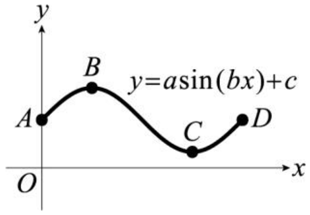
Exercise 4 參考解答

一、單選題：(100 小題，每題 1 分，共 100 分)

1. (　　) 甲生在某次實驗中描繪出下圖，是 $y=a\sin(bx)+c$，$0\le x\le 4\pi$ 的曲線圖形，圖中所示 A、B、C、D 四點分別是左端點、最高點、最低點、右端點。若它們的坐標分別為 $A(0,3)$、$B(\pi,5)$、$C(3\pi,1)$、$D(4\pi,3)$，則 $a+2b+c=$？



(A)4　(B)5　(C)6　(D)7

【111 數(B)歷屆試題】

解答　C

解析　$\because$ 週期 $=\left|\dfrac{2\pi}{b}\right|=4\pi$　$\therefore$ $b=\pm\dfrac{1}{2}$

(i) $b=\dfrac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $y=a\sin\left(\dfrac{x}{2}\right)+c$

將 $A(0,3)$ 代入 $\Rightarrow$ $3=a\times\sin 0+c$ $\Rightarrow$ $c=3$

將 $B(\pi,5)$ 代入 $\Rightarrow$ $5=a\times\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right)+c$ $\Rightarrow$ $5=a\times 1+3$ $\Rightarrow$ $a=2$

$\therefore$ $a+2b+c=2+2\times\dfrac{1}{2}+3=6$

(ii) $b=-\dfrac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $y=a\sin\left(-\dfrac{x}{2}\right)+c$

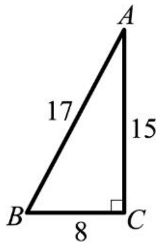
將 $B(\pi,5)$ 代入 $\Rightarrow$ $a\times(-1)+c=5$

將 $C(3\pi,1)$ 代入 $\Rightarrow$ $a+c=1$ $\Rightarrow$ $a=-2$，$c=3$

則 $a+2b+c=(-2)+2\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)+3=-2-1+3=0$

$\therefore$ $a+2b+c=6$ 或 0

2. (　　) 已知直角三角形 ABC 三邊長如圖所示，則 $\sin B=$



(A) $\dfrac{8}{17}$　(B) $\dfrac{8}{15}$　(C) $\dfrac{15}{8}$　(D) $\dfrac{15}{17}$

【隨堂卷】

解答　D

解析　由銳角三角函數的定義知 $\sin B=\dfrac{對邊}{斜邊}=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{15}{17}$

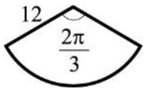
3. (　　) 有一扇形的花園，其半徑為12 公尺，圓心角為 $\dfrac{2\pi}{3}$，則此花園面積為　(A) 12π 平方公尺　(B) 20π 平方公尺　(C) 24π 平方公尺　(D) 48π 平方公尺

【super 講義-綜合評量】

解答 D

解析 由扇形面積公式知：

$A=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}\times 12^2\times\frac{2\pi}{3}=48\pi$（平方公尺）



4. (　　)已知 $\sin^2\theta=\cos^2\theta-3\sin\theta+1$，且 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$，則 $\theta=$

(A) $15°$　(B) $30°$　(C) $45°$　(D) $60°$

【學習卷】

解答 B

解析 $\sin^2\theta=\cos^2\theta-3\sin\theta+1\Rightarrow\ \sin^2\theta=(1-\sin^2\theta)-3\sin\theta+1$

$\Rightarrow\ 2\sin^2\theta+3\sin\theta-2=0\ \Rightarrow\ (2\sin\theta-1)(\sin\theta+2)=0$

$\Rightarrow\ \sin\theta=\frac{1}{2}$ 或 -2（不合，$0\le\sin\theta\le 1$）

$\therefore\ \theta=30°$

5. (　　)若 $3\tan^2\theta-10\tan\theta+3=0$，則 $\tan\theta$ 之值為　(A) $\tan\theta=\frac{1}{3}$　(B) $\tan\theta=-\frac{1}{3}$　(C) $\tan\theta=\frac{1}{3}$ 或 $\tan\theta=3$　(D) $\tan\theta=-\frac{1}{3}$ 或 $\tan\theta=-3$

【課本自我評量】

解答 C

解析 將原式因式分解得

$(3\tan\theta-1)(\tan\theta-3)=0$

故得 $\tan\theta=\frac{1}{3}$ 或 $\tan\theta=3$

6. (　　)若下列四個選項中，其中有三個互為同界角，則下列何者**不是**另外三個選項的同界角？

(A) $-\frac{9\pi}{5}$　(B) $-36°$　(C) $\frac{\pi}{5}$　(D) $1116°$

【110 數(B)歷屆試題】

解答 B

解析 將四個選項角度化為最小正同界角　(A) $-\frac{9\pi}{5}\overset{+2\pi}{\Rightarrow}\frac{\pi}{5}$

(B) $-36°\overset{+360°}{\Rightarrow}324°$

(C) $\frac{\pi}{5}$

(D) $1116°\overset{-3\times 360°}{\Rightarrow}36°=\frac{\pi}{5}$

只有 $-36°$ 不同

故 $-36°$ 不是另外三個選項之同界角

7. (　　) $\theta=693°$ 之最小正同界角為　(A) $33°$　(B) $93°$　(C) $333°$　(D) $3°$

【龍騰自命題】

解答 C

解析 $693°-360°=333°$

8. (　　) $\pi°$ 角為　(A)直角　(B)鈍角　(C)平角　(D)銳角

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $\pi° \fallingdotseq 3.14° < 90°$，故為銳角

9. (　　) 一扇形的弧長為 10，半徑為 6，則此扇形的面積為　(A)60　(B)48　(C)45　(D)30

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $\because$　$S = 10$，$r = 6$

$\therefore$　扇形面積 $A = \frac{1}{2}rS = \frac{1}{2}\times 6\times 10 = 30$

10. (　　) 設 $0 \le x < 2\pi$，則函數 $f(x) = \cos^2 x - 3\sin x + 2$ 之最大值為　(A)4　(B)5　(C)10　(D)12

【龍騰自命題】

解答 B

解析 $f(x) = \cos^2 x - 3\sin x + 2 = 1 - \sin^2 x - 3\sin x + 2$

$= -(\sin x + \frac{3}{2})^2 + \frac{21}{4}$

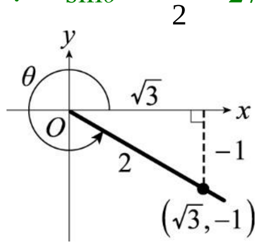
當 $\sin x = -1$ 時，$f(x)$有最大值 5

11. (　　) 已知 $\sin\theta = -\frac{1}{2}$，且 $270° < \theta < 360°$，則 $\tan(\pi + \theta) + \sin(90° - \theta)$之值為　(A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　(B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　(C) $\frac{\sqrt{3}}{6}$　(D) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

【龍騰自命題】

解答 C

解析 $\because$　$\sin\theta = -\frac{1}{2}$，$270° < \theta < 360°$，如圖



$\therefore$　原式$= \tan\theta + \cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{2\sqrt{3}}{6} + \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

12. (　　) 設 $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$，若 $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{8}{3}$，則 $\sin\theta + \cos\theta =$　(A) $\frac{5}{3}$　(B) $\frac{\sqrt{15}}{3}$　(C) $-\frac{5}{3}$　(D) $-\frac{\sqrt{7}}{2}$

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{8}{3}$　$\Rightarrow$　$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{8}{3}$　$\Rightarrow$　$\sin\theta\cos\theta = \frac{3}{8}$

$\therefore$　$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\times\frac{3}{8} = \frac{7}{4}$

故 $\sin\theta + \cos\theta = -\frac{\sqrt{7}}{2}$（正不合，$\because$　$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$）

13. (　　) 若 θ 為第二象限角，下列何者為正數？　(A)$\tan(\pi + \theta)$　(B)$\cos(\pi + \theta)$　(C)$\cos(-\theta)$　(D)$\sin(\pi + \theta)$

【龍騰自命題】

解答 B

解析 $\because$　θ 為第二象限角　$\therefore$　$\sin\theta > 0$，$\cos\theta < 0$，$\tan\theta < 0$　(A)$\tan(\pi + \theta) = \tan\theta < 0$　(B)$\cos(\pi + \theta) = -\cos\theta > 0$　(C)$\cos(-\theta) = \cos\theta < 0$　(D)$\sin(\pi + \theta) = -\sin\theta < 0$

14. (　　) 點$(\sin 700°, \cos 700°)$在　(A)第一象限　(B)第二象限　(C)第三象限　(D)第四象限

【龍騰自命題】

解答　B

解析　$\sin 700° = \sin(-20°) = -\sin 20° < 0$

$\cos 700° = \cos(-20°) = \cos 20° > 0$

點$(\sin 700°, \cos 700°) = (-\sin 20°, \cos 20°)$在第二象限

15. (　　) $\tan 135° + \sin 240° + \cos 330°$之值為　(A)$-\frac{\sqrt{2}}{2}$　(B)$\sqrt{2}$　(C)-1　(D)$\sqrt{3}$

