

112-2 期中考 解析

一、單選題：(25 小題，每題 4 分，共 100 分)

1. () 下列四個數中，何者最小？ (A) $2^{\frac{1}{3}}$ (B) $2^{-\frac{1}{3}}$ (C) $8^{-\frac{1}{3}}$ (D) $8^{\frac{1}{3}}$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$(A) 2^{\frac{1}{3}} \quad (B) 2^{-\frac{1}{3}} \quad (C) 8^{-\frac{1}{3}} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-1} \quad (D) 8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2^1$$

$$\because -1 < -\frac{1}{3} < \frac{1}{3} < 1, \text{ 且底數 } 2 > 1 \text{ 為遞增函數}$$

$$\therefore (C) < (B) < (A) < (D)$$

2. () $C_3^{10} + C_9^{100} + C_0^{199}$ 之值為 (A) 5071 (B) 5269 (C) 10020 (D) 10021

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$C_3^{10} + C_9^{100} + C_0^{199} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} + \frac{100 \times 99}{2 \times 1} + 1 = 120 + 4950 + 1 = 5071$$

3. () $\log_2 3 \times \log_3 4 \times \log_4 5 \times \log_5 6 \times \log_6 7 \times \log_7 8 =$ (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\because (\log_a b)(\log_b c)(\log_c d) = \log_a d$$

$$\therefore \log_2 3 \times \log_3 4 \times \log_4 5 \times \log_5 6 \times \log_6 7 \times \log_7 8 = \log_2 8 = 3$$

4. () 若 $C_4^{10} = \frac{P_4^{10}}{t}$ ，則 $t =$ (A) 4 (B) 12 (C) 24 (D) 6

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$\text{因為 } C_4^{10} = \frac{P_4^{10}}{4!}$$

$$\text{所以 } t = 4! = 24$$

5. () A、B、C、……等 6 人排成一列，其方法共有幾種？ (A) 5! 種 (B) $5 \times 5!$ 種 (C) 6! 種 (D) $6 \times 6!$ 種

【龍騰自命題】

解答

C

解析

6 人全排為 6! 種

6. () 方程式 $9^{x+2} = 3^{11-x}$ 的解為 (A) $x = \frac{9}{2}$ (B) $x = \frac{7}{3}$ (C) $x = \frac{5}{2}$ (D) $x = \frac{8}{3}$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\text{原式} \Rightarrow 3^{2x+4} = 3^{11-x} \Rightarrow 2x+4 = 11-x \Rightarrow 3x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{3}$$

7. () 由甲、乙、丙、丁、戊、己 6 個人當中，任選四位由左至右排成一列，試求有多少種排法？ (A) 240 種 (B) 120 種 (C) 360 種 (D) 15 種

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$P_4^6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360 \text{ (種)}$$

8. () 設 $\log A = -2.862$ ，則 $\log A$ 的尾數為 (A) -0.862 (B) 0.862 (C) -0.138 (D) 0.138

解答

D

解析

 $\log 4 = -2.862 = -3 + 0.138 \quad \therefore \log 4$ 的尾數為 0.138

9. () 林同學至飲料店買飲品，他必須決定茶的種類、去冰情況、甜度及是否加珍珠。若共有 3 種茶、3 種去冰情況、5 種甜度及是否加珍珠，請問林同學選擇飲料搭配的可能性有幾種？ (A)15 (B)45 (C)90 (D)120

【課本自我評量】

解答

C

解析

依乘法原理共有： $3 \times 3 \times 5 \times 2 = 90$ (種)

10. () $\log x = 5.678$ ，則真數 x 的整數部分有 (A)4 位數 (B)5 位數 (C)6 位數 (D)7 位數

【龍騰自命題】

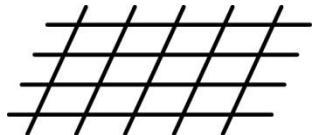
解答

C

解析

 $\log x = 5.678 = 5 + 0.678$ 首數為 5 $\therefore x$ 的整數部分有 $5 + 1 = 6$ 位數

11. () 下圖由兩組平行線所構成，共可決定幾個平行四邊形？



(A)30 (B)36 (C)45 (D)60

【龍騰自命題】

解答

D

解析

橫線 4 條選 2 條 $\Rightarrow C_2^4$ 斜線 5 條選 2 條 $\Rightarrow C_2^5$ 由乘法原理： $C_2^4 \times C_2^5 = 60$ (個)

12. () 已知 $a = C_1^8 + C_3^8 + C_5^8 + C_7^8$ ，則 $a =$
(A)256 (B)128 (C)64 (D)32

【學習卷】

解答

B

解析

由公式可得 $C_1^8 + C_3^8 + C_5^8 + C_7^8 = \frac{2^8 - 2}{2} = 2^7 = 128$ 故 $a = 128$

