# Exercise 7 參考解答

## 一、單選題：(100 小題，每題 1 分，共 100 分)

**1.** (　　) 二數分別為 3、12，若二數的等比中項為 $b$，則 $b^2=$
(A)15　(B)28　(C)21　(D)36

【light 講義-綜合評量】

解答　D

解析　由等比中項公式知：
3 與 12 的等比中項為 $b=\pm\sqrt{3\times 12}=\pm 6$ ，$b^2=(\pm 6)^2=36$

**2.** (　　) 一等比數列 $\langle a_n\rangle$，已知第 2 項為 1，第 5 項為 $-\frac{1}{27}$ ，則第 6 項 $a_6=$

(A) $\frac{1}{81}$　(B) $-\frac{1}{81}$　(C) $\frac{1}{9}$　(D) $-\frac{1}{9}$

【light 講義-綜合評量】

解答　A

解析　由公式 $a_n=a_m\times r^{n-m}$ ，得 $a_5=a_2\times r^3$ ，即 $-\frac{1}{27}=1\times r^3$

計算得 $r^3=-\frac{1}{27}=\left(-\frac{1}{3}\right)^3$，所以 $r=-\frac{1}{3}$，故第 6 項 $a_6=a_5\times r=-\frac{1}{27}\times\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{81}$

**3.** (　　) 等比數列 $-3\sqrt{2}, 6, -6\sqrt{2}, 12, \cdots$ 的公比為何？　(A) $-2\sqrt{2}$　(B) $2\sqrt{2}$　(C) $\sqrt{2}$　(D) $-\sqrt{2}$

【松山家商段考題 light 講義-類題】

解答　D

解析　公比＝後一項÷前一項　$\Rightarrow$　$r=\frac{a_3}{a_2}=\frac{-6\sqrt{2}}{6}=-\sqrt{2}$

**4.** (　　) 若 $x+7$ 和 $2x-5$ 的等差中項為 10，計算 $x=$
(A)18　(B)6　(C)4　(D) $-12$

【南港高工段考題 light 講義-類題】

解答　B

解析　因為 10 為 $x+7$ 與 $2x-5$ 的等差中項，所以 $10=\frac{(x+7)+(2x-5)}{2}$

整理得 $20=3x+2$ ，故 $x=6$

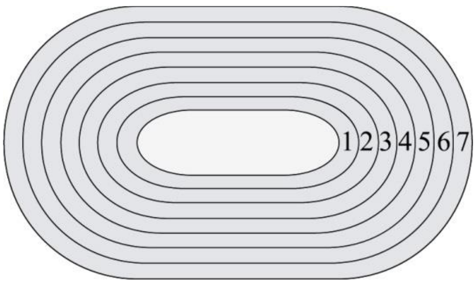
**5.** (　　) 設一等差數列的首項為 $-10$，公差為 5，則第 10 項為何？　(A)30　(B)35　(C)40　(D)45

【新民高中段考題 light 講義-類題】

解答　B

解析　首項為 $-10$ ，公差為 5
數列依序為 $-10, -5, 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35$ ，故第 10 項為 35

**6.** (　　) 已知某田徑場地如圖所示，最內圈的 1 號跑道長度為 400 公尺，每往外一圈其跑道長度就增加 $7\frac{2}{3}$ 公尺。試問從最內圈開始的 7 個跑道總長度最接近以下哪一個答案？



(A)2800 公尺　(B)2960 公尺　(C)3100 公尺　(D)3250 公尺

【110 數(A)歷屆試題】

解答　B

解析　設 $a_1=400$，$d=7\frac{2}{3}=\frac{23}{3}$

$a_7=a_1+6d=400+6\times\frac{23}{3}=446$

又 $S_7=\frac{7\times(a_1+a_7)}{2}=\frac{7\times(400+446)}{2}=2961$

**7.** (　　) 已知某種傳染病的特性是感染者經由接觸其他未感染者後，最多傳染 3 人，也就是一個感染者經由第一輪接觸他人後，連同自己最多 4 人感染，這些感染者經由第二輪接觸他人後，最多共有 16 位感染者，以此類推；則從第一個感染者開始，最快經由幾輪傳播後，感染者會達到 100 萬人？　(A)10　(B)9　(C)8　(D)7

【110 數(A)歷屆試題】

解答　A

解析　第一輪後共有 4 人感染

第二輪後共有 $4+4\times3=16$ 人感染

第三輪後共有 $16+16\times3=64$ 人感染

設第 $n$ 輪後總感染人數為 $a_n$，

其中 $a_1=4$，$r=4$

即 $a_n=a_1r^{n-1}=4\times4^{n-1}=4^n=\left(2^2\right)^n=2^{2n}$

$2^{2n}\ge10^6 \quad\Rightarrow\quad 2^n\ge10^3$

$\because\quad 2^{10}=10254 \quad\therefore\quad n$ 最小值為 10

**8.** (　　)在$-3$ 與$-768$ 之間插入三個數，使此五個數成等比數列，則公比為　(A)4　(B)$-4$　(C)±4　(D)3

【龍騰自命題】

解答　C

解析　設公比為 $r$

$-768=-3\times r^4 \quad\Rightarrow\quad r^4=256 \quad\therefore\quad r=\pm4$

**9.** (　　) 一等比數列首項為 2，末項為 4374，和為 6560，則公比為　(A)9　(B)2　(C)3　(D)6

【龍騰自命題】

解答　C

解析　依題意得 $\begin{cases}2\times r^{n-1}=4374\cdots\cdots① \\ \frac{2(1-r^n)}{1-r}=6560\cdots\cdots②\end{cases}$