【龍騰自命題】

解答　C

解析　原式 $= -\tan 45° - \sin 60° + \cos 30° = -1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = -1$

16. (　　) 下列何者**不正確**？　(A)$\sin 210° = -\frac{1}{2}$　(B)$\cos 90° = 1$　(C)$\tan 315° = -1$　(D)$\cos \pi = -1$

【龍騰自命題】

解答　B

解析　(A)$\sin 210° = \sin(180° + 30°) = -\sin 30° = -\frac{1}{2}$

(B)$\cos 90° = 0$　(C)$\tan 315° = \tan(360° - 45°) = -\tan 45° = -1$　(D)$\cos \pi = -1$

17. (　　) 若 $\sin\theta = \frac{3}{5}$，且 θ 為第二象限角，則下列何者正確？　(A)$\tan\theta = -\frac{3}{4}$　(B)$\cos\theta = \frac{4}{5}$

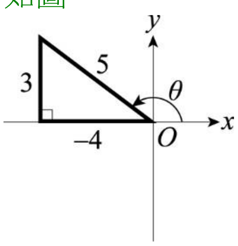
(C)$\tan\theta\cos\theta = -\frac{5}{3}$　(D)$\cos^2\theta - 1 = \sin^2\theta$

【龍騰自命題】

解答　A

解析　$\because$ $\sin\theta = \frac{3}{5}$，且 θ 為第二象限角

如圖



(A)$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$

(B)$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-4}{5}$

(C)$\tan\theta\cos\theta = \sin\theta = \frac{3}{5}$

(D)$\because$ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\therefore$ $\cos^2\theta - 1 = -\sin^2\theta$

18. (　　) 在銳角三角形 ABC 中，$\overline{AB} = 21$，$\overline{BC} = 13$，$\overline{AC} = 20$，則下列何者為真？　(A)$\sin B = \frac{5}{13}$

(B)$\sin B = \frac{12}{13}$　(C)$\cos B = \frac{13}{21}$　(D)$\cos B = \frac{20}{21}$

【龍騰自命題】

解答　B

解析　過 C 點作 $\overline{CH} \perp \overline{AB}$ 於 H

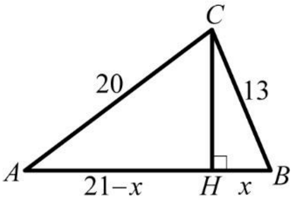
設 $\overline{BH} = x$，則 $\overline{AH} = 21 - x$

$\because \quad \overline{CH}^2 = 13^2 - x^2 = 20^2 - (21-x)^2$

$\Rightarrow \quad 169 - x^2 = 400 - (441 - 42x + x^2)$

$\Rightarrow \quad x = 5 \quad \Rightarrow \quad \overline{BH} = 5 \quad \Rightarrow \quad \overline{CH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

$\therefore \quad \sin B = \dfrac{\overline{CH}}{\overline{BC}} = \dfrac{12}{13}$，$\cos B = \dfrac{\overline{BH}}{\overline{BC}} = \dfrac{5}{13}$



19. (　　) 試問下列何者為有理數？（說明：有理數即可以表示為兩「整數」比值的數）

(A)$\sin30°\cos30°$　(B)$\tan45°\cos45°$　(C)$\dfrac{\sin60°}{\cos60°}$　(D)$\dfrac{\sin30°}{\cos30°}\times\dfrac{\cos60°}{\sin60°}$

【龍騰自命題】

解答　D

解析　(A)$\sin30°\cos30° = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$ 不為有理數　(B)$\tan45°\cos45° = 1\times\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 不為有理數

(C)$\dfrac{\sin60°}{\cos60°} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ 不為有理數　(D)$\dfrac{\sin30°}{\cos30°}\times\dfrac{\cos60°}{\sin60°} = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\times\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \dfrac{1}{3}$ 是有理數

20. (　　) 若 $\theta = 30°$，$\dfrac{1}{1+\sin^2\theta} + \dfrac{1}{1+\cos^2\theta}$ 之值為　(A)$\dfrac{1}{3}$　(B)$\dfrac{48}{35}$　(C)$\dfrac{7}{5}$　(D)$\dfrac{8}{7}$

【龍騰自命題】

解答　B

解析　原式 $= \dfrac{1}{1+\frac{1}{4}} + \dfrac{1}{1+\frac{3}{4}} = \dfrac{1}{\frac{5}{4}} + \dfrac{1}{\frac{7}{4}} = \dfrac{4}{5} + \dfrac{4}{7} = \dfrac{48}{35}$

21. (　　) 若 θ 為銳角，且 $\cos\theta = \dfrac{2}{3}$，則 $\sin^2\theta - \sin(\dfrac{\pi}{2} - \theta)$ 之值為　(A)$-\dfrac{1}{9}$　(B)$-\dfrac{2}{9}$　(C)0　(D)$\dfrac{1}{9}$

【龍騰自命題】

解答　A

解析　利用餘角關係式

原式 $= \sin^2\theta - \cos\theta$

$= (1 - \cos^2\theta) - \cos\theta$

$= 1 - \dfrac{4}{9} - \dfrac{2}{3} = -\dfrac{1}{9}$

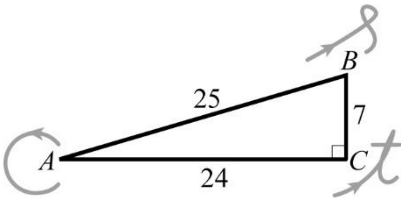
22. (　　) 直角△ABC 中，$\angle C$ 為直角且 $\overline{AC} = 24$，$\overline{BC} = 7$，則下列選項何者正確？　(A)$\sin A = \dfrac{25}{7}$

(B)$\cos A = \dfrac{7}{24}$　(C)$\tan A = \dfrac{24}{7}$　(D)$\tan A \times \cos A = \dfrac{7}{25}$

【龍騰自命題】

解答　D

解析　$\overline{AB} = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$，如圖



(A)$\sin A = \dfrac{7}{25}$

(B)$\cos A = \dfrac{24}{25}$

(C)$\tan A = \dfrac{7}{24}$

(D)$\tan A \times \cos A = \dfrac{7}{24} \times \dfrac{24}{25} = \dfrac{7}{25}$

23. (　　) $\sqrt{2}\cos 45° - \tan 45°$之值為　(A)0　(B)$\sqrt{2}$　(C)$\sqrt{2}-1$　(D)1

【龍騰自命題】

解答　A

解析　$\sqrt{2}\cos 45° - \tan 45° = \sqrt{2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} - 1 = \dfrac{2}{2} - 1 = 0$

24. (　　)若角 θ 之弳度量為 6，則 θ 的最大負同界角為　(A)$6-\pi$　(B)$\pi-6$　(C)$2\pi-6$　(D)$6-2\pi$

【龍騰自命題】

解答　D

解析　$\because\ 0 < 6 < 2\pi$

$\therefore\ \theta$ 的最大負同界角為 $6-2\pi$

25. (　　) $\theta = \dfrac{100\pi}{3}$ 之最小正同界角為　(A)$\dfrac{\pi}{3}$　(B)$\dfrac{4\pi}{3}$　(C)$\dfrac{2\pi}{3}$　(D)$\dfrac{5\pi}{3}$

【龍騰自命題】

解答　B

解析　$\theta = \dfrac{100\pi}{3} = 2\pi \times 16 + \dfrac{4\pi}{3}$

故最小正同界角為$\dfrac{4\pi}{3}$

26. (　　)若一直角三角形 ABC 中，$\angle C$ 為直角，且 $\tan A = \dfrac{5}{12}$ 、$\overline{BC} = 10$ ，則此三角形之周長為何？

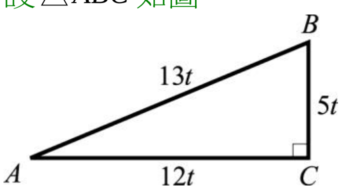
(A) 30　(B) 40　(C) 50　(D) 60

【102 數(A)歷屆試題】

解答　D

解析　$\angle C = 90°$ ，且 $\tan A = \dfrac{5}{12}$

設△ABC 如圖：



又 $\overline{BC} = 10$

即 $5t = 10$　$\Rightarrow$　$t = 2$　$\therefore$　$\overline{AB} = 26$ ，$\overline{AC} = 24$

故所求為 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 60$

27. (　　)設 $a = \sin(-60°)$、$b = \tan 210°$ 、$c = \cos(-225°)$，則　(A)$c > b > a$　(B)$c > a > b$　(C)$b > c > a$　(D)$b > a > c$

【super 講義-綜合評量】

解答 C

解析 $a=\sin(-60°)=-\sin 60°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$b=\tan 210°=\tan(180°+30°)=\tan 30°=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$c=\cos(-225°)=\cos 225°=\cos(180°+45°)=-\cos 45°=-\frac{1}{\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\quad b>c>a$

28. (　　) 設 θ 為銳角，且 $\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{3}$，則 $\sin\theta\cos\theta$ 之值為 (A)$\frac{1}{9}$ (B)$\frac{2}{9}$ (C)$\frac{4}{9}$ (D)$\frac{8}{9}$

