

Exercise 10 參考解答

一、單選題：(100 小題，每題 1 分，共 100 分)

1. () 某日課堂上，老師對學生勉勵：「若每天增加百分之一的功力，則一年後至少會增加三十六倍的可觀效應；反之，每天減少百分之一的功力，則一年後至少流失現今功力的九成七」，這段勉勵運用了指數函數成長及衰退的概念，其數學上的表達最貼切下列哪一個選項？ (A) $1.01^{365} \geq 37$ 且 $0.99^{365} \leq 0.03$ (B) $365^{1.01} \leq 37$ 且 $365^{0.99} \geq 0.03$ (C) $1.01^{365} \geq 63$ 且 $0.99^{365} \leq 0.97$ (D) $365^{1.01} \leq 63$ 且 $365^{0.99} \geq 0.97$

【111 數(B)歷屆試題】

解答

A

解析

∴ 「每天增加百分之一的功力，則一年後至少會增加 36 倍」

$$\text{即 } (1+0.01)^{365} \geq 36+1 \Rightarrow 1.01^{365} \geq 37$$

又「每天減少百分之一的功力，則一年後至少流失現今功力的 9 成 7」

$$\text{即 } (1-0.01)^{365} \leq 1-97\% \Rightarrow 0.99^{365} \leq 0.03$$

故選(A)

2. () 文謙將 20000 元年終獎金購買基金，每一年的報酬率為 9%，請問 10 年後文謙可領回多少元？（已知 $\log 1.09 \approx 0.0374$ ， $\log 2.366 \approx 0.374$ ） (A) 40723 (B) 40732 (C) 47230 (D) 47320

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析

複利的計算公式是： $S = P(1+i)^n$

其中 P 代表本金， n 代表期數， i 代表利率， S 代表本利和

設 10 年後可得 x 元，則 $x = 20000 \times (1+9\%)^{10}$

$$\log x = \log [20000 \times (1+9\%)^{10}] = \log (20000 \times 1.09^{10}) = \log 20000 + \log 1.09^{10}$$

$$= \log 20000 + 10 \log 1.09 \approx \log 20000 + 10 \times 0.0374 = \log 20000 + 0.374$$

$$= \log 20000 + \log 2.366 = \log (20000 \times 2.366) = \log 47320$$

$$\Rightarrow x = 47320$$

故 10 年後可領回 47320 元

3. () 已知 $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ，試求滿足 $\left(\frac{7}{3}\right)^n > 1000$ 的最小整數 $n =$ （提示：將原式兩邊同取常用對數） (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

【super 講義-綜合評量】

解答

C

解析

將 $\left(\frac{7}{3}\right)^n > 1000$ 兩邊同取常用對數得

$$\log \left(\frac{7}{3}\right)^n > \log 1000 \Rightarrow n(\log 7 - \log 3) > 3$$

$$\Rightarrow n(0.8451 - 0.4771) > 3$$

$$\Rightarrow 0.368n > 3$$

$$\Rightarrow n > \frac{3}{0.368} = 8.152 \dots$$

故所求最小整數 $n = 9$

4. () 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ，則 36^{10} 為幾位數？ (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17

【super 講義-綜合評量】

解答**C****解析**

$$\log 36^{10} = 10 \log 36 = 10 \log (4 \times 9) = 10(2 \log 2 + 2 \log 3) \approx 10(2 \times 0.3010 + 2 \times 0.4771) \\ = 10 \times 1.5562 = 15.562 = 15 + 0.562$$

 \therefore 首數為 15 $\therefore 36^{10}$ 為 16 位數

5. () 已知 $\log x \approx 3.3201$ ，則真數 x 的整數部分為 (A) 3 位數 (B) 4 位數 (C) 5 位數 (D) 6 位數

【學習卷】

解答**B****解析**

$$\log x \approx 3.3201 = 3 + 0.3201$$

 \Rightarrow 首數為 3故 x 的整數部分為 $3 + 1 = 4$ 位數

6. () 已知 $\log x \approx 3.3201$ ，則 $\log x$ 的首數為 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

【學習卷】

解答**B****解析**

$$\log x \approx 3.3201 = 3 + 0.3201$$

 \Rightarrow 首數為 3

7. () 下列各式何者正確？ (A) $\log_2(-3) = \log_{(-2)} 3$ (B) $10^{\log_{10} 2} = 100$ (C) $\log_4 9 = \log_2 3$ (D) $\log_2 2^3 = (\log_3 3)^2$

【light 講義-綜合評量】

解答**C****解析**

$$(A) \text{若 } \log_a b \text{ 有意義} \Leftrightarrow \text{三要素} \begin{cases} a > 0 \text{ (底數須大於 0)} \\ a \neq 1 \text{ (底數不可以等於 1)} \\ b > 0 \text{ (真數須大於 0)} \end{cases}$$

$$(B) \text{左式} = 10^{\log_{10} 2} = 2, \text{右式} = 100 = 10^2$$

$$(C) \log_4 9 = \log_{2^2} 3^2 = \frac{2}{2} \log_2 3 = \log_2 3$$

$$(D) \text{左式} = \log_2 2^3 = 3 \log_2 2 = 3 \times 1 = 3, \text{右式} = (\log_3 3)^2 = 1^2 = 1$$

8. () 化簡 $\log_{10} 2 + \log_{10} \sqrt{15} - \frac{1}{2} \log_{10} 6 =$
(A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

【西螺農工段考題 light 講義-類題】

解答**D****解析**

利用對數的運算公式

$$\log_{10} 2 + \log_{10} \sqrt{15} - \frac{1}{2} \log_{10} 6$$

$$\begin{aligned} & \text{係數往後次方} \\ &= \log_{10} 2 + \log_{10} \sqrt{15} - \log_{10} 6^{\frac{1}{2}} = \log_{10} 2 + \log_{10} \sqrt{15} - \log_{10} \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{分開相加減=合併相乘除} \\ &= \log_{10} (2 \times \sqrt{15} \div \sqrt{6}) = \log_{10} \sqrt{\frac{4 \times 15}{6}} = \log_{10} \sqrt{10} = \log_{10} 10^{\frac{1}{2}} \stackrel{\text{次方往前}}{=} \frac{1}{2} \log_{10} 10 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

9. () 若 $\log_{10} 2 = x$ 、 $\log_{10} 3 = y$ ，則 $\log_{12} 15$ 等於下列哪一式？ (A) $\frac{5}{4}$ (B) $\frac{x+y-1}{x+2y}$ (C) $\frac{x-y+1}{2x+y}$
(D) $\frac{y+1-x}{2x+y}$

【102 數(B)歷屆試題】

解答**D****解析**

利用換底公式：

$$\log_{12} 15 = \frac{\log_{10} 15}{\log_{10} 12} = \frac{\log_{10} 3 + \log_{10} 5}{\log_{10} 2^2 + \log_{10} 3} = \frac{\log_{10} 3 + 1 - \log_{10} 2}{2\log_{10} 2 + \log_{10} 3} = \frac{y + 1 - x}{2x + y}$$

10. () $\log_2 \left(\log_{10} \sqrt{\sqrt{10}} \right)$ 可化為下列何者？ (A) -2 (B) -3 (C) -4 (D) -5

【101 數(A)歷屆試題】

解答**B****解析**

$$\text{原式} = \log_2 \left(\log_{10} \left(\left(10^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \right) = \log_2 \left(\log_{10} 10^{\frac{1}{8}} \right) = \log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = -3$$

11. () 若 $2^{x^2} = 16$ ，則 $x =$ (A) ± 2 (B) ± 1 (C) 2 (D) -2

【super 講義-綜合評量】

解答**A****解析**

$$2^{x^2} = 16 \Rightarrow 2^{x^2} = 2^4 \Rightarrow x^2 = 4 \\ \therefore x = \pm 2$$

12. () 若 $3^{4x+x^2} = \frac{1}{81}$ ，則 $x =$ (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 2

