} = 1 \times (-2) + 2 \times 6 + (-3) \times 5 = -5$$

6. () 已知 $f(x) = 2x^3 + x^2 + 4x + 5$ 、 $g(x) = 7 + 2x + 4x^2 + x^3$ ，則 $f(x) + g(x) =$ (A) $9x^3 + 3x^2 + 8x + 6$ (B) $3x^3 + 3x^2 + 6x + 12$ (C) $3x^3 + 4x^2 + 5x + 6$ (D) $3x^3 + 5x^2 + 6x + 12$

【隨堂卷】

解答

D

解析

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) &= (2x^3 + x^2 + 4x + 5) + (7 + 2x + 4x^2 + x^3) \\ &= (2x^3 + x^2 + 4x + 5) + (x^3 + 4x^2 + 2x + 7) = 3x^3 + 5x^2 + 6x + 12 \end{aligned}$$

7. () 下列何者為多項式？ (A) $\frac{3x}{2x+7}$ (B) $|5x+4|$ (C) $\sqrt{6x-1}$ (D) $\sqrt{5x+2}$

解答

D

解析

多項式 x 不可出現在分母、根號、絕對值中，故 $\sqrt{5x+2}$ 為多項式

8. () 設 $f(x) = x^2 + 2x + 2$ 整除 $g(x) = 2x^3 + 3x^2 + ax + b$ ，則 $2a + b =$
 (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6

【99 數(A)歷屆試題】

解答

B

解析

利用長除法

$$\begin{array}{r}
 2x-1 \\
 x^2+2x+2 \overline{) 2x^3+3x^2+ax+b} \\
 \underline{2x^3+3x^2+ax+b} \\
 -x^2+(a-4)x+b \\
 \underline{-x^2-2x-2} \\
 (a-2)x+(b+2)
 \end{array}$$

$$\because f(x) \text{ 整除 } g(x) \quad \therefore \text{餘式 } (a-2)x + (b+2) = 0$$

$$\text{即 } a-2=0, b+2=0 \Rightarrow a=2, b=-2, \text{ 則 } 2a+b=2 \times 2 + (-2) = 2$$

9. () 設 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 5$ ， $g(x) = x^2 - 1$ ，令 $q(x)$ 、 $r(x)$ 分別為 $f(x) \div g(x)$ 的商式與餘式，則 $2q(x) - r(x) =$
 (A) $-3x+1$ (B) $-2x+1$ (C) $2x-1$ (D) $3x-1$

【105 數(A)歷屆試題】

解答

A

解析

利用長除法

$$\begin{array}{r}
 1-4 \\
 1+0-1 \overline{) 1-4+4-5} \\
 \underline{1+0-1} \\
 -4+5-5 \\
 \underline{-4+0+4} \\
 5-9
 \end{array}$$

$$\therefore x^3 - 4x^2 + 4x - 5 = (x^2 - 1)(x - 4) + (5x - 9)$$

$$\begin{array}{cc}
 \text{商} & \text{餘} \\
 \square & \square \\
 q(x) & r(x)
 \end{array}$$

$$\therefore 2q(x) - r(x) = 2(x - 4) - (5x - 9) = -3x + 1$$

10. () 方程式 $\frac{1}{x-4} - \frac{x}{x+6} = \frac{3}{x-2} - \frac{x}{x+2}$ 之解的個數有幾個？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【super 講義-綜合評量】

解答

C

解析

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &\Rightarrow \frac{(x+6)-x(x-4)}{(x-4)(x+6)} = \frac{3(x+2)-x(x-2)}{(x-2)(x+2)} \\
 &\Rightarrow \frac{x+6-x^2+4x}{(x-4)(x+6)} = \frac{3x+6-x^2+2x}{(x-2)(x+2)} \Rightarrow \frac{-x^2+5x+6}{(x-4)(x+6)} = \frac{-x^2+5x+6}{(x-2)(x+2)} \\
 &\Rightarrow \frac{x^2-5x-6}{(x-4)(x+6)} = \frac{x^2-5x-6}{(x-2)(x+2)} \Rightarrow \frac{x^2-5x-6}{x^2+2x-24} = \frac{x^2-5x-6}{x^2-4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (x^2 - 5x - 6)(x^2 - 4) &= (x^2 - 5x - 6)(x^2 + 2x - 24) \\ \Rightarrow (x^2 - 5x - 6)[(x^2 - 4) - (x^2 + 2x - 24)] &= 0 \Rightarrow (x^2 - 5x - 6)(-2x + 20) = 0 \\ \Rightarrow (x - 6)(x + 1)(2x - 20) &= 0 \Rightarrow x = 6 \text{ 或 } x = -1 \text{ 或 } x = 10 \\ \text{代回原方程式分母均不為 } 0, &\text{ 故原方程式解有 } 3 \text{ 個} \end{aligned}$$

11. () 解方程式 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{1}{x^2 - 2x - 6}$ 所得的根，其和等於？ (A) $-\frac{15}{2}$ (B) $-\frac{9}{2}$ (C) $\frac{9}{2}$ (D) $\frac{15}{2}$

【super 講義-綜合評量】

解答

C

解析

$$\begin{aligned} \text{原式} &\Rightarrow \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) = \frac{1}{x^2 - 2x - 6} \\ &\Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x^2 - 2x - 6} \Rightarrow \frac{x+3-x}{x(x+3)} = \frac{1}{x^2 - 2x - 6} \\ &\Rightarrow \frac{3}{x^2 + 3x} = \frac{1}{x^2 - 2x - 6} \Rightarrow 3x^2 - 6x - 18 = x^2 + 3x \\ &\Rightarrow 2x^2 - 9x - 18 = 0 \Rightarrow (2x+3)(x-6) = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ 或 } x = 6 \end{aligned}$$

代回原方程式，分母均不為 0，所以方程式的所有根的和 $= \left(-\frac{3}{2}\right) + 6 = \frac{9}{2}$

12. () 設 $f(x) = x^4 + 3x^2 - 1$ ， $g(x) = x^2 + x + 1$ ，若 $f(x) \div g(x)$ 得商式為 $q(x)$ ，則 $q(1) =$ (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

利用長除法求 $f(x) \div g(x)$

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 3 \\ x^2 + x + 1 \overline{) x^4 + 0x^3 + 3x^2 + 0x - 1} \\ \underline{x^4 + x^3 + x^2} \\ -x^3 + 2x^2 + 0x \\ \underline{-x^3 - x^2 - x} \\ 3x^2 + x - 1 \\ \underline{3x^2 + 3x + 3} \\ -2x - 4 \end{array}$$

$$\therefore \text{商式 } q(x) = x^2 - x + 3 \Rightarrow q(1) = 1 - 1 + 3 = 3$$

13. () 設多項式 $f(x) = (5x^3 - 3x^2 - 2x + 2)(x^2 + 3x + 2)$ ，展開後各項係數和為 $f(1) = a$ ，常數項為 $f(0) = b$ ，則 $a + b$ 之值為 (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析

$$\begin{aligned} \text{各項係數和} &= f(1) = (5 - 3 - 2 + 2)(1 + 3 + 2) = 12, \text{ 常數項} = f(0) = 2 \times 2 = 4, \\ a + b &= f(1) + f(0) = 12 + 4 = 16 \end{aligned}$$

14. () 化簡 $\frac{6}{x+1} - \frac{4}{(x+1)^2}$ 可得 (A) $\frac{6x-3}{(x+1)^2}$ (B) $\frac{6x+2}{(x+1)^2}$ (C) $\frac{6x+10}{(x+1)^2}$ (D) $\frac{x-3}{(x+1)^2}$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\frac{6}{x+1} - \frac{4}{(x+1)^2} = \frac{6(x+1)}{(x+1)^2} - \frac{4}{(x+1)^2} = \frac{6(x+1)-4}{(x+1)^2} = \frac{6x+2}{(x+1)^2}$$

15. () 化簡 $\frac{4}{x-2} - \frac{3x+1}{x^2+1}$ 可得 (A) $\frac{x^2+5x+6}{(x-2)(x^2+1)}$ (B) $\frac{x^2-5x+6}{(x-2)(x^2+1)}$ (C) $\frac{x^2-5x-6}{(x-2)(x^2+1)}$ (D) $\frac{x^2+5x-6}{(x-2)(x^2+1)}$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\begin{aligned} \frac{4}{x-2} - \frac{3x+1}{x^2+1} &= \frac{4(x^2+1)}{(x-2)(x^2+1)} - \frac{(x-2)(3x+1)}{(x-2)(x^2+1)} = \frac{(4x^2+4)-(3x^2-5x-2)}{(x-2)(x^2+1)} \\ &= \frac{x^2+5x+6}{(x-2)(x^2+1)} \end{aligned}$$