13. () 對數 $y = \log_a x$ 有意義的條件為何？ (A) x 為實數 (B) a 為實數 (C) $a > 0$ 且 $y > 0$ (D) $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ， $x > 0$

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析

$$\text{若 } y = \log_a x \text{ 有意義} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ x > 0 \end{cases} \text{ 三要素}$$

14. () 關於 $y = -\log_3 x$ 的圖形，下列各敘述何者不真？ (A)恆在 y 軸右方 (B)為遞減函數 (C)以 y 軸為漸近線 (D)通過點 $(-1, 0)$

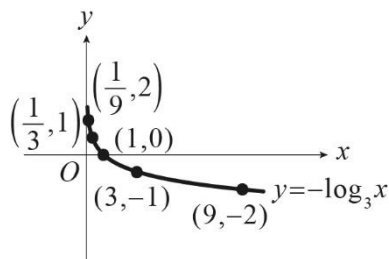
【龍騰自命題】

解答

D

解析

 $y = -\log_3 x$ 圖形如下：



圖形不通過點 $(-1, 0)$

15. () 下列各數何者為正？ (A) $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{2}$ (B) $\log_{\frac{1}{3}} 5$ (C) $\log_4 0.2$ (D) $\log_{0.3} \frac{1}{5}$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

(A) $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{2} = \log_{\frac{1}{3^2}} 2^{-1} = -2\log_3 2 < 0$

(B) $\log_{\frac{1}{3}} 5 = \log_{3^{-1}} 5 = -\log_3 5 < 0$

(C) $\log_4 0.2 = \log_{2^2} 5^{-1} = -\frac{1}{2}\log_2 5 < 0$

(D) $\log_{0.3} \frac{1}{5} = \log_{\frac{3}{10}} 5^{-1} = \log_{(\frac{10}{3})^{-1}} 5^{-1} = \log_{\frac{10}{3}} 5 > 0$

16. () 設 $a = \log_{0.2} 27$, $b = \log_{0.2} 9$, $c = \log_{0.2} 8$, 則下列何者正確？ (A) $b > a > c$ (B) $a > b > c$ (C) $c > b > a$ (D) $b > c > a$

【light 講義-綜合評量】

解答

C

解析

因為底數 $0 < 0.2 < 1$, 所以 $y = \log_{0.2} x$ 為遞減函數

又 $8 < 9 < 27$, 故 $\log_{0.2} 8 > \log_{0.2} 9 > \log_{0.2} 27$, 即 $c > b > a$

17. () $\log_2(\log_2 49) + 2\log_4(\log_7 2) =$ (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2

【super 講義-綜合評量】

解答

C

解析

原式 $= \log_2(\log_2 7^2) + \frac{2}{2}\log_2(\log_7 2) = \log_2(2\log_2 7) + \log_2(\log_7 2)$

$= \log_2[(2\log_2 7) \times (\log_7 2)] = \log_2 2 = 1$

18. () 已知 $\log 16.5 \approx 1.2175$, 若 $\log x \approx 3.2175$, 則 x 最接近下列何值？ (A) 165 (B) 1650 (C) 16500 (D) 165000

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$\log 16.5 = \log(1.65 \times 10) = \log 1.65 + \log 10 = 1 + \log 1.65 \approx 1.2175$

$\Rightarrow \log 1.65 \approx 0.2175$

$\log x \approx 3.2175 = 3 + 0.2175 \approx \log 10^3 + \log 1.65 = \log(10^3 \times 1.65) = \log 1650$

$\Rightarrow x \approx 1650$

19. () 三位數的正整數中, 末位數為 6 者, 共有若干個？ (A) 89 (B) 90 (C) 91 (D) 100

【龍騰自命題】

解答

B

解析

0 不可排首位, 6 排末位

$\square \square \square$

$9 \times 10 \times 1 = 90$ 個

20. () 設 $n = 720$, a 為 n 之質因數個數, b 為 n 之正因數個數, 則 $a + b =$

(A)30 (B)31 (C)32 (D)33

【學習卷】

解答

D

解析

$$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$$

⇒ (i) 質因數為 2、3、5，共 3 個

(ii) 正因數有 $(4+1)(2+1)(1+1) = 30$ 個

$$\therefore a = 3, b = 30$$

$$\text{則 } a + b = 33$$

21. () 不等式 $y \geq -2x - 6$ 的負整數解共有幾組？ (A)6 組 (B)5 組 (C)7 組 (D)4 組

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$x = -1$ 時， $y \geq 2 - 6 \Rightarrow y \geq -4 \Rightarrow y = -1, -2, -3, -4$ ，有 4 組負整數解

