

Exercise 5 參考解答

一、單選題：(100 小題，每題 1 分，共 100 分)

1. () 已知坐標平面上三點 $A(1,a)$ 、 $B(2,3)$ 、 $C(5,1)$ ，若向量內積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值為 1，則 $a =$
(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 2

【106 數(B)歷屆試題】

解答

D

解析

$$\overrightarrow{AB} = (2-1, 3-a) = (1, 3-a)$$

$$\overrightarrow{BC} = (5-2, 1-3) = (3, -2)$$

$$\begin{aligned} \because \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} &= 1 \Rightarrow 1 \times 3 + (3-a) \times (-2) = 1 \Rightarrow 3 - 6 + 2a = 1 \\ &\Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \end{aligned}$$

2. () 已知 $\overrightarrow{u} = (1,1)$ 、 $\overrightarrow{v} = (x+4, y-1)$ 、 $\overrightarrow{w} = (2x, y)$ 。若 \overrightarrow{u} 與 \overrightarrow{v} 垂直且 \overrightarrow{u} 與 \overrightarrow{w} 平行，則下列何者正確？ (A) $x=1$ (B) $y=-2$ (C) $y=1$ (D) $x=-2$

【108 數(C)歷屆試題】

解答

B

解析

$$\because \overrightarrow{u} \text{ 與 } \overrightarrow{v} \text{ 垂直 } \therefore (1,1) \cdot (x+4, y-1) = 0$$

$$\Rightarrow 1 \times (x+4) + 1 \times (y-1) = 0 \Rightarrow x + y = -3 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\because \overrightarrow{u} \text{ 與 } \overrightarrow{w} \text{ 平行}$$

$$\therefore \frac{1}{2x} = \frac{1}{y} \Rightarrow 2x - y = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} : 3x = -3 \Rightarrow x = -1$$

$$x = -1 \text{ 代入 } \textcircled{1} : -1 + y = -3 \Rightarrow y = -2$$

3. () 已知兩向量 $\overrightarrow{a} = (2,4)$ 、 $\overrightarrow{b} = (1,2)$ ，則 $|\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}| =$
(A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) 5

【light 講義-綜合評量】

解答

B

解析

$$\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = (2,4) - (1,2) = (2-1, 4-2) = (1,2)$$

$$\overrightarrow{a} = (2,4)$$

$$-) \overrightarrow{b} = (1,2)$$

$$\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = (1,2)$$

$$\therefore |\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

4. () 若 $\overrightarrow{a} = (4,2)$ 、 $\overrightarrow{b} = (6,k)$ 且 $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ，則 k 值為 (A) 10 (B) 12 (C) -10 (D) -12

【三重商工段考題 light 講義-類題】

解答

D

解析

$$\text{因為 } \overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b} \text{，故得 } \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0 \text{，即 } (4,2) \cdot (6,k) = 0$$

$$\text{計算得 } 24 + 2k = 0 \text{，所以 } k \text{ 的值為 } -12$$

5. () 試判斷下列何者為單位向量？ (A) $\left(\frac{5}{13}, -\frac{12}{13}\right)$ (B) $\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (C) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (D) (1,1)

【豐原高商段考題 light 講義-類題】

解答

A

解析

長度為 1 的向量稱為單位向量 (A) $\left| \left(\frac{5}{13}, \frac{-12}{13} \right) \right| = \sqrt{\left(\frac{5}{13} \right)^2 + \left(\frac{-12}{13} \right)^2} = 1$

(B) $\left| \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right| = \sqrt{\left(\frac{3}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} = \sqrt{3}$

(C) $\left| \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \right| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(D) $| (1, 1) | = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$

6. () 設 $A(3, -2)$ 、 $B(-1, 1)$ 為平面上兩點，則 $|\overrightarrow{AB}| =$

(A) $(4, -3)$ (B) $(-4, 3)$ (C) 5 (D) 25

【南港高工段考題 light 講義-類題】

解答

C

解析

$\overrightarrow{AB} = (-1-3, 1-(-2)) = (-4, 3)$ ， $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5$

7. () 若 $A(5, -2)$ 、 $B(3, 6)$ ，則 $\overrightarrow{AB} = ?$ (A) $(8, 4)$ (B) $(2, -8)$ (C) $(-2, 8)$ (D) $(-8, -4)$

【新北高工段考題 light 講義-類題】

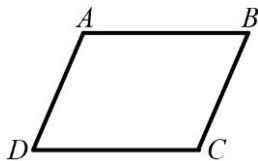
解答

C

解析

$\overrightarrow{AB} = (3-5, 6-(-2)) = (-2, 8)$

8. () 平行四邊形 $ABCD$ 中，下列敘述何者不正確？



(A) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ (B) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$ (C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (D) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$

【西螺農工段考題 light 講義-類題】

解答

D

解析

(A) \overrightarrow{AD} 和 \overrightarrow{BC} 同大小，同方向，故相等 (B) 由向量的加法， $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$

(C) 由向量的加法， $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

(D) 由向量的減法， $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$

9. () 已知正 $\triangle ABC$ 邊長為 3，則 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}| =$

(A) 0 (B) 3 (C) 9 (D) 18

【三重商工段考題 light 講義-類題】

解答

A

解析

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{AA}| = |\overrightarrow{0}| = 0$

10. () 已知 $\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b} + 3\overrightarrow{c} = \overrightarrow{0}$ 且 $|\overrightarrow{a}| = 4$ 、 $|\overrightarrow{b}| = 5$ ，若 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 6$ ，則 $|\overrightarrow{c}| =$

(A) $\frac{\sqrt{65}}{3}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) $\frac{2\sqrt{35}}{3}$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\vec{a} + 2\vec{b} = -3\vec{c}$$

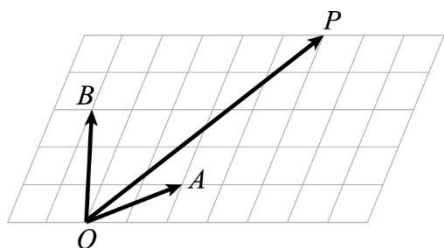
$$\Rightarrow |\vec{a} + 2\vec{b}|^2 = |-3\vec{c}|^2$$

$$\Rightarrow |\vec{a}|^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 = 9|\vec{c}|^2$$

$$\Rightarrow 16 + 24 + 100 = 9|\vec{c}|^2$$

$$\Rightarrow |\vec{c}|^2 = \frac{140}{9} \Rightarrow |\vec{c}| = \frac{2\sqrt{35}}{3}$$

11. () 如圖，二組平行線分別等間隔，令 $\vec{OA} = \vec{a}$ ， $\vec{OB} = \vec{b}$ ，若 $\vec{OP} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，則 $(x, y) =$



- (A) (2, 1) (B) $(4, \frac{1}{2})$ (C) $(\frac{17}{5}, \frac{14}{5})$ (D) $(\frac{17}{7}, \frac{6}{7})$

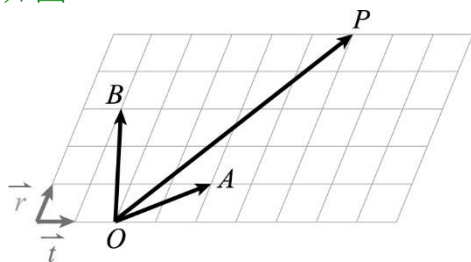
【龍騰自命題】

解答

D

解析

如圖，



$$\vec{OA} = \vec{a} = 2\vec{t} + \vec{r}, \vec{OB} = \vec{b} = -\vec{t} + 3\vec{r}$$

$$\vec{OP} = 4\vec{t} + 5\vec{r}$$

$$\Rightarrow \vec{OP} = x\vec{a} + y\vec{b}$$

$$4\vec{t} + 5\vec{r} = x(2\vec{t} + \vec{r}) + y(-\vec{t} + 3\vec{r})$$

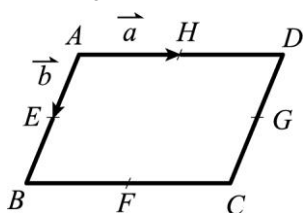
$$\Rightarrow \vec{t} \text{ 的係數 } \Rightarrow 4 = 2x - y \dots\dots ①$$

$$\vec{r} \text{ 的係數 } \Rightarrow 5 = x + 3y \Rightarrow 10 = 2x + 6y \dots\dots ②$$

$$② - ① \text{ 得 } 6 = 7y \Rightarrow y = \frac{6}{7}$$

$$\text{代入①得 } x = \frac{17}{7} \therefore (x, y) = (\frac{17}{7}, \frac{6}{7})$$

12. () 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， E 、 F 、 G 、 H 分別為 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 、 \overline{DA} 之中點，設 $\vec{AH} = \vec{a}$ 、 $\vec{AE} = \vec{b}$ ，若 $\vec{AG} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，則 $(x, y) =$



- (A) (1, 2) (B) (2, 1) (C) (2, 2) (D) (1, 1)