16. () 化簡 $\frac{2x^2-x-3}{x^2-x-2}$ 可得 (A) $\frac{2x-3}{x+2}$ (B) $\frac{2x+3}{x-2}$ (C) $\frac{2x+3}{x+2}$ (D) $\frac{2x-3}{x-2}$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\frac{2x^2-x-3}{x^2-x-2} = \frac{(2x-3)(x+1)}{(x-2)(x+1)} = \frac{2x-3}{x-2}$$

17. () 化簡 $\frac{2}{x+1} + \frac{2}{x}$ 可得 (A) $\frac{2}{x(x+1)}$ (B) $\frac{4x+2}{x(x+1)}$ (C) $\frac{4x}{x(x+1)}$ (D) $\frac{4x-2}{x(x+1)}$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\frac{2}{x+1} + \frac{2}{x} = \frac{2x}{x(x+1)} + \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2x+2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{4x+2}{x(x+1)}$$

18. () 設 $f(x)$ 為四次多項式， $g(x)$ 為五次多項式， $h(x) = f(x) \times g(x)$ ， $k(x) = f(x) + g(x)$ 且 $h(x)$ 為 a 次多項式， $k(x)$ 為 b 次多項式，則 $a-b =$
(A) 4 (B) 14 (C) 9 (D) 6

【課本自我評量】

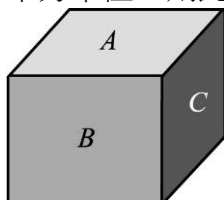
解答

A

解析

$$\begin{aligned} \deg f(x) &= 4, \deg g(x) = 5 \\ \deg h(x) &= \deg f(x) + \deg g(x) = 4 + 5 = 9 = a \\ \deg k(x) &= \deg(f(x) + g(x)) = \deg g(x) = 5 = b \\ \text{所以 } a-b &= 9-5 = 4 \end{aligned}$$

19. () 如圖， A 、 B 、 C 為長方體相鄰的三面，其面積分別為 x^2-x-6 、 $2x^2-x-15$ 、 $2x^2+9x+10$ 平方單位，則此長方體體積為多少立方單位？



- (A) $2x^3+3x^2-17x-30$ (B) $2x^3-3x^2-17x-30$ (C) $2x^3-3x^2+17x-30$ (D) $2x^3+3x^2+17x+30$

【課本自我評量】

解答

A

解析

將三面面積分別因式分解

$$x^2-x-6 = (x-3)(x+2), 2x^2-x-15 = (2x+5)(x-3), 2x^2+9x+10 = (2x+5)(x+2)$$

故體積 $= (x-3)(x+2)(2x+5) = 2x^3 + 3x^2 - 17x - 30$ (立方單位)

20. () 設 $f(x) = (a-3)x^3 + (b+1)x^2 + (c+5)x + 2$ 為零次多項式，則 $a+b+c$ 之值為 (A) 3 (B) 1 (C) -1 (D) -3

【學習卷】

解答

D

解析

$\because f(x)$ 為零次多項式 $\Rightarrow a-3=0, b+1=0, c+5=0 \Rightarrow a=3, b=-1, c=-5$
 $\therefore a+b+c=3-1-5=-3$

21. () 化簡 $\frac{2}{x+1} - \frac{3}{x-2} =$

(A) $\frac{x-7}{(x+1)(x-2)}$ (B) $\frac{-x-7}{(x+1)(x-2)}$ (C) $\frac{-1}{(x+1)(x-2)}$ (D) $\frac{-7}{(x+1)(x-2)}$

【學習卷】

解答

B

解析

$$\frac{2}{x+1} - \frac{3}{x-2} = \frac{2(x-2)}{(x+1)(x-2)} - \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{(2x-4)-(3x+3)}{(x+1)(x-2)} = \frac{-x-7}{(x+1)(x-2)}$$

22. () 化簡 $\frac{-x}{x-3} + \frac{3}{x-3} =$

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) $\frac{-(x+3)}{x-3}$

【學習卷】

解答

C

解析

$$\frac{-x}{x-3} + \frac{3}{x-3} = \frac{-x+3}{x-3} = \frac{-(x-3)}{x-3} = -1$$

23. () 若 $\frac{ax^2+bx+c}{x+3}$ 為真分式，則 (A) $a=0$ (B) $a=0, b=0$ (C) $a=0, b=0, c=0$ (D) $a=0, b=0, c \neq 0$

【學習卷】

解答

D

解析

真分式的分子次數小於分母次數，故分子的次數為零次得 $a=0, b=0, c \neq 0$

24. () 若 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 為二次多項式，則 (A) $a \neq 0$ (B) $a=0$ (C) $a=0, b \neq 0$ (D) $a=0, b=0$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$\because f(x)$ 是二次多項式 $\therefore a=0$ 且 $b \neq 0$

25. () 試求 $(4x^3 - 2x^2 + 2x - 5)(2x^2 - 5x - 6)$ 乘積中， x^3 的係數為 (A) -10 (B) -24 (C) 17 (D) 0

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$(4x^3 - 2x^2 + 2x - 5)(2x^2 - 5x - 6)$
上方展開式中， x^3 項 $= -24x^3 + 10x^3 + 4x^3 = -10x^3$
 \therefore 係數為 -10

26. () 設 $f(x) = (a-3)x^4 + (b+1)x^3 + 2x^2 - 5$ 為二次多項式，則 $a+b =$ (A) 3 (B) -1 (C) 2 (D) -2

【龍騰自命題】

解答

C

解析 $\because f(x) = (a-3)x^4 + (b+1)x^3 + 2x^2 - 5$ 為二次多項式

$$\therefore \begin{cases} a-3=0 \\ b+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases}, \text{ 可知 } a+b=2$$

27. () 設 $f(x) = ax^2 - 2x + c$, $g(x) = 3x^2 + bx + 1$, 若 $f(x) = g(x)$, 則 $a - b + c =$ (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 2

【龍騰自命題】

解答 A

解析 $\because f(x) = g(x) \therefore \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \Rightarrow a - b + c = 6 \\ c = 1 \end{cases}$

28. () 已知 $x^2 - 2x + 11$ 除 $5x^3 - 16x^2 + mx + n$ 得餘式 $-9x + 55$ ，則 $m =$ (A) 58 (B) 45 (C) 36 (D) 28

【龍騰自命題】

解答 A

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{rcc}
 & 5 & - & 6 \\
 1-2+11 \overline{) 5} & -16 & + & \\
 & 5 & -10 & + & 55 \\
 \hline
 & & - & 6 & + & (m-55) & + & n \\
 & & - & 6 & + & 12 & - & 66 \\
 \hline
 & & & & & (m-67) & + & (n+66)
 \end{array}
 \end{array}$$

∴ 餘式為 $-9x + 55$

$$\therefore m - 67 = -9 \Rightarrow m = 58$$

29. () 設 $f(x)$ 、 $g(x)$ 為兩多項式， $\deg f(x) = 3$ 且 $\deg g(x) = 5$ ，則 $\deg[f(x) \times g(x)] =$ (A) 15 (B) 8
(C) 5 (D) 3

【龍騰自命題】

解答 B

解析 $\deg[f(x) \times g(x)] = \deg f(x) + \deg g(x) = 3 + 5 = 8$

30. () 若以 $x-2$ 除 $3x^5-2x^4+6x^2+5x+a$ 得餘式為 -15 ，則 a 之值為何？ (A) -113 (B) -56
(C) 1 (D) 12

【龍騰自命題】

解答 A

解析 由餘式定理知： $x=2$ 代入 $3x^5-2x^4+6x^2+5x+a$ ，所得之值就是餘式

$$\therefore 3 \times 2^5 - 2 \times 2^4 + 6 \times 2^2 + 5 \times 2 + a = -15 \Rightarrow 96 - 32 + 24 + 10 + a = -15 \Rightarrow a = -113$$

31. () 已知 $f(x) = x^3 + ax^2 - x + 5$ 與 $g(x) = x^3 - x^2 + bx + 7$ 分別除以 $x^2 - 3x + 2$ 得到相同之餘式，則 $a + b$ 之值為何？ (A) -6 (B) -5 (C) -1 (D) 3