【super 講義-綜合評量】

解答**A****解析**

$$3^{4x+x^2} = \frac{1}{81} \Rightarrow 3^{4x+x^2} = 3^{-4} \\ \Rightarrow 4x + x^2 = -4 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \\ \Rightarrow (x+2)^2 = 0 \\ \therefore x = -2$$

13. () 設 $a = 3\log_4 3$ ， $b = 2\log_2 3$ ， $c = \log_2 8$ ，則下列何者正確？ (A) $b > a > c$ (B) $a > b > c$ (C) $c > b > a$ (D) $b > c > a$

【super 講義-綜合評量】

解答**D****解析**

$$a = 3\log_4 3 = \log_4 27 \\ b = 2\log_2 3 = \log_4 81 \\ c = \log_2 8 = \log_4 64 \\ \therefore \text{底數 } 4 > 1 \quad \therefore y = \log_4 x \text{ 為遞增函數，又 } 81 > 64 > 27 \\ \therefore b > c > a$$

14. () 設 $10 < x < 100$ ，若 $\log x^3$ 與 $\log x$ 尾數相同，則 $x =$ (A) $10\sqrt{10}$ (B) 20 (C) $10\sqrt{2}$ (D) $10\sqrt{5}$

【super 講義-綜合評量】

解答**A****解析**

$$\therefore \log x^3 \text{ 與 } \log x \text{ 尾數相同} \\ \Rightarrow \log x^3 - \log x = \log \frac{x^3}{x} = 2\log x \text{ 為整數} \\ \text{又 } 10 < x < 100 \Rightarrow \log 10 < \log x < \log 100 \\ \Rightarrow 1 < \log x < 2 \Rightarrow 2 < 2\log x < 4 \\ \Rightarrow 2\log x = 3 \Rightarrow \log x = \frac{3}{2} \\ \therefore x = 10^{\frac{3}{2}} = 10\sqrt{10}$$

15. () 已知 $a = \frac{2}{\sqrt[4]{8}}$ 、 $b = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{3}}$ ，則下列敘述何者為真？ (A) $a \cdot b < 2$ (B) $a + b < 2$ (C) $a < b$
(D) $b^3 < a^2$

【102 數(B)歷屆試題】

解答

A

解析

$$a = \frac{2}{\sqrt[4]{8}} = 2^{\frac{1}{4}}, \quad b = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}}$$

$$(A) a \cdot b = 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{5}{12}} < 2^1 = 2$$

$$(B) a = 2^{\frac{1}{4}} > 2^0 = 1, \quad b = 2^{\frac{1}{6}} > 2^0 = 1 \Rightarrow a + b > 2$$

$$(C) a = 2^{\frac{1}{4}} > 2^{\frac{1}{6}} = b$$

$$(D) b^3 = \left(2^{\frac{1}{6}}\right)^3 = 2^{\frac{1}{2}}, \quad a^2 = \left(2^{\frac{1}{4}}\right)^2 = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow b^3 = a^2$$

16. () 若 $\log_8 a = \frac{1}{2}$ ，則 $\log_2 \left(\frac{a}{2}\right) =$ (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

【106 數(A)歷屆試題】

解答

D

解析

$$\text{由 } \log_8 a = \frac{1}{2} \text{ 可得 } a = 8^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{則所求 } \log_2 \left(\frac{a}{2}\right) = \log_2 \left(\frac{2^{\frac{3}{2}}}{2}\right) = \log_2 2^{\frac{3}{2}-1} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

17. () 已知 a 、 b 為實數，且 $3^a = 5$ ， $5^b = 9$ ，則 $ab =$ (A) $\log_{15} 45$ (B) $\log_3 5$ (C) 2 (D) 3

【104 數(C)歷屆試題】

解答

C

解析

由對數的定義：

$$3^a = 5 \Rightarrow \log_3 5 = a$$

$$5^b = 9 \Rightarrow \log_5 9 = b$$

$$\text{則 } ab = \log_3 5 \times \log_5 9 = \log_3 9 = 2$$

18. () 若 $x = 2$ ，則 $x^{-1} - x^0 + x =$

$$(A) \frac{1}{2} \quad (B) 1 \quad (C) \frac{3}{2} \quad (D) \frac{5}{2}$$

【學習卷】

解答

C

解析

$$x^{-1} - x^0 + x = 2^{-1} - 2^0 + 2 = \frac{1}{2} - 1 + 2 = \frac{3}{2}$$

19. () 下列各式何者無意義？ (A) $\log_5 55$ (B) $\log_{10}(-5)$ (C) $\log_{0.1} \frac{1}{5}$ (D) $\log_{\frac{4}{3}} \frac{3}{4}$

【學習卷】

解答

B

解析

$\log_{10}(-5)$ 因為真數為 $-5 < 0$ ，故無意義

20. () $\frac{2\log_{10} 3 + \log_{10} 2}{1 + \frac{1}{2}\log_{10} 0.36 + \frac{1}{3}\log_{10} 27} =$

$$(A) -1 \quad (B) 0 \quad (C) \frac{1}{2} \quad (D) 1$$

解答

D

解析

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \frac{\log_{10} 3^2 + \log_{10} 2}{\log_{10} 10 + \log_{10} \sqrt{0.36} + \log_{10} \sqrt[3]{27}} = \frac{\log_{10} 9 + \log_{10} 2}{\log_{10} 10 + \log_{10} 0.6 + \log_{10} 3} \\ &= \frac{\log_{10} (9 \times 2)}{\log_{10} (10 \times 0.6 \times 3)} = \frac{\log_{10} 18}{\log_{10} 18} = 1\end{aligned}$$

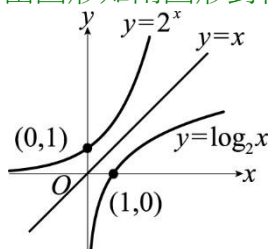
21. () 在同一直角坐標平面上， $y = \log_2 x$ 與 $y = 2^x$ 的圖形共有幾個交點？ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

【學習卷】

解答

A

解析

由圖形知兩圖形對稱於直線 $y = x$ 且沒有交點

22. () 下列有關 $\log_a b$ 與 $\log_a c$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 之敘述，何者為真？ (A) 若 $b > c$ ，則 $\log_a b > \log_a c$ (B) 若 $\log_a b > \log_a c$ ，則 $b > c$ (C) $\log_a b$ 為遞增函數 (D) 若 $0 < a < 1$ 且 $b > 7$ ，則 $\log_a b < 0$

【學習卷】

解答

D

解析

- (A) 當 $a > 1$ 時 \Rightarrow 若 $b > c$ ，則 $\log_a b > \log_a c$ ，此敘述才成立
 (B) 當 $a > 1$ 時 \Rightarrow 若 $\log_a b > \log_a c$ ，則 $b > c$ ，此敘述才成立
 (C) 當 $a > 1$ 時 \Rightarrow $\log_a b$ 為遞增函數，此敘述才成立
 (D) 當 $0 < a < 1$ 時 \Rightarrow $\log_a b$ 為遞減函數， $\log_a b < \log_a 7 < \log_a 1 = 0 \Rightarrow \log_a b < 0$
 \therefore 選項(D)為真

23. () 下列何值與 $\log_2 5$ 相等？ (A) $\log 5 - \log 2$ (B) $\log\left(\frac{5}{2}\right)$ (C) $\frac{\log 50}{\log 20}$ (D) $\frac{\log 25}{\log 4}$

【學習卷】

解答

D

解析

- (A) $\log 5 - \log 2 = \log \frac{5}{2} \neq \log_2 5$
 (B) $\log \frac{5}{2} \neq \log_2 5$
 (C) $\frac{\log 50}{\log 20} = \log_{20} 50 \neq \log_2 5$
 (D) $\frac{\log 25}{\log 4} = \log_4 25 = \log_{2^2} 5^2 = \log_2 5$

24. () $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ 其值為 (A) 0.0125 (B) 0.125 (C) 4 (D) 8

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\text{原式} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$$

25. () 下列何者正確？ (A) $\sqrt[3]{a^3 + b^3} = a + b$ ，其中 a, b 為任意實數 (B) $(a^m)^n = a^{m+n}$ ，其中 a 、