$x = -2$ 時， $y \geq 4 - 6 \Rightarrow y \geq -2 \Rightarrow y = -1, -2$ ，有 2 組負整數解

$x = -3$ 時， $y \geq 6 - 6 \Rightarrow y \geq 0$ ，沒有負整數解

\therefore 共有 $4 + 2 = 6$ 組

22. () 設 x, y 滿足不等式 $2 \leq x \leq 5, x + y \leq 8, y \geq 0$ ，則 $f(x, y) = 2x - y + 3$ 的最小值為何？ (A) -10 (B)13 (C)6 (D)1

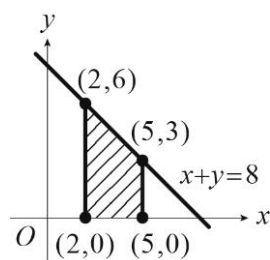
【龍騰自命題】

解答

D

解析

$\begin{cases} 2 \leq x \leq 5 \\ x + y \leq 8 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 所成可行解區域如下圖斜線部分所示



各頂點坐標分別為 $(2, 0), (2, 6), (5, 0), (5, 3)$

$$\text{又 } f(x, y) = 2x - y + 3$$

$$\Rightarrow f(2, 0) = 7, f(2, 6) = 1, f(5, 0) = 13, f(5, 3) = 10$$

$\therefore f(x, y) = 2x - y + 3$ 的最小值為 1

23. () 某日課堂上，老師對學生勉勵：「若每天增加百分之一的功力，則一年後至少會增加三十六倍的可觀效應；反之，每天減少百分之一的功力，則一年後至少流失現今功力的九成七」，這段勉勵運用了指數函數成長及衰退的概念，其數學上的表達最貼切下列哪一個選項？ (A) $1.01^{365} \geq 37$ 且 $0.99^{365} \leq 0.03$ (B) $365^{1.01} \leq 37$ 且 $365^{0.99} \geq 0.03$ (C) $1.01^{365} \geq 63$ 且 $0.99^{365} \leq 0.97$ (D) $365^{1.01} \leq 63$ 且 $365^{0.99} \geq 0.97$

【111 數(B)歷屆試題】

解答

A

解析

\therefore 「每天增加百分之一的功力，則一年後至少會增加 36 倍」

$$\text{即 } (1 + 0.01)^{365} \geq 36 + 1 \Rightarrow 1.01^{365} \geq 37$$

又「每天減少百分之一的功力，則一年後至少流失現今功力的 9 成 7」

$$\text{即 } (1 - 0.01)^{365} \leq 1 - 97\% \Rightarrow 0.99^{365} \leq 0.03$$

故選(A)

24. () 化簡 $C_0^n + \frac{C_1^n}{5} + \frac{C_2^n}{5^2} + \cdots + \frac{C_n^n}{5^n}$ 得 (A) $(\frac{6}{5})^n - 1$ (B) $(\frac{6}{5})^{n+1} - 1$ (C) $(\frac{6}{5})^{n-1} + 1$ (D) $(\frac{6}{5})^n$

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $\because (1 + \frac{1}{5})^n = C_0^n \times 1^n + C_1^n \times 1^{n-1} \times (\frac{1}{5}) + \cdots + C_n^n \times (\frac{1}{5})^n = C_0^n + \frac{C_1^n}{5} + \frac{C_2^n}{5^2} + \cdots + \frac{C_n^n}{5^n}$

\therefore 原式 $= (\frac{6}{5})^n$

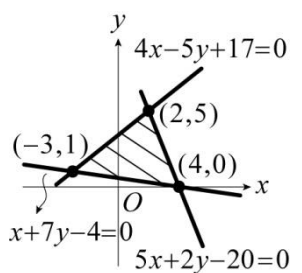
25. () 若 x, y 滿足 $\begin{cases} 4x - 5y + 17 \geq 0 \\ x + 7y - 4 \geq 0 \\ 5x + 2y - 20 \leq 0 \end{cases}$ ，且 $z = kx - y$ 在點(2,5)有最小值，則 k 的範圍為 (A) $k > -\frac{5}{2}$

(B) $k > \frac{4}{5}$ (C) $-\frac{5}{2} < k < \frac{4}{5}$ (D) $k < -\frac{5}{2}$ 或 $k > \frac{4}{5}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答 C

解析 聯立不等式的圖形為



將各頂點分別代入 z

x	4	2	-3
y	0	5	1
z	$4k$	$2k - 5$	$-3k - 1$

\therefore 在點(2,5)有最小值

$$\therefore \begin{cases} 2k - 5 < 4k \\ 2k - 5 < -3k - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k > -\frac{5}{2} \\ k < \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow -\frac{5}{2} < k < \frac{4}{5}$$