【龍騰自命題】

解答 A

解析 \therefore 得到相同之餘式 $\therefore x^2 - 3x + 2$ 是 $f(x) - g(x)$ 之因式

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 \text{ 是 } (a+1)x^2 - (1+b)x - 2 \text{ 之因式 } \Rightarrow \begin{cases} a+1=-1 \\ 1+b=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=-4 \end{cases}$$

$$\therefore a + b = -6$$

32. () 若多項式 $f(x)$ 除以 $x^3 - 1$ 得餘式為 $2x^2 - 3x + 4$ ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 + x + 1$ 的餘式為何？ (A) $x + 1$ (B) $2x - 3$ (C) $3x - 1$ (D) $-5x + 2$

【龍騰自命題】

解答 D

解析 由題意知： $f(x) = (x^3 - 1)O(x) + 2x^2 - 3x + 4 = (x - 1)(x^2 + x + 1)O(x) + 2x^2 - 3x + 4$

$$\text{而 } x^2 + x + 1 \overline{\begin{array}{r} 2x^2 - 3x + 4 \\ 2x^2 + 2x + 2 \\ \hline -5x + 2 \end{array}}$$

∴ 餘式為 $-5x + 2$

33. () 因式分解 $1 - x^2 + y^2 - x^2y^2$ (A) $(1+x)(1-x)(1+y^2)$ (B) $(1+y)(1-y)(1+x^2)$ (C) $(1+x)(1-x)(1+y)(1-y)$ (D) $(1+y)(1+x)(x^2+y^2)$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$1 - x^2 + y^2 - x^2y^2 = (1 - x^2) + (y^2 - x^2y^2) = (1 - x^2) + y^2(1 - x^2) = (1 - x^2)(1 + y^2) = (1 + x)(1 - x)(1 + y^2)$$

34. () 因式分解 $(3x-1)^2 - 2(3x-1)(x+1) - 8(x+1)^2$ (A) $(x-5)(5x+1)$ (B) $(x+5)(5x-1)$ (C) $-(x-5)(5x-1)$ (D) $-(x+5)(5x+1)$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\text{令 } 3x-1 = A, x+1 = B$$

$$\therefore \text{原式} = A^2 - 2AB - 8B^2 = (A + 2B)(A - 4B) = [(3x-1) + 2(x+1)][(3x-1) - 4(x+1)] = (5x+1)(-x-5) = -(5x+1)(x+5)$$

$$\begin{array}{r} A + 2B \\ \times \\ A - 4B \\ \hline -4AB + 2AB = -2AB \end{array}$$

35. () 因式分解 $2(3x+1)^2 - 5(3x+1)(y-2) - 12(y-2)^2$ (A) $(6x+3y-4)(3x-4y+9)$ (B) $(6x-3y+4)(3x+4y-9)$ (C) $(6x-3y-4)(3x-4y-9)$ (D) $(6x+3y+4)(3x+4y-9)$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\text{令 } 3x+1 = A, y-2 = B$$

$$\therefore \text{原式} = 2A^2 - 5AB - 12B^2 = (2A + 3B)(A - 4B) = [2(3x+1) + 3(y-2)][(3x+1) - 4(y-2)] = (6x+3y-4)(3x-4y+9)$$

$$\begin{array}{r} 2A + 3B \\ \times \\ A - 4B \\ \hline -8AB + 3AB = -5AB \end{array}$$

36. () 因式分解 $9x^4 - 37x^2 + 4$ (A) $(x+2)(x-2)(3x+1)(3x-1)$ (B) $(x+1)(x-1)(3x+2)(3x-2)$ (C) $(x+3)(x-3)(x^2+x-1)$ (D) $(x-3)(x+2)(2x^2-x+5)$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$9x^4 - 37x^2 + 4 = (9x^2 - 1)(x^2 - 4) = (3x+1)(3x-1)(x+2)(x-2)$$

$$\begin{array}{r} 9x^2 - 1 \\ \times \\ x^2 - 4 \\ \hline -36x^2 - x^2 = -37x^2 \end{array}$$

37. () 設 $f(x) = x^3 + x^2 + mx + n$ ，若 $f(x)$ 除以 $x-2$ ，餘式為 4；除以 $x-1$ ，餘式為 3，則 $m-n$ 之值為何？ (A) -19 (B) -1 (C) 1 (D) 19

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\text{由餘式定理知：} f(2) = 4 \text{ 且 } f(1) = 3$$

$$\therefore \begin{cases} 8 + 4 + 2m + n = 4 \\ 1 + 1 + m + n = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m + n = -8 \\ m + n = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -9 \\ n = 10 \end{cases}$$

$$\therefore m - n = -19$$

38. () 因式分解 $2ax + by - 2cx + ay + 2bx - cy$ (A) $(a - b + c)(2x + y)$ (B) $(a - b + c)(2x - y)$
(C) $(a + b - c)(2x + y)$ (D) $(a + b - c)(2x - y)$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$\text{原式} = 2ax - 2cx + 2bx + by + ay - cy = 2x(a - c + b) + y(a - c + b) = (a - c + b)(2x + y)$$

39. () 因式分解 $50x^2 - 60x + 18$ (A) $(5x - 3)^2$ (B) $(5x + 3)^2$ (C) $2(5x + 3)^2$ (D) $2(5x - 3)^2$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$50x^2 - 60x + 18 = 2(25x^2 - 30x + 9) = 2[(5x)^2 - 2 \times 5x \times 3 + 3^2] = 2(5x - 3)^2$$

40. () 因式分解 $72x^2 + 6x - 45$ (A) $3(4x - 3)(6x - 5)$ (B) $3(4x - 3)(6x + 5)$ (C) $3(4x + 3)(6x - 5)$
(D) $3(4x + 3)(6x + 5)$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$72x^2 + 6x - 45 = 3(24x^2 + 2x - 15) = 3(4x - 3)(6x + 5)$$

$$\begin{array}{r} 4x \quad -3 \\ \times \\ 6x \quad +5 \\ \hline 20x - 18x = 2x \end{array}$$

41. () 因式分解 $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 360$ (A) $(x + 3)(x + 4)(x + 8)(x - 1)$ (B) $(x - 3)(x + 3)(x - 1)(x + 5)$ (C) $(x^2 + 5x + 24)(x + 7)(x - 2)$ (D) $(2x - 1)(2x + 1)(x + 3)(x - 3)$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$(x + 1)(x + 4)(x + 2)(x + 3) - 360 = (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - 360$$

$$\text{令 } x^2 + 5x = A$$

$$\therefore \text{原式} = (A + 4)(A + 6) - 360 = A^2 + 10A + 24 - 360$$

$$= A^2 + 10A - 336 = (A + 24)(A - 14)$$

$$= (x^2 + 5x + 24)(x^2 + 5x - 14) = (x^2 + 5x + 24)(x + 7)(x - 2)$$

$$\begin{array}{r} A \quad +24 \\ \times \\ A \quad -14 \\ \hline -14A + 24A = 10A \end{array}$$

42. () 設 $f(x) = (3x^{13} + 5x^9 - 5x^7 - 7x + 3)^{888}$, $g(x) = 8x^9 - 4x^8 + 3$, 則 $f(x) \times g(x)$ 的各項係數和為
(A) -5 (B) -7 (C) 5 (D) 7

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析

$$f(x) \times g(x) \text{ 之各項係數和} = f(1) \times g(1) = (-1)^{888} \times 7 = 7$$

43. () 多項式 $(9x^4 - 5x^2 + 7x + 1)(4x^3 + 2x^2 + 3x - 7)$ 的 x^5 項的係數為何? (A) -20 (B) -2 (C) 7 (D) 63

【104 數(A)歷屆試題】

解答

C

解析

$$\begin{array}{c} \overbrace{(9x^4 - 5x^2 + 7x + 1)(4x^3 + 2x^2 + 3x - 7)}^{9 \times 3} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{-5 \times 4} \\ x^5 \text{ 項的係數為 } 9 \times 3 + (-5) \times 4 = 7 \end{array}$$

44. () 若多項式 $f(x)$ 除以 $x + 2$ 的餘式為 -1, 則 $(3x^3 + 1)f(x) + x^2 + x + 1$ 除以 $x + 2$ 的餘式為何?
(A) -3 (B) 3 (C) 13 (D) 26

解答

D

解析

 $f(x)$ 除以 $x+2$ 的餘式為 $-1 \Rightarrow f(-2) = -1$ 欲求 $(3x^3+1)f(x)+x^2+x+1$ 除以 $x+2$ 的餘式，即將 $x=-2$ 代回，可得

$$(3 \times (-2)^3 + 1)f(-2) + (-2)^2 + (-2) + 1 = (-23)(-1) + 4 - 2 + 1 = 26$$

45. () 已知 n 次多項式 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \cdots + a_1 x + a_0$ ，則 $f(x)$ 的各項係數之和 $a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \cdots + a_1 + a_0$ 為 (A) $f(1)$ (B) $f(-1)$ (C) $f(0)$ (D) a_0