【龍騰自命題，進階卷】

解答

B

解析

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DG} = 2\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$$

$$\text{故}(x,y) = (2,1)$$

13. () 已知向量 $\overrightarrow{v} = (4,1)$ ，若 \overrightarrow{v} 與向量 $(x,-3)$ 平行，且 \overrightarrow{v} 與向量 $(1,y)$ 垂直，則數對 (x,y) 為 (A)

(-12,-4) (B) $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$ (C) $(0,-2)$ (D) $\left(-\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}\right)$

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

$$\because \overrightarrow{v} = (4,1) \parallel (x,-3) \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{1}{-3} \Rightarrow x = -12$$

$$\text{又 } \overrightarrow{v} = (4,1) \perp (1,y) \Rightarrow (4,1) \cdot (1,y) = 0 \Rightarrow 4 \times 1 + 1 \times y = 0 \Rightarrow y = -4$$

$$\therefore (x,y) = (-12,-4)$$

14. () 若 $|\overrightarrow{a}| = 3$ ， $|\overrightarrow{b}| = 4$ ，且 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -2$ ，則 $|\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}|^2 =$
(A) 21 (B) 9 (C) 29 (D) 5

【隨堂卷】

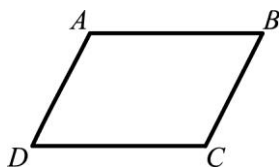
解答

A

解析

$$|\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}|^2 = |\overrightarrow{a}|^2 + 2\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + |\overrightarrow{b}|^2 = 3^2 + 2 \times (-2) + 4^2 = 9 - 4 + 16 = 21$$

15. () 如圖所示，平行四邊形 $ABCD$ 中，試以 A 、 B 、 C 、 D 為起點或終點的有向線段表示，
則 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} =$



(A) \overrightarrow{DB} (B) \overrightarrow{BD} (C) \overrightarrow{AD} (D) \overrightarrow{DA}

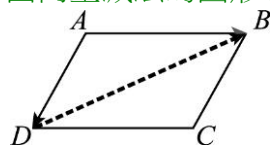
【super 講義-綜合評量】

解答

A

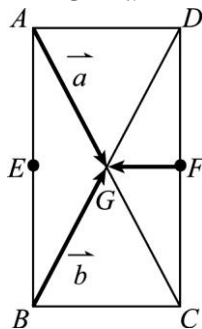
解析

由向量減法的圖形表示



$$\text{可得 } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$$

16. () 如圖所示， $ABCD$ 是一矩形， E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點，且 \overline{AC} 和 \overline{BD} 交於 G 點。
若 $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{b}$ ，則 $\overrightarrow{FG} =$



(A) $\frac{1}{2}(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b})$ (B) $-\frac{1}{2}(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b})$ (C) $\frac{1}{2}(\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b})$ (D) $-\frac{1}{2}(\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b})$

【super 講義-綜合評量】

解答**B****解析**

$$\overrightarrow{FG} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD}) = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG}) = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b})$$

17. () 已知 $\overrightarrow{a} = (3, -4)$ 、 $\overrightarrow{b} = (6, 9)$ ，則 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} =$
 (A) 9, 5 (B) $(-3, -13)$ (C) -18 (D) 18

【龍騰自命題】

解答**C****解析**

$$\text{根據向量內積的定義 } \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = (3, -4) \cdot (6, 9) = 3 \times 6 + (-4) \times 9 = -18$$

18. () 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C = 90^\circ$ ， $\overrightarrow{AB} = (3, k)$ 、 $\overrightarrow{AC} = (2, 1)$ ，則 $k =$ (A) -8 或 5 (B) -6 (C) -3 或 5 (D) -1

【龍騰自命題，進階卷】

解答**D****解析**

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = (-3, -k) + (2, 1) = (-1, -k+1)$$

$$\because \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BC} \quad \therefore \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$$

$$\Rightarrow (2, 1) \cdot (-1, -k+1) = 0$$

$$\Rightarrow -2 - k + 1 = 0 \Rightarrow k = -1$$

19. () 若 $\overrightarrow{x} = (\cos \alpha - \sin \alpha, \cos \alpha + \sin \alpha)$ ，則 $|\overrightarrow{x}| =$
 (A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) 1 (D) $\sqrt{3}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答**A****解析**

$$|\overrightarrow{x}|^2 = \overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{x}$$

$$= (\cos \alpha - \sin \alpha, \cos \alpha + \sin \alpha) \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha, \cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$= (\cos \alpha - \sin \alpha)^2 + (\cos \alpha + \sin \alpha)^2$$

$$= \cos^2 \alpha - 2\cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2\cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha = 1 + 1 = 2$$

$$\therefore |\overrightarrow{x}| = \sqrt{2}$$

20. () 設 $|\overrightarrow{a}| = 2$ 、 $|\overrightarrow{b}| = \sqrt{5}$ ， $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -3$ ，則 $|\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b}| =$
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

【龍騰自命題】

解答**D****解析**

$$|\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b}|^2 = |\overrightarrow{a}|^2 - 4\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + 4|\overrightarrow{b}|^2 = 4 - 4 \times (-3) + 4 \times 5 = 36$$

$$\therefore |\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b}| = 6$$

21. () 設 $\overrightarrow{a} = (-1, -1)$ ，則 $|\overrightarrow{a}| =$
 (A) $\sqrt{2}$ (B) 1 (C) -1 (D) $\sqrt{3}$

【龍騰自命題】

解答**A****解析**

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

22. () $A(3, -1)$ 、 $B(1, 2)$ 、 $C(x, y)$ 、 $D(-1, 3)$ ， x 、 y 為實數，若 $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \parallel \overrightarrow{BD}$ ，且 $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{AD}$ ，則 $(x, y) =$ (A) $(-6, 9)$ (B) $(6, 9)$ (C) $(9, 6)$ (D) $(9, -6)$

【龍騰自命題，進階卷】

解答**D**

解析

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{AB} &= (-2, 3), \overrightarrow{AC} = (x-3, y+1), \overrightarrow{BC} = (x-1, y-2), \overrightarrow{AD} = (-4, 4), \overrightarrow{BD} = (-2, 1) \\
\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} &= (-2, 3) + (x-3, y+1) = (x-5, y+4) \\
\because (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) // \overrightarrow{BD} &\Rightarrow \frac{x-5}{-2} = \frac{y+4}{1} \\
\Rightarrow x+2y &= -3 \cdots \cdots \textcircled{1} \\
\overrightarrow{BC} // \overrightarrow{AD} &\Rightarrow \frac{x-1}{-4} = \frac{y-2}{4} \\
\Rightarrow x+y &= 3 \cdots \cdots \textcircled{2} \\
\text{由}\textcircled{1}、\textcircled{2}\text{解聯立得 } x &= 9, y = -6 \\
\therefore (x, y) &= (9, -6)
\end{aligned}$$

23. () 已知 $A(-1, 2)$ 、 $B(3, -5)$ 、 $C(1, 6)$ ，設 G 為 $\triangle ABC$ 的重心， M 為 \overline{AC} 的中點，則 $\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{AM} =$
 (A) $(-3, 4)$ (B) $(-1, 8)$ (C) $(-3, 8)$ (D) $(-1, 4)$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

A

解析

利用重心公式得

$$G\left(\frac{-1+3+1}{3}, \frac{2-5+6}{3}\right) = G\left(\frac{3}{3}, \frac{3}{3}\right) = G(1, 1)$$

$$\text{又由中點公式得 } M\left(\frac{-1+1}{2}, \frac{2+6}{2}\right) = M(0, 4)$$

$$\begin{aligned}
\therefore \overrightarrow{BG} - \overrightarrow{AM} &= (1-3, 1-(-5)) - (0-(-1), 4-2) \\
&= (-2, 6) - (1, 2) = (-3, 4)
\end{aligned}$$

24. () $\triangle ABC$ 中，已知向量 $\overrightarrow{AB} = (-3, 4)$ 、 $\overrightarrow{AC} = (-4, 3)$ ，則 $\triangle ABC$ 的周長為 (A) 15 (B) $5+6\sqrt{2}$
 (C) $10+2\sqrt{2}$ (D) $10+\sqrt{2}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

D

解析

$$\because \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = (-4, 3) - (-3, 4) = (-1, -1)$$

$$\text{則 } |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\text{故 } \triangle ABC \text{ 的周長} = 5 + 5 + \sqrt{2} = 10 + \sqrt{2}$$

25. () 設 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 為平面向量， D 、 E 、 F 、 G 為坐標平面上的四個點，若 $\overrightarrow{DE} = 2\vec{a}$ ，
 $\overrightarrow{DF} = 3\vec{b} - \vec{a}$ ， $\overrightarrow{FG} = -\vec{b} + 4\vec{c}$ ，則下列何者恆正確？ (A) $\overrightarrow{GE} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ (B)
 $\overrightarrow{GE} = 3\vec{a} - 2\vec{b} - 4\vec{c}$ (C) $\overrightarrow{GE} = 4\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$ (D) $\overrightarrow{GE} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$