①×$r$ 得 $2\times r^n=4374r$，將其代入②得 $\frac{2-4374r}{1-r}=6560$

$\Rightarrow\quad 2-4374r=6560(1-r) \quad\Rightarrow\quad r=3$

**10.** (　　) 若 $a, b, 3, c, d$ 五個數成等比數列，則 $abcd$ 之值為　(A)27　(B)81　(C)243　(D)54

【龍騰自命題】

解答　B

解析　$\because\quad a$、$d$ 的等比中項 $=b$、$c$ 的等比中項 $=3$

$\Rightarrow\quad 3^2=ad$，$3^2=bc$

$\therefore\quad abcd=3^2\times3^2=81$

**11.** (　　) $9+99+999+9999+99999$ 之和為　(A)111105　(B)11115　(C)111115　(D)11105

【龍騰自命題】

解答　A

解析　原式 $=(10-1)+(10^2-1)+(10^3-1)+(10^4-1)+(10^5-1)$

$=(10+10^2+10^3+10^4+10^5)-5$

$=\dfrac{10\times(10^5-1)}{10-1}-5=\dfrac{10\times 99999}{9}-5=111110-5=111105$

**12.** (　　)已知四個正數 $a, b, c, d$ 為等比數列，若 $a+b=8$，$c+d=72$，則公比為　(A)2　(B)4　(C)3　(D)9

【龍騰自命題】

解答　C

解析　令公比為 $r$，則 $b=ar$，$c=ar^2$，$d=ar^3$，得 $\begin{cases} a+ar=8\cdots\cdots① \\ ar^2+ar^3=72\cdots\cdots② \end{cases}$

$\dfrac{①}{②}$ 得 $\dfrac{a(1+r)}{ar^2(1+r)}=\dfrac{8}{72}$　$\Rightarrow$　$\dfrac{1}{r^2}=\dfrac{1}{9}$　　$\therefore$　$r=\pm 3$（負不合）

**13.** (　　) 設 $a, b, c, d$ 四正數為等比數列，若 $a+b=8$，$c+d=200$，則公比為　(A)3　(B)4　(C)5　(D)6

【龍騰自命題】

解答　C

解析　設四數為 $a, ar, ar^2, ar^3$　$\Rightarrow$　$\begin{cases} a+ar=8\cdots\cdots① \\ ar^2+ar^3=200\cdots\cdots② \end{cases}$

$\dfrac{①}{②}$ 得 $\dfrac{a(1+r)}{ar^2(1+r)}=\dfrac{8}{200}=\dfrac{1}{25}$　　$\therefore$　$r=\pm 5$（負不合）

**14.** (　　) 等比級數 $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+\cdots$ 前 6 項的和為　(A)1　(B)$1-(\dfrac{1}{2})^6$　(C)$1-(\dfrac{1}{2})^7$　(D)2

【龍騰自命題】

解答　B

解析　$a_1=\dfrac{1}{2}$，$r=\dfrac{1}{2}$

$S_6=\dfrac{\frac{1}{2}[1-(\frac{1}{2})^6]}{1-\frac{1}{2}}=1-(\dfrac{1}{2})^6$

**15.** (　　)於 5 與 25 之間插入四個數，使成等差數列，則此數列的第 3 項為　(A)12　(B)13　(C)14　(D)15

【龍騰自命題】

解答　B

解析　設插入後為 $5, a_2, a_3, a_4, a_5, 25$

設此數列公差為 $d$，插入四數後，共有 6 項　$\Rightarrow$　$a_1=5$，$a_6=25$

又 $a_6=a_1+5d$　$\Rightarrow$　$25=5+5d$　$\Rightarrow$　$d=4$

$\therefore$　$a_3=a_1+2d=5+2\times 4=13$

**16.** (　　) 由 101 到 200 之間所有 3 的倍數之總和等於　(A)3750　(B)4150　(C)4550　(D)4950

【龍騰自命題】

解答　D

解析　$a_1=102=3\times 34$，$a_n=198=3\times 66$　$\Rightarrow$　$n=33$

所求 $=102+105+108+\cdots+198=\dfrac{33\times(102+198)}{2}=4950$

**17.** (　　) 於 5 與 93 之間插入七個數，使其為等差數列，則插入七個數之和為　(A)336　(B)343　(C)350　(D)357

【龍騰自命題】

解答　B

解析　公差 $d=\frac{93-5}{9-1}=11$，因此這七個數為 16、27、⋯、82，

故七個數之和為 $\frac{n(a_1+a_n)}{2}=\frac{7\times(16+82)}{2}=343$

**18.** (　　)設一等差數列的第 3 項為 6，第 6 項為 27，則其第十項等於　(A)48　(B)55　(C)62　(D)69

【龍騰自命題】

解答　B

解析　$\begin{cases}a_1+2d=6\\a_1+5d=27\end{cases}\Rightarrow\ d=7，a_1=-8$

故所求 $a_1+9d=-8+63=55$

**19.** (　　) 等差級數 $1+3+5+\cdots+21$ 之和為　(A)100　(B)231　(C)121　(D)242

【龍騰自命題】

解答　C

解析　設有 $n$ 項，已知 $a_1=1$，$d=2$，$a_n=a_1+(n-1)d\ \Rightarrow\ 21=1+(n-1)\times 2\ \Rightarrow\ n=11$