【學習卷】

解答

A

解析

將 $x=1$ 代入 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \cdots + a_1 x + a_0$ 得各項係數之和為 $f(1) = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \cdots + a_1 + a_0$

46. () 試求 $(2x^3 + 4x^2 + 1)(2x^2 - x - 4)$ 展開式中 x^4 項係數為 (A) 4 (B) 8 (C) 6 (D) 5

【龍騰自命題】

解答

C

解析

展開得 $-2x^4 + 8x^4 = 6x^4$ \therefore 係數為 6

47. () 若 $f(x) = ax + b$ 為零次多項式，則 a 、 b 需滿足下列何者條件？ (A) $a \neq 0$ (B) $a = 0$ ， $b = 0$ (C) $a = 0$ ， $b \neq 0$ (D) $a = 0$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

 $f(x) = ax + b$ 為零次多項式 $\Rightarrow a = 0$ ， $b \neq 0$

48. () 設 $f(x) = 3x^4 + ax^3 - 7x^2 + ax + 5$ ，若 $f(-1) = -7$ ，則 a 值為 (A) -4 (B) -3 (C) 3 (D) 4

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\therefore f(-1) = -7$$

$$\therefore 3 \times (-1)^4 + a \times (-1)^3 - 7 \times (-1)^2 + a \times (-1) + 5 = -7 \Rightarrow 3 - a - 7 - a + 5 = -7 \Rightarrow a = 4$$

49. () $f(x) = x^5 - 42x^3 - 51x^2 + 75$ ，求 $f(7) =$ (A) -22 (B) -23 (C) -24 (D) -25

【龍騰自命題】

解答

B

解析

 $f(x)$ 除以 $(x-7)$ 之餘式為 $f(7)$

利用綜合除法

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & +0 & -42 & -51 & +0 & +75 \\ & +7 & +49 & +49 & -14 & -98 \\ \hline & 1 & +7 & +7 & -2 & -14 & -23 \end{array} \quad \therefore f(7) = -23$$

50. () 下列何者為 $f(x) = x^3 - 7x + 6$ 的因式？ (A) $x+1$ (B) $x+2$ (C) $x-2$ (D) $x-3$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

 $\therefore f(1) = 1 - 7 + 6 = 0 \therefore x-1$ 是 $f(x)$ 的因式

利用綜合除法：

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & +0 & -7 & +6 \\ & +1 & +1 & -6 \\ \hline & 1 & +1 & -6 & +0 \end{array}$$

$$\therefore f(x) = (x-1)(x^2 + x - 6) = (x-1)(x-2)(x+3)$$

51. () 已知 $f(x)$ 為二次多項式函數，滿足 $f(1) = f(-2) = 0$ ，且 $f(-1) = 10$ ，則 $f(2)$ 之值為何？

(A) -20 (B) -15 (C) 12 (D) 20

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\because f(1) = f(-2) = 0$$

$\therefore f(x)$ 有因式 $x-1, x+2$

$$\text{令 } f(x) = k(x-1)(x+2)$$

$$\text{又 } \because f(-1) = 10 \quad \therefore k(-1-1)(-1+2) = 10 \Rightarrow k = -5$$

$$\therefore f(x) = -5(x-1)(x+2)$$

$$\text{可知 } f(2) = -5(2-1)(2+2) = -20$$

52. () 設 $x-a$ 能同時整除 $2x^2-5x-3$ 和 $4x^2+8x+3$ ，則下列何者正確？ (A) $-2 < a \leq -1$ (B) $-1 < a \leq 0$ (C) $0 < a \leq 1$ (D) $1 < a \leq 2$

【99 數(A)歷屆試題】

解答

B

解析

$$\because 2x^2-5x-3 = (2x+1)(x-3) = 2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-3) \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$4x^2+8x+3 = (2x+1)(2x+3) = 2\left(x+\frac{1}{2}\right)(2x+3) \cdots \cdots \textcircled{2}$$

又 $x-a$ 能同時整除 $2x^2-5x-3$ 和 $4x^2+8x+3$

$$\therefore \text{由 } \textcircled{1}\textcircled{2} \text{ 知： } x-a = x+\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, \text{ 則 } -1 < a \leq 0$$

53. () 已知多項式 $f(x)$ 以 $x+1$ 除之餘式為 1，以 $x-2$ 除之餘式為 7，試求以 $(x+1)(x-2)$ 除 $f(x)$ 之餘式為何？ (A) $x-1$ (B) $x+1$ (C) $2x-1$ (D) $2x+3$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

由餘式定理知： $f(-1) = 1$ 且 $f(2) = 7$

$$\text{令 } f(x) = (x+1)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$\because f(-1) = 1 \quad \therefore -a + b = 1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{又 } \because f(2) = 7 \quad \therefore 2a + b = 7 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{1}\textcircled{2} \text{ 知： } \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \therefore \text{餘式為 } 2x + 3$$

54. () 設 $f(x)$ 為整係數三次多項式，已知 $f(-1) = 0, f(\frac{1}{2}) = 0, f(2) = 45, f(-2) = -35$ ，則 $f(3)$ 之值為何？ (A) -120 (B) -80 (C) 25 (D) 160

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\because f(-1) = f(\frac{1}{2}) = 0 \quad \therefore f(x) \text{ 有因式 } x+1, 2x-1$$

$$\text{令 } f(x) = (x+1)(2x-1)(ax+b)$$

$$\because f(2) = 45 \quad \therefore (2+1)(4-1)(2a+b) = 45 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{又 } \because f(-2) = -35 \quad \therefore (-2+1)(-4-1)(-2a+b) = -35 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{1}\textcircled{2} \text{ 知： } \begin{cases} 2a+b=5 \\ -2a+b=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases}$$

$$\therefore f(x) = (x+1)(2x-1)(3x-1) \Rightarrow f(3) = (3+1)(6-1)(9-1) = 160$$

55. () 若 $f(x)$ 為不低於 2 次之多項式，已知 $f(x)$ 除以 $x-2$ 所得之餘式為 11，除以 $x+1$ 所得之餘式為 2，則 $f(x)$ 除以 x^2-x-2 所得餘式為何？ (A) $2x+7$ (B) $3x+5$ (C) $x+9$ (D) $x+3$

【龍騰自命題】

解答**B****解析**由餘式定理知： $f(2) = 11$ 且 $f(-1) = 2$

$$\text{令 } f(x) = (x^2 - x - 2)Q(x) + ax + b = (x - 2)(x + 1)Q(x) + ax + b$$

$$\therefore f(2) = 11 \quad \therefore 2a + b = 11 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{又 } \therefore f(-1) = 2 \quad \therefore -a + b = 2 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{1}\textcircled{2} \text{ 知：} \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \end{cases} \quad \therefore \text{餘式為 } 3x + 5$$

56. () 設 a 、 b 、 k 為常數。若對每一實數 x 皆滿足 $x^4 - x^3 - 2x^2 + 13x + k = (x^2 + 2x + a)(x^2 - 3x + b)$ ，則 $k =$
 (A) -5 (B) -3 (C) 3 (D) 5

【103 數(B)歷屆試題】

解答**A****解析**

$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 13x + k$$

$$= (x^2 + 2x + a)(x^2 - 3x + b) = x^4 - x^3 + (a + b - 6)x^2 + (2b - 3a)x + ab$$

$$\begin{cases} a + b - 6 = -2 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2b - 3a = 13 \cdots \cdots \textcircled{2} \\ ab = k \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b - 6 = -2 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2b - 3a = 13 \cdots \cdots \textcircled{2} \\ ab = k \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b - 6 = -2 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2b - 3a = 13 \cdots \cdots \textcircled{2} \\ ab = k \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\text{由 } \textcircled{1} \text{ 得 } a + b = 4 \cdots \cdots \textcircled{4} \Rightarrow 2a + 2b = 8 \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{5} - \textcircled{2} \text{ 得 } 5a = -5 \Rightarrow a = -1, \text{ 代入 } \textcircled{4} \text{ 得 } -1 + b = 4 \Rightarrow b = 5$$

$$\therefore k = ab = -5$$

57. () 給定一分式 $\frac{x+1}{x^2-1} + \frac{x^2+x-6}{x^2+6x+9}$ 。若已知該分式化成最簡分式為 $\frac{ax^2+bx+c}{dx^2+2x+e}$ ，其中 $x \neq -3, -1$ ， 1 ，則 $a+b+c+d+e =$
 (A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 4