【學習卷】

解答 C

解析 原式 $\Rightarrow$ $(\sin\theta-\cos\theta)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$ $\Rightarrow$ $1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{9}$ $\Rightarrow$ $2\sin\theta\cos\theta=\frac{8}{9}$

$\therefore\quad \sin\theta\cos\theta=\frac{4}{9}$

29. (　　) 假設分針原始指在時鐘 12 的位置，現將分針依順時針的方向轉了 2019°。試問下列敘述何者正確？ (A)分針指在 9 跟 10 之間 (B)分針指在 7 跟 8 之間 (C)分針指在 5 跟 6 之間 (D)分針指在 3 跟 4 之間

【108 數(B)歷屆試題】

解答 B

解析 $\because\quad 2019°\div 360°=5\cdots\cdots 219°$

$\therefore$　最小正同界角 $=219°$

而 $219°\div 6°=36\cdots\cdots 3$

表示分針最後停在 36～37 格 $\Rightarrow$ 分針指在 7 與 8 之間

30. (　　) $\sin^2 30°-\tan^2 45°+2\cos^2 60°=$

(A)$\frac{1}{4}$ (B)$-\frac{1}{4}$ (C)$\frac{7}{4}$ (D)$\frac{3}{4}$

【light 講義-綜合評量】

解答 B

解析 原式 $=\left(\frac{1}{2}\right)^2-1^2+2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}-1+\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$

31. (　　) $\frac{13\pi}{5}$ 之最小正同界角為何？ (A)$\frac{8\pi}{5}$ (B)π (C)$\frac{3\pi}{5}$ (D)$\frac{\pi}{5}$

【light 講義-綜合評量】

解答 C

解析 $\frac{13\pi}{5}=2\pi+\frac{3\pi}{5}=2\pi\times 1+\frac{3\pi}{5}$，故最小正同界角為 $\frac{3\pi}{5}$

32. (　　) 函數 $f(x)=5\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)-2$ 之週期為 (A)$\frac{11\pi}{12}$ (B)6π (C)$\frac{2\pi}{3}$ (D)2π

【松山家商段考題 light 講義-類題】

解答 C

解析 因為 $y=\sin x$ 的週期為 2π，又 x 的係數為 3

所以 $f(x)=5\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)-2$ 的週期，為 $2\pi\div|3|=\frac{2\pi}{3}$

33. (　　) 設 $f(x) = \sin x + \cos^2 x$，$0 \le x \le \pi$，$f(x)$最大值為 M，最小值為 m，則下列敘述何者正確？
(A)$M = 2$　(B)$m < 0$　(C)$4M + m = 6$　(D)$M - m > 1$

【龍騰自命題】

解答　C

解析　原式$= \sin x + 1 - \sin^2 x = -(\sin^2 x - \sin x + \frac{1}{4}) + \frac{5}{4}$

$= -(\sin x - \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4}$

$\because$　$0 \le x \le \pi$　　$\therefore$　$0 \le \sin x \le 1$

則 $M = \frac{5}{4}$，$m = -\frac{1}{4} + \frac{5}{4} = 1$

$\therefore$　$4M + m = 4 \times \frac{5}{4} + 1 = 6$，$M - m = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} < 1$

34. (　　) 設 $a = \sin(\cos 0°)$，$b = \cos(\sin 0°)$，$c = \cos(\sin 90°)$，則 a、b、c 之大小順序為　(A)$a > b > c$　(B)$a > c > b$　(C)$c > a > b$　(D)$b > a > c$

【龍騰自命題】

解答　D

解析　$a = \sin(\cos 0°) = \sin 1 \fallingdotseq \sin 57.3°$

$b = \cos(\sin 0°) = \cos 0 = 1 = \sin 90°$

$c = \cos(\sin 90°) = \cos 1 \fallingdotseq \cos 57.3° = \sin 32.7°$

又 $90° > 57.3° > 32.7°$　　$\therefore$　$1 > \sin 1 > \cos 1$　　$\therefore$　$b > a > c$

35. (　　) 設 $x = 3\sin\theta - 2\cos\theta$，$y = 2\sin\theta + 3\cos\theta$，則 $x^2 + y^2 =$　(A)5　(B)8　(C)10　(D)13

【龍騰自命題】

解答　D

解析　$x^2 + y^2 = (3\sin\theta - 2\cos\theta)^2 + (2\sin\theta + 3\cos\theta)^2$

$= (9\sin^2\theta - 12\sin\theta\cos\theta + 4\cos^2\theta) + (4\sin^2\theta + 12\sin\theta\cos\theta + 9\cos^2\theta)$

$= 13\sin^2\theta + 13\cos^2\theta = 13$

36. (　　) 設 $a = \cos 1$，$b = \cos 2$，$c = \cos 3$，則 a、b、c 大小順序為　(A)$a > c > b$　(B)$a > b > c$　(C)$b > a > c$　(D)$b > c > a$

【龍騰自命題，進階卷】

解答　B

解析　$\because$　$a \fallingdotseq \cos 57°$，$b \fallingdotseq \cos 114° = -\cos 66°$，$c \fallingdotseq \cos 171° = -\cos 9°$

$\therefore$　$a > b > c$

37. (　　) 已知 θ 為銳角，若 $\tan\theta = \frac{3}{2}$，則 $\frac{3\cos\theta + 4\sin\theta}{2\sin\theta - \cos\theta}$ 之值為　(A)7　(B)$\frac{9}{4}$　(C)$\frac{9}{2}$　(D)1

【龍騰自命題，進階卷】

解答　C

解析　將原式分子、分母同除以 $\cos\theta$

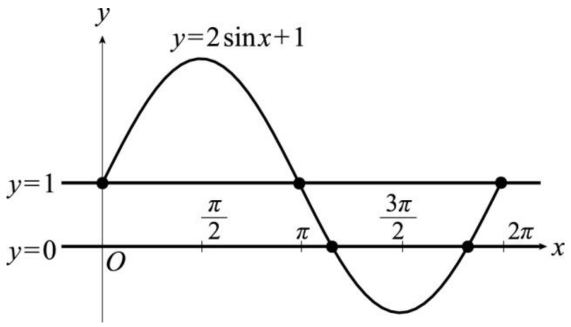
則原式$= \dfrac{3 \times \frac{\cos\theta}{\cos\theta} + 4 \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{2 \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{\cos\theta}} = \dfrac{3 + 4\tan\theta}{2\tan\theta - 1} = \dfrac{3 + 4 \times (\frac{3}{2})}{2 \times (\frac{3}{2}) - 1} = \dfrac{9}{2}$

38. (　　) 已知 $y = 2\sin x + 1$，$0 \le x \le 2\pi$ 的圖形與水平線 $y = 1$、$y = 0$ 的交點個數分別為 a、b，則下列何者正確？　(A)$a = 3$、$b = 2$　(B)$a = 2$、$b = 2$　(C)$a = 2$、$b = 3$　(D)$a = 1$、$b = 3$

【課本自我評量】

解答　A

解析　由圖可看出 $a = 3$，$b = 2$



39. (　　) 設一扇形弧長為 2π 公分，半徑為 4 公分，則此扇形面積為　(A) 2π 平方公分　(B) 3π 平方公分　(C) 4π 平方公分　(D) 8π 平方公分

【學習卷】

解答　C

解析　∵　$S=2\pi$ 、 $r=4$

∴　扇形面積 $=\dfrac{1}{2}rS=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\pi=4\pi$（平方公分）

40. (　　) $1^\circ=$

(A) $\dfrac{\pi}{180^\circ}$　(B) $\dfrac{\pi}{180}$　(C) $\dfrac{180}{\pi}$　(D) $\dfrac{180^\circ}{\pi}$

【學習卷】

解答　B

解析　$\pi=180^\circ$　⇒　$1^\circ=\dfrac{\pi}{180}$

41. (　　) $\dfrac{21\pi}{5}$ 之最小正同界角為何？　(A) $\dfrac{\pi}{2}$　(B) $\dfrac{\pi}{3}$　(C) $\dfrac{\pi}{4}$　(D) $\dfrac{\pi}{5}$

【super 講義-綜合評量】

解答　D

解析　$\dfrac{21}{5}\pi=2\pi\times 2+\dfrac{1}{5}\pi$

∴　$\dfrac{21}{5}\pi$ 之最小正同界角為 $\dfrac{\pi}{5}$

42. (　　) $\cos(-240^\circ)+\sin 330^\circ\times\sqrt{3}\tan(-870^\circ)=$

(A) -3　(B) -2　(C) -1　(D) 0

【課本自我評量】

解答　C

解析　(I) $\cos(-240^\circ)=\cos 240^\circ=\cos(180^\circ+60^\circ)=-\cos 60^\circ=-\dfrac{1}{2}$

(II) $\sin 330^\circ=\sin(360^\circ\times 1-30^\circ)=\sin(-30^\circ)=-\sin 30^\circ=-\dfrac{1}{2}$

(III) $\tan(-870^\circ)=-\tan 870^\circ=-\tan(360^\circ\times 2+150^\circ)=-\tan 150^\circ$

$=-\tan(180^\circ-30^\circ)=-(-\tan 30^\circ)=\tan 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

故所求為 $-\dfrac{1}{2}+[-\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{3}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}})]=-1$