所求 $=\frac{n(a_1+a_{11})}{2}=\frac{11\times(1+21)}{2}=121$

**20.** (　　) 設 $a$、$b$、$c$ 三個數均為正實數，且已知 $a+c=36$，若 $a$、$b$、12 三數成等差數列，且 2、$b$、$c$ 三數成等比數列，則下列敘述何者**有誤**？　(A) $b+c=32$　(B) $a+b=12$　(C) $b^2=2c$　(D) $2b=a+12$

【103 數(C)歷屆試題】

解答　A

解析　由題意得 $\begin{cases}a+c=36\\a+12=2b\\2\cdot c=b^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+c=36\cdots\cdots①\\a=2b-12\cdots\cdots②\\c=\frac{1}{2}b^2\cdots\cdots③\end{cases}$

將②，③代入①得 $(2b-12)+\left(\frac{1}{2}b^2\right)=36$

$\Rightarrow\ b^2+4b-96=0\ \Rightarrow\ (b-8)(b+12)=0\ \Rightarrow\ b=8$ 或 $-12$（不合）

$\therefore\ a=2\times8-12=4$，$c=\frac{1}{2}\times8^2=32$

(A)╳：$b+c=8+32=40$

(B)○：$a+b=4+8=12$

(C)○：$b^2=64=2c$

(D)○：$2b=16=a+12$

**21.** (　　) 設七個實數 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ 成等比數列，公比為 $r$。若 $a_1+a_2=2$ 且 $a_6+a_7=486$，則 $r=$

(A) 3　(B) 4　(C) 6　(D) 9

【104 數(A)歷屆試題】

解答　A

解析　等比數列 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_6, a_7$

可設為 $a_1=a$，$a_2=ar$，$a_3=ar^2$，⋯，$a_6=ar^5$，$a_7=ar^6$

$\begin{cases}a_1+a_2=2\\a_6+a_7=486\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+ar=2\\ar^5+ar^6=486\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a(1+r)=2\cdots\cdots①\\ar^5(1+r)=486\cdots\cdots②\end{cases}$

將$\dfrac{①}{②}$得$\dfrac{1}{r^5}=\dfrac{1}{243}$

$\therefore\ r=3$

**22.** (　　) 已知 $S_n=1\frac{1}{1}+2\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}+\cdots+\left(n+\frac{1}{2^{n-1}}\right)$，則 $S_{10}$ 之值為何？ (A) $56\frac{511}{512}$ (B) $56\frac{1023}{1024}$ (C) $57\frac{511}{512}$ (D) $57\frac{1023}{1024}$

【105 數(B)歷屆試題】

解答　A

解析　所求 $=1\frac{1}{1}+2\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}+\cdots+\left(10+\frac{1}{2^9}\right)$

$$=(1+2+3+4+\cdots+10)+\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^9}\right)$$

$$=\frac{(1+10)\times10}{2}+\frac{1\times\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right]}{1-\frac{1}{2}}=55+2\left(\frac{1023}{1024}\right)=55+\frac{1023}{512}=56\frac{511}{512}$$

**23.** (　　) 室內裝潢設計是許多餐飲業者非常重視的一環，今有一位裝潢師傅依照設計圖將室外用餐區的地板用黑白兩種顏色的正六邊形地磚依照下圖的規律拼接。設 $a_n$ 為第 $n$ 個圖中白色地磚總數，則數列 $\langle a_n\rangle$ 的遞迴關係式為何？

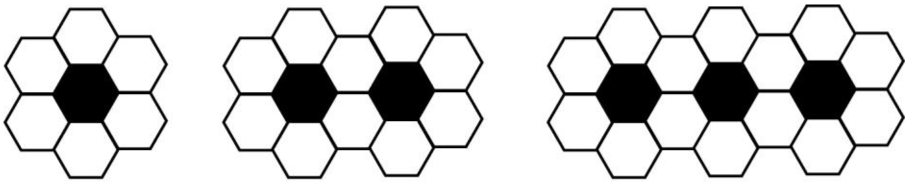


圖1　　圖2　　圖3

(A) $\begin{cases}a_1=6\\ a_n=a_{n-1}+4\ (n\ge2)\end{cases}$ (B) $\begin{cases}a_1=2\\ a_n=a_{n-1}+4\ (n\ge2)\end{cases}$ (C) $\begin{cases}a_1=6\\ a_n=a_{n-1}+6\ (n\ge2)\end{cases}$ (D) $\begin{cases}a_1=7\\ a_n=a_{n-1}+7\ (n\ge2)\end{cases}$