【104 數(B)歷屆試題】

解答**C****解析**

$$\frac{x+1}{x^2-1} + \frac{x^2+x-6}{x^2+6x+9} = \frac{x+1}{(x+1)(x-1)} + \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)^2} = \frac{1}{x-1} + \frac{x-2}{x+3}$$

$$= \frac{x+3}{x^2+2x-3} + \frac{x^2-3x+2}{x^2+2x-3} = \frac{x^2-2x+5}{x^2+2x-3}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-2x+5}{x^2+2x-3} = \frac{ax^2+bx+c}{dx^2+2x+e}$$

$$\therefore \text{分母的 } 2x \text{ 相同，則比較係數得 } a = 1, b = -2, c = 5, d = 1, e = -3$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 1 + (-2) + 5 + 1 + (-3) = 2$$

58. () 因式分解 $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ 為下列何者？ (A) $(2x-1)^3$ (B) $(2x+1)^3$ (C) $(x+2)^3$ (D) $(x-2)^3$

【super 講義-綜合評量】

解答**C****解析**

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$= x^3 + 3 \times x^2 \times 2 + 3 \times x \times 2^2 + 2^3$$

$$= (x+2)^3$$

59. () 因式分解 $8x^3 - 27$ 為下列何者？ (A) $(2x-3)(4x^2+6x+9)$ (B) $(2x+3)(4x^2+6x+9)$ (C) $(2x+3)(4x^2-6x+9)$ (D) $(2x-3)(4x^2-6x+9)$

解答

A

解析

$$\begin{aligned}
 & 8x^3 - 27 \\
 &= (2x)^3 - 3^3 \\
 &= (2x-3)\left[(2x)^2 + 2x \times 3 + 3^2\right] \\
 &= (2x-3)(4x^2 + 6x + 9)
 \end{aligned}$$

60. () 已知多項式 $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - x^2 + 3x + 1$, $g(x) = 2x^2 + 3x - 5$, 則 $f(x) \times g(x)$ 的 x^5 項係數為 (A)1 (B)-1 (C)17 (D)-17

【龍騰自命題，進階卷】

解答

A

解析

x^5 項的係數為 $3 \times 3 + (-4) \times 2 = 9 - 8 = 1$

61. () 設 $x-1$ 為 $f(x) = 2x^3 - kx^2 + 7x - 5$ 之因式，則 $k =$ (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

【課本自我評量】

解答

D

解析

因為 $x-1$ 為 $f(x) = 2x^3 - kx^2 + 7x - 5$ 之因式
由因式定理知： $f(1) = 0 \Rightarrow 2 - k + 7 - 5 = 0$ ，所以 $k = 4$

62. () 若 $x^2 - 3x + 2$ 是 $ax^3 + 3x^2 + bx - 2$ 的因式，則 $a+b$ 之值為 (A) $-\frac{4}{3}$ (B)-1 (C) $-\frac{1}{3}$ (D)0

【課本自我評量】

解答

B

解析

令 $f(x) = ax^3 + 3x^2 + bx - 2$ ，因為 $x^2 - 3x + 2 \mid f(x)$ ，則 $(x-1)(x-2) \mid f(x)$
由因式定理知： $f(1) = 0$ 且 $f(2) = 0$
即 $\begin{cases} a+3+b-2=0 \\ 8a+12+2b-2=0 \end{cases}$ ，整理得 $\begin{cases} a+b=-1 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 4a+b=-5 \end{cases}$ ，由 $\textcircled{1}$ 知 $a+b=-1$

63. () 已知多項式 $f(x)$ ，以 $x^2 + 2x - 3$ 除之，得餘式為 $2x + 3$ ，則 $f(1)$ 之值為 (A)4 (B)5 (C)6 (D)7

【中壢家商段考題 light 講義-類題】

解答

B

解析

設 $f(x)$ 除以 $x^2 + 2x - 3$ 的商式為 $q(x)$ ，由除法原理知
 $f(x) = (x^2 + 2x - 3) \times q(x) + (2x + 3) \Rightarrow f(1) = (1 + 2 - 3) \times q(1) + (2 + 3) = 0 \times q(1) + 5 = 5$

64. () 試求 $(x-1)$ 除 $x^{2019} + x^2 - 1$ 之餘式為 (A)-1 (B)0 (C)1 (D)2

【松山家商段考題 light 講義-類題】

解答

C

解析

設 $f(x) = x^{2019} + x^2 - 1$ ，又除式 $x-1=0 \Rightarrow x=1$ ， $f(x)$ 除以 $x-1$ 之餘式為 $f(1)$
又 $f(1) = 1^{2019} + 1^2 - 1 = 1$ ，故餘式為 1

65. () 設 $f(x) = x^5 - 6x^4 - 4x^3 - 25x^2 + 30x - 7$ ，則 $f(7) =$ (A)9 (B)8 (C)7 (D)6

【岡山農工段考題 light 講義-類題】

解答

C

解析

$f(7)$ 即 $f(x)$ 除以 $x-7$ 的餘式，乘數 $\Rightarrow x-7=0 \Rightarrow x=7$
亦可用 $f(x) = f(7)$ 得出乘數 $x=7$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad -6 \quad -4 \quad -25 \quad +30 \quad -7 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} +7 & +7 & +21 & -28 & +14 & \\ \hline 1 & +1 & +3 & -4 & +2 & +7 = f(7) \end{array}$$

利用綜合除法，餘式為 7，故 $f(7)$ 的值為 7

66. () 設 $f(x)$ 為二次多項式函數，且 $f(1)=f(-2)=0$ ， $f(-1)=2$ ，則 $f(0)$ 之值為 (A)0 (B)2 (C)4 (D)6

【岡山農工段考題 light 講義-類題】

解答

B

解析

因為 $f(1)=f(-2)=0$ ，所以 $(x-1)(x+2)$ 是 $f(x)$ 的因式

又 $f(x)$ 為二次多項式函數，故可設 $f(x)=a(x-1)(x+2)$

又 $f(-1)=2$ ，得 $a(-1-1)(-1+2)=2$ ，乘開得 $-2a=2$ ，所以 $a=-1$

因此可得 $f(x)=-(x-1)(x+2)=-(x^2+x-2)=-x^2-x+2$ ，故 $f(0)=-0-0+2=2$

67. () 因式分解 $x^2+3x-10=$
(A) $(x+5)(x+2)$ (B) $(x+5)(x-2)$ (C) $(x-5)(x+2)$ (D) $(x-5)(x-2)$

【宜蘭高商段考題 light 講義-類題】

解答

B

解析

$$\begin{array}{r} x \qquad \qquad +5 \\ x \qquad \qquad -2 \\ \hline 5x \qquad + \quad (-2x) = 3x \\ x^2 + 3x - 10 = (x+5)(x-2) \end{array}$$

68. () 已知 $f(x)=x^2-2x+4$ 、 $g(x)=3x-2$ ，則 $f(x) \times g(x)$ 的 x^2 項係數為 (A)-8 (B)16 (C)-2 (D)3

【light 講義-綜合評量】

解答

A

解析

分離係數法

$$\begin{array}{r} \text{不定元} \quad x^3 \quad x^2 \quad x \quad \text{常} \\ \qquad \qquad \qquad 1 \quad -2 \quad +4 \\ \times) \qquad \qquad \qquad 3 \quad -2 \\ \hline \qquad \qquad -2 \quad +4 \quad -8 \\ \qquad \qquad \qquad 3 \quad -6 \quad +12 \\ \hline \qquad \qquad \qquad 3 \quad -8 \quad +16 \quad -8 \end{array}$$

所以 $f(x) \times g(x)=3x^3-8x^2+16x-8$ ，因此 x^2 項係數為 -8

69. () 因式分解 $(a-3)x+(3a-9)=$
(A) $(a+3)(x+3)$ (B) $(a-3)(x+3)$ (C) $(a+3)(x-3)$ (D) $(a-3)(x-3)$

【light 講義-綜合評量】

解答

B

解析

$(a-3)x+(3a-9)=(a-3)x+3(a-3)=(a-3)(x+3)$

70. () 化簡 $\frac{x^2+x}{x^2-16} \div \frac{x+1}{x-4}=$
(A) $\frac{x}{x+4}$ (B) $\frac{x}{x-4}$ (C) $\frac{x+1}{x+4}$ (D) $\frac{x+1}{x-4}$