$n、m$ 為任意實數 (C) $\sqrt[3]{a^3} = a$ ，其中 a 為任意實數 (D) $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{m}{n}}$ ，其中 $a > 0$ 且 $m、n$ 皆為正整數

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$(A) \sqrt[3]{a^3 + b^3} = (a^3 + b^3)^{\frac{1}{3}}$$

$$(B) (a^m)^n = a^{m \times n} \quad (C) \sqrt[3]{a^3} = a^{\frac{3}{3}} = a$$

$$(D) \sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

26. () $5^3 \times 5^4$ 是 5 的幾次方？ (A) 12 (B) 10 (C) 7 (D) 5

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$5^3 \times 5^4 = 5^7 \Rightarrow \text{所求} = 7$$

27. () 設 $a、b > 0$ ，若 $4a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}} \div (-2a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{5}{6}}) = -2a^t b^r$ ，則 $t + r =$ (A) $\frac{5}{6}$ (B) $-\frac{5}{6}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{2}{3}$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\text{原式} = -2a^{\frac{1}{2} - \frac{5}{6}}b^{\frac{1}{3} - \frac{5}{6}} = -2a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow t = -\frac{1}{3}, r = -\frac{1}{2} \Rightarrow t + r = -\frac{5}{6}$$

28. () 設 $a、b > 0$ ，化簡 $\sqrt[3]{ab^3(\sqrt{ab})^3} =$ (A) $a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{3}{2}}$ (B) $a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{1}{2}}$ (C) $a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{1}{2}}$ (D) $a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{3}{2}}$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\text{原式} = [a^1 b^3 [(ab)^{\frac{1}{2}}]^3]^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}} b^1 (ab)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} b^{1 + \frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}} b^{\frac{3}{2}}$$

29. () 方程式 $9^{x+2} = 3^{11-x}$ 的解為 (A) $x = \frac{9}{2}$ (B) $x = \frac{7}{3}$ (C) $x = \frac{5}{2}$ (D) $x = \frac{8}{3}$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\text{原式} \Rightarrow 3^{2x+4} = 3^{11-x} \Rightarrow 2x+4 = 11-x \Rightarrow 3x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{3}$$

30. () 關於 $y = -2^x$ 的圖形，下列各敘述何者不真？ (A) 恆在 x 軸下方 (B) 通過點 $(0, -1)$ (C) 為遞增函數 (D) 以 x 軸為漸近線

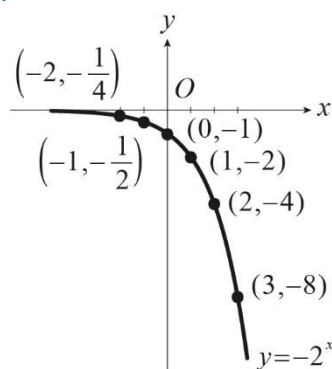
【龍騰自命題】

解答

C

解析

$y = -2^x$ 的圖形如下：



為遞減函數

31. () 方程式 $9^{3x} = 3^{x^2+5}$ ，求 $x =$ (A) 1 (B) 5 (C) 1 或 5 (D) 0 或 3

解答

C

解析

$$\begin{aligned}\text{原式} &\Rightarrow (3^2)^{3x} = 3^{x^2+5} \Rightarrow 6x = x^2 + 5 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \\ &\Rightarrow (x-1)(x-5) = 0 \\ &\therefore x = 1 \text{ 或 } 5\end{aligned}$$

32. () 解 $(\frac{3}{4})^{x+2} = (\frac{4}{3})^{2x-5}$ 得 x 之值為 (A)-1 (B)-2 (C)2 (D)1

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\begin{aligned}\text{原式} &\Rightarrow (\frac{3}{4})^{x+2} = [(\frac{3}{4})^{-1}]^{2x-5} \Rightarrow (\frac{3}{4})^{x+2} = (\frac{3}{4})^{-2x+5} \\ &\Rightarrow x+2 = -2x+5 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1\end{aligned}$$

33. () $(\frac{11}{19})^{3x+2} = (\frac{19}{11})^{x+6}$ ，求 $x =$ (A)1 (B)-1 (C)2 (D)-2

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\begin{aligned}\text{原式} &\Rightarrow (\frac{11}{19})^{3x+2} = [(\frac{11}{19})^{-1}]^{x+6} \Rightarrow (\frac{11}{19})^{3x+2} = (\frac{11}{19})^{-x-6} \\ &\Rightarrow 3x+2 = -x-6 \Rightarrow 4x = -8 \Rightarrow x = -2\end{aligned}$$

34. () 設 $a > 0, a \neq 1$ ，則在 $y = a^x$ 中，當 x 值增加 2 時， y 值為原來的 16 倍，則 $a =$ (A)4 (B)2 (C)8 (D)16

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\begin{array}{c|c|c} x & 1 & 3 \\ \hline y & a^1 & a^3 \end{array} \Rightarrow a^3 = 16a \Rightarrow a^2 = 16, a = 4 \text{ 或 } -4 \text{ (不合)}$$

35. () 設 $a = \sqrt[3]{4}, b = \sqrt[4]{8}, c = \sqrt{2\sqrt[3]{2}}$ ，則 $a、b、c$ 之大小順序為何？ (A) $a < c < b$ (B) $c < a < b$ (C) $b < a < c$ (D) $a = c < b$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\begin{aligned}a &= \sqrt[3]{4} = 2^{\frac{2}{3}}, b = \sqrt[4]{8} = 2^{\frac{3}{4}}, c = \sqrt{2\sqrt[3]{2}} = (2^1 \times 2^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{3}} \\ &\therefore \frac{2}{3} < \frac{3}{4} \text{ 且底數 } 2 > 1 \therefore 2^{\frac{2}{3}} < 2^{\frac{3}{4}} \Rightarrow a = c < b\end{aligned}$$

36. () 下列何者有意義？ (A) $\log_{-2}4$ (B) $\log_2(-4)$ (C) \log_13 (D) \log_31

【龍騰自命題】

解答

D

解析

對數 $\log_a b$ 有意義即底數 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，真數 $b > 0$ (A)底數-2 無意義 (B)真數-4 無意義 (C)底數 1 無意義

37. () $\log_2 3 \times \log_3 4 \times \log_4 5 \times \log_5 6 \times \log_6 7 \times \log_7 8 \times \log_8 2 =$ (A)3 (B)2 (C)1 (D)0

【龍騰自命題】

解答

C

解析

利用對數的性質，連鎖律
原式 $= \log_2 2 = 1$

38. () $\log_{10} 4 + \log_{10} 15 - \log_{10} 0.6 =$ (A)10 (B)8 (C)4 (D)2

【龍騰自命題】

解答

D

解析 $\log_{10}4 + \log_{10}15 - \log_{10}0.6 = \log_{10}(4 \times 15 \div 0.6) = \log_{10}100 = 2$

39. () $\log_2(\log_2 49) + 2\log_4(\log_7 2) =$ (A)-1 (B)1 (C)-3 (D)3

【龍騰自命題】

解答 B

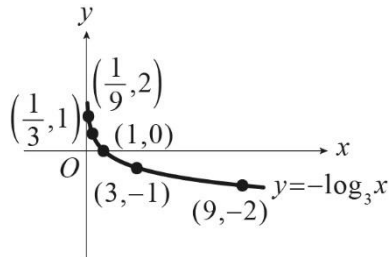
解析 原式 $= \log_2(\log_2 49) + \log_2(\log_7 2) = \log_2(\log_2 49 \times \log_7 2)$
 $= \log_2(\log_2 49 \times \log_{49} 4) = \log_2(\log_2 4) = \log_2 2 = 1$

40. () 關於 $y = -\log_3 x$ 的圖形，下列各敘述何者不真？ (A)恆在 y 軸右方 (B)為遞減函數 (C)以 y 軸為漸近線 (D)通過點 $(-1, 0)$

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $y = -\log_3 x$ 圖形如下：



圖形不通過點 $(-1, 0)$

41. () 方程式 $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 1$ 之解為 (A) $x = \frac{3}{4}$ (B) $x = \frac{4}{3}$ (C) $x = \frac{1}{2}$ (D) $x = \frac{3}{2}$