【進階卷，105 數(A)歷屆試題】

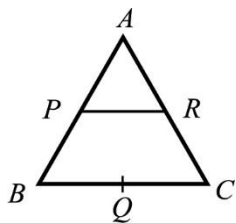
解答

B

解析

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{GE} &= \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{DE} - (\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FG}) = 2\vec{a} - ((3\vec{b} - \vec{a}) + (-\vec{b} + 4\vec{c})) = 2\vec{a} - (2\vec{b} - \vec{a} + 4\vec{c}) \\
&= 3\vec{a} - 2\vec{b} - 4\vec{c}
\end{aligned}$$

26. () 如圖，已知 $\triangle ABC$ 為正三角形， P 、 Q 、 R 是三邊的中點，則 $\overrightarrow{PR} =$



- (A) \overrightarrow{PA} (B) \overrightarrow{BQ} (C) \overrightarrow{BC} (D) \overrightarrow{CQ}

【龍騰自命題】

解答

B

解析

向量要「大小相等，方向相同」才相等

27. () 設 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 為三向量，且 $\vec{0}$ 為零向量，則下列何者錯誤？ (A) $\vec{0} + \vec{b} = \vec{b}$ (B) $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$ (C) $\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$ (D) $-(-\vec{a}) = \vec{a}$

【龍騰自命題】

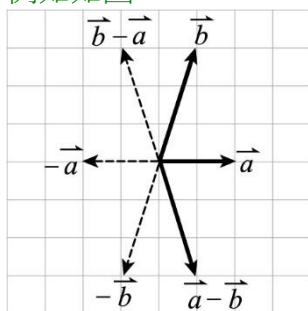
解答

C

解析

$(\vec{a} - \vec{b})$ 與 $(\vec{b} - \vec{a})$ 不一定相等

例如如圖



28. () $\triangle ABC$ 之三邊長為 a 、 b 、 c ，則 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}| =$
(A) $a + b + c$ (B) $a + b - c$ (C) $a - b + c$ (D) 0

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

則 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

$\therefore |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}| = 0$

29. () $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} =$
(A) \overrightarrow{AD} (B) \overrightarrow{DA} (C) $\vec{0}$ (D) 0

【龍騰自命題】

解答

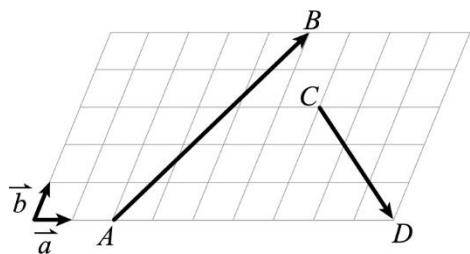
C

解析

$\therefore A、B、C、D$ 為任意四點，則 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ，又 $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$

$\therefore \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

30. () 如圖是由二組兩兩平行的直線所構成，且每一小格都是菱形，則下列何者錯誤？



- (A) $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{a} + 5\overrightarrow{b}$ (B) $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$ (C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 8\overrightarrow{a}$ (D) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = 8\overrightarrow{b}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

C

解析

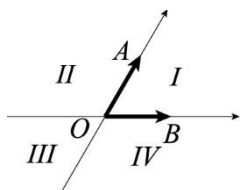
(A) $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{a} + 5\overrightarrow{b}$

(B) $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$

(C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 6\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}$

(D) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = 8\overrightarrow{b}$

31. () 如圖所示，若 $\overrightarrow{OQ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$ ，則 Q 點會落在哪一個區域內？



- (A) I (B) II (C) III (D) IV

【龍騰自命題，進階卷】

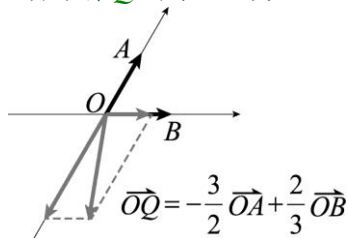
解答

D

解析

利用向量的加法

可判斷 Q 點在區域 IV



32. () 設 A 、 B 、 X 為相異三點， r 為任意實數， $\overrightarrow{AX} = r\overrightarrow{AB}$ ，則下列敘述何者錯誤？ (A) 當 $r = \frac{2}{3}$ 時， X 點在 \overline{AB} 上 (B) 當 $r = -3$ 時， \overrightarrow{AX} 與 \overrightarrow{AB} 方向相反 (C) 當 $r < -1$ 時， $|\overrightarrow{AX}| < |\overrightarrow{AB}|$ (D) 當 $0 < r < 1$ 時， $|\overrightarrow{AX}| < |\overrightarrow{AB}|$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

C

解析

(C) $r = -2$ 時， $\overrightarrow{AX} = -2\overrightarrow{AB} \Rightarrow |\overrightarrow{AX}| = |-2\overrightarrow{AB}| = 2|\overrightarrow{AB}| > |\overrightarrow{AB}|$

33. () 若 $\overrightarrow{a} = (-3, k)$ ， $\overrightarrow{b} = (k, 4)$ ，且 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 8$ ，則 $k =$
(A) -8 (B) $\frac{8}{7}$ (C) 8 (D) 1

【隨堂卷】

解答

C

解析

由向量內積的定義 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -3 \times k + k \times 4 \Rightarrow 8 = -3k + 4k \Rightarrow k = 8$

34. () 已知 $|\vec{a}|=4$ ， \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角 θ 為 30° ，若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2\sqrt{3}$ ，則 $|\vec{b}| =$
 (A) 1 (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{3}$

【隨堂卷】

解答 A

解析 由向量內積的定義 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \Rightarrow 2\sqrt{3} = 4 \times |\vec{b}| \times \cos 30^\circ$
 $\Rightarrow 2\sqrt{3} = 4 \times |\vec{b}| \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} |\vec{b}| \Rightarrow |\vec{b}| = 1$

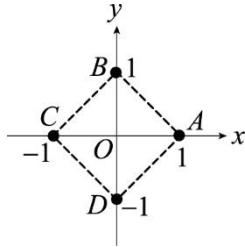
35. () 設 $\vec{a} = (2, m)$ ， $\vec{b} = (m, 8)$ ，若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，則 $m =$
 (A) 4 (B) 2 (C) 4 或 -4 (D) 2 或 -2

【隨堂卷】

解答 C

解析 $\because \vec{a} \parallel \vec{b}, \therefore \frac{2}{m} = \frac{m}{8} \Rightarrow m^2 = 16 \Rightarrow m = 4 \text{ 或 } -4$

36. () 如圖，已知 A 、 C 兩點在 x 軸上， B 、 D 兩點在 y 軸上，且 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD} = 1$ ，則下列何者正確？



- (A) $\vec{AB} = (1, -1)$ (B) $\vec{DC} = (1, -1)$ (C) $\vec{CA} = (-2, 0)$ (D) $\vec{BD} = (0, -2)$

【隨堂卷】

解答 D

解析 由題目知， $A(1, 0)$ 、 $B(0, 1)$ 、 $C(-1, 0)$ 、 $D(0, -1)$

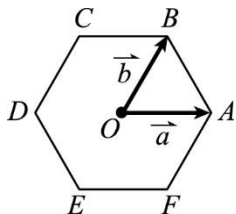
(A) $\vec{AB} = (0 - 1, 1 - 0) = (-1, 1)$

(B) $\vec{DC} = (-1 - 0, 0 - (-1)) = (-1, 1)$

(C) $\vec{CA} = (1 - (-1), 0 - 0) = (2, 0)$

(D) $\vec{BD} = (0 - 0, -1 - 1) = (0, -2)$

37. () 如圖，在正六邊形 $ABCDEF$ 中，若 $\vec{OA} = \vec{a}$ ， $\vec{OB} = \vec{b}$ ，則 $\vec{AE} =$



- (A) $\vec{a} + \vec{b}$ (B) $-\vec{a} - \vec{b}$ (C) $-\vec{a} + \vec{b}$ (D) $\vec{a} - \vec{b}$

【隨堂卷】

解答 B

解析 $\vec{AE} = \vec{AF} + \vec{FE} = \vec{BO} + \vec{AO} = -\vec{OB} - \vec{OA} = -\vec{b} - \vec{a} = -\vec{a} - \vec{b}$

38. () 已知 $\vec{a} = (12, -5)$ ，若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，則 \vec{b} 可為下列何者？ (A) $(5, -12)$ (B) $(-10, 24)$ (C) $(-5, 12)$ (D) $(10, 24)$

解答

D

解析

$$(A) \vec{a} \cdot \vec{b} = (12, -5) \cdot (5, -12) = 12 \times 5 + (-5) \times (-12) = 120$$

$$(B) \vec{a} \cdot \vec{b} = (12, -5) \cdot (-10, 24) = 12 \times (-10) + (-5) \times 24 = -240$$

$$(C) \vec{a} \cdot \vec{b} = (12, -5) \cdot (-5, 12) = 12 \times (-5) + (-5) \times 12 = -120$$

$$(D) \vec{a} \cdot \vec{b} = (12, -5) \cdot (10, 24) = 12 \times 10 + (-5) \times 24 = 0$$