【light 講義-綜合評量】

解答**A****解析**

$$\frac{x^2+x}{x^2-16} \div \frac{x+1}{x-4} = \frac{x^2+x}{x^2-16} \times \frac{x-4}{x+1} = \frac{x(x+1)}{(x+4)(x-4)} \times \frac{x-4}{x+1} = \frac{x}{x+4}$$

71. () 已知 $f(x) = x^2 + bx + c$ 為二次多項式。若 $f(x)$ 被 $(x+1)^2$ 除的餘式被 $x-1$ 整除，且 $f(x)$ 被 $(x-1)^2$ 除的餘式被 $x+1$ 整除，則 $c = ?$ (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

【110 數(B)歷屆試題】

解答**D****解析**

依題意計算

$$\begin{array}{r} 1 \\ x^2 + 2x + 1 \overline{) x^2 \quad + bx \quad + c} \\ \underline{x^2 \quad + 2x \quad + 1} \\ (b-2)x \quad + (c-1) \end{array}$$

又 $[(b-2)x + (c-1)]$ 被 $(x-1)$ 整除

$$\Rightarrow (b-2) \times 1 + (c-1) = 0 \Rightarrow b + c - 3 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

依題意計算

$$\begin{array}{r} 1 \\ x^2 - 2x + 1 \overline{) x^2 \quad + bx \quad + c} \\ \underline{x^2 \quad - 2x \quad + 1} \\ (b+2)x \quad + (c-1) \end{array}$$

又 $[(b+2)x + (c-1)]$ 被 $(x+1)$ 整除

$$\Rightarrow (b+2)(-1) + (c-1) = 0 \Rightarrow -b + c - 3 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{解}\textcircled{1}\textcircled{2}\text{聯立得 } 2c - 6 = 0 \Rightarrow c = 3$$

72. () 設多項式 $f(x)$ 以 $x+1$ 除之得餘式為 -2 ，以 $x-3$ 除之得餘式為 6 ，求 $f(x)$ 以 $(x+1)(x-3)$ 除之所得餘式為 (A) $2x$ (B) $4x$ (C) $2x-3$ (D) $4x-6$

【龍騰自命題，進階卷】

解答**A****解析** \because 除式 $(x+1)(x-3)$ 為二次式 \therefore 假設餘式為一次式： $ax+b$ 由除法原理得 $f(x) = (x+1)(x-3) \times q(x) + ax + b$

$$\text{又由題意知：} \begin{cases} f(-1) = -2 \\ f(3) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a + b = -2 \\ 3a + b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases}$$

故所得之餘式為 $2x$

73. () 已知 $f(x)$ 為 3 次多項式且領導係數為 2， $g(x)$ 為 2 次多項式且領導係數為 3，下列敘述何者恆為正確？ (A) $f(3x) + g(2x)$ 為 5 次多項式且領導係數為 54 (B) $f(3x) - g(-2x)$ 為 3 次多項式且領導係數為 54 (C) $f(2x) \times g(3x)$ 為 5 次多項式且領導係數為 36 (D) $f(2x)$ 除以 $g(-3x)$ 之商式為 1 次多項式且領導係數為 1

【110 數(A)歷屆試題】

解答**B****解析**設 $f(x) = 2x^3$ ， $g(x) = 3x^2$

$$\text{(A)} f(3x) + g(2x) = 2(3x)^3 + 3(2x)^2 = 54x^3 + 12x^2 \quad (\times) \quad \text{(B)} f(3x) - g(-2x)$$

$$= 2(3x)^3 - 3(-2x)^2 = 54x^3 - 12x^2 \quad (\bigcirc) \quad \text{(C)} f(2x) \times g(3x) = 2(2x)^3 \times 3(3x)^2 = 16x^3 \times 27x^2 = 432x^5$$

$$(\times) \quad \text{(D)} f(2x) = 2(2x)^3 = 16x^3, \quad g(-3x) = 3(-3x)^2 = 27x^2, \quad f(2x) \text{ 除以 } g(-3x) \text{ 為}$$

$$\frac{16x^3}{27x^2} = \frac{16}{27}x \quad (\times) \quad (\because \text{領導係數不為 } 1)$$

74. () 設 $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - ax + b$, $g(x) = x^2 - x - 1$, 若 $f(x) \div g(x)$ 得餘式為 $7x + 9$, 則 $a^2 + b^2$ 之值為 (A)15 (B)16 (C)17 (D)18

【super 講義-綜合評量】

解答

C

解析

利用長除法求 $f(x) \div g(x)$

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 5x + 5 \\ x^2 - x - 1 \overline{) 3x^3 + 2x^2 - ax + b} \\ \underline{3x^3 - 3x^2 - 3x + 5} \\ 5x^2 + (3-a)x + b - 5 \\ \underline{5x^2 - 5x + 5} \\ (8-a)x + (b+5) \end{array}$$

$$\therefore \text{餘式} = (8-a)x + (b+5) = 7x + 9, \text{比較係數} \begin{cases} 8-a=7 \\ b+5=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases}$$

$$\text{故 } a^2 + b^2 = 1 + 16 = 17$$

75. () 設 $f(x) = x^4 + mx^2 + nx - 11$, 以 $x-1$ 除 $f(x)$ 得餘式為 10 , 以 $x+1$ 除 $f(x)$ 得餘式為 16 , 則 $m+n =$ (A)20 (B)21 (C)22 (D)23

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

分析：餘式定理，以 $x-a$ 除 $f(x)$ 所得的餘式為 $f(a)$

$$f(x) = x^4 + mx^2 + nx - 11$$

$$\text{由題意得知} \begin{cases} f(1) = 10 \\ f(-1) = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+m+n-11=10 \\ 1+m-n-11=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n=20 \cdots \cdots \text{①} \\ m-n=26 \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{由①可得 } m+n=20$$

76. () 因式分解 $a^2 - b^2 + 4b - 4$ 得 (A) $(a+b-2)(a+b-2)$ (B) $(a+b-2)(a-b+2)$ (C) $(a+b+2)(a-b+2)$ (D) $(a+b+2)(a-b-2)$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

B

解析

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 + 4b - 4 &= a^2 - (b^2 - 2 \times b \times 2 + 2^2) = a^2 - (b-2)^2 \\ &= [a + (b-2)][a - (b-2)] = (a+b-2)(a-b+2) \end{aligned}$$

77. () 解方程式 $\frac{2}{x-2} = \frac{1}{x+1}$, 其解為 (A)-1 (B)-2 (C)-3 (D)-4

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析

$$\begin{aligned} \text{將原式等號兩邊同乘以 } (x-2)(x+1), \text{ 得 } 2(x+1) &= (x-2) \Rightarrow 2x+2 = x-2 \Rightarrow x = -4 \\ \Rightarrow x = -4 \text{ 代入原式分母, 分母皆不為 } 0, \text{ 所以方程式的解為 } x &= -4 \end{aligned}$$

78. () 已知 $f(x)$ 是一個二次多項式，且 $f(1) = f(-2) = 0$, $f(2) = 8$, 則 $x+3$ 除 $f(x)$ 的餘式為何？ (A)-8 (B)-2 (C)4 (D)8

【111 數(B)歷屆試題】

解答

D

解析

$$\text{設 } f(x) = a(x-1)(x+2) + 0$$

$$\therefore f(2) = 8$$

$$\therefore a \times 1 \times 4 + 0 = 8 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{得 } f(x) = 2(x-1)(x+2)$$

$$\text{令 } x+3=0 \Rightarrow x=-3$$

$$\text{則所求餘式為 } f(-3)=2 \times (-4) \times (-1)=8$$

79. () 設一個次數不小於3之多項式 $f(x)$ ，以 $x+2$ 除之餘-6，以 $x-3$ 除之餘9。若以 $(x+2)(x-3)$ 除 $f(x)$ 所得餘式為 $r(x)$ ，則 $r(1)$ 之值為何？ (A)-6 (B)0 (C)3 (D)9

【light 講義-類題】

解答

C

解析

設 $f(x)$ 除以 $(x+2)(x-3)$ 的商式為 $q(x)$ ，

餘式為 $r(x)=ax+b$ ，由除法原理知： $f(x)=(x+2)(x-3) \times q(x)+(ax+b)$

$$\text{又由餘式定理知：} \begin{cases} f(-2)=-6 \\ f(3)=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a+b=-6 \\ 3a+b=9 \end{cases}, \text{解聯立得} \begin{cases} a=3 \\ b=0 \end{cases}$$

$$\therefore \text{餘式為 } r(x)=3x \Rightarrow r(1)=3$$

80. () 已知 a 為實數，若多項式 $f(x)=3x^3+ax^2+5x+62$ 除以 $x-3$ 的餘式為95，則 $a=$ (A)-7 (B)-5 (C)-3 (D)-1