【super 講義-綜合評量】

解答　A

解析　如圖可知：$a_1=6$，$a_2=10=a_1+4$，

$a_3=14=a_2+4=a_1+2\times4$，$\cdots$

所以 $\langle a_n\rangle$ 為一等差數列且公差為 4

故 $\langle a_n\rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases}a_1=6\\ a_n=a_{n-1}+4(n\ge2)\end{cases}$

**24.** (　　) 觀察下圖的規律，請問前10 列的數字總和是多少？

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | |
| 2 | 3 | 4 | | | | |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | | |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |

⋮

(A) 4950　(B) 5000　(C) 5050　(D) 5150

【super 講義-綜合評量】

解答　C

解析　依題意可看成$1+2+3+4+\cdots$的等差級數

前 10 列共有$1+3+5+\cdots+19=\dfrac{(1+19)\times 10}{2}=100$個數字

故總和$=1+2+3+\cdots+100=\dfrac{(1+100)\times 100}{2}=5050$

**25.** (　　) 某人到電器行購買一個電器商品，老闆讓他無息分期付款，付款方式約定為：第一個月償還 1000 元、第二個月還 2000 元、第三個月還 3000 元、⋯，按此等差數列付款到第 10 個月可將款項還清，請問購買的商品為多少元？　(A)40000　(B)45000　(C)50000　(D)55000

【課本自我評量】

解答　D

解析　首項 $a_1=1000$，公差 $d=1000$，項數 $n=10$

由 $S_n=\dfrac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]$

得 $S_{10}=\dfrac{10}{2}[2\times 1000+(10-1)\times 1000]=5\times[2000+9000]=5\times 11000=55000$

**26.** (　　) 若等比數列$a_1, a_2, a_3, \cdots, a_8$的首項$a_1=2$，且前四項的乘積$a_1\times a_2\times a_3\times a_4=2^{16}$，則後四項的乘積$a_5\times a_6\times a_7\times a_8=$
(A) $2^{32}$　(B) $2^{48}$　(C) $2^{64}$　(D) $2^{80}$

【107 數(A)歷屆試題】

解答　B

解析　設公比為$r$，$a_1=2$

$a_1\times a_2\times a_3\times a_4=2^{16} \Rightarrow a_1\times a_1r\times a_1r^2\times a_1r^3=2^{16} \Rightarrow a_1^4\times r^{1+2+3}=2^{16}$

$\Rightarrow 2^4\times r^6=2^{16} \Rightarrow r^6=2^{12}=\left(2^2\right)^6 \Rightarrow r=\pm 2^2$

又$a_5\times a_6\times a_7\times a_8=a_1r^4\times a_1r^5\times a_1r^6\times a_1r^7=a_1^4\times r^{4+5+6+7}=2^4\times r^{22}=2^4\times\left(\pm 2^2\right)^{22}=2^{4+44}=2^{48}$

**27.** (　　) 同學在細菌培養的實驗中，發現$A$細菌從開始經3小時數目由500成長至600，假設$A$細菌呈指數函數成長，試問從開始經9小時，$A$細菌的數目最接近下列哪一個數？　(A) 720　(B) 864　(C) 1037　(D) 1800

【108 數(A)歷屆試題】

解答　B

解析　$A$細菌每 3 小時成長$\dfrac{600}{500}=\dfrac{6}{5}$倍

$\therefore$　$A$細菌 9 小時後成長$\left(\dfrac{6}{5}\right)^3=\dfrac{216}{125}$倍

故$A$細菌數量為$500\times\dfrac{216}{125}=864$個

**28.** (　　) 二數分別為4、9，若二數的等差中項為$a$，等比中項為$b$，則$2a+b^2=$
(A) 7　(B) 28　(C) 21　(D) 49

【super 講義-綜合評量】

解答　D

解析　等差中項$a=\dfrac{4+9}{2}=\dfrac{13}{2}$

等比中項$b=\pm\sqrt{4\times 9}=\pm 6$

$\therefore\quad 2a+b^2=2\left(\dfrac{13}{2}\right)+36=49$

**29.** (　　) 在7與112之間插入三個正數 $x, y, z$，使得這五數成等比數列，則 $x+y+z=$
(A) 96　(B) 97　(C) 98　(D) 99

【super 講義-綜合評量】

解答　C

解析　$\because\quad 7$，$x$，$y$，$z$，112 成等比數列
設公比為 $r$，則 $a_1=7$，$a_5=112\quad\Rightarrow\quad 112=7\times r^4\quad\Rightarrow\quad r^4=16$
但 $x$，$y$，$z$ 為正數 $\quad\Rightarrow\quad r>0$，則 $r=2$
故 $x=14$，$y=28$，$z=56$
$\therefore\quad x+y+z=14+28+56=98$

**30.** (　　) 設 $a$，$b$，$c$ 三數成等差數列，則 $\dfrac{b+a}{b-a}+\dfrac{b+c}{b-c}$ 的值為　(A) 1　(B) $-1$　(C) 2　(D) $-2$

【super 講義-綜合評量】

解答　D

解析　設公差為 $d$，又 $a$，$b$，$c$ 三數成等差數列
則設此三數為 $b-d$，$b$，$b+d$

$$\therefore\quad \frac{b+a}{b-a}+\frac{b+c}{b-c}=\frac{b+(b-d)}{b-(b-d)}+\frac{b+(b+d)}{b-(b+d)}=\frac{2b-d}{d}+\frac{2b+d}{-d}=-\frac{2d}{d}=-2$$