43. (　　) 已知 $\sin\theta>0$ 且 $\tan\theta<0$ ，則 θ 為第幾象限角？　(A)一　(B)二　(C)三　(D)四

【課本自我評量】

解答　B

解析　因為 $\begin{cases}\sin\theta>0\text{，則 }\theta\text{ 可能在第一、二象限}\\ \tan\theta<0\text{，則 }\theta\text{ 可能在第二、四象限}\end{cases}$

又 θ 要同時滿足上面兩式，所以 θ 為第二象限角

44. (　　) 在六十分制中，$30'$（分）為　(A) $1°$　(B) $0.3°$　(C) $1.5°$　(D) $0.5°$

【隨堂卷】

解答　D

解析　在六十分制中，1 度分為 60 等分，每一等分稱為 1 分，記作 $1'$

$\Rightarrow\ 60'=1°\quad\Rightarrow\ 30'=0.5°$

45. (　　) 下列何者與 $45°$ 互為同界角？　(A) $\dfrac{7\pi}{4}$　(B) $-315°$　(C) $-45°$　(D) $\dfrac{3\pi}{4}$

【隨堂卷】

解答　B

解析　同界角彼此相差 360°的整數倍　(A) $\dfrac{7\pi}{4}=315°$，$315°-45°=270°$，不是同界角　(B) $-315°-45°=-360°=360°\times(-1)$，是同界角　(C) $-45°-45°=-90°$，不是同界角　(D) $\dfrac{3\pi}{4}=135°$，$135°-45°=90°$，不是同界角

46. (　　)若 $\angle A$ 的最小正同界角為 $240°$，則 $\angle A$ 的最大負同界角為　(A) $-120°$　(B) $-60°$　(C) $-240°$　(D) $-300°$

【隨堂卷】

解答　A

解析　最大負同界角=最小正同界角 $-360°=240°-360°=-120°$

47. (　　) $2\sin^2 30°+\cos^2 45°+\tan^2 60°$ 之值為　(A) 4　(B) $\dfrac{15}{4}$　(C) $\dfrac{9}{2}$　(D) $\dfrac{17}{4}$

【隨堂卷】

解答　A

解析　由特別角的三角函數值知 $\sin 30°=\dfrac{1}{2}$，$\cos 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\tan 60°=\sqrt{3}$

原式 $=2\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2=2\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{4}+3=4$

48. (　　) 設 θ 為銳角，若 $\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{1}{2}$，則 $\sin\theta\cos\theta=$

(A) $\dfrac{1}{8}$　(B) $\dfrac{1}{2}$　(C) $\dfrac{1}{4}$　(D) $\dfrac{1}{16}$

【隨堂卷】

解答　C

解析　$\because\quad \sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

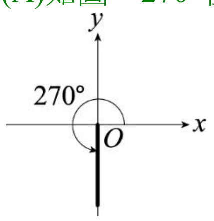
$\therefore$　原式　$\Rightarrow\ 1-2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{2}\quad\Rightarrow\ 2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{2}\quad\Rightarrow\ \sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}$

49. (　　) 下列何者為第二象限角？　(A) $270°$　(B) $-135°$　(C) $855°$　(D) $220°$

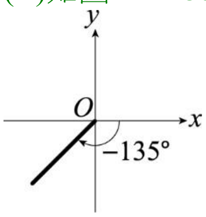
【隨堂卷】

解答　C

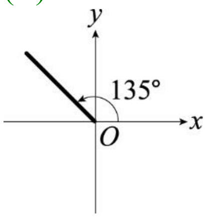
解析　(A)如圖，270°在 y 軸上，為象限角



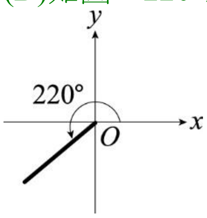
(B)如圖，$-135°$為第三象限角



(C)$855°=360°\times 2+135°$ $\Rightarrow$ $855°$和 $135°$為同界角，如圖，$135°$為第二象限角



(D)如圖，$220°$為第三象限角



50. ( )已知θ為第三象限角，若$\tan\theta=\dfrac{12}{5}$，則$\sin\theta=$

(A)$-\dfrac{5}{13}$ (B)$-\dfrac{5}{12}$ (C)$-\dfrac{13}{12}$ (D)$-\dfrac{12}{13}$

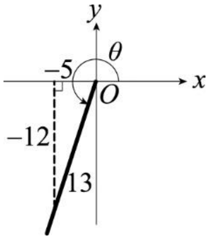
【隨堂卷】

解答 D

解析 $\because$ θ為第三象限角，$\therefore$ $x<0$，$y<0$，如圖所示

又$\tan\theta=\dfrac{12}{5}=\dfrac{y}{x}$ $\Rightarrow$ $x=-5$，$y=-12$ $\Rightarrow$ $r=\sqrt{(-5)^2+(-12)^2}=13$

故$\sin\theta=\dfrac{y}{r}=\dfrac{-12}{13}=-\dfrac{12}{13}$



51. ( )設$a=\tan 70°$，$b=\sin 70°$，$c=\cos 70°$，則a、b、c的大小順序為 (A)$a>b>c$ (B)$b>a>c$ (C)$c>b>a$ (D)$a>c>b$

【隨堂卷】

解答 A

解析 $a=\tan 70°>\tan 45°=1$

$b=\sin 70°<\sin 90°=1$

$c=\cos 70°=\sin 20°<\sin 70°=b$

故$a>b>c$

52. ( )設x為任意實數，則$f(x)=-2\sin^2 x-\sin x+2$的最大值為何？ (A)1 (B)$\dfrac{15}{8}$ (C)$\dfrac{17}{8}$ (D) 5

【109 數(A)歷屆試題】

解答 C

解析 $f(x)=-2\sin^2 x-\sin x+2$

令 $\sin x = t$ （ $-1 \le t \le 1$ ）

則 $f(t) = -2t^2 - t + 2$

$$= -2\left[t^2 + \frac{1}{2}t + \left(\frac{1}{4}\right)^2\right] - (-2)\times\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 2$$

$$= -2\left(t + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{17}{8}$$

則 $\begin{cases} f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{17}{8} \\ f(-1) = 1 \\ f(1) = -1 \end{cases}$ $\Rightarrow$ 得最大值為 $\frac{17}{8}$

53. (　　) 設 $\theta = 10$，則 θ 的最小正同界角為　(A) $10 - 3\pi$　(B) $10 - 2\pi$　(C) $10 - \pi$　(D) $4\pi - 10$

【龍騰自命題，進階卷】

解答　B

解析　$\because$　$2\pi < 10 < 4\pi$　$\Rightarrow$　$10 = 2\pi + (10 - 2\pi)$

且 $0 < 10 - 2\pi < 2\pi$

$\therefore$　$\theta = 10$ 的最小正同界角為 $10 - 2\pi$

54. (　　) $\frac{3\pi}{4}$ 弧度 ＝　(A) $120°$　(B) $135°$　(C) $150°$　(D) $210°$

【龍騰自命題】

解答　B

解析　$\frac{3}{4}\pi = \frac{3}{4}\times 180° = 135°$

55. (　　) 請問 $-1520°$ 為第幾象限角？　(A)一　(B)二　(C)三　(D)四

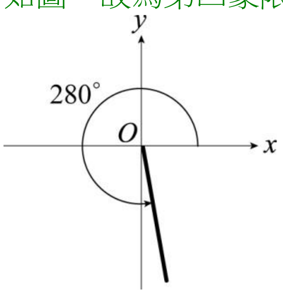
【龍騰自命題】

解答　D

解析　$\because$　$-1520° = 360°\times(-5) + 280°$

$\therefore$　$-1520°$ 與 $280°$ 為同界角

如圖，故為第四象限角



56. (　　)已知坐標平面上兩點 $A(\sin\theta,\cos\theta)$，$B(\cos\theta,\sin\theta)$，若 $\sin\theta\cos\theta = \frac{3}{16}$，則線段 $\overline{AB}$ 之長為　(A)1　(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　(C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$　(D)0

【龍騰自命題，進階卷】

解答　C

解析　$\overline{AB} = \sqrt{(\sin\theta - \cos\theta)^2 + (\cos\theta - \sin\theta)^2} = \sqrt{1 - 2\sin\theta\cos\theta + 1 - 2\sin\theta\cos\theta}$

$$= \sqrt{2 - 4\sin\theta\cos\theta} = \sqrt{2 - 4\cdot\frac{3}{16}} = \sqrt{2 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

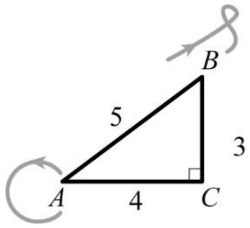
57. (　　) $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$\overline{AC} = 4$，$\overline{BC} = 3$，則 $\sin A + \cos A =$　(A) $\frac{7}{5}$　(B) $\frac{5}{3}$　(C) $\frac{4}{5}$　(D) $\frac{4}{3}$

解答 A

解析 $\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$\sin A=\frac{3}{5}$，$\cos A=\frac{4}{5}$