39. () 已知 \vec{a} 和 \vec{b} 是坐標平面上的兩個向量，若 $|\vec{a}| = 6$ ， $|\vec{b}| = 3$ ，且 \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角 θ 為 60° ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$
 (A) 18 (B) $18\sqrt{3}$ (C) 9 (D) $9\sqrt{3}$

解答

C

解析

$$\text{由向量內積的定義 } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 6 \times 3 \times \cos 60^\circ = 18 \times \frac{1}{2} = 9$$

40. () 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\vec{AB} = (3, -4)$ ， $\vec{BC} = (4, 0)$ ，則 $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} =$
 (A) (1, 4) (B) (-1, -4) (C) (7, -4) (D) (-7, 4)

解答

C

解析

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = (3, -4) + (4, 0) = (3+4, -4+0) = (7, -4)$$

41. () 已知坐標平面上兩點 $A(9, 4)$ 、 $B(5, 3)$ ，則 $\vec{AB} =$
 (A) (3, -2) (B) (4, 1) (C) (-3, 2) (D) (-4, -1)

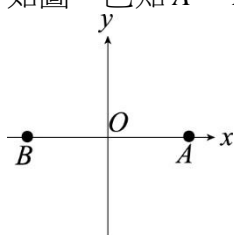
解答

D

解析

$$\vec{AB} = (5, 3) - (9, 4) = (-4, -1)$$

42. () 如圖，已知 A 、 B 兩點在 x 軸上，若 $\vec{OA} = \vec{OB} = 6$ ，則下列何者正確？



- (A) $\vec{AO} = (6, 0)$ (B) $\vec{OB} = (-6, 0)$ (C) $\vec{OA} = \vec{OB}$ (D) $\vec{OA} + \vec{BO} = \vec{0}$

解答

B

解析

$$\text{由題目知 } A(6, 0), B(-6, 0)$$

$$(A) \vec{AO} = (0, 0) - (6, 0) = (-6, 0)$$

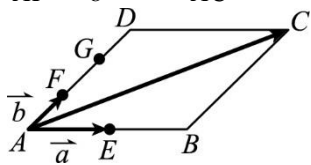
$$(B) \vec{OB} = (-6, 0) - (0, 0) = (-6, 0)$$

$$(C) \vec{OA} = (6, 0) - (0, 0) = (6, 0) \neq (-6, 0) = \vec{OB}$$

$$(D) \vec{OA} + \vec{BO} = (6, 0) + (6, 0) = (12, 0) \neq \vec{0}$$

43. () 如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中， E 為 \overline{AB} 的中點， F 、 G 為 \overline{AD} 的三等分點。若 $\vec{AE} = \vec{a}$ ，

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{b}$ ，則 $\overrightarrow{AC} =$



- (A) $2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b}$ (B) $2\overrightarrow{a} + 4\overrightarrow{b}$ (C) $2\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}$ (D) $3\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b}$

【隨堂卷】

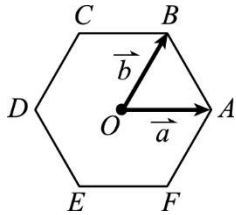
解答

A

解析

由平行四邊形法， $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AE} + 3\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b}$

44. () 如圖，在正六邊形 $ABCDEF$ 中，若 $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$ ， $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$ ，則下列何者正確？



- (A) $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b}$ (B) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{a}$ (C) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{b}$ (D) $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{b}$

【隨堂卷】

解答

D

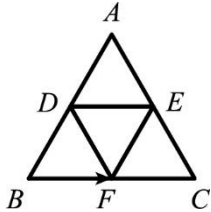
解析

(A) \overrightarrow{a} 與 \overrightarrow{b} 同大小，不同方向 (B) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AO} = -\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{a}$

(C) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BO} = -\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{b}$

(D) $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$

45. () 如圖，已知 $\triangle ABC$ 為正三角形， D 、 E 、 F 是三邊中點，則 $\overrightarrow{BF} =$



- (A) \overrightarrow{CF} (B) \overrightarrow{EC} (C) \overrightarrow{DE} (D) \overrightarrow{ED}

【隨堂卷】

解答

C

解析

$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{DE}$

46. () 下列何者為「向量」？ (A)向南走 25 公尺 (B)長度 (C)時間 (D)溫度

【隨堂卷】

解答

A

解析

向量為具有「大小」與「方向」的量

(A)有大小、有方向 (B)(C)(D)只有大小，沒有方向
故選(A)

47. () 已知向量 $\overrightarrow{a} = (1, 2)$ 與向量 $\overrightarrow{b} = (2, 3)$ ，若 $3\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b} = (r, s)$ ，則 $s - 2r =$

- (A) -2 (B) -1 (C) 2 (D) 3

【課本自我評量】

解答

C

解析

已知 $\overrightarrow{a} = (1, 2)$ 、 $\overrightarrow{b} = (2, 3)$

則 $3\vec{a} - 2\vec{b} = 3(1, 2) - 2(2, 3) = (3, 6) - (4, 6) = (-1, 0) = (r, s)$

得 $r = -1, s = 0$

所以 $s = 2r = 0 - 2 \times (-1) = 2$

48. () 若 $ABCDE$ 為一五邊形，則 $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EA} =$
 (A) \vec{AE} (B) \vec{EB} (C) \vec{EA} (D) $\vec{0}$

【super 講義-綜合評量】

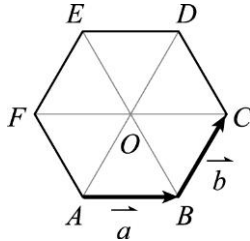
解答

D

解析

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EA} = \vec{AA} = \vec{0}$$

49. () 如圖所示，正六邊形 $ABCDEF$ 中，設 $\vec{a} = \vec{AB}$ 、 $\vec{b} = \vec{BC}$ ，試以 \vec{a} 、 \vec{b} 表示 \vec{CD} ，則 $\vec{CD} =$



- (A) $\vec{a} + \vec{b}$ (B) $\vec{a} - \vec{b}$ (C) $-\vec{a} - \vec{b}$ (D) $-\vec{a} + \vec{b}$

【super 講義-綜合評量】

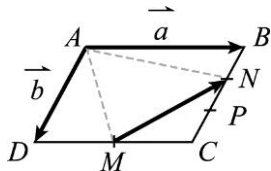
解答

D

解析

$$\vec{CD} = \vec{BO} = \vec{BA} + \vec{AO} = -\vec{AB} + \vec{BC} = -\vec{a} + \vec{b}$$

50. () 如圖所示，平行四邊形 $ABCD$ 中， M 為 \overline{CD} 中點， N 、 P 為 \overline{BC} 的三等分點，令 $\vec{AB} = \vec{a}$ 、 $\vec{AD} = \vec{b}$ ，若 $\vec{MN} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$ ，數對 (α, β) 為



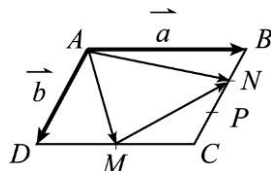
- (A) $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}\right)$ (B) $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right)$ (C) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ (D) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)$

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析



$$\begin{aligned} \vec{MN} &= \vec{AN} - \vec{AM} = (\vec{AB} + \vec{BN}) - (\vec{AD} + \vec{DM}) = \left(\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC}\right) - \left(\vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{DC}\right) \\ &= \left(\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}\right) - \left(\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}\right) = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} \\ \text{故 } \alpha &= \frac{1}{2}, \beta = -\frac{2}{3}, \text{ 則 } (\alpha, \beta) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right) \end{aligned}$$

51. () 平面上有 A 、 B 、 C 三點，已知由 A 至 B 的向量 $\vec{AB} = (-4, 3)$ ，由 B 至 C 的向量 $\vec{BC} = (9, 9)$ ，試求以 A 、 B 、 C 為頂點之 $\triangle ABC$ 的周長為 (A) $5 + 9\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ (B) $15 + 9\sqrt{2}$ (C) $2 + \sqrt{2}$ (D) $18 + 9\sqrt{2}$

【super 講義-綜合評量】

解答**D****解析**

$$\overline{AB} = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5$$

$$\overline{BC} = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2}$$

$$\text{又 } \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-4, 3) + (9, 9) = (5, 12) \Rightarrow \overline{AC} = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周長} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 5 + 9\sqrt{2} + 13 = 18 + 9\sqrt{2}$$

52. () 已知向量 $\overrightarrow{a} = (1, 2)$ 與向量 $\overrightarrow{b} = (2, 3)$ ，若 $3\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b} = (r, s)$ ，則 $s - 2r =$
 (A) -2 (B) -1 (C) 2 (D) 3