〈另解〉

設 $a=1$，$b=2$，$c=3\quad\Rightarrow\quad \dfrac{b+a}{b-a}+\dfrac{b+c}{b-c}=\dfrac{3}{1}+\dfrac{5}{-1}=-2$

**31.** (　　) 自101到200的自然數中，試求可被6整除的有幾個？　(A) 15　(B) 16　(C) 17　(D) 18

【super 講義-綜合評量】

解答　C

解析　$101\div 6=16\cdots 5\quad\Rightarrow\quad a_1=101+1=102$
$200\div 6=33\cdots 2\quad\Rightarrow\quad a_n=200-2=198$
且 $d=6$
由 $a_n=a_1+(n-1)d\quad\Rightarrow\quad 198=102+(n-1)\times 6\quad\Rightarrow\quad n=17$

**32.** (　　) 設一等差級數首項為 $-11$，公差為5，則此級數前18項的和為　(A) 565　(B) 566　(C) 567　(D) 569

【學習卷】

解答　C

解析　$a_1=-11$，$d=5$

$$\therefore\quad S_{18}=\frac{18}{2}(2a_1+17d)=9\times[2\times(-11)+17\times 5]=567$$

**33.** (　　) 有兩個數列 $2, 5, 8$ 和 $1, 2, 4$，其中一個為等差數列，另外一個為等比數列。若等差數列的公差為 $d$，而等比數列的公比為 $r$，則 $r+d=$
(A) 3　(B) 5　(C) 7　(D) 12

【學習卷】

解答　B

解析　①$2, 5, 8$ 為等差數列，則公差 $d=5-2=3$
②$1, 2, 4$ 為等比數列，則公比 $r=\dfrac{2}{1}=2$
$\therefore\quad r+d=2+3=5$

**34.** (　　) 已知 $4x$ 為 $2x+7$ 和 $5x-1$ 的等差中項，則 $x$ 之值為　(A) 6　(B) 5　(C) 4　(D) 3

【學習卷】

解答 A

解析 $\because$ $4x$ 為 $2x+7$ 和 $5x-1$ 的等差中項

$\therefore$ $\dfrac{(2x+7)+(5x-1)}{2}=4x \Rightarrow 7x+6=8x$ 故 $x=6$

**35.** (　　) 於 5 與 25 之間插入四個數，使成等差數列，則此數列的第 3 項為　(A)12　(B)13　(C)14　(D)15

【學習卷】

解答 B

解析 設此數列公差為 $d$，插入四數後，共有 6 項 $\Rightarrow$ $a_1=5$，$a_6=25$

又 $a_6=a_1+5d \Rightarrow 25=5+5d \Rightarrow d=4$

$\therefore$ $a_3=a_1+2d=5+2\times4=13$

**36.** (　　) 設一等比級數共有 6 項，和為 $\dfrac{182}{3}$，又知公比為 $-\dfrac{1}{3}$，則此等比級數的第 4 項為　(A)$-\dfrac{1}{3}$　(B)$\dfrac{1}{3}$　(C)3　(D) − 3

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $S_6=\dfrac{a_1(1-r^6)}{1-r} \Rightarrow \dfrac{182}{3}=\dfrac{a_1[1-(-\frac{1}{3})^6]}{1-(-\frac{1}{3})}$

$\Rightarrow \dfrac{182}{3}\times\dfrac{4}{3}=a_1\times\dfrac{728}{729} \Rightarrow a_1=\dfrac{182}{3}\times\dfrac{4}{3}\times\dfrac{729}{728}=81$

$\therefore$ 第 4 項 $a_4=81\times(-\dfrac{1}{3})^3=-3$

**37.** (　　) 等比級數 $4+(-6)+9+\cdots+\dfrac{729}{16}$ 的和為　(A)$\dfrac{2315}{64}$　(B)$\dfrac{2315}{16}$　(C)$\dfrac{463}{64}$　(D)$\dfrac{463}{16}$

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $a_1=4$，$r=-\dfrac{6}{4}=-\dfrac{3}{2}$

$a_n=a_1r^{n-1} \Rightarrow \dfrac{729}{16}=4\times(-\dfrac{3}{2})^{n-1} \Rightarrow n=7$

$S_7=\dfrac{4[1-(-\frac{3}{2})^7]}{1-(-\frac{3}{2})}=\dfrac{8}{5}(1+\dfrac{2187}{128})=\dfrac{8}{5}\times\dfrac{2315}{128}=\dfrac{463}{16}$

**38.** (　　) 設 $P$ 為本金，$r$ 為年利率，若每半年複利一次，則 $n$ 年後之本利和為　(A)$P(1+r)^n$　(B)$P(1+\dfrac{r}{2})^n$　(C)$P(1+r)^{2n}$　(D)$P(1+\dfrac{r}{2})^{2n}$