$\sin A+\cos A=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$



58. (　　)設 θ 為銳角，下列各式何者**錯誤**？ (A)$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ (B)$1-\sin^2\theta=\cos^2\theta$ (C)$\tan\theta\cos\theta=\sin\theta$ (D)$\tan\theta\sin\theta=\cos\theta$

【龍騰自命題】

解答 D

解析 (A)(B)平方關係 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

(C)(D)商數關係 $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $\Rightarrow$ $\tan\theta\cos\theta=\sin\theta$

故選(D)

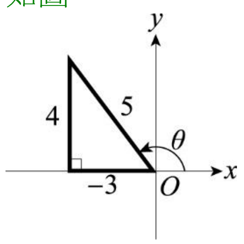
59. (　　)已知 $\tan\theta=-\frac{4}{3}$ 且 $90°<\theta<180°$，則 $\frac{5\sin\theta+2}{5\cos\theta+1}$ 之值為 (A)-3 (B)-2 (C)-1 (D)2

【龍騰自命題，進階卷】

解答 A

解析 $\because$ $\tan\theta=-\frac{4}{3}$，$90°<\theta<180°$

如圖



$\therefore$ $\sin\theta=\frac{4}{5}$，$\cos\theta=-\frac{3}{5}$

$$\frac{5\sin\theta+2}{5\cos\theta+1}=\frac{5\times\frac{4}{5}+2}{5\times(-\frac{3}{5})+1}=\frac{4+2}{-3+1}=\frac{6}{-2}=-3$$

60. (　　)設 $\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}$，且 $2\sin^2\theta+3\cos\theta=0$，則 θ 角為 (A)120° (B)210° (C)225° (D)240°

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $2\sin^2\theta+3\cos\theta=0$ $\Rightarrow$ $2(1-\cos^2\theta)+3\cos\theta=0$

$\Rightarrow$ $2\cos^2\theta-3\cos\theta-2=0$

$\Rightarrow$ $(2\cos\theta+1)(\cos\theta-2)=0$

$\Rightarrow$ $\cos\theta=-\frac{1}{2}$ 或 2（2 不合，$\because$ $|\cos\theta|\le 1$）

$\Rightarrow \quad \theta = 240°$或 $120°$（$120°$不合，$\because \quad \pi < \theta < \dfrac{3\pi}{2}$）

$\therefore \quad \theta$ 角為 $240°$

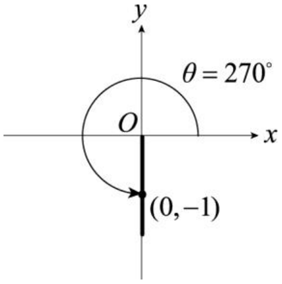
61. (　　) $\cos\dfrac{3\pi}{2} =$

(A)1　(B)0　(C)－1　(D)無意義

【龍騰自命題】

解答　B

解析　$\cos\dfrac{3\pi}{2} = \cos 270° = \dfrac{x}{r} = \dfrac{0}{1} = 0$



62. (　　) 設 $f(x) = 2|\sin x|$，$g(x) = 2\sin 2x$，$h(x) = 2\tan(\dfrac{x}{2} + 3) + 1$，$k(x) = \cos(x + \dfrac{\pi}{2})$，以上四個函數有幾個週期為 2π？　(A)4 個　(B)3 個　(C)2 個　(D)1 個

【龍騰自命題，進階卷】

解答　C

解析　$f(x)$與 $g(x)$的週期為 π

$h(x)$與 $k(x)$的週期為 2π

故 2 個

63. (　　) 設 $a = \tan 70°$，$b = \cos 70°$，$c = \sin 70°$，則　(A)$a > c > b$　(B)$a > b > c$　(C)$b > c > a$　(D)$c > a > b$

【龍騰自命題】

解答　A

解析　$a = \tan 70° > 1$，又 $1 > \sin 70° > \cos 70°$

故 $a > c > b$

64. (　　) $f(x) = 5\sin x - 4$ 的最大值為　(A)3　(B)2　(C)1　(D)0

【龍騰自命題】

解答　C

解析　$\because \quad -1 \le \sin x \le 1$

$\therefore \quad -1 \times 5 - 4 \le 5\sin x - 4 \le 1 \times 5 - 4 \quad \Rightarrow \quad -9 \le 5\sin x - 4 \le 1$

故最大值為 1

65. (　　) 滿足方程式$2\cos^2\theta + 11\cos\theta + 5 = 0$的最小正同界角$\theta$為　(A)$30°$　(B)$60°$　(C)$90°$　(D)$120°$

【super 講義-綜合評量】

解答　D

解析　原式 $\Rightarrow \quad (2\cos\theta + 1)(\cos\theta + 5) = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos\theta = -\dfrac{1}{2}$或$\cos\theta = -5$

（－5 不合　$\because \quad -1 \le \cos\theta \le 1$）

$\therefore \quad \cos\theta = -\dfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \theta = 120°$

66. (　　) 四個有向角分別為甲：$-640°$、乙：$123°$、丙：$275°$、丁：$640°$，則哪幾個有向角在標

準位置上是第四象限角？ (A)甲、乙 (B)丙、丁 (C)甲、丁 (D)乙、丙

【106 數(A)歷屆試題】

解答 B

解析 甲：$-640°+360°\times 2=80°$，$0°<80°<90°$

$\therefore$ 第一象限角

乙：$123°$ $\Rightarrow$ $90°<123°<180°$

$\therefore$ 第二象限角

丙：$275°$ $\Rightarrow$ $270°<275°<360°$

$\therefore$ 第四象限角

丁：$640°-360°\times 1=280°$，$270°<280°<360°$

$\therefore$ 第四象限角

故丙丁為第四象限角

67. ( ) 試求三角函數 $\sin(-960°)$ 之值。 (A)$\frac{-\sqrt{3}}{2}$ (B)$\frac{-1}{2}$ (C)$\frac{1}{2}$ (D)$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【105 數(B)歷屆試題】

解答 D

解析 $\sin(-960°)=-\sin 960°=-\sin(360°\times 2+240°)=-\sin 240°=-\sin(180°+60°)=-(-\sin 60°)$

$=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$

68. ( ) 若 $0°\le\theta\le 60°$，則 $\tan\theta$ 的最大值為 (A)1 (B)$\sqrt{3}$ (C)$\sqrt{2}$ (D)2

【隨堂卷】

解答 B

解析 $\because$ $y=\tan\theta$ 恆為遞增函數

又 $0°\le\theta\le 60°$

$\therefore$ $\tan\theta$ 的最大值為 $\tan 60°=\sqrt{3}$

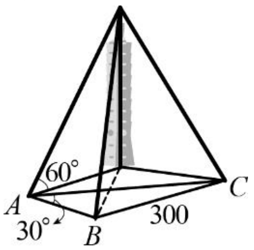
69. ( ) $\triangle ABC$ 中，$a=6$、$b=7$、$\angle C=150°$，則 $\triangle ABC$ 之面積為多少平方單位？ (A)13 (B)12 (C)$\frac{23}{2}$ (D)$\frac{21}{2}$

【super 講義-綜合評量】

解答 D

解析 $\triangle ABC$ 面積 $=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 6\times 7\times\sin 150°=\frac{1}{2}\times 6\times 7\times\frac{1}{2}=\frac{21}{2}$（平方單位）

70. ( ) 如圖，已知從 A 點測得臺北 101 大樓的樓頂之仰角為 $60°$，且臺北 101 大樓為 $\triangle ABC$ 的外接圓圓心，$\angle BAC=30°$，B、C 兩點相距 300 公尺，則臺北 101 大樓的高度為



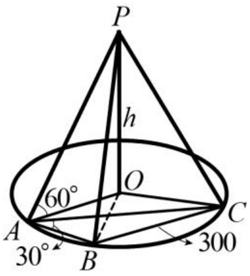
(A)300 公尺 (B)$300\sqrt{3}$ 公尺 (C)600 公尺 (D)$150\sqrt{3}$ 公尺

【light 講義-綜合評量】

解答 B

解析 令 $\overline{OP}=h$，則 $\triangle ABC$ 之外接圓半徑 $=\overline{OA}=\frac{h}{\sqrt{3}}$

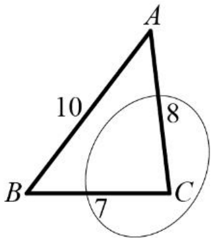
由正弦定理 $\Rightarrow$ $\dfrac{300}{\sin 30^\circ}=2R=\dfrac{2h}{\sqrt{3}}$ $\therefore$ $h=300\sqrt{3}$（公尺）



71. (　　) 在$\triangle ABC$中，已知$\overline{AB}=10$，$\overline{AC}=8$，$\overline{BC}=7$，則$\cos C=$
(A)$\dfrac{13}{56}$ (B)$\dfrac{1}{56}$ (C)$\dfrac{12}{112}$ (D)$\dfrac{13}{112}$

【light 講義-綜合評量】

解答 D
解析 利用餘弦定理



$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$，得$\cos C=\dfrac{7^2+8^2-10^2}{2\times 7\times 8}=\dfrac{49+64-100}{112}=\dfrac{13}{112}$