【104 數(B)歷屆試題】**解答****C****解析**

$$\text{已知 } \overrightarrow{a} = (1, 2), \overrightarrow{b} = (2, 3)$$

$$\text{則 } 3\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b} = 3(1, 2) - 2(2, 3) = (3, 6) - (4, 6) = (-1, 0) = (r, s)$$

$$\Rightarrow r = -1, s = 0 \therefore s - 2r = 0 - 2 \times (-1) = 2$$

53. () 若向量 $\overrightarrow{a} = (x, y)$ 與向量 $\overrightarrow{b} = (-5, 12)$ 的方向相反，且 $|\overrightarrow{a}| = 52$ ，則 $x + y =$
 (A) -68 (B) -28 (C) 28 (D) 68

【103 數(A)歷屆試題】**解答****B****解析**

$$|\overrightarrow{b}| = \sqrt{(-5)^2 + 12^2} = 13$$

$$\overrightarrow{b} \text{ 的單位向量為 } \left(\frac{-5}{13}, \frac{12}{13} \right)$$

$$\therefore \overrightarrow{a} \text{ 的方向與 } \overrightarrow{b} \text{ 相反，且 } |\overrightarrow{a}| = 52$$

$$\therefore \overrightarrow{a} = -\left(\frac{-5}{13}, \frac{12}{13} \right) \times 52 = (20, -48)$$

$$\text{即 } x = 20, y = -48, \text{ 故 } x + y = -28$$

54. () 設平面上三點 $A(x, y)$ 、 $B(-1, 4)$ 及 $C(9, -1)$ 。若向量 $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ ，則 D 點坐標為何？
 (A) (1, 5) (B) (3, 2) (C) (5, 1) (D) (2, 3)

【103 數(B)歷屆試題】**解答****C****解析**

$$\overrightarrow{AB} = (-1 - x, 4 - y), \overrightarrow{AC} = (9 - x, -1 - y)$$

$$\text{所以 } \overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{5}(-1 - x, 4 - y) + \frac{3}{5}(9 - x, -1 - y)$$

$$= \left(-\frac{2}{5} - \frac{2}{5}x, \frac{8}{5} - \frac{2}{5}y \right) + \left(\frac{27}{5} - \frac{3}{5}x, -\frac{3}{5} - \frac{3}{5}y \right) = (5 - x, 1 - y)$$

$$\text{又 } A \text{ 點坐標為 } (x, y), \text{ 故 } D \text{ 點坐標為 } (5, 1)$$

55. () 設兩向量 $\overrightarrow{a} = (x - 1, 1)$ 、 $\overrightarrow{b} = (x + 2, 2)$ 。若滿足內積 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 6$ 之 x 有兩解 α 、 β ，則 $\alpha + \beta =$
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

【106 數(A)歷屆試題】**解答****A****解析**

$$\text{由 } \overrightarrow{a} = (x - 1, 1), \overrightarrow{b} = (x + 2, 2), \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 6$$

得 $(x-1, 1) \cdot (x+2, 2) = 6 \Rightarrow (x-1)(x+2) + 1 \times 2 = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$
 $\Rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 或 } 2$
 故可設 $\alpha = -3$ ， $\beta = 2$ ，則 $\alpha + \beta = -3 + 2 = -1$

56. () 已知 $|\vec{AB}| = 4$ 、 $|\vec{AC}| = 3$ ，又 \vec{AB} 與 \vec{AC} 的夾角為 $\frac{\pi}{3}$ ，則 $|\vec{AB} + 2\vec{AC}|$ 之值為何？ (A) $\sqrt{52}$ (B) $\sqrt{76}$ (C) $\sqrt{52 + 24\sqrt{3}}$ (D) 10

【105 數(B)歷屆試題】

解答

B

解析

所求平方為

$$|\vec{AB} + 2\vec{AC}|^2 = |\vec{AB}|^2 + 4\vec{AB} \cdot \vec{AC} + 4|\vec{AC}|^2 = 4^2 + 4 \times 4 \times 3 \times \cos \frac{\pi}{3} + 4 \times 3^2 = 16 + 24 + 36 = 76$$

$$\therefore |\vec{AB} + 2\vec{AC}| = \sqrt{76}$$

57. () 若兩向量 $\vec{a} = (1, 3)$ 、 $\vec{b} = \left(2, 2 - \frac{x}{3}\right)$ 互相垂直，則 $x =$
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

【103 數(A)歷屆試題】

解答

D

解析

$$\because \vec{a} \perp \vec{b} \quad \therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = (1, 3) \cdot \left(2, 2 - \frac{x}{3}\right) = 0 \Rightarrow 1 \times 2 + 3 \times \left(2 - \frac{x}{3}\right) = 0 \Rightarrow 8 - x = 0$$

故 $x = 8$

58. () 設 $\vec{a} = (\cos 60^\circ, \sin 30^\circ)$ 、 $\vec{b} = (\tan 315^\circ, \cos 120^\circ)$ ，則 $\vec{a} + \vec{b} =$
 (A) $(-\frac{1}{2}, 1)$ (B) $(-\frac{1}{2}, 0)$ (C) $(\frac{3}{2}, 2)$ (D) $(\frac{3}{2}, -1)$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\because \vec{a} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right),$$

$$\vec{b} = (-\tan 45^\circ, -\cos 60^\circ) = \left(-1, -\frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore \vec{a} + \vec{b} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + \left(-1, -\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$$

59. () 若 $\vec{a} = (-2, 5)$ 、 $\vec{b} = (x, 6)$ ，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，則 (A) x 為偶數 (B) x 為 3 的倍數 (C) x 為 5 的倍數 (D) $x < 0$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\text{若 } \vec{a} \parallel \vec{b}, \text{ 則 } \vec{a} = r\vec{b} \text{ 或 } \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}, \text{ 即 } -\frac{2}{x} = \frac{5}{6} \Rightarrow 5x = -12$$

$$\therefore x = -\frac{12}{5}$$

60. () 已知 $\vec{i} = (1, 0)$ 、 $\vec{j} = (0, 1)$ 為平面上兩個單位向量。設 $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ ， $\vec{b} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$ ，
 若 $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ ，則 $\vec{c} =$
 (A) $17\vec{j}$ (B) $8\vec{i}$ (C) $6\vec{i} + 3\vec{j}$ (D) $-2\vec{i} + 3\vec{j}$

【龍騰自命題】

解答**A****解析**

$$\begin{aligned}\vec{c} &= 2\vec{a} + 3\vec{b} = 2(3\vec{i} + 4\vec{j}) + 3(-2\vec{i} + 3\vec{j}) \\ &= 6\vec{i} + 8\vec{j} - 6\vec{i} + 9\vec{j} = 17\vec{j}\end{aligned}$$

61. () 若兩向量 $\vec{a} = (3, 4)$ 與 $\vec{b} = (2, 1 - \frac{x}{2})$ 相互垂直，則 x 之值為 (A) -1 (B) 2 (C) 5 (D) -2

【龍騰自命題】**解答****C****解析**

$$\begin{aligned}\because \vec{a} \perp \vec{b} &\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ \Rightarrow (3, 4) \cdot (2, 1 - \frac{x}{2}) &= 0 \\ \Rightarrow 6 + 4 - 2x &= 0 \\ \therefore x &= 5\end{aligned}$$

62. () 設 \vec{a} 與 \vec{b} 為平面上的兩向量，若 $|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 3$ ，且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ ，則 $|\vec{a} - \vec{b}| =$ (A) $\sqrt{7}$ (B) $\sqrt{6}$ (C) $\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{2}$

【龍騰自命題】**解答****A****解析**

$$\begin{aligned}\because |\vec{a} - \vec{b}|^2 &= |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 2^2 - 2 \times 3 + 3^2 = 7 \\ \therefore |\vec{a} - \vec{b}| &= \sqrt{7}\end{aligned}$$

63. () 已知 $\vec{A} = (-2, a)$ ， $\vec{B} = (b, 3)$ ， $\vec{C} = (5, -4)$ ，若 $\vec{A} // \vec{C}$ 且 $\vec{B} \perp \vec{C}$ ，則 $a + b$ 之值為 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

【龍騰自命題】**解答****B****解析**

$$\begin{aligned}\vec{A} // \vec{C} &\Rightarrow \frac{-2}{5} = \frac{a}{-4} \Rightarrow 8 = 5a \Rightarrow a = \frac{8}{5} \\ \vec{B} \perp \vec{C} &\Rightarrow \vec{B} \cdot \vec{C} = 0 \Rightarrow 5b - 12 = 0 \Rightarrow b = \frac{12}{5} \\ \therefore a + b &= \frac{8}{5} + \frac{12}{5} = 4\end{aligned}$$

64. () 若 $\vec{a} = (2, 2)$ 、 $\vec{b} = (3, 0)$ ，則 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角 $\theta =$ (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 150°

【龍騰自命題】**解答****B****解析**

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{2 \times 3 + 2 \times 0}{\sqrt{2^2 + 2^2} \times \sqrt{3^2 + 0^2}} = \frac{6}{\sqrt{8} \times \sqrt{9}} = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \therefore \theta &= 45^\circ\end{aligned}$$