【龍騰自命題】

解答 D

解析 本金$=P$，半年利率$=\dfrac{r}{2}$

$n$ 年後 $\Rightarrow$ 期數 $=2n$

本利和=本金(1＋ 利率)$^{期數}$ $=P(1+\dfrac{r}{2})^{2n}$

**39.** (　　) 已知一等差數列共有 50 項，其奇數項的和為 150，偶數項的和為 250，則此數列的公差

為　(A)2　(B)3　(C)4　(D)5

【龍騰自命題】

解答　C

解析　$\begin{cases} a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{50}=250\cdots\cdots① \\ a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{49}=150\cdots\cdots② \end{cases}$

由①−②得$(a_2-a_1)+(a_4-a_3)+(a_6-a_5)+\cdots+(a_{50}-a_{49})=100$

$\Rightarrow\ 25d=100\ \Rightarrow\ d=4$

**40.** (　　)設一數列為 $1$、$\frac{\sqrt{2}}{4}$、$\frac{\sqrt{3}}{9}$、⋯、$\frac{\sqrt{n}}{n^2}$、⋯，即 $a_n=\frac{\sqrt{n}}{n^2}$，則 $a_4+a_9=$　(A)$\frac{13}{216}$　(B)$\frac{19}{216}$　(C)$\frac{25}{216}$　(D)$\frac{35}{216}$

【龍騰自命題】

解答　D

解析　$\because\ a_n=\frac{\sqrt{n}}{n^2}$

$\therefore\ a_4+a_9=\frac{\sqrt{4}}{4^2}+\frac{\sqrt{9}}{9^2}=\frac{1}{8}+\frac{1}{27}=\frac{35}{216}$

**41.** (　　)一級數前 $n$ 項和 $S_n$ 為 $2n^2-4n$，則第5項為　(A)14　(B)16　(C)30　(D)46

【學習卷】

解答　A

解析　$a_5=S_5-S_4=\left(2\times5^2-4\times5\right)-\left(2\times4^2-4\times4\right)=30-16=14$

**42.** (　　)若一等比數列的首項為2，公比為$-3$，則此數列第5項為　(A)$-162$　(B)162　(C)$-54$　(D)54

【學習卷】

解答　B

解析　首項 $a_1=2$，公比 $r=-3$，由公式 $a_n=a_1r^{n-1}$

得 $a_5=a_1r^4=2\times(-3)^4=162$

$\therefore$　第5項為162

**43.** (　　)設一等差數列的首項為5，公差為$-2$，則此數列的第8項為　(A)$-5$　(B)$-7$　(C)$-9$　(D)$-12$

【學習卷】

解答　C

解析　已知首項 $a_1=5$，公差 $d=-2$

由第 $n$ 項公式 $a_n=a_1+(n-1)d$

可得 $a_8=a_1+(8-1)d=5+7\times(-2)=-9$

**44.** (　　)若兩數列 $2,\ 2a,\ 18$ 及 $a+4,\ 2,\ a+7$ 都是等比數列，則下列何者正確？　(A)$-6<a<-4$　(B)$-4<a<-2$　(C)$2<a<4$　(D)$4<a<6$

【101 數(C)歷屆試題】

解答　B

解析　$2$，$2a$，$18$ 是等比數列

$\Rightarrow\ (2a)^2=2\times8\ \Rightarrow\ 4a^2=36\ \Rightarrow\ a^2=9\ \Rightarrow\ a=\pm3\cdots\cdots①$

$a+4$，$2$，$a+7$ 是等比數列

$\Rightarrow\ 2^2=(a+4)(a+7)\ \Rightarrow\ a^2+11a+24=0\ \Rightarrow\ (a+8)(a+3)=0$

$\Rightarrow a=-8$ 或 $-3\cdots\cdots②$

由①與②得 $a=-3$

**45.** (　　)設一等比級數的第三項為 $4$，公比為 $-\frac{1}{3}$，前 $n$ 項和為 $\frac{6560}{243}$，則 $n$ 之值為何？ (A) $7$ (B) $8$ (C) $9$ (D) $10$

【103 數(C)歷屆試題】

解答　B

解析　設 $\langle a_n\rangle$ 的首項為 $a_1$，公比 $r=-\frac{1}{3}$，$a_3=4$

又 $a_3=a_1r^{3-1}$ $\Rightarrow$ $4=a_1\left(-\frac{1}{3}\right)^2$ $\Rightarrow$ $a_1=36$

則前 $n$ 項和 $S_n=\dfrac{36\left[1-\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right]}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}=\dfrac{6560}{243}$

$\Rightarrow$ $1-\left(-\frac{1}{3}\right)^n=\frac{6560}{6561}$ $\Rightarrow$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^n=\frac{1}{6561}=\left(-\frac{1}{3}\right)^8$

故 $n=8$

**46.** (　　)求級數 $7+8-9+10+11-12+\cdots$ 到第 $99$ 項的和，其中級數每一項的絕對值成等差數列且 $3$ 的倍數項為負數。 (A) $1778$ (B) $1782$ (C) $1888$ (D) $1906$