【light 講義-類題】

解答

A

解析

由餘式定理可知 $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為95，即 $f(3)=95$

$$\text{故 } 3 \times 3^3 + a \times 3^2 + 5 \times 3 + 62 = 95 \Rightarrow 9a = 95 - 81 - 15 - 62 \Rightarrow 9a = -63 \therefore a = -7$$

81. () 若 $f(x)=(a^2+a-2)x^2+(a+2)x+a$ 為一次多項式， $g(x)=(b-3)x+2018$ 為零次多項式，則數對 $(a,b)=$ (A)(3,1) (B)(1,0) (C)(2,3) (D)(1,3)

【light 講義-類題】

解答

D

解析

$$\because f(x)=(a^2+a-2)x^2+(a+2)x+a$$

為一次多項式，則

$$\begin{cases} a^2+a-2=0 \\ a+2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+2)(a-1)=0 \\ a \neq -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=-2 \text{ 或 } 1 \\ a \neq -2 \end{cases}$$

$$\therefore a=1$$

$\because g(x)=(b-3)x+2018$ 為零次多項式

$$\text{則 } b-3=0 \Rightarrow b=3$$

$$\text{故數對 } (a,b)=(1,3)$$

82. () 已知 $(x-3)$ 為 x^3+kx-6 之因式，則下列何者為 x^3+kx-6 之因式分解？ (A) $(x-3)(x-2)(x-1)$ (B) $(x-3)(x-2)(x+1)$ (C) $(x-3)(x+2)(x-1)$ (D) $(x-3)(x+2)(x+1)$

【103 數(B)歷屆試題】

解答

D

解析

$$\text{令 } f(x)=x^3+kx-6 \quad \because x-3 \text{ 為 } f(x)=x^3+kx-6 \text{ 的因式}$$

$$\text{由因式定理知： } f(3)=0 \Rightarrow 27+3k-6=0 \therefore k=-7$$

利用綜合除法

$$\begin{array}{rrrr|l} 1 & +0 & -7 & -6 & 3 \\ & +3 & +9 & +6 & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad +3 \quad +2 \quad , \quad +0 \end{array}$$

$$\text{得 } f(x) = x^3 - 7x - 6 = (x-3)(x^2 + 3x + 2) = (x-3)(x+2)(x+1)$$

83. () 已知多項式 $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$ ， $g(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ 。若 $f(x) + g(x)$ 可以被 $x^2 + 1$ 整除，則 $a + b =$
(A) -2 (B) 0 (C) 3 (D) 5

【106 數(B)歷屆試題】

解答

D

解析

$$f(x) + g(x) = x^3 + x^2 + (a-5)x + (b+2)$$

利用長除法

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x^2+0x+1 \overline{) x^3 + x^2 + (a-5)x + (b+2)} \\ \underline{x^3 + 0x^2 + x} \\ x^2 + (a-6)x + (b+2) \\ \underline{x^2 + 0x + 1} \\ (a-6)x + (b+1) \end{array}$$

因為整除 \Rightarrow 餘式為 0 $\Rightarrow a-6=0$ 且 $b+1=0 \Rightarrow a=6$ ， $b=-1$ ，故 $a+b=5$

84. () 已知 α 、 β 及 -3 為方程式 $x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ 的三個相異解。求 $|\alpha - \beta| = ?$ (A) $2\sqrt{3}$ (B) 4
(C) 6 (D) $4\sqrt{5}$

【109 數(B)歷屆試題】

解答

A

解析

已知 -3 為其中一解

$\Rightarrow (x+3)$ 為 $x^3 - x^2 - 11x + 3$ 之因式

\Rightarrow 分解 $x^3 - x^2 - 11x + 3 = (x+3)(x^2 - 4x + 1) = 0$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad +3 \\ -3 \quad +12 \quad -3 \end{array} \bigg| -3$$

$$1 \quad -4 \quad +1 \quad \big| +0$$

$\therefore \alpha$ 、 β 為 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 之兩根

根據根與係數得 $\alpha + \beta = 4$ ， $\alpha\beta = 1$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 16 - 4 = 12$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

85. () 已知 $(x+1)^3$ 除 $f(x)$ 的餘式為 $x^2 - 2x + 3$ 。若 $(x+1)^2$ 除 $f(x)$ 的餘式為 $ax + b$ ，則 $a + b = ?$ (A) -2 (B) -1 (C) 3 (D) 4

【109 數(B)歷屆試題】

解答

A

解析

設 $f(x)$ 除以 $(x+1)^3$ 的商式為 $q(x)$

由除法原理知：

$$f(x) = (x+1)^3 \times q(x) + (x^2 - 2x + 3)$$

$$= \underbrace{(x+1)^2 [(x+1) \times q(x)]}_{\text{①}} + \underbrace{x^2 - 2x + 3}_{\text{②}}$$

①式可被 $(x+1)^2$ 整除

$$\text{又 } (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

將②式除以 $x^2 + 2x + 1$

即

$$\begin{array}{r} 1 \\ x^2 + 2x + 1 \overline{) x^2 - 2x + 3} \\ \underline{x^2 + 2x + 1} \\ -4x + 2 \end{array}$$

故 $f(x)$ 除以 $(x+1)^2$ 之餘式為 $-4x+2$

即 $a = -4$, $b = 2$

所以 $a+b = -4+2 = -2$

〔另解〕

令 $f(x)$ 除以 $(x+1)^3$ 之商式為 $q(x)$

根據除法原理

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1)^3 q(x) + (x^2 - 2x + 3) = (x+1)^3 q(x) + (x^2 + 2x + 1) + (-4x + 2) \\ &= (x+1)^3 q(x) + (x+1)^2 + (-4x + 2) = (x+1)^2 [(x+1)q(x) + 1] + (-4x + 2) \end{aligned}$$

根據除法原理 $f(x)$ 除以 $(x+1)^2$ 之商式為 $(x+1)q(x)+1$, 餘式為 $-4x+2$

$$\therefore a = -4, b = 2 \Rightarrow a+b = -4+2 = -2$$

86. () 若 $f(x)$ 為三次多項式, 且 $f(1)=0$ 、 $f(-1)=0$ 、 $f(2)=0$ 、 $f(3)=16$, 則下列何者不為 $f(x)$ 之因式? (A) $x-1$ (B) $x+1$ (C) $x-2$ (D) $x-3$

【隨堂卷】

解答

D

解析

$$f(1)=0, f(-1)=0, f(2)=0, f(3)=16$$

由因式定理知:

$x-1$ 、 $x+1$ 、 $x-2$ 為 $f(x)$ 之因式

$x-3$ 不為 $f(x)$ 之因式

87. () 已知 $f(x) = 5x^2 + 4x + a$ 除以 $x-1$ 餘 3, 則 $a =$ (A) 9 (B) -9 (C) 6 (D) -6

【隨堂卷】

解答

D

解析

$$\text{由餘式定理知: } f(1) = 3 \Rightarrow 5 + 4 + a = 3 \Rightarrow a = -6$$

88. () 若多項式 $f(x)$ 除以 $x-1$ 得商式為 $x^2 - x - 1$, 餘式為 3, 則 $f(x)$ 除以 $x^2 - 1$ 的餘式為何? (A) $x+1$ (B) $x+2$ (C) $2x-1$ (D) $3x+5$

【龍騰自命題, 進階卷】

解答

B

解析

由題意知: $f(x) = (x-1)(x^2 - x - 1) + 3 \Rightarrow f(1) = 3$ 且 $f(-1) = 1$

$$\text{令 } f(x) = (x^2 - 1)Q(x) + ax + b = (x+1)(x-1)Q(x) + ax + b$$

$$\therefore f(1) = 3 \quad \therefore a + b = 3 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{又 } \therefore f(-1) = 1 \quad \therefore -a + b = 1 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{1}\textcircled{2} \text{ 知: } \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \therefore \text{餘式為 } x+2$$

89. () 設 $f(x) = (x+1)(x-1)$, $g(x) = (x+1)(x+2)$, 若欲使 $f(x) \times g(x) = 0$ 而 $f(x) + g(x) \neq 0$, 則 x 值可為 (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1

【龍騰自命題, 進階卷】

解答

B

解析

$$(i) f(x) \times g(x) = (x+1)^2(x-1)(x+2) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 或 } 1 \text{ 或 } -2$$

$$(ii) f(x) + g(x) = (x+1)(2x+1) \neq 0 \quad \therefore x \neq -1 \text{ 或 } -\frac{1}{2}, \text{ 故 } x = 1 \text{ 或 } -2$$