65. () 設 $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ 、 $|\vec{b}| = 2$ ，又 \vec{a} 、 \vec{b} 之夾角為 $\frac{\pi}{6}$ ，試求 $|3\vec{a} - 2\vec{b}|$ 之值為 (A) 7 (B) $\sqrt{79}$ (C) $\sqrt{7}$ (D) $\sqrt{79}$

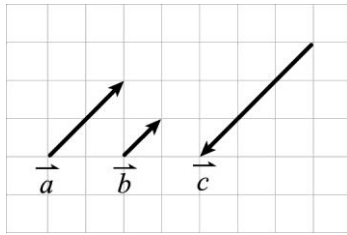
【龍騰自命題】**解答****C****解析**

$$\begin{aligned}|3\vec{a} - 2\vec{b}|^2 &= (3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (3\vec{a} - 2\vec{b}) = 9|\vec{a}|^2 - 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 \\ &= 9|\vec{a}|^2 - 12|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{6} + 4|\vec{b}|^2\end{aligned}$$

$$= 9 \times (\sqrt{3})^2 - 12 \times \sqrt{3} \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 \times 2^2 = 7$$

$$\therefore |3\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{7}$$

66. () 如圖所示，有 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 三個向量，下列何者錯誤？



(A) $\vec{a} = -\frac{2}{3}\vec{c}$ (B) $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a}$ (C) $\vec{c} = -3\vec{b}$ (D) $\vec{a} = -2\vec{b}$

【學習卷】

解答

D

解析

(A) $\vec{a} = -\frac{2}{3}\vec{c}$

(B) $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a}$

(C) $\vec{c} = -3\vec{b}$

(D) $\vec{a} = 2\vec{b}$

67. () 已知坐標平面上三點 $A(1,a)$ 、 $B(2,3)$ 、 $C(5,1)$ ，若向量內積 $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ 的值為 1，則 $a =$

(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 2

【學習卷】

解答

D

解析

$$\vec{AB} = (2-1, 3-a) = (1, 3-a), \quad \vec{BC} = (5-2, 1-3) = (3, -2)$$

$$\therefore \vec{AB} \cdot \vec{BC} = 1$$

$$\Rightarrow 1 \times 3 + (3-a) \times (-2) = 1 \Rightarrow 3 - 6 + 2a = 1 \Rightarrow 2a = 4$$

$$\therefore a = 2$$

68. () 若 $|\vec{a}| = 1$ 、 $|\vec{b}| = 2$ 且 \vec{a} 垂直 \vec{b} ，則 $|\vec{a} - 2\vec{b}| =$

(A) 17 (B) $\sqrt{17}$ (C) 3 (D) $\sqrt{7}$

【學習卷】

解答

B

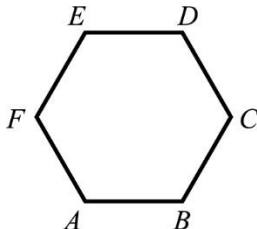
解析

$$\therefore \vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\text{又 } |\vec{a} - 2\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 = 1^2 - 4 \times 0 + 4 \times 2^2 = 17$$

$$\therefore |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{17}$$

69. () 如圖，若 $ABCDEF$ 為正六邊形，則下列哪一個向量的長度最長？



- (A) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ (B) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ (C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}$ (D) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE}$

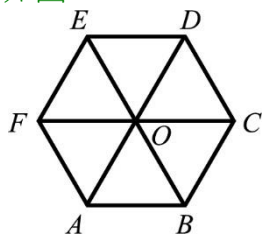
【龍騰自命題】

解答

B

解析

如圖，



(A) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}| = \overline{AC}$

(B) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{AD}| = \overline{AD}$

(C) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}| = |\overrightarrow{AO}| = \overline{AO}$

(D) $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE}| = |\overrightarrow{EC}| = \overline{EC}$

70. () 若 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a} - \overrightarrow{c}$ 、 $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ 、 $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ ，則 $\overrightarrow{EA} =$
 (A) $3\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} - \overrightarrow{c}$ (B) $\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{c}$ (C) $2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} - 3\overrightarrow{c}$ (D) $-4\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} - \overrightarrow{c}$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AE} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} \\ &= (\overrightarrow{a} - \overrightarrow{c}) + (2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}) + (-\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) + (\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) \\ &= 4\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} \\ \overrightarrow{EA} &= -\overrightarrow{AE} = -4\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} - \overrightarrow{c}\end{aligned}$$

71. () 已知 $\overrightarrow{a} = (5, -3)$ 、 $\overrightarrow{b} = (7, 1)$ ，則 $2\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b} =$
 (A) $(-11, -9)$ (B) $(9, 11)$ (C) $(-2, -4)$ (D) $(12, -2)$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\begin{aligned}2\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b} &= 2(5, -3) - 3(7, 1) = (10, -6) - (21, 3) \\ &= (10 - 21, -6 - 3) = (-11, -9)\end{aligned}$$

72. () 設 $A(3, 2)$ 、 $B(-1, 3)$ 、 $C(4, 6)$ 、 $D(-3, -5)$ ，則 $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}| =$
 (A) $3\sqrt{17}$ (B) $3\sqrt{15}$ (C) $5\sqrt{13}$ (D) $5\sqrt{17}$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} &= (-1 - 3, 3 - 2) - (-3 - 4, -5 - 6) = (-4, 1) - (-7, -11) \\ &= (3, 12) \\ \therefore |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}| &= \sqrt{3^2 + 12^2} = 3\sqrt{1^2 + 4^2} = 3\sqrt{17}\end{aligned}$$

73. () $A(1, x+1)$ 、 $B(y-2, -7)$ 、 $C(2, 8)$ 為平面上三點，若 $3\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{BC}$ ，則 $x+y$ 之值為 (A) 1
 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$\begin{aligned}\because \overrightarrow{AB} &= (y-3, -8-x), \overrightarrow{BC} = (4-y, 15) \\ \text{又 } 3\overrightarrow{AB} &= -2\overrightarrow{BC}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore 3(y-3, -8-x) &= -2(4-y, 15) \\ \Rightarrow (3y-9, -24-3x) &= (-8+2y, -30) \\ \Rightarrow \begin{cases} 3y-9 = -8+2y \\ -24-3x = -30 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow x+y=3 \end{aligned}$$

74. () 若平行四邊形中，其中三頂點坐標為(0,3)、(4,2)、(2,6)，則下列何者不可能為第四個頂點？ (A)(-2,7) (B)(6,5) (C)(2,-1) (D)(6,8)

【龍騰自命題】

解答

D

解析

設 $A_1(x_1, y_1)$

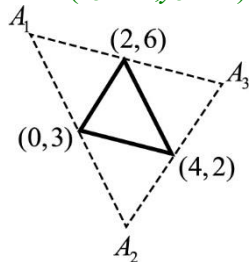
$$\Rightarrow (x_1 - 0, y_1 - 3) = (2 - 4, 6 - 2) \Rightarrow A_1(x_1, y_1) = (-2, 7)$$

設 $A_2(x_2, y_2)$

$$\Rightarrow (x_2 - 0, y_2 - 3) = (4 - 2, 2 - 6) \Rightarrow A_2(x_2, y_2) = (2, -1)$$

設 $A_3(x_3, y_3)$

$$\Rightarrow (x_3 - 4, y_3 - 2) = (2 - 0, 6 - 3) \Rightarrow A_3(x_3, y_3) = (6, 5)$$



75. () 若 $\vec{a} = (-2, 5)$ 、 $\vec{b} = (x, 6)$ ，且 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則 (A) $x < 0$ (B) x 為偶數 (C) x 為 3 的倍數 (D) x 為 7 的倍數

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow -2x + 30 = 0 \Rightarrow x = 15$$

76. () 設 $|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 2$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$ ，則 $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ 的長度 = (A) $\sqrt{5}$ (B)1 (C)-1 (D)5

【龍騰自命題】

解答

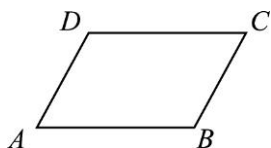
A

解析

$$\begin{aligned} |\vec{a} - 2\vec{b}|^2 &= (\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = |\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 \\ &= 9 - 4 \times 5 + 4 \times 4 = 5 \end{aligned}$$

$$\therefore |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{5}$$

77. () 如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，以 A 、 B 、 C 、 D 為向量的起點或終點，則 $\vec{AB} + \vec{BC} =$



- (A) \vec{DB} (B) \vec{BD} (C) \vec{AC} (D) \vec{BC}

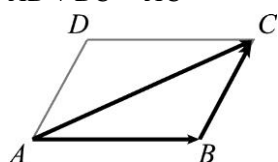
【學習卷】

解答

C

解析

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$



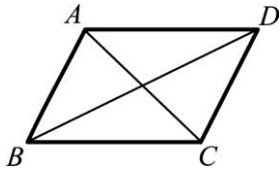
78. () 平行四邊形 $ABCD$ 中，下列敘述何者不正確？ (A) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ (B) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$ (C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (D) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$