72. (　　) $\triangle ABC$中，$\angle A=60^\circ$、$\overline{AB}=3$、$\overline{AC}=4$，則$\triangle ABC$的面積為多少平方單位？ (A)$\sqrt{2}$ (B)$3\sqrt{2}$ (C)$2\sqrt{3}$ (D)$3\sqrt{3}$

【學習卷】

解答 D
解析 由三角形面積公式知：

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin A=\dfrac{1}{2}\times 3\times 4\times\sin 60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$（平方單位）

73. (　　) $\triangle ABC$中，a、b、c分別表示三邊長，$a+2b-2c=0$且$a-2b+c=0$，則$\sin A$：$\sin B$：$\sin C=$ (A)1：2：2 (B)4：3：2 (C)2：3：4 (D)2：2：1

【龍騰自命題】

解答 C
解析 $\begin{cases}a+2b-2c=0\cdots\cdots①\\ a-2b+c=0\cdots\cdots②\end{cases}$

①＋② $2a=c$ 代入①

$a+2b-2\times(2a)=0$ $\therefore$ $b=\dfrac{3}{2}a$

$\therefore$ $\sin A：\sin B：\sin C=a：b：c=a：\dfrac{3}{2}a：2a=2：3：4$

74. (　　) $\triangle ABC$中，$\overline{BC}=4$、$\angle A=45^\circ$、$\angle C=105^\circ$，則$\overline{AC}=$
(A)2 (B)$2\sqrt{2}$ (C)3 (D)5

【super 講義-綜合評量】

解答 B
解析 $\because$ $\overline{BC}=a=4$、$\angle A=45^\circ$、$\angle C=105^\circ$，
且$\angle B=180^\circ-45^\circ-105^\circ=30^\circ$

由正弦定理知：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$ $\Rightarrow$ $b=\dfrac{a\sin B}{\sin A}=\dfrac{4\times\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ}=\dfrac{4\times\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=2\sqrt{2}$

$\therefore$ $\overline{AC}=b=2\sqrt{2}$

75. (　　) 在$\triangle ABC$中，已知$\overline{AB}=13$，$\overline{AC}=8$，$\overline{BC}=7$，則$\angle C=$
(A) 30° (B) 60° (C) 90° (D) 120°

【super 講義-綜合評量】

解答 D

解析 $a=7$，$b=8$，$c=13$

利用餘弦定理 $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

得 $\cos C=\dfrac{7^2+8^2-13^2}{2\times7\times8}=\dfrac{49+64-169}{2\times7\times8}=-\dfrac{1}{2}$

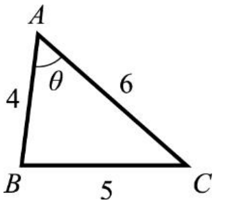
故 $\angle C=120^\circ$

76. (　　) 若$\triangle ABC$中，$\overline{AB}=4$、$\overline{BC}=5$、$\overline{CA}=6$且$\theta=\angle BAC$，則$\sin\theta=$
(A) $\dfrac{\sqrt{7}}{16}$ (B) $\dfrac{3\sqrt{7}}{16}$ (C) $\dfrac{5\sqrt{7}}{16}$ (D) $\dfrac{3\sqrt{7}}{8}$

【107 數(A)歷屆試題】

解答 C

解析



如圖所示，由餘弦定理得知：

$5^2=6^2+4^2-2\times6\times4\times\cos\theta$ $\Rightarrow$ $\cos\theta=\dfrac{6^2+4^2-5^2}{2\times6\times4}=\dfrac{9}{16}$

又 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

$\Rightarrow$ $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\left(\dfrac{9}{16}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{16\times16-9\times9}{16\times16}}=\sqrt{\dfrac{175}{16\times16}}=\dfrac{5\sqrt{7}}{16}$

77. (　　) 已知$\triangle ABC$三邊長a，b，c滿足$(a-b)^2=c^2-\left(2+\sqrt{3}\right)ab$，若$\angle C$為邊長$c$所對應的角，則$\angle C=$
(A) 30° (B) 60° (C) 150° (D) 120°。

【103 數(B)歷屆試題】

解答 C

解析 $(a-b)^2=c^2-\left(2+\sqrt{3}\right)ab$

$\Rightarrow$ $a^2-2ab+b^2=c^2-2ab-\sqrt{3}ab$ $\Rightarrow$ $a^2+b^2-c^2=-\sqrt{3}ab$

$\Rightarrow$ $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{-\sqrt{3}ab}{2ab}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow$ $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ $\angle C=150^\circ$

78. (　　)設 a，b，c 表$\triangle ABC$三邊長，若 $b^2-(c-a)^2=ca$，則$\angle B$等於 (A)150° (B)120° (C)90° (D)60°

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $b^2-(c-a)^2=ca$ $\Rightarrow$ $b^2-(c^2-2ac+a^2)=ca$

$\Rightarrow \quad b^2 - c^2 - a^2 + 2ac = ca \qquad \therefore \quad ac = a^2 + c^2 - b^2$

$\cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \dfrac{ac}{2ac} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \quad \angle B = 60°$

79. (　　) $\triangle ABC$ 三邊長 $a = 2\sqrt{2} + 1$、$b = 3 + \sqrt{2}$、$c = 1$，則 $\triangle ABC$ 的最大角為　(A)60°　(B)75°　(C)120°　(D)150°

【龍騰自命題】

解答　C

解析　$\because \quad b > a > c \qquad \therefore \quad \angle B > \angle A > \angle C$

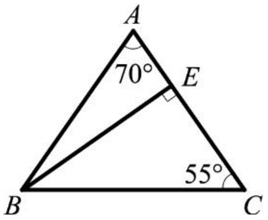
由餘弦定理：

$\cos B = \dfrac{(2\sqrt{2}+1)^2 + 1^2 - (3+\sqrt{2})^2}{2 \times (2\sqrt{2}+1) \times 1} = \dfrac{8 + 4\sqrt{2} + 1 + 1 - 9 - 6\sqrt{2} - 2}{2(2\sqrt{2}+1)}$

$= \dfrac{-(2\sqrt{2}+1)}{2(2\sqrt{2}+1)} = -\dfrac{1}{2}$

$\therefore \quad \angle B = 120°$

80. (　　) 如圖，等腰三角形 ABC 的頂角 A 為 70°，若自 B 向 $\overline{AC}$ 邊作垂線 $\overline{BE}$，則 $\overline{BE} =$



(A) $\overline{BC}\sin 70°$　(B) $\overline{AC}\cos 70°$　(C) $\overline{AB}\sin 35°$　(D) $\overline{BC}\cos 35°$

【龍騰自命題】

解答　D

解析　在 $\triangle ABE$ 中，$\overline{BE} = \overline{AB} \times \sin 70°$

在 $\triangle BCE$ 中，$\overline{BE} = \overline{BC} \times \sin 55° = \overline{BC} \times \cos 35°$

81. (　　) 廣場上插了一支紅旗與一支白旗，小明站在兩支旗子之間，利用手邊的儀器，小明測出他與正東方紅旗間的距離為他與正西方白旗間距離的 6 倍；小明往正北方走了 10 公尺之後再測量一次，發現他與紅旗的距離變成他與白旗距離的 4 倍。試求紅白兩旗之間的距離最接近下列哪個選項？　(A)60 公尺　(B)65 公尺　(C)70 公尺　(D)75 公尺

【龍騰自命題】

解答　A

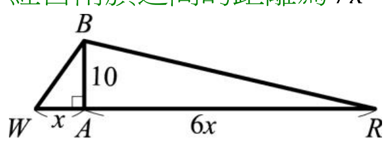
解析　如圖，設 $\overline{AW} = x$，則 $\overline{AR} = 6x$

$\overline{BR}^2 = (6x)^2 + 10^2 = 36x^2 + 100$；$\overline{BW}^2 = x^2 + 10^2 = x^2 + 100$

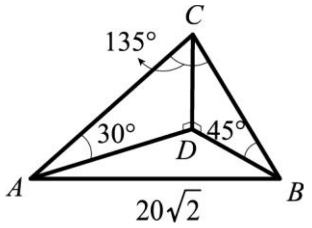
$\because \quad \overline{BR} = 4\overline{BW} \qquad \therefore \quad \overline{BR}^2 = 16\overline{BW}^2$

$\Rightarrow \quad 36x^2 + 100 = 16(x^2 + 100) \quad \Rightarrow \quad x^2 = 75 \quad \Rightarrow \quad x = 5\sqrt{3}$

紅白兩旗之間的距離為 $7x = 35\sqrt{3} \approx 60.6$（公尺）



82. (　　) 地面上 A、B 二點相距 $20\sqrt{2}$ 公尺，今測得一屋頂 C 之仰角分別為 30°、45°，且由 C 測得 A、B 二點之視角（即 $\angle ACB$）為 135°，則屋高為



(A) $4\sqrt{5}$ 公尺　(B) $2\sqrt{5}$ 公尺　(C) $5\sqrt{5}$ 公尺　(D) $5\sqrt{2}$ 公尺

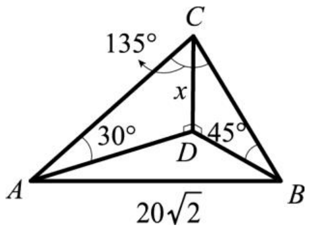
【龍騰自命題】

解答　A

解析　設屋高 $\overline{CD}=x$　$\therefore$　$\overline{AC}=2x$，$\overline{BC}=\sqrt{2}x$