【龍騰自命題】

解答 A

解析 $\because \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \quad \therefore 2x-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

42. () 方程式 $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) = \log_{\frac{1}{2}}(5-x)$ 之解為 (A) $x = -4$ (B) $x = 4$ (C) $x = 5$ (D) $x = 3$

【龍騰自命題】

解答 B

解析 $\because x-3 = 5-x \Rightarrow 2x = 8$
 $\therefore x = 4$

43. () 設 $a = 3\log_4 3$ ， $b = 2\log_2 3$ ， $c = \log_2 8$ ，則 (A) $a > b > c$ (B) $b > c > a$ (C) $c > b > a$ (D) $b > a > c$

【龍騰自命題】

解答 B

解析 $a = 3\log_4 3 = \log_4 27$ ， $b = 2\log_2 3 = \log_4 81$ ， $c = \log_2 8 = \log_4 64$
 \because 底數 $4 > 1$ 為遞增函數，又 $81 > 64 > 27$
 $\therefore b > c > a$

44. () $x > 0$ ， $\log x$ 之首數為 -4 ，則 x 之範圍為 (A) $-4 \leq x < -3$ (B) $-3 \leq x < -2$ (C) $10^{-4} \leq x < 10^{-3}$ (D) $10^{-3} \leq x < 10^{-2}$

【龍騰自命題】

解答 C

解析 $\because \log x$ 之首數為 $-4 \quad \therefore -4 \leq \log x < -3$ ，即 $10^{-4} \leq x < 10^{-3}$

45. () $\log x = -5.4318$ ，則 $\log x$ 之尾數為 (A)5.4318 (B)-0.4318 (C)0.5682 (D)0.4318

【龍騰自命題】

解答 C

解析 $\log x = -5.4318 = -6 + 0.5682$

∴ 尾數為 0.5682

46. () 下列哪一個對數的尾數和其他 3 個不同？ (A) $\log 35$ (B) $\log \frac{1}{35}$ (C) $\log 0.35$ (D) $\log 350$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

(A) $\log 35 = \log(3.5 \times 10) = \log 3.5 + \log 10 = 1 + \log 3.5 \Rightarrow$ 尾數為 $\log 3.5$ (B) $\log \frac{1}{35} = \log 35^{-1} = -\log 35 = -(1 + \log 3.5) = -1 - \log 3.5 = -2 + (1 - \log 3.5) \Rightarrow$ 尾數為 $1 - \log 3.5$ (C) $\log 0.35 = \log(3.5 \times 10^{-1}) = \log 3.5 + \log 10^{-1} = -1 + \log 3.5 \Rightarrow$ 尾數為 $\log 3.5$ (D) $\log 350 = \log(3.5 \times 10^2) = \log 3.5 + \log 10^2 = 2 + \log 3.5 \Rightarrow$ 尾數為 $\log 3.5$

47. () $\log 0.004038$ 的首數為 (A) -5 (B) -4 (C) -3 (D) -2

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$\log 0.004038 = \log(4.038 \times 10^{-3}) = \log 4.038 + \log 10^{-3} = -3 + \log 4.038 \Rightarrow$ 首數 = -3

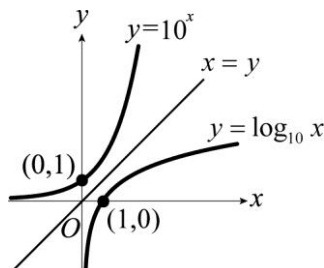
48. () 在同一直角坐標平面上，函數 $y = \log_{10} x$ 與 $y = 10^x$ 的圖形共有幾個交點？ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

【101 數(A)歷屆試題】

解答

A

解析



由圖形知

兩圖形對稱於直線 $x = y$ 且沒有交點

49. () 已知 a, b 為實數，若 $2^a = \sqrt{32}$ 且 $3^b = \frac{1}{\sqrt{27}}$ ，則 $a + b =$ (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

【課本自我評量】

解答

C

解析

$$2^a = \sqrt{32} = \sqrt{2^5} = (2^5)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{2}}$$

$$\text{則 } a = \frac{5}{2}$$

$$3^b = \frac{1}{\sqrt{27}} = \frac{1}{\sqrt{3^3}} = \frac{1}{(3^3)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{3^{\frac{3}{2}}} = 3^{-\frac{3}{2}}$$

$$\text{則 } b = -\frac{3}{2}$$

$$\text{故 } a + b = \frac{5}{2} + \left(-\frac{3}{2}\right) = 1$$

50. () 對數方程式 $\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3$ ，則 $x =$ (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6

【課本自我評量】

解答

D

解析

原式可化為

$$\log_2(x-5)(x+2) = \log_2 2^3$$

比較真數得 $(x-5)(x+2) = 2^3$

計算得 $x^2 - 3x - 10 = 8$

移項得 $x^2 - 3x - 18 = 0$

因式分解得 $(x-6)(x+3) = 0$

故 $x = 6$ 或 -3 (不合, 使真數小於 0)

51. () 若 $2^3 \times 2^5 = 2^t$, 則 $t =$
(A) 2 (B) 15 (C) 8 (D) -2

【隨堂卷】

解答

C

解析

由指數律 $a^m \times a^n = a^{m+n}$

$$2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8 = 2^t \Rightarrow t = 8$$

52. () 若 $\sqrt[3]{5} = 5^r$, 則 $r =$
(A) $-\frac{1}{3}$ (B) 3 (C) $\frac{1}{3}$ (D) -3

【隨堂卷】

解答

C

解析

有理數指數 $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

$$\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} = 5^r \Rightarrow r = \frac{1}{3}$$

53. () 設 $ab \neq 0$ 且 $a > 0$, 化簡 $(a^2 b^4)^{\frac{1}{2}} =$
(A) $a^4 b^8$ (B) $a^2 b^2$ (C) ab^8 (D) ab^2

【隨堂卷】

解答

D

解析

由指數對乘法的分配律

$$\text{知 } (a^2 b^4)^{\frac{1}{2}} = a^{2 \times \frac{1}{2}} b^{4 \times \frac{1}{2}} = a^1 b^2 = ab^2$$

54. () 設 $a = 2^2$ 、 $b = 2^4$ 、 $c = 2^{\frac{7}{2}}$, 則 a 、 b 、 c 之大小順序為 (A) $b > a > c$ (B) $c > b > a$ (C) $a > c > b$
(D) $b > c > a$

【隨堂卷】

解答

D

解析

因為底數 $2 > 1$, 所以 $y = 2^x$ 為遞增函數

且指數 $4 > \frac{7}{2} > 2$, 故 $2^4 > 2^{\frac{7}{2}} > 2^2$, 即 $b > c > a$

55. () 若 $4^x = 8$, 則 $x =$
(A) 3 (B) 2 (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$

【隨堂卷】

解答

D

解析

因為 $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, 所以原方程式可化為 $(2^2)^x = 2^3$

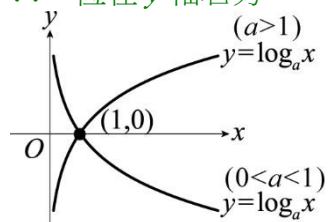
$$\text{即 } 2x = 3, \text{ 得 } x = \frac{3}{2}$$

56. () 設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 則 $y = \log_a x$ 的圖形恆在 (A) x 軸上方 (B) x 軸下方 (C) y 軸右方 (D) y 軸左方

解答

C

解析

 $y = \log_a x$ 的圖形如圖 \therefore 恆在 y 軸右方

57. () 設 $x > 1$ ，若 $\log_3 x^2 = 2$ ，則 $x =$
 (A) 2 (B) 3 (C) 9 (D) 4

【隨堂卷】

解答

B

解析

$$\log_3 x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = 3^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \text{ 或 } -3 \text{ (不合)}$$