【學習卷】

解答

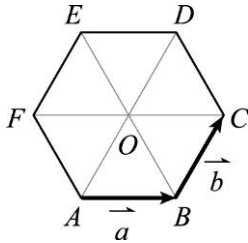
D

解析



- (A) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
 (B) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$
 (C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
 (D) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + (-\overrightarrow{CB}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

79. () 如圖， $ABCDEF$ 為正六邊形，設 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，下列敘述何者不正確？



- (A) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$ (B) $\overrightarrow{AF} = \vec{b} - \vec{a}$ (C) $\overrightarrow{AD} = 3\vec{b}$ (D) $\overrightarrow{EF} = -\vec{b}$

【學習卷】

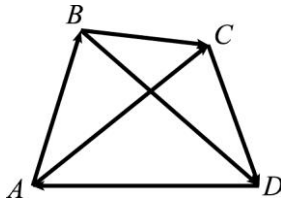
解答

C

解析

- (A) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$
 (B) $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{AO} + (-\overrightarrow{FO}) = \vec{b} - \vec{a}$
 (C) $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC} = 2\vec{b}$
 (D) $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC} = -\vec{b}$

80. () \overrightarrow{AB} 、 \overrightarrow{BC} 、 \overrightarrow{CD} 、 \overrightarrow{DA} 、 \overrightarrow{AC} 、 \overrightarrow{BD} 向量圖示如圖，下列關係何者錯誤？



- (A) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{AC}$ (B) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$ (C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ (D) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$

【super 講義-綜合評量】

解答

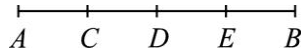
B

解析

- (A) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AC}$
 (B) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AD}$
 (C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

$$(D) \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$$

81. () 如圖所示， C 、 D 、 E 分別為 \overline{AB} 的等分點，試以向量 \overrightarrow{AB} 表示 \overrightarrow{AD} ，則 $\overrightarrow{AD} =$



- (A) $2\overrightarrow{AB}$ (B) $-2\overrightarrow{AB}$ (C) $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (D) $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

【super 講義-綜合評量】

解答

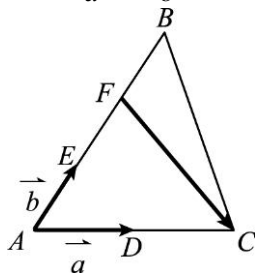
C

解析

$$\because \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \text{ 且 } \overrightarrow{AD} \text{ 與 } \overrightarrow{AB} \text{ 方向相同}$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

82. () 如圖所示， $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{AC} 的中點， E 、 F 為 \overline{AB} 的三等分點，令 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{AE} = \vec{b}$ ，試以 \vec{a} 與 \vec{b} 表示 \overrightarrow{FC} ，則 $\overrightarrow{FC} =$



- (A) $-2\vec{a} + 2\vec{b}$ (B) $2\vec{a} - 2\vec{b}$ (C) $2\vec{a} + 2\vec{b}$ (D) $2\vec{a} - \vec{b}$

【super 講義-綜合評量】

解答

B

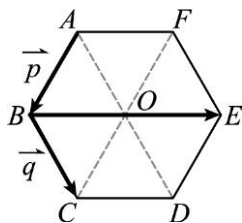
解析

$$\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{AE} = 2\vec{a} - 2\vec{b}$$

〈另解〉

$$\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AE} + 2\overrightarrow{AD} = -2\vec{b} + 2\vec{a} = 2\vec{a} - 2\vec{b}$$

83. () 如圖所示，正六邊形 $ABCDEF$ 中，設 $\overrightarrow{AB} = \vec{p}$ 、 $\overrightarrow{BC} = \vec{q}$ ，試以 \vec{p} 與 \vec{q} 表示 \overrightarrow{BE} ，則 $\overrightarrow{BE} =$



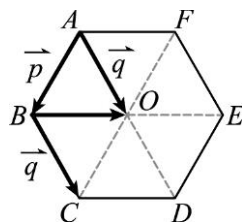
- (A) $2\left(\vec{q} - \vec{p}\right)$ (B) $-2\left(\vec{q} - \vec{p}\right)$ (C) $2\left(\vec{q} + \vec{p}\right)$ (D) $-2\left(\vec{p} + \vec{q}\right)$

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析



$$\because \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BC} = \vec{q}$$

$$\therefore \overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{BO} = 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AO}) = 2(-\vec{p} + \vec{q}) = 2(\vec{q} - \vec{p})$$

84. () 已知平面上五個點 $A\left(\frac{1}{3}, \frac{-1}{4}\right)$ 、 $B\left(\frac{51}{13}, \frac{1}{4}\right)$ 、 $C\left(\frac{571}{13}, \frac{69}{7}\right)$ 、 $D\left(\frac{-51}{16}, \frac{69}{17}\right)$ 、 $E\left(\frac{-23}{4}, \frac{-10}{3}\right)$ ，若向量相加 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = (m, n)$ ，求 $m - n$ 之值。(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

【102 數(B)歷屆試題】

解答

A

解析

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE}$$

$$\text{又 } A\left(\frac{1}{3}, \frac{-1}{4}\right), E\left(\frac{-23}{4}, \frac{-10}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AE} = \left(\frac{-23}{4} - \frac{1}{3}, \frac{-10}{3} - \left(\frac{-1}{4}\right)\right) = \left(\frac{-73}{12}, \frac{-37}{12}\right)$$

$$\text{即 } m = -\frac{73}{12}, n = -\frac{37}{12}$$

$$\text{故 } m - n = -3$$

85. () 設平面上兩向量 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 θ ，若 $\cos \theta = \frac{33}{65}$ ，且 $|\vec{a}| = 5$ ， $|\vec{b}| = 13$ ，則

$$(4\vec{a} - \vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b}) =$$

$$(A) -39 \quad (B) 93 \quad (C) 97 \quad (D) 435$$

【104 數(A)歷屆試題】

解答

C

解析

$$|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 13, \cos \theta = \frac{33}{65}$$

$$\text{先求 } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 5 \times 13 \times \frac{33}{65} = 33$$

$$\text{則 } (4\vec{a} - \vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b}) = 8|\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} - |\vec{b}|^2 = 8 \times 5^2 + 2 \times 33 - 13^2 = 200 + 66 - 169 = 97$$

86. () 設平面二向量 $\vec{u} = (2\cos \theta, \sin \theta)$ 、 $\vec{v} = (\sin \theta, 2\cos \theta)$ 且其內積 $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ ，若 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ，則 θ 之值可能為何？(A) $\frac{\pi}{12}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$

【103 數(C)歷屆試題】

解答

A

解析

$$\because \vec{u} \cdot \vec{v} = 1$$

$$\text{即 } \vec{u} \cdot \vec{v} = (2\cos \theta, \sin \theta) \cdot (\sin \theta, 2\cos \theta) = 2\cos \theta \sin \theta + \sin \theta \times 2\cos \theta = 2 \times \sin \theta \cos \theta = 2\sin 2\theta = 1$$

$$\therefore 2\sin 2\theta = 1 \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{又 } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\times 2} 0 \leq 2\theta \leq \pi$$

$$\text{因此 } 2\theta = \frac{\pi}{6} \text{ 或 } \frac{5\pi}{6}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{12} \text{ 或 } \frac{5\pi}{12}$$

87. () 在 $\triangle ABC$ 中，向量 $\overrightarrow{AB} = (\sqrt{3}, 1)$ 、 $\overrightarrow{AC} = (0, 2)$ ，則 $\triangle ABC$ 之周長為何？(A) $4 + \sqrt{2}$ (B) 6 (C) $4 + 2\sqrt{2}$ (D) $4 + 2\sqrt{3}$

【課本自我評量】

解答

B

解析 因為 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = (-\sqrt{3}, 1)$

$$\text{所以 } \triangle ABC \text{ 周長} = |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{AC}| + |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} + \sqrt{0^2 + 2^2} + \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2} \\ = \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4} = 6$$

88. () 已知兩向量 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 $\frac{\pi}{3}$ 且 $|\vec{a}| = 5$ 、 $|\vec{b}| = 4$ ，則 $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ 之值為何？ (A) $\sqrt{31}$
(B) 7 (C) 8 (D) $\sqrt{41}$

【課本自我評量】

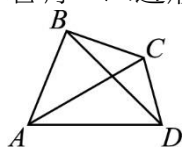
解答 B

解析 因為 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 5 \times 4 \times \cos \frac{\pi}{3} = 5 \times 4 \times \frac{1}{2} = 10$

$$\text{又 } |\vec{a} - 2\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 = 5^2 - 4 \times 10 + 4 \times 4^2 = 25 - 40 + 64 = 49$$

$$\text{故 } |\vec{a} - 2\vec{b}| = 7$$

89. () 若有一四邊形 $ABCD$ 如圖所示，則下列何者錯誤？



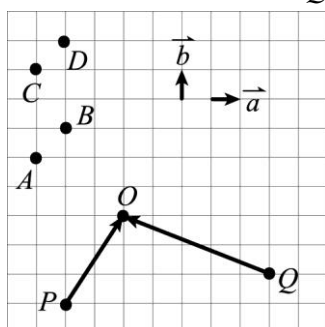
- (A) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{AC}$ (B) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$ (C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ (D)
 $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$