【102 數(A)歷屆試題】

解答　B

解析　原數列共 99 項，將每 3 項視為一組，則此數列轉變為 33 項

即 $\underbrace{7+8-9}+\underbrace{10+11-12}+\underbrace{13+14-15}+\cdots+\text{第99項}=6+9+12+\cdots+\text{第33項}$

因此公差 $d=3$ 且 $a_{33}=a_1+32d=6+32\times3=102$

故所求 $=6+9+12+\cdots+102=\dfrac{33\times(6+102)}{2}=1782$

**47.** (　　)已知 $\langle a_n\rangle$ 為一個等差數列，且 $a_1=1$、$a_4=10$，則數列 $\langle a_n\rangle$ 的前 $10$ 項和 $a_1+a_2+\cdots+a_{10}$ 為 (A) $140$ (B) $142$ (C) $145$ (D) $148$

【105 數(A)歷屆試題】

解答　C

解析　$a_1=1$，$a_4=10$

$a_4=a_1+(4-1)d$ $\Rightarrow$ $10=1+3d$

$\therefore$ $d=3$

$S_n=\frac{n}{2}\left[2a_1+(n-1)d\right]$ $\Rightarrow$ $S_{10}=\frac{10}{2}\left[2\times1+(10-1)\times3\right]=5\times29=145$

**48.** (　　)已知數列 $\langle a_n\rangle$ 滿足 $\begin{cases}a_1=5\\ a_n=-2a_{n-1},\ n\geq2\end{cases}$，則此數列的一般項 $a_n$ 為 (A) $5\times(2)^{n-1}$ (B) $5\times(-2)^{n-1}$ (C) $-5\times(2)^{n-1}$ (D) $-5\times(-2)^{n-1}$

【super 講義-綜合評量】

解答　B

解析　由定義知數列 $\langle a_n\rangle$ 為等比數列，且首項為 5，公比為 $-2$，

$a_n=a_1r^{n-1}=5\times(-2)^{n-1}$，即 $a_n=5\times(-2)^{n-1}$

**49.** (　　)有一等比級數的末項為 $1296$，公比為 $6$，和為 $1555$，則首項為 (A) $1$ (B) $2$ (C) $3$ (D) $4$

【super 講義-綜合評量】

解答　A

解析　分析：$S_n=\dfrac{a_1(r^n-1)}{r-1}=\dfrac{ra_n-a_1}{r-1}$

已知 $a_n=1296$，$r=6$，$S_n=1555$

由 $S_n=\dfrac{ra_n-a_1}{r-1}$ $\Rightarrow$ $1555=\dfrac{6\times1296-a_1}{6-1}$ $\Rightarrow$ $7775=7776-a_1$ $\Rightarrow$ $a_1=1$

∴　此級數的首項為 1

**50.** (　　) 等比級數 $\dfrac{2}{9}+\dfrac{2}{3}+2+\cdots+1458$，求其項數 $n$ 為　(A) 9　(B) 10　(C) 11　(D) 12

【super 講義-綜合評量】

解答　A

解析　設公比為 $r$，$a_1=\dfrac{2}{9}$，$a_2=\dfrac{2}{3}$，$a_n=1458$

則 $r=\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{9}}=3$

$a_n=a_1r^{n-1}$ $\Rightarrow$ $1458=\dfrac{2}{9}\times3^{n-1}$ $\Rightarrow$ $3^{n-1}=729\times9=3^6\times3^2$

$\Rightarrow$ $3^{n-1}=3^8$ $\Rightarrow$ $n-1=8$

∴　$n=9$

**51.** (　　) 若一等差數列第 9 項為 20，第 20 項為 $-13$，則此數列第幾項開始為負數？　(A) 14　(B) 15　(C) 16　(D) 17

【super 講義-綜合評量】

解答　C

解析　設首項為 $a_1$，公差為 $d$，則 $\begin{cases}a_1+8d=20\\a_1+19d=-13\end{cases}$

解聯立得 $d=-3$，$a_1=44$

設第 $n$ 項開始為負數，則 $a_n<0$

$\Rightarrow$ $a_1+(n-1)d<0$ $\Rightarrow$ $44+(n-1)\times(-3)<0$

$\Rightarrow$ $44-3n+3<0$ $\Rightarrow$ $3n>47$ $\Rightarrow$ $n>\dfrac{47}{3}$ ? 15.7

故取 $n=16$

**52.** (　　) 設 $4x+1$ 與 $3x-6$ 的等差中項為 $2x+5$，則 $x$ 之值為　(A) $-5$　(B) 5　(C) $\dfrac{1}{5}$　(D) $-\dfrac{1}{5}$

【super 講義-綜合評量】

解答　B

解析　分析：等差中項

若 $a$，$b$，$c$ 三數成等差數列 $\Rightarrow$ $b=\dfrac{a+c}{2}$

$2x+5=\dfrac{(4x+1)+(3x-6)}{2}$ $\Rightarrow$ $4x+10=7x-5$ $\Rightarrow$ $3x=15$

∴　$x=5$

**53.** (　　) 設一等差數列的第 3 項為 6，第 6 項為 27，則其第 10 項為　(A) 55　(B) 45　(C) 56　(D) 46

【super 講義-綜合評量】

解答　A

解析　分析：$a_n=a_m+(n-m)d$，$n>m$

由 $a_n = a_m + (n-m)d \quad \Rightarrow \quad a_6 = a_3 + (6-3)d \quad \Rightarrow \quad 27 = 6 + 3d \quad \Rightarrow \quad d = 7$