90. () 已知多項式 $f(x)$ 除以 $(x+2)(x-7)$ 的餘式為 $ax+3$ 。若 $(x-7)$ 為 $f(x)$ 的因式，則 $f(-2)=?$

- (A) $\frac{27}{7}$ (B) $\frac{29}{7}$ (C) $\frac{31}{7}$ (D) $\frac{33}{7}$

【112 數(B)歷屆試題】

解答

A

解析

設 $f(x) \div (x+2)(x-7)$ 的商式為 $Q(x)$ ，則 $f(x) = (x+2)(x-7) \times Q(x) + (ax+3)$

$$\because (x-7) \text{ 為 } f(x) \text{ 的因式} \therefore f(7)=0 \Rightarrow 7a+3=0 \Rightarrow a=-\frac{3}{7}$$

$$\text{故 } f(x) = (x+2)(x-7) \times Q(x) + \left(-\frac{3}{7}x+3\right)$$

$$\text{則 } f(-2) = -\frac{3}{7} \times (-2) + 3 = \frac{6}{7} + 3 = \frac{27}{7}$$

91. () 已知 a 、 b 為實數，若 x^3+ax^2+bx-6 可被 x^2-x+3 整除，則 $a+b=$

- (A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 4

【課本自我評量】

解答

C

解析

x^3+ax^2+bx-6 有因式 x^2-x+3 ，可利用長除法且其餘式 $=0$

$$\begin{array}{r} x \quad - \quad 2 \\ x^2 - x + 3 \overline{) x^3 \quad + \quad ax^2 \quad + \quad bx \quad -6} \\ \underline{x^3 \quad - \quad x^2 \quad + \quad 3x} \\ (a+1)x^2 \quad + (b-3)x \quad -6 \\ \underline{- \quad 2x^2 \quad + \quad 2x \quad -6} \\ (a+3)x^2 \quad + (b-5)x \quad +0 \end{array}$$

餘式為 0，則 $a+3=0$ ， $b-5=0$ ，即 $a=-3$ ， $b=5$ ，故 $a+b=-3+5=2$

92. () 設 $f(x)$ 為多項式，且 $4x^3+x+1=f(x)(2x^2-x+3)-4x-2$ ，則 $f(x)=$

- (A) $10x-2$ (B) $6x+2$ (C) $4x-1$ (D) $2x+1$

【課本自我評量】

解答

D

解析

原式整理得 $4x^3+5x+3=f(x)(2x^2-x+3)$ ，等式同除以 $2x^2-x+3$

$$\text{得 } f(x) = \frac{4x^3+5x+3}{2x^2-x+3} \text{，利用長除法 } \frac{(2x+1)(2x^2-x+3)}{(2x^2-x+3)} = 2x+1$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad + \quad 1 \\ 2x^2 - x + 3 \overline{) 4x^3 \quad + \quad 0 \quad + 5x \quad + 3} \\ \underline{4x^3 \quad - 2x^2 \quad + 6x} \\ 2x^2 \quad - x \quad + 3 \\ \underline{2x^2 \quad - x \quad + 3} \\ 0 \end{array}$$

93. () 若多項式 $f(x)=ax^2(x+3)+5x(x+3)+2(x+3)$ 被 $x+2$ 除盡，則 $a=$

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

【課本自我評量】

解答

D

解析

$f(x)$ 被 $x+2$ 整除，由因式定理知： $f(-2)=0$

$$\text{即 } a \times (-2)^2(-2+3) + 5 \times (-2)(-2+3) + 2(-2+3) = 0$$

$$\text{計算得 } 4a - 10 + 2 = 0 \text{，則 } 4a = 8 \text{，所以 } a = 2$$

94. () 以 $x-4$ 除 $f(x)=100x^5-318x^4-228x^3-311x^2-256x-232$ 之餘式為 (A) 168 (B) 386 (C)

解答

A

解析

利用綜合除法

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 100 & -318 & -228 & -311 & -256 & -232 \\
 & & +400 & +328 & +400 & +356 & +400 \\
 \hline
 & 100 & +82 & +100 & +89 & +100 & +168
 \end{array}$$

$\therefore x-4$ 除 $f(x)$ 的餘式為 168

95. () 設多項式 $f(x)$ 除以 x^2+2x-8 之餘式為 $2x+5$ ，則 $f(2)=$
 (A)9 (B)10 (C)11 (D)12

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

由除法原理設 $f(x)=(x^2+2x-8)\times q(x)+2x+5$

$$\therefore f(2)=(4+4-8)\times q(2)+2\times 2+5=9$$

96. () 解方程式 $\frac{x-1}{x+1}=0$ ，其解為 (A)1 (B)2 (C)-1 (D)-2

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

將原式等號兩邊同乘以 $x+1$ ，得 $x-1=0 \Rightarrow x=1$

將 $x=1$ 代入原式分母，分母 $\neq 0$ ，所以方程式的解為 $x=1$

97. () 設 $x^2-3x+1=0$ ，試求 $x+\frac{1}{x}$ 之值 (A) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ (B)2 (C)3 (D) $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

【super 講義-綜合評量】

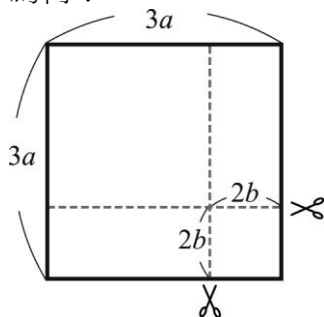
解答

C

解析

$x^2-3x+1=0$ ，將等號兩邊同除以 x ，得 $x-3+\frac{1}{x}=0 \Rightarrow x+\frac{1}{x}=3$

98. () 巧曼將邊長為 $3a$ 的正方形布料沿著虛線剪成二塊正方形及二塊長方形布料，如果拿掉邊長為 $2b$ 的小正方形後，再將剩下的三塊拼成一塊矩形拼布，則此塊矩形拼布較長的邊長為何？



- (A) $3a+2b$ (B) $3a+4b$ (C) $6a+2b$ (D) $6a+4b$

【super 講義-綜合評量】

解答

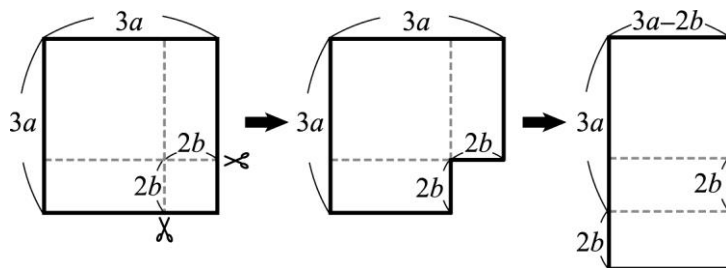
A

解析

如圖所示：

$$\text{拼成後矩形面積} = (3a)^2 - (2b)^2 = (3a+2b)(3a-2b)$$

矩形較長的邊長為 $3a+2b$



99. () 設 $3x^4 + 2x^2 + 1 = (a+1)x^4 + (b-1)x^3 + (c+1)x^2 + (d-3)x + (e+4)$ ，則 $a+b+c+d+e =$
 (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

【99 數(B)歷屆試題】

解答

D

解析

令 $x=1$ 代入原式得 $3+2+1=a+1+b-1+c+1+d-3+e+4 \Rightarrow 6=a+b+c+d+e+2$
 $\therefore a+b+c+d+e=4$

100. () 設 a 、 b 、 c 、 d 為實數，若 $x^2 - 1$ 為 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 之因式，且 $f(x)$ 除以 $x-2$ 餘 6，則 $2a+b =$
 (A)-4 (B)-2 (C)2 (D)4

【99 數(C)歷屆試題】

解答

C

解析

$\because x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$ 為 $f(x)$ 因式，由因式定理知： $f(1) = f(-1) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b+c+d=0 \\ -a+b-c+d=0 \end{cases} \begin{matrix} \text{兩式相減} \\ \text{兩式相加} \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} a+c=0 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ b+d=0 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

又 $f(x)$ 除以 $x-2$ 餘 6，由餘式定理知： $f(2) = 6 \Rightarrow 8a + 4b + 2c + d = 6 \cdots \cdots \textcircled{3}$

由 $\textcircled{1}$ ： $c = -a$ 與由 $\textcircled{2}$ ： $d = -b$ 分別代入 $\textcircled{3}$

得 $8a + 4b + 2(-a) + (-b) = 6 \Rightarrow 6a + 3b = 6 \Rightarrow 2a + b = 2$