故 $x = 3$

58. () $\log 0.03424$ 的首數為 (A) 0 (B) -1 (C) -2 (D) -3

【隨堂卷】

解答

C

解析

$$\log 0.03424 = \log (3.424 \times 10^{-2}) = \log 3.424 + \log 10^{-2}$$

$$= -2 + \log 3.424$$

得首數為 -2

59. () 若 $f(x) = 2^x$ ，則下列何者正確？ (A) $f(-1) = -2$ (B) $f(0) = 0$ (C) $f(-3) > f(-2)$ (D)
 $x_2 > x_1$ 時， $f(x_2) > f(x_1)$

【課本習題】

解答

D

解析

$$f(x) = 2^x$$

$$(A) f(-1) = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$(B) f(0) = 2^0 = 1$$

$$(C) f(-3) = \frac{1}{8}, f(-2) = \frac{1}{4}, \text{ 則 } f(-3) < f(-2)$$

(D) 2^x 之底數 $2 > 1$ ，為遞增函數，所以 $x_2 > x_1$ 時， $f(x_2) > f(x_1)$

60. () 化簡 $\frac{\sqrt[5]{4} \times \sqrt{8} \times (\sqrt[3]{5\sqrt{4}})^2}{\sqrt[3]{\sqrt{2}}} =$ (A) 2 (B) 4 (C) $\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

B

解析

$$\text{原式} = \frac{2^{\frac{2}{5}} \times 2^{\frac{3}{2}} \times (2^{\frac{2}{15}})^2}{2^{\frac{1}{6}}} = \frac{2^{\frac{2}{5} + \frac{3}{2} + \frac{4}{15}}}{2^{\frac{1}{6}}} = \frac{2^{\frac{13}{6}}}{2^{\frac{1}{6}}} = 2^2 = 4$$

61. () 設 $x > 0$ ，則 $\frac{1}{\sqrt[5]{\sqrt[3]{x}} \sqrt{\sqrt{x}}} =$

$$(A) x^{\frac{1}{30}} \quad (B) x^{30} \quad (C) x^{-\frac{1}{30}} \quad (D) x^{-30}$$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

A

解析

$$\frac{1}{\sqrt[5]{\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}}} = \frac{1}{\left(x^{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}} = (x^{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{5}} = x^{\frac{1}{30}}$$

62. () 若 $a > 0$ ，且 m, n 為正整數，則下列何者錯誤？ (A) $(a^m)^n = a^{m+n}$ (B) $a^{-1} = \frac{1}{a}$ (C) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
(D) $a^0 = 1$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

(A) $(a^m)^n = a^{mn}$ ， $a^m \times a^n = a^{m+n}$

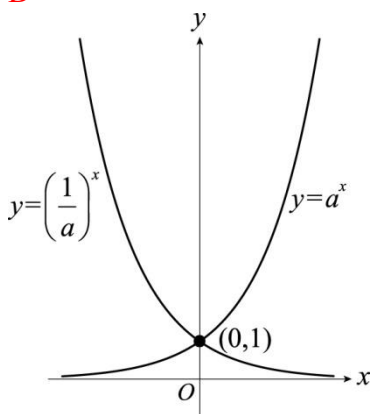
63. () 已知 $a > 0$ ，則 $y = a^x$ 的圖形與 $y = (\frac{1}{a})^x$ 的圖形對稱於 (A) $x - y = 0$ (B) $x + y = 0$ (C) x 軸 (D) y 軸

【龍騰自命題】

解答

D

解析



觀察圖，知 $y = a^x$ 與 $y = (\frac{1}{a})^x$ 對稱於 y 軸

64. () $(\log_{\frac{1}{3}} 4) \times (\log_8 9) =$ (A) -8 (B) $-\frac{3}{2}$ (C) $-\frac{4}{3}$ (D) $-\frac{5}{3}$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

原式 $= (\log_{3^{-1}} 2^2) \times (\log_{2^3} 3^2) = -2 \times \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$

65. () 已知 $a > 0$ ， $a \neq 1$ ， $\log_a x = 8$ ， $\log_a y = 3$ 且 $n = 5$ ，則 $\log_a \sqrt[n]{\frac{x}{y}} =$ (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\sqrt[5]{\frac{3}{8}}$ (D) $\frac{\sqrt[5]{3}}{2}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

A

解析

$\log_a \sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{1}{n} \log_a \frac{x}{y} = \frac{1}{n} (\log_a x - \log_a y) = \frac{1}{5} (8 - 3) = 1$

66. () 設 $a = \log_{\frac{1}{3}} 2$ ， $b = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$ ， $c = \log_{\frac{1}{2}} 3$ ， $d = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ ，則 a, b, c, d 之大小關係為 (A) $d > b > a > c$ (B) $a > c > d > b$ (C) $c > d > b > a$ (D) $b > d > c > a$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

A

解析

$$a = \log_{\frac{1}{3}} 2 = \log_3 \frac{1}{2} = \log_3 1 - \log_3 2 = -\log_3 2$$

$$b = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2} = \log_3 2$$

$$c = \log_{\frac{1}{2}} 3 = \log_2 \frac{1}{3} = \log_2 1 - \log_2 3 = -\log_2 3$$

$$d = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} = \log_2 3$$

故 $d > b > a > c$

67. () 方程式 $x^{\log_{10} 2} \times 2^{\log_{10} x} - 3 \times 2^{\log_{10} x} + 2 = 0$ 的解 $x =$ (A) 2 或 1 (B) 4 或 2 (C) 1 或 10 (D) 10 或 100

【龍騰自命題，進階卷】

解答

C

解析

$$\text{令 } \log_{10} x = y \Rightarrow 10^y = x$$

$$\text{則 } (10^y)^{\log_{10} 2} \times 2^y - 3 \times 2^y + 2 = 0 \Rightarrow (10^{\log_{10} 2})^y \times 2^y - 3 \times 2^y + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (2^y)^2 - 3 \times 2^y + 2 = 0 \Rightarrow (2^y - 2)(2^y - 1) = 0$$

$$\Rightarrow 2^y = 2 \text{ 或 } 1 \Rightarrow y = 1 \text{ 或 } 0$$

$$\log_{10} x = 1 \text{ 或 } 0 \Rightarrow x = 10^1 \text{ 或 } 10^0$$

故 $x = 1$ 或 10

68. () 方程式 $\log_3 729 = 6^{x^2 - 15x - 125}$ 之解 $x =$ (A) -14 或 9 (B) -21 或 6 (C) 14 或 -9 (D) 21 或 -6

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\text{原式} \Rightarrow \log_3 3^6 = 6^{x^2 - 15x - 125} \Rightarrow 6 = 6^{x^2 - 15x - 125} \Rightarrow 1 = x^2 - 15x - 125$$

$$\Rightarrow x^2 - 15x - 126 = 0 \Rightarrow (x - 21)(x + 6) = 0 \Rightarrow x = 21 \text{ 或 } -6$$

69. () 若 (a, b) 是對數函數 $y = \log_{10} x$ 上一點，則下列哪一點也在該圖形上？ (A) $(10a, b + 1)$
(B) $(2a, 2b)$ (C) $(\frac{1}{a}, 1 - b)$ (D) (a^2, b^2)

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\because (a, b) \text{ 是 } y = \log_{10} x \text{ 上一點} \therefore b = \log_{10} a \quad \text{(A)} (10a, b + 1) \Rightarrow \log_{10} 10a = \log_{10} 10$$

$$+ \log_{10} a = 1 + b \quad \text{(B)} (2a, 2b) \Rightarrow \log_{10} 2a = \log_{10} 2 + \log_{10} a = \log_{10} 2 + b \quad \text{(C)} (\frac{1}{a}, 1 - b) \Rightarrow$$

$$\log_{10} \frac{1}{a} = \log_{10} a^{-1} = -\log_{10} a = -b \quad \text{(D)} (a^2, b^2) \Rightarrow \log_{10} a^2 = 2\log_{10} a = 2b$$