【龍騰自命題】

解答 B

解析 (B) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AD} \neq \vec{0}$

90. () 如圖，方格紙上 $\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{QO} =$



- (A) \overrightarrow{OA} (B) \overrightarrow{OB} (C) \overrightarrow{OC} (D) \overrightarrow{OD}

【龍騰自命題】

解答 C

解析 $\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{QO} = (2\vec{a} + 3\vec{b}) + (-5\vec{a} + 2\vec{b}) = -3\vec{a} + 5\vec{b}$

$$(A) \overrightarrow{OA} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$(B) \overrightarrow{OB} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$(C) \overrightarrow{OC} = -3\vec{a} + 5\vec{b} = \overrightarrow{PO} + \overrightarrow{QO}$$

$$(D) \overrightarrow{OD} = -2\vec{a} + 6\vec{b}$$

91. () 設 $A(-1, 7)$ 、 $B(3, 4)$ 為平面上兩點，則 $2\overrightarrow{AB} =$
(A) $(6, 7)$ (B) $(-2, 6)$ (C) $(-4, -6)$ (D) $(8, -6)$

【龍騰自命題】

解答**D****解析**

$$\therefore \overrightarrow{AB} = (3 - (-1), 4 - 7) = (4, -3)$$

$$\therefore 2\overrightarrow{AB} = 2(4, -3) = (8, -6)$$

92. () 設 $A(-1, 5)$ 、 $\overrightarrow{AB} = (7, -9)$ ，則 B 點坐標為 (A)(7, -9) (B)(-1, 5) (C)(-8, 4) (D)(6, -4)

【龍騰自命題】**解答****D****解析**設 B 點坐標為 (x, y)

$$\text{則 } \overrightarrow{AB} = (x - (-1), y - 5) = (7, -9) \Rightarrow x = 6, y = -4$$

$$\therefore B \text{ 點坐標 } (x, y) = (6, -4)$$

93. () 設與 \overrightarrow{AB} 同方向的單位向量為 $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ 且 $|\overrightarrow{AB}| = 5$ ，已知 $A(2, 0)$ ，則 B 點坐標為 (A)(-3, 4) (B)($-\frac{1}{5}, \frac{4}{5}$) (C)(1, -4) (D)(-1, 4)

【龍騰自命題】**解答****D****解析**與 \overrightarrow{AB} 同方向的單位向量為 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = (-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$

$$\therefore |\overrightarrow{AB}| = 5 \quad \therefore \overrightarrow{AB} = (-3, 4)$$

$$\text{設 } B(x, y), \text{ 則 } (x - 2, y - 0) = (-3, 4)$$

$$\therefore B(-1, 4)$$

94. () 設 $A(-3, 2)$ 、 $B(2, 5)$ 、 $C(-1, -2)$ 為坐標平面上三點，已知 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ，則 D 點的坐標為 (A)(1, 4) (B)(0, 9) (C)(0, 5) (D)(4, 1)

【龍騰自命題】**解答****D****解析**設 $D(x, y)$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Rightarrow (2 - (-3), 5 - 2) = (x - (-1), y - (-2))$$

$$\Rightarrow (5, 3) = (x + 1, y + 2)$$

$$\therefore D(x, y) = (4, 1)$$

95. () 設 $A(1, -3)$ 與 $B(2, -2)$ 為平面上兩點，若一向量 \overrightarrow{a} 與 \overrightarrow{AB} 的方向相反，且 $|\overrightarrow{a}| = 1$ ，則 $\overrightarrow{a} =$ (A)(1, 1) (B)(-1, -1) (C)($\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$) (D)($-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$)

【龍騰自命題】**解答****D****解析**

$$\overrightarrow{AB} = (1, 1) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2}$$

$$\therefore \text{與 } \overrightarrow{AB} \text{ 同方向的單位向量為 } \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$\text{又 } \overrightarrow{a} \text{ 與 } \overrightarrow{AB} \text{ 方向相反且 } |\overrightarrow{a}| = 1 \quad \therefore \overrightarrow{a} = -\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = (-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$$

96. () 若 $|\overrightarrow{a}| = 4$ 、 $|\overrightarrow{b}| = 3$ ， \overrightarrow{a} 與 \overrightarrow{b} 方向相反，則 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} =$ (A)12 (B)-12 (C)0 (D)6

解答

B

解析

$\therefore \vec{a}$ 與 \vec{b} 方向相反，即 \vec{a} 與 \vec{b} 夾角 $\theta = 180^\circ$

$$\text{又 } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos\theta = 4 \times 3 \times \cos 180^\circ = -12$$

97. () 已知向量 $\vec{a} = (4, -2)$ 、 $\vec{b} = (9, 3)$ ，則 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角 θ 等於 (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D)

$$\frac{3\pi}{4}$$

解答

B

解析

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \times 9 + (-2) \times 3 = 30, \quad |\vec{a}| = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{9^2 + 3^2} = 3\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{30}{30\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \therefore \theta = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

98. () 已知 $\vec{AC} = (6, 8)$ 、 $\vec{BC} = (4, 6)$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為 (A) 1 (B) 2 (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{7}{2}$

解答

B

解析

$$\vec{AC} = (6, 8) \Rightarrow |\vec{AC}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$\vec{BC} = (4, 6) \Rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$$

$$\vec{AC} \cdot \vec{BC} = (6, 8) \cdot (4, 6) = 6 \times 4 + 8 \times 6 = 72$$

設 \vec{AC} 與 \vec{BC} 之夾角為 θ

$$\therefore \cos\theta = \frac{\vec{AC} \cdot \vec{BC}}{|\vec{AC}| |\vec{BC}|} = \frac{72}{20\sqrt{13}} = \frac{36}{10\sqrt{13}}$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{\sqrt{(10\sqrt{13})^2 - 36^2}}{10\sqrt{13}} = \frac{2}{10\sqrt{13}} = \frac{1}{5\sqrt{13}}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} |\vec{AC}| |\vec{BC}| \sin\theta = \frac{1}{2} \times 20\sqrt{13} \times \frac{1}{5\sqrt{13}} = 2$$

99. () 已知 $A(3, 1)$ 、 $B(2, -3)$ 、 $C(7, -1)$ 及 $D(x, y)$ 為坐標平面上的四個點。若 $\vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{CD}$ ，則 $x + y = ?$ (A) -8 (B) -4 (C) 5 (D) 6

解答

C

解析

$$\vec{AB} = (2 - 3, -3 - 1) = (-1, -4)$$

$$\vec{AC} = (7 - 3, -1 - 1) = (4, -2)$$

$$\vec{CD} = (x - 7, y + 1)$$

$$\text{又 } \vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{CD}$$

$$\Rightarrow (-1, -4) + 2(4, -2) = (x - 7, y + 1) \Rightarrow (7, -8) = (x - 7, y + 1)$$

$$\Rightarrow x - 7 = 7 \text{ 且 } y + 1 = -8 \Rightarrow x = 14 \text{ 且 } y = -9 \Rightarrow x + y = 5$$

100. () 已知 $|\vec{a}| = |\vec{a} + \vec{b}| = 10$ 、 $|\vec{b}| = 5$ 。若 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 θ ，則 $\sin\theta = ?$ (A) $-\frac{1}{4}$ (B) $-\frac{\sqrt{15}}{4}$

(C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{15}}{4}$

【110 數(A)歷屆試題】

解答

D

解析

$$\left| \vec{a} + \vec{b} \right|^2 = \left| \vec{a} \right|^2 + 2 \vec{a} \cdot \vec{b} + \left| \vec{b} \right|^2$$

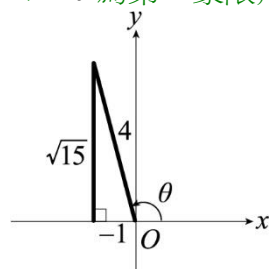
$$\Rightarrow 10^2 = 10^2 + 2 \vec{a} \cdot \vec{b} + 5^2 \Rightarrow 2 \vec{a} \cdot \vec{b} = -25$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{25}{2} \Rightarrow \left| \vec{a} \right| \left| \vec{b} \right| \cos \theta = -\frac{25}{2}$$

$$\Rightarrow 10 \times 5 \times \cos \theta = -\frac{25}{2} \Rightarrow \cos \theta = -\frac{25}{2 \times 10 \times 5} = -\frac{1}{4}$$

又向量夾角 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ，且 $\cos \theta < 0$

$\Rightarrow \theta$ 為第二象限角，作圖如下：



$$\text{故 } \sin \theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$$