$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2-2\overline{AC}\times\overline{BC}\times\cos 135^\circ$

$(20\sqrt{2})^2=(2x)^2+2x^2-2\times 2x\times\sqrt{2}x\times(-\frac{\sqrt{2}}{2})$　$\Rightarrow$　$x=4\sqrt{5}$，屋高為 $4\sqrt{5}$ 公尺



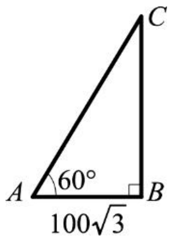
83. (　　) 江小瑢站在神木前 $100\sqrt{3}$ 公尺處，測得神木頂的仰角為 60°，則神木的高為　(A)100 公尺　(B)200 公尺　(C)300 公尺　(D)400 公尺

【龍騰自命題】

解答　C

解析　神木的高 $=\overline{BC}$

$\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}=100\sqrt{3}:\overline{BC}$　$\Rightarrow$　$\overline{BC}=100\sqrt{3}\times\sqrt{3}=300$（公尺）

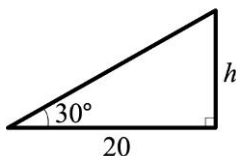


84. (　　)某人離一棵樹 20 公尺，且由地面上測得樹頂的仰角為 30°，則樹高為　(A)10 公尺　(B)20 公尺　(C) $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ 公尺　(D) $\frac{40}{3}$ 公尺

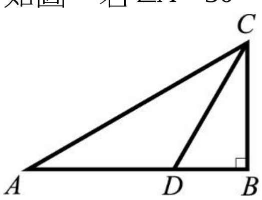
【龍騰自命題】

解答　C

解析　設樹高為 h 公尺，$\tan 30^\circ=\frac{h}{20}$　$\Rightarrow$　$h=20\tan 30^\circ=\frac{20\sqrt{3}}{3}$



85. (　　) 如圖，若 $\angle A=30^\circ$，$\angle CDB=60^\circ$ 且 $\overline{AD}=45$，則 $\overline{BD}=$



(A) 90　(B) $\dfrac{45}{2}$　(C) 45　(D) $\dfrac{45\sqrt{3}}{2}$

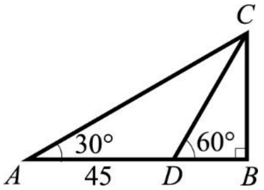
【隨堂卷】

解答　B

解析　$\because \angle ACD = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$，$\therefore \triangle ACD$ 為等腰三角形

$\overline{CD} = \overline{AD} = 45$

在$\triangle BCD$ 中，$\cos 60^\circ = \dfrac{\overline{BD}}{\overline{CD}} = \dfrac{\overline{BD}}{45} = \dfrac{1}{2}$，故 $\overline{BD} = \dfrac{45}{2}$



86. (　　) 文謙自地面 A 處測得一高樓樓頂的仰角為 30°，朝此高樓水平前進 200 公尺至 B 處，再測得高樓樓頂的仰角為 45°，若文謙的身高不計，則此高樓的高度為　(A) $100(\sqrt{3}+1)$ 公尺　(B) $100(\sqrt{3}-1)$ 公尺　(C) $200(\sqrt{3}+1)$ 公尺　(D) $200(\sqrt{3}-1)$ 公尺

【學習卷】

解答　A

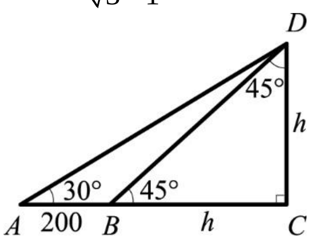
解析　依題意作圖如圖所示，點 D 是樓頂位置，點 C 是地面上在 D 點正下方的點

$\triangle BCD$ 為 $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ 之三角形，邊長比為 $1:1:\sqrt{2}$

設樓高 $\overline{CD} = h$ 公尺，則 $\overline{BC} = h$ 公尺

在$\triangle ACD$ 中，$\tan 30^\circ = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{h}{200+h}$ $\Rightarrow$ $\sqrt{3}h = 200 + h$ $\Rightarrow$ $(\sqrt{3}-1)h = 200$

得 $h = \dfrac{200}{\sqrt{3}-1} = 100(\sqrt{3}+1)$，故此高樓的高度為 $100(\sqrt{3}+1)$ 公尺



87. (　　) 在 A、B 兩棟大樓地面連接線段的中點，測得 A、B 兩棟大樓樓頂之仰角分別為 60° 及 30°，則 A 樓高度為 B 樓高度的幾倍？　(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(B) 3　(C) 4　(D) $\dfrac{7}{2}$

【super 講義-綜合評量】

解答　B

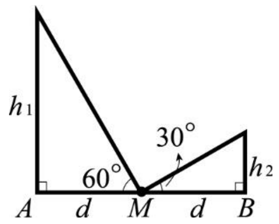
解析　設 A 樓高度為 h_1，B 樓高度為 h_2，中點 M 到兩大樓距離為 d

$\tan 60^\circ = \dfrac{h_1}{d}$ $\Rightarrow$ $h_1 = d \times \tan 60^\circ$ $\Rightarrow$ $h_1 = \sqrt{3}d$

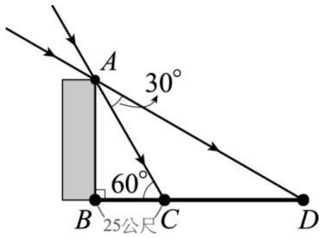
$\tan 30^\circ = \dfrac{h_2}{d}$ $\Rightarrow$ $h_2 = d \times \tan 30^\circ$ $\Rightarrow$ $h_2 = \dfrac{d}{\sqrt{3}}$

則 $\dfrac{h_1}{h_2} = \dfrac{\sqrt{3}d}{\dfrac{d}{\sqrt{3}}} = 3$

$\therefore$　A 樓高度為 B 樓高度的 3 倍



88. (　　) 有一棟大樓在下午 2 時太陽照射的影子（如圖之線段 $\overline{BC}$ ）長為 25 公尺，此時從大樓的影子端（即 C 點），測得大樓頂端的光線與地平面所成之夾角（ $\angle BCA$ ）為 60° 。若已知在下午 2 時與 4 時，太陽從大樓頂端射出的光線夾角（ $\angle CAD$ ）為 30° 。則在下午 4 時，此大樓的影子（如圖之線段 $\overline{BD}$ ）長為多少公尺？



(A) 50　(B) $25\left(1+\sqrt{3}\right)$　(C) 75　(D) $50\sqrt{3}$

【102 數(A)歷屆試題】

解答　C

解析　$\triangle ABC$ 中， $\tan 60° = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \sqrt{3}$

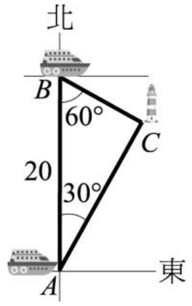
$\Rightarrow \dfrac{\overline{AB}}{25} = \sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad \overline{AB} = 25\sqrt{3}$

$\triangle ABD$ 中， $\tan 30° = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \dfrac{25\sqrt{3}}{\overline{BD}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad \overline{BD} = 75$

故大樓的影子長為 75 公尺

89. (　　) 如圖，有一船向北航行，當通過 A 點時在北 30°東的方位發現一燈塔 C，之後繼續向北前進 20 浬到達 B 點，此時燈塔的方位為南 60°東，則此時船與燈塔的距離為



(A)10 浬　(B)$10\sqrt{3}$ 浬　(C)20 浬　(D) $20\sqrt{3}$ 浬

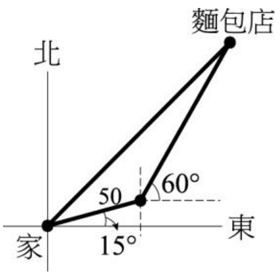
【龍騰自命題】

解答　A

解析　$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC = 30°$，$\angle ABC = 60°$　$\therefore$　$\angle BCA = 90°$

故 $\sin 30° = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = \overline{AB} \times \sin 30° = 20 \times \dfrac{1}{2} = 10$（浬）

90. (　　) 小明要到麵包店買麵包，當他站在家門口時，測得麵包店的方位為東北方，當他朝東 15°北的方向前進 50 公尺後，再測得麵包店的方位為東 60°北，如圖所示，則小明家到麵包店的距離為



(A) $(50\sqrt{3}+50)$ 公尺　(B) $50\sqrt{3}$ 公尺　(C)50 公尺　(D) $(50\sqrt{3}-50)$ 公尺

【龍騰自命題】

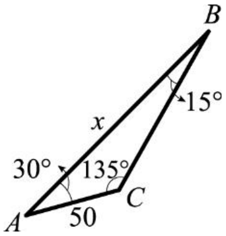
解答　A

解析　設小明家到麵包店的距離為 x 公尺

$\because\ \dfrac{x}{\sin 135°}=\dfrac{50}{\sin 15°}$

$\Rightarrow\ x=\dfrac{50}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{200}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=50(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=25(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\sqrt{2}=50(\sqrt{3}+1)=50\sqrt{3}+50$（公尺）