70. () 已知 47^{100} 是 168 位數，則 47^{17} 是多少位數？ (A) 27 (B) 28 (C) 29 (D) 30

【龍騰自命題，進階卷】

解答

C

解析

$$\text{依題意得 } 167 \leq 100 \log 47 < 168 \Rightarrow 1.67 \leq \log 47 < 1.68$$

$$\therefore 1.67 \times 17 \leq 17 \times \log 47 < 1.68 \times 17 \Rightarrow 28.39 \leq \log 47^{17} < 28.56$$

$$\therefore \log 47^{17} \text{ 首數為 } 28$$

故為 29 位數

71. () 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ，則 $(\frac{1}{5})^{10}$ 在小數點後第幾位始不出現 0？ (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\log(\frac{1}{5})^{10} = 10 \log \frac{1}{5} = 10(-\log 5) = -10(1 - \log 2) \approx -6.99 = -7 + 0.01$$

故 $(\frac{1}{5})^{10}$ 在小數點後第 7 位始不出現 0

72. () 方程式 $\log_3 x^2 = 2\log_9 x$ 之解 $x =$ (A)0 (B)1 (C)2 (D)3

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\text{原式} \Rightarrow \log_3 x^2 = \log_{3^2} x^2 \Rightarrow 2\log_3 x = \log_3 x \Rightarrow \log_3 x = 0 \Rightarrow x = 1$$

73. () 函數 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 和 $y = (\frac{1}{3})^x$ 對稱於 (A) $x + y = 0$ (B) $x - y = 0$ (C) x 軸 (D) y 軸

【龍騰自命題】

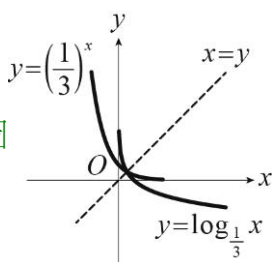
解答

B

解析

如圖

，故對稱於 $x = y$ ，即 $x - y = 0$



74. () $f(x) = 5^x$ 圖形恆過哪一個定點？ (A)(1,0) (B)(0,1) (C)(5,1) (D)(1,1)

【龍騰自命題】

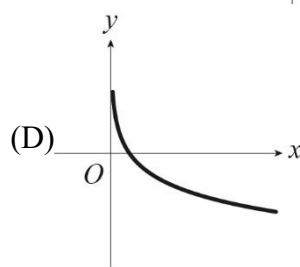
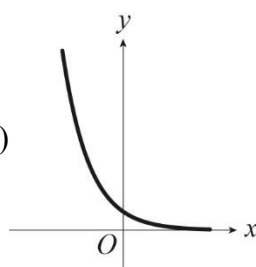
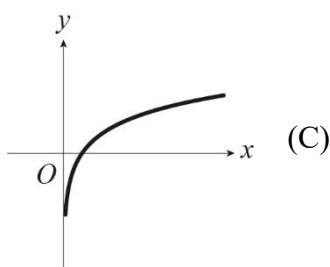
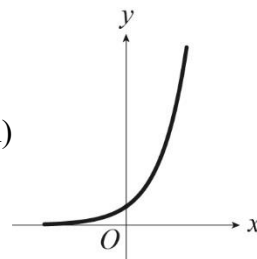
解答

B

解析

$$f(x) = 5^x \quad \therefore f(0) = 5^0 = 1 \quad \therefore \text{恆過點}(0,1)$$

75. () 下列各圖形，哪一個最有可能為 $y = (\frac{1}{2})^x$ 的圖形？ (A) (B)



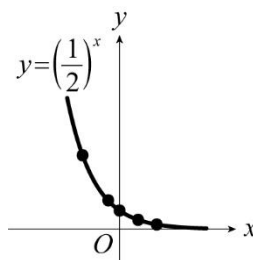
【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$y = (\frac{1}{2})^x \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 4 & 2 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{array} \Rightarrow$$

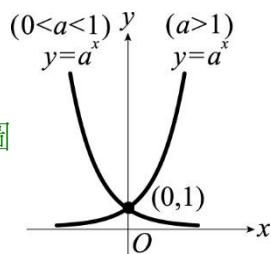


76. () 設 $a > 0$ ，則 $y = a^x$ 的圖形恆在 (A) x 軸上方 (B) x 軸下方 (C) y 軸左方 (D) y 軸右方

【龍騰自命題】

解答

A



解析 如圖

知 $y = a^x$ 的圖形恆在 x 軸上方

77. () $\log_b \sqrt[3]{25} = \frac{2}{3}$, 則 $b =$ (A)15 (B)5 (C)3 (D) $\frac{3}{2}$

【龍騰自命題】

解答 B

解析 $\log_b \sqrt[3]{25} = \log_b 5^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_b 5 = \frac{2}{3} \Rightarrow \log_b 5 = 1 \Rightarrow b = 5$

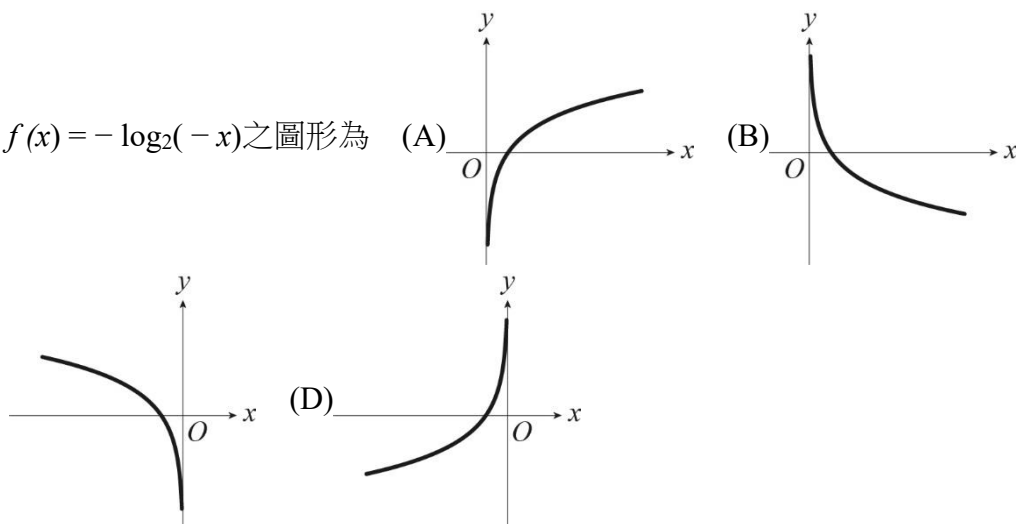
78. () 若 $\log_{2\sqrt{2}} x = -\frac{4}{3}$, 則 $x =$ (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答 B

解析 $\log_{2\sqrt{2}} x = -\frac{4}{3} \Rightarrow x = (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} = (2^{\frac{3}{2}})^{-\frac{4}{3}} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

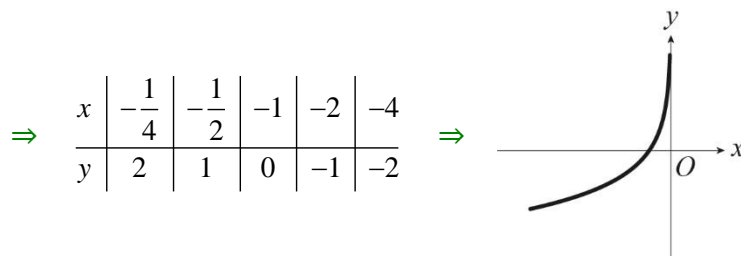
79. () $f(x) = -\log_2(-x)$ 之圖形為 (A) (B) (C)



【龍騰自命題，進階卷】

解答 D

解析 $f(x) = -\log_2(-x) \Rightarrow -f(x) = \log_2(-x)$



80. () $\log x = 5.678$, 則真數 x 的整數部分有 (A)4 位數 (B)5 位數 (C)6 位數 (D)7 位數

【龍騰自命題】

解答 C

解析 $\log x = 5.678 = 5 + 0.678$
首數為 5 $\therefore x$ 的整數部分有 $5 + 1 = 6$ 位數

81. () 已知 $\log 2 \approx 0.3010$, 若 $2^x = 100$, 則 x 之值最接近下列何者? (A)6.64 (B)6.82 (C)6.41