91. (　　) 某建築物上有一塔，塔頂有一旗桿，已知旗桿長 4 公尺，今在平地上某點測得建築物之頂、塔頂、旗桿頂的仰角分別為 45°、60°、75°，則建築物的高度為　(A) $\sqrt{3}$ 公尺　(B)2 公尺　(C) $(\sqrt{3}-1)$ 公尺　(D) $(\sqrt{3}+1)$ 公尺

【龍騰自命題】

解答　B

解析　如圖

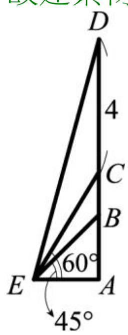
$\triangle ABE$ 中，$\overline{AE}=\overline{AB}$

$\triangle AEC$ 中　$\because\ \angle AEC=60°$　$\therefore\ \overline{AC}=\sqrt{3}\,\overline{AE}=\sqrt{3}\,\overline{AB}$

$\triangle AED$ 中　$\because\ \angle AED=75°$　$\therefore\ \overline{AD}=\overline{AE}\tan 75°=(2+\sqrt{3})\overline{AB}$

$\because\ \overline{AD}=\overline{AC}+\overline{CD}\ \Rightarrow\ (2+\sqrt{3})\overline{AB}=\sqrt{3}\,\overline{AB}+4\ \Rightarrow\ \overline{AB}=2$

故建築物的高度為 2 公尺



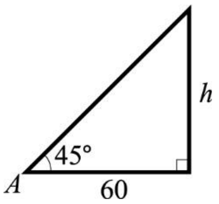
92. (　　) 小美從地面 A 處，測得一大樓樓頂仰角為 45°，他朝此大樓水平前進 60 公尺後到達大樓底部，則此大樓的高度為　(A) $30\sqrt{2}$ 公尺　(B) $60\sqrt{2}$ 公尺　(C) 30 公尺　(D) 60 公尺

【隨堂卷】

解答　D

解析　依題意作圖，設大樓高度為 h 公尺

則 $\tan 45° = \frac{h}{60} = 1$，即 $h = 60$（公尺）



93. (　　) 小偉在離塔底 200 公尺的地面某處，測得塔頂的仰角為 $60°$，若小偉的身高不計，則此塔高為　(A) $200\sqrt{3}$ 公尺　(B) $150\sqrt{3}$ 公尺　(C) $100\sqrt{3}$ 公尺　(D) $50\sqrt{3}$ 公尺

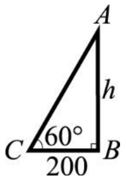
【學習卷】

解答　A

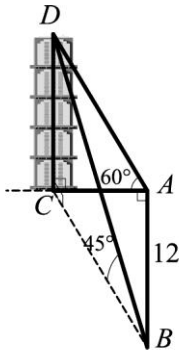
解析　依題意作圖如圖：A 為塔頂，B 為塔底，設塔高為 $\overline{AB} = h$ 公尺

在△ABC 中，$\tan 60° = \frac{h}{200}$　$\Rightarrow$　$h = 200 \times \tan 60° = 200 \times \sqrt{3} = 200\sqrt{3}$

∴　塔高為 $200\sqrt{3}$ 公尺



94. (　　) 葉小柔於地面一高塔前的正東邊 A 點處，測得此塔之頂端的仰角為 60°，葉小柔向正南方向走 12 公尺到達 B 點處，再測得塔頂之仰角為 45°，則此塔的高度為

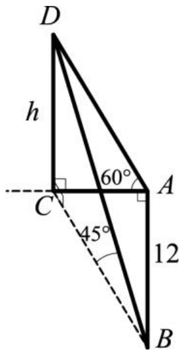


(A) $6\sqrt{6}$ 公尺　(B) $6\sqrt{3}$ 公尺　(C) $6\sqrt{2}$ 公尺　(D) 6 公尺

【龍騰自命題，進階卷】

解答　A

解析　如圖所示：



設塔的高度為 h 公尺

(i) 在△BCD 中　∵　$\angle CBD = 45°$　　∴　$\overline{BC} = \overline{CD} = h$

在△ACD 中　∵　$\angle CAD = 60°$　$\Rightarrow$　$\frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \tan 60°$

$\Rightarrow$　$\frac{h}{\overline{AC}} = \sqrt{3}$　$\Rightarrow$　$\sqrt{3}\,\overline{AC} = h$　∴　$\overline{AC} = \frac{h}{\sqrt{3}}$

(ii)在$\triangle ABC$中　$\because$　$\overline{AB}=12$，$\overline{BC}=h$，$\overline{AC}=\dfrac{h}{\sqrt{3}}$

由畢氏定理得知$h^2=12^2+(\dfrac{h}{\sqrt{3}})^2=144+\dfrac{1}{3}h^2$　$\Rightarrow$　$\dfrac{2}{3}h^2=144$　$\Rightarrow$　$h^2=144\times\dfrac{3}{2}=216$

$\therefore$　$h=\sqrt{216}=6\sqrt{6}$（公尺）

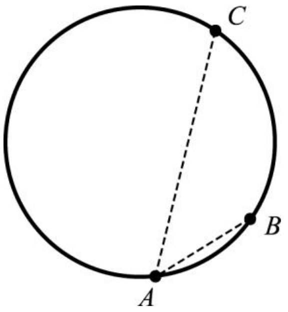
95. (　　) $\triangle ABC$中，$b=5$、$c=20$、$\angle A=30^\circ$，則$\triangle ABC$之面積為　(A)$10\sqrt{2}$　(B)15　(C)20　(D)25

【學習卷】

解答　D

解析　$\triangle ABC$面積$=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times5\times20\times\sin30^\circ=\dfrac{1}{2}\times5\times20\times\dfrac{1}{2}=25$（平方單位）

96. (　　) 如圖所示，某半徑為100公尺的圓形展覽館，在圓周上設有A、B、C三個入口，若$\angle CAB=30^\circ$，則B、C兩入口間的直線距離為多少公尺？

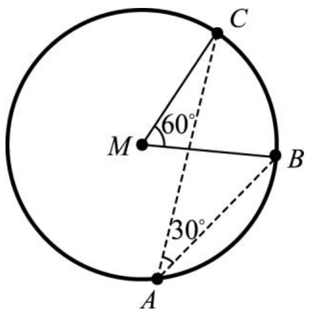


(A)$110\sqrt{3}$　(B)180　(C)$100\sqrt{3}$　(D)100

【super 講義-綜合評量】

解答　D

解析



設M為圓心

$\because$　$\angle CMB$為BC所對的圓心角

$\therefore$　$\angle CMB=2\angle CAB=2\times30^\circ=60^\circ$

在$\triangle CMB$中，由餘弦定理知：

$\overline{BC}^2=100^2+100^2-2\times100\times100\times\cos60^\circ=100^2+100^2-2\times100^2\times\dfrac{1}{2}=100^2$

故$\overline{BC}=100$（公尺）

97. (　　) 在$\triangle ABC$中，若$\overline{AB}=6$，$\angle C=30^\circ$，則$\triangle ABC$外接圓的半徑為　(A)3　(B)$3\sqrt{3}$　(C)6　(D)12

【龍騰自命題】

解答　C

解析　由正弦定理得$\dfrac{\overline{AB}}{\sin C}=2R$　$\Rightarrow$　$\dfrac{6}{\sin30^\circ}=2R$　$\Rightarrow$　$R=6$

98. (　　) 在$\triangle ABC$中，若$\overline{AB}=8$，$\overline{BC}=10$，$\angle B=30^\circ$，則$\triangle ABC$面積為　(A)20　(B)25　(C)30　(D)35

【龍騰自命題】

解答　A

解析　三角形面積$=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \sin 30^\circ = 20$

99. (　　)$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=9$，$\angle A=120^\circ$，$\angle A$ 之角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D，則 $\overline{AD}=$

(A)$\frac{12}{5}$　(B)$\frac{18}{5}$　(C)$\frac{10}{3}$　(D)$\frac{14}{3}$

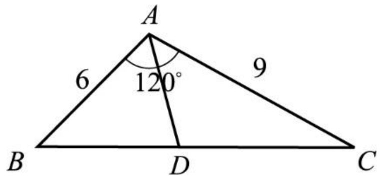
【龍騰自命題】

解答　B

解析　利用面積$\triangle ABD+\triangle ACD=\triangle ABC$

$\Rightarrow\ \frac{1}{2}\times 6\times \overline{AD}\times \sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times 9\times \overline{AD}\times \sin 60^\circ=\frac{1}{2}\times 6\times 9\times \sin 120^\circ$

$\Rightarrow\ 15\overline{AD}=54\ \Rightarrow\ \overline{AD}=\frac{18}{5}$



100. (　　)三角形的三邊長為 4、5、6，若其最大內角為 θ，則 $\cos\theta=$ (A)$\frac{1}{4}$　(B)$\frac{1}{5}$　(C)$\frac{1}{6}$　(D)$\frac{1}{8}$

【龍騰自命題】

解答　D

解析　∵　大邊對大角

∴　$\cos\theta=\frac{4^2+5^2-6^2}{2\times 4\times 5}=\frac{5}{2\times 4\times 5}=\frac{1}{8}$