(D)6.24

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$2^x = 100 \Rightarrow \log 2^x = \log 100 \Rightarrow x \log 2 = \log 10^2 \Rightarrow x \times 0.3010 \approx 2 \\ \Rightarrow x \approx 6.64$$

82. () 已知 $\log 7 \approx 0.8451$ ，試求使 $(\frac{1}{7})^n < 10^{-10}$ 的最小整數 $n =$ (A)11 (B)12 (C)13 (D)10

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\because (\frac{1}{7})^n < 10^{-10} \Rightarrow \log(\frac{1}{7})^n < \log 10^{-10} \\ \Rightarrow (-n) \log 7 < -10 \Rightarrow n \times \log 7 > 10 \\ \Rightarrow n > \frac{10}{\log 7} \approx \frac{10}{0.8451} \doteq 11.8329 \\ \therefore \text{最小整數 } n \text{ 為 } 12$$

83. () 解方程式 $4^{x+1} - 2^{x+2} + 1 = 0$ 得 x 為 (A)0 (B)2 (C)1 (D)-1

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$2^{2x+2} - 2^{x+2} + 1 = 0 \Rightarrow 2^2 \times (2^x)^2 - 2^2 \times 2^x + 1 = 0 \Rightarrow (2 \times 2^x - 1)^2 = 0 \\ \therefore 2^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1$$

84. () 若 $\log_3 12 = a$ ，則 $\log_9 36 =$ (A) $\frac{a+2}{a+1}$ (B) $\frac{a+1}{2}$ (C) $\frac{a+2}{a-1}$ (D) $\frac{2a-1}{2}$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\log_9 36 = \log_{3^2} (3 \times 12) = \log_{3^2} 3 + \log_{3^2} 12 = \frac{1}{2} \log_3 3 + \frac{1}{2} \log_3 12 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} a = \frac{a+1}{2}$$

85. () 方程式 $2^{2x} - 12 \times 2^x + 32 = 0$ 的解 $x =$ (A)2 或 3 (B)4 或 8 (C)2 或 4 (D)4 或 5

【龍騰自命題，進階卷】

解答

A

解析

$$\text{令 } 2^x = y, \text{ 則 } y^2 - 12y + 32 = 0 \Rightarrow (y-4)(y-8) = 0 \Rightarrow y = 4 \text{ 或 } 8 \\ \text{當 } y = 4 \text{ 時, } 2^x = 4 \Rightarrow x = 2 \\ \text{當 } y = 8 \text{ 時, } 2^x = 8 \Rightarrow x = 3 \\ \text{故 } x = 2 \text{ 或 } 3$$

86. () 下列選項哪一個數值最大？ (A) $\log_8 7^3$ (B) $\log_2 3 + \log_4 9$ (C) $0.19 \times \log_2 3^{10}$ (D)

$$\frac{\log_{10} \sqrt{8.9}}{\log_{100} 2}$$

【110 數(A)歷屆試題】

解答

B

解析

$$\text{(A)} \log_{2^3} 7^3 = \log_2 7 \\ \text{(B)} \log_2 3 + \log_4 9 = \log_2 3 + \frac{2}{2} \log_2 3 = 2 \log_2 3 = \log_2 3^2 \\ \text{(C)} 0.19 \times \log_2 3^{10} = 0.19 \times 10 \times \log_2 3 = 1.9 \log_2 3 = \log_2 3^{1.9} \\ \text{(D)} \frac{\log_{10} \sqrt{8.9}}{\log_{100} 2} = \frac{\log_{10^2} \sqrt{8.9}^2}{\log_{100} 2} = \frac{\log_{100} 8.9}{\log_{100} 2} = \log_2 8.9$$

又底數 $2 > 1$ ，則 $y = \log_2 x$ 為遞增函數且 $3^2, 8.9, 3^{1.9}, 7$ ，最大者是 3^2

故所求為 $\log_2 3 + \log_4 9$ 的值為最大

87. () 設 $a > 0$, m, n 為正整數且 m, n 互質, 若 $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^m}$, 試求 $n + m =$ (A)11 (B)15 (C)23 (D)27

【龍騰自命題，進階卷】

解答

C

解析

$$\begin{aligned}\sqrt[n]{a} \times \sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} &= \sqrt[n]{a^m} \Rightarrow a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{m}} \times a^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{m}{n}} \\ \Rightarrow a^{\frac{1}{n} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}} &= a^{\frac{m}{n}} \Rightarrow a^{\frac{11}{12}} = a^{\frac{m}{n}} \Rightarrow n = 12, m = 11 \\ \therefore n + m &= 12 + 11 = 23\end{aligned}$$

88. () 根據報導，全球人口數在 2022 年底已經達到 80 億，為了因應人口成長對環境帶來的衝擊，某城市預估在年份 t (西元紀年) 的人口概數為 $y(t) = \frac{600000}{1 + 2 \times 2.7^{-0.01 \times (t - 2022)}}$ ，其中 $t \geq 2022$ 。以下敘述何者正確？ (A)該城市在 2100 年人口概數將大於 60 萬 (B)該城市在 2022 年人口概數為 20 萬 (C)該城市在 2070 年人口概數小於 2060 年人口概數 (D)該城市在 2080 年人口概數大於 2090 年人口概數

【112 數(B)歷屆試題】

解答

B

解析

$$(A) y(2100) = \frac{600000}{1 + 2 \times 2.7^{-0.01 \times (2100 - 2022)}} = \frac{600000}{1 + 2 \times 2.7^{-0.78}} = \frac{600000}{1 + 2 \times \frac{1}{2.7^{0.78}}}$$

$$\because \frac{1}{2.7^{0.78}} > 0 \quad \therefore 1 + 2 \times \frac{1}{2.7^{0.78}} > 1$$

$$\text{則 } \frac{600000}{\text{大於}1} < 600000$$

\therefore 不正確

$$(B) y(2022) = \frac{600000}{1 + 2 \times 2.7^{-0.01 \times (2022 - 2022)}} = \frac{600000}{1 + 2 \times 2.7^0} = \frac{600000}{1 + 2} = 200000$$

\therefore 正確

$$(C) y(2070) = \frac{600000}{1 + 2 \times \frac{1}{2.7^{0.48}}}, y(2060) = \frac{600000}{1 + 2 \times \frac{1}{2.7^{0.38}}}$$

$$\because 2.7^{0.48} > 2.7^{0.38} \Rightarrow \frac{1}{2.7^{0.48}} < \frac{1}{2.7^{0.38}} \Rightarrow 1 + 2 \times \frac{1}{2.7^{0.48}} < 1 + 2 \times \frac{1}{2.7^{0.38}}$$

$$\therefore \frac{600000}{\text{較小}} > \frac{600000}{\text{較大}}$$

$$\text{即 } y(2070) > y(2060)$$

\therefore 不正確

(D)同(C)方法

$$\text{得 } y(2080) < y(2090)$$

\therefore 不正確

89. () 若 $\log a \approx -2.0282$ ，則 $\log a$ 之首數為 (A)1 (B)0 (C)-2 (D)-3

【課本自我評量】

解答

D

解析

$$\log a \approx -2.0282 = -2 - 0.0282 = -2 + (-0.0282 + 1) - 1 = -3 + 0.9718$$

$$\text{又 } 0 \leq 0.9718 < 1$$

所以 $\log a$ 的首數為 -3

90. () 已知 $\log 7 \approx 0.8451$, $\log 2 \approx 0.3010$ ，則 $\log \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt{2}}$ 的值為 (A)0.1312 (B)0.1324 (C)0.1342

(D)0.1348

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\log \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \log 7 - \frac{1}{2} \log 2 \approx \frac{1}{3} \times 0.8451 - \frac{1}{2} \times 0.3010 = 0.1312$$

91. () 已知 $\log 2 \approx 0.301$, $\log 3 \approx 0.4771$, 則滿足 $(\frac{3}{4})^n < \frac{1}{10}$ 的最小自然數 n 值為 (A)8 (B)9
(C)10 (D)11

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\log\left(\frac{3}{4}\right)^n < \log \frac{1}{10} \Rightarrow n(\log 3 - 2\log 2) < -1 \Rightarrow n > \frac{1}{2\log 2 - \log 3} \approx 8.0064$$

\therefore 最小自然數 $n = 9$

92. () 已知 $\log 74.2 \approx 1.8704$, 若 $\log x \approx -3 + 0.8704$, 則 x 最接近下列何值? (A)0.008704
(B)0.00742 (C)0.000742 (D)0.08704

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\log 74.2 \approx 1.8704 \Rightarrow \log 7.42 \approx 0.8704$$
$$\log x \approx -3 + 0.8704 \approx \log 10^{-3} + \log 7.42 = \log 7.42 \times 10^{-3} = \log 0.0072$$

故 $x = 0.00742$

93. () 設 $\log_{10} 2 = a$, $\log_{10} 3 = b$, 已知 $\log_8 x = -\frac{2}{3}$, $\log_y 27 = \frac{3}{2}$, 則以 a 、 b 表示 $\log_{10} \frac{x}{y} =$
(A) $\frac{a+b}{2}$ (B) $-\frac{a+b}{2}$ (C) $2(a+b)$ (D) $-2(a+b)$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\therefore \log_8 x = -\frac{2}{3}, \log_y 27 = \frac{3}{2}$$
$$\therefore x = 8^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}, y^{\frac{3}{2}} = 27 = 3^3 \Rightarrow x = \frac{1}{4}, y = 9$$
$$\log_{10} \frac{x}{y} = \log_{10} \frac{1}{36} = -2\log_{10} 6 = -2(\log_{10} 2 + \log_{10} 3) = -2(a+b)$$

94. () 已知 $a = \sqrt[15]{5}$, $b = \sqrt[10]{4}$, $c = \sqrt[6]{2}$, 則此三數之大小為 (A) $b > c > a$ (B) $b > a > c$ (C) $c > b > a$
(D) $c > a > b$

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

$$a = \sqrt[15]{5} = 5^{\frac{1}{15}} = (5^2)^{\frac{1}{30}}$$
$$b = \sqrt[10]{4} = 4^{\frac{1}{10}} = (4^3)^{\frac{1}{30}}$$
$$c = \sqrt[6]{2} = 2^{\frac{1}{6}} = (2^5)^{\frac{1}{30}}$$

又 $4^3 > 2^5 > 5^2 > 1$ 為遞增函數

$$\therefore b > c > a$$

95. () 解方程式 $\log_{10}(x^2 + x + 18) = 1 + \log_{10}(x+1)$ 得兩根為 α 、 β , 則下列何者正確? (A)
 $\alpha - \beta = 10$ (B) $2\alpha + \beta = -10$ (C) $\alpha + \beta = 10$ (D) $\alpha^2 + \beta^2 = 65$

【super 講義-綜合評量】

解答**D****解析**

$$\begin{aligned}
\text{原式} &\Rightarrow \log_{10}(x^2 + x + 18) = \log_{10}[10(x+1)] \\
&\Rightarrow x^2 + x + 18 = 10(x+1) \\
&\Rightarrow x^2 - 9x + 8 = 0 \\
&\Rightarrow (x-1)(x-8) = 0 \\
&\Rightarrow x = 1 \text{ 或 } 8 \text{ (代入使真數均大於 } 0) \\
\therefore &\alpha = 1, \beta = 8, \text{ 故 } \alpha^2 + \beta^2 = 65
\end{aligned}$$

96. () 方程式 $x^{1+\log_2 x} = (2x)^3$ 之解 x 為何? (A) $x = 8$ 或 $x = \frac{1}{2}$ (B) $x = -8$ (C) $x = -\frac{1}{2}$ (D) $x = 8$

【super 講義-綜合評量】

解答**A****解析**

$$\begin{aligned}
\text{原式} &\Rightarrow \log_2(x^{1+\log_2 x}) = \log_2(2x)^3 \\
&\Rightarrow (1 + \log_2 x) \log_2 x = 3 \log_2(2x) \\
&\Rightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x = 3(1 + \log_2 x) \\
&\Rightarrow (\log_2 x)^2 - 2(\log_2 x) - 3 = 0 \\
&\Rightarrow (\log_2 x - 3)(\log_2 x + 1) = 0 \\
&\Rightarrow \log_2 x = 3 \text{ 或 } \log_2 x = -1 \\
\therefore &x = 2^3 = 8 \text{ 或 } x = 2^{-1} = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

97. () 同學在細菌培養的實驗中，發現 A 細菌從開始經 3 小時數目由 500 成長至 600。假設 A 細菌呈指數函數成長，試問從開始經過 9 小時，A 細菌的數目最接近下列哪一個數?
(A) 720 (B) 864 (C) 1037 (D) 1800

【108 數(A)歷屆試題】

解答**B****解析**

$$\begin{aligned}
&\text{A 細菌每 3 小時成長 } \frac{600}{500} = \frac{6}{5} \text{ 倍} \\
\therefore &\text{A 細菌 9 小時後成長 } \left(\frac{6}{5}\right)^3 = \frac{216}{125} \text{ 倍} \\
&\text{故 A 細菌數量為 } 500 \times \frac{216}{125} = 864 \text{ 個}
\end{aligned}$$

98. () 已知 a 、 b 為實數，若 $\sqrt{32} = 2^a$ 且 $\frac{1}{\sqrt{8}} = 2^b$ ，則 $a+b =$
(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

【106 數(A)歷屆試題】

解答**C****解析**

$$\begin{aligned}
\sqrt{32} = 2^a &\Rightarrow \sqrt{2^5} = (2^5)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{2}} = 2^a \\
\therefore &a = \frac{5}{2} \\
\frac{1}{\sqrt{8}} = 2^b &\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2^3}} = \frac{1}{(2^3)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = 2^{-\frac{3}{2}} = 2^b \\
\therefore &b = -\frac{3}{2} \\
\text{故 } a+b &= \frac{5}{2} + \left(-\frac{3}{2}\right) = 1
\end{aligned}$$

99. () $\frac{3^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{6}} \times 27^{\frac{1}{9}} \times 81^5}{243^4}$ 之值為何? (A)1 (B)3 (C)9 (D)243

【105 數(A)歷屆試題】

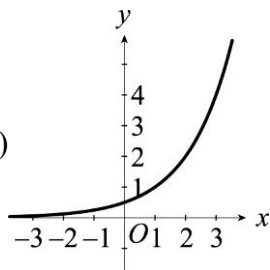
解答

B

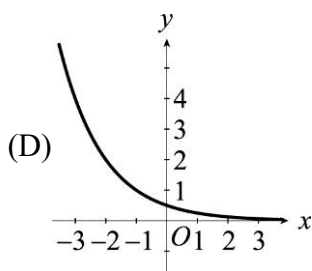
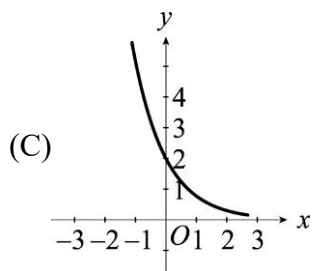
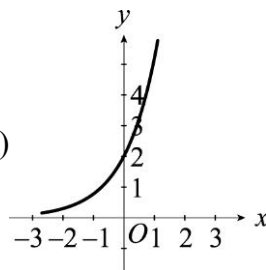
解析

$$\frac{3^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{6}} \times 27^{\frac{1}{9}} \times 81^5}{243^4} = \frac{3^{\frac{1}{3}} \times (3^2)^{\frac{1}{6}} \times (3^3)^{\frac{1}{9}} \times (3^4)^5}{(3^5)^4} = \frac{3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times 3^{20}}{3^{20}} = 3^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 3^1 = 3$$

100. () 下列何者與 $y = \frac{1}{2^{-x+1}}$ 的圖形最相近? (A)



(B)



【103 數(A)歷屆試題】

解答

A

解析

$$y = \frac{1}{2^{-x+1}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2^{-x}} = \frac{1}{2} \times (2^{-x})^{-1} = \frac{1}{2} \times 2^x$$

描點繪圖：

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	...