$\therefore \quad a_{10} = a_6 + (10-6)d = 27 + 4 \times 7 = 55$

**54.** (　　) 數列 $\langle a_n \rangle$ 之遞迴定義為 $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = a_{n-1} - 5,\ n \ge 2 \end{cases}$，則此數列的 $a_4$ 為 (A) $-7$ (B) $-12$ (C) $-17$ (D) $-22$

【super 講義-綜合評量】

解答 B

解析 由 $a_n = -5n + 8$，得 $a_4 = -5 \times 4 + 8 = -12$

**55.** (　　) 設一數列為 $1, \dfrac{\sqrt{2}}{4}, \dfrac{\sqrt{3}}{9}, \cdots, \dfrac{\sqrt{n}}{n^2}, \cdots$，即 $a_n = \dfrac{\sqrt{n}}{n^2}$，則 $a_4 + a_9 =$

(A) $\dfrac{13}{216}$ (B) $\dfrac{19}{216}$ (C) $\dfrac{25}{216}$ (D) $\dfrac{35}{216}$

【super 講義-綜合評量】

解答 D

解析 $\because \quad a_n = \dfrac{\sqrt{n}}{n^2} \quad \Rightarrow \quad a_4 + a_9 = \dfrac{\sqrt{4}}{4^2} + \dfrac{\sqrt{9}}{9^2} = \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{27} = \dfrac{35}{216}$

**56.** (　　)某城市爆發了一種疾病，第一天有 100 人受感染，之後受感染的人數都是前一天的 2 倍。已知這種疾病是可以治癒的，而且感染過的人不會再受感染，請問在前 10 天內受感染的總人數為多少人？ (A)51200 (B)102300 (C)204800 (D)409600

【課本自我評量】

解答 B

解析 首項 $a_1 = 100$，公比 $r = 2$，$n = 10$

由 $S_n = \dfrac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$，得 $S_{10} = \dfrac{100 \times (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 100 \times 1023 = 102300$（人）

**57.** (　　)設一等差級數，首項為 6，前 20 項和為 880，則此級數的公差為 (A)3 (B)4 (C)5 (D)6

【課本自我評量】

解答 B

解析 依題意知：$a_1 = 6$，$S_{20} = 880$

由 $S_n = \dfrac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$，得 $S_{20} = \dfrac{20}{2}(2a_1 + 19d)$

即 $880 = 10(2 \times 6 + 19d)$，計算得 $880 = 120 + 190d$

移項得 $190d = 760$，則 $d = 4$

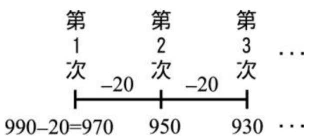
所以此級數的公差為 4

**58.** (　　) 小喬每天使用悠遊卡坐捷運上下課，有一天他下課後坐捷運刷卡出站時，刷卡機畫面顯示餘額為 $-10$ 元，因此當天他將悠遊卡加值 1000 元。若他每天坐捷運上下學，每次均花費 20 元，問第幾次出站刷卡時，刷卡機畫面會出現餘額為負的？ (A)47 (B)48 (C)49 (D)50

【課本自我評量】

解答 D

解析




由題意知此為一等差數列

首項 $a_1 = (1000 - 10) - 20 = 970$，公差 $d = -20$

設第 $n$ 次刷卡，刷卡機顯示餘額為負值

則 $a_n < 0$，即 $a_n = a_1 + (n-1)d < 0$

$a_1 = 970$，$d = -20$ 代入得 $970 + (n-1)(-20) < 0$
計算得 $970 - 20n + 20 < 0$，移項得 $20n > 990$
所以 $n > 49.5$，因此最小正整數 $n = 50$
故第 50 次出站刷卡時，畫面會出現餘額為負的
[另解]
設 $x$ 為進出站次數
依題意知 $20x > (1000 - 10)$
計算得 $x > 49.5$，所以最小正整數 $x$ 為 50
即第 50 次出站刷卡時，畫面會出現餘額為負的

**59.** (　　) 等比級數 $\frac{1}{6}-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}-\frac{9}{2}\cdots$ 到第 9 項的總和為　(A) $-\frac{4921}{6}$　(B) $-\frac{820}{3}$　(C) $\frac{820}{3}$　(D) $\frac{4921}{6}$
【課本自我評量】

解答　D

解析　首項 $a_1 = \frac{1}{6}$，公比 $r = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{6}} = -3$，項數 $n = 9$

由等比級數和公式 $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

得所求為 $S_9 = \frac{\frac{1}{6}[1-(-3)^9]}{1-(-3)} = \frac{1-(-19683)}{24} = \frac{19684}{24} = \frac{4921}{6}$

**60.** (　　)設一等比級數的首項為 $\frac{1}{4}$，公比為 $-1$，則此等比級數前 81 項的總和為何？　(A) $\left(\frac{1}{4}\right)^{81}$　(B) $\left(\frac{1}{4}\right)^{80}$　(C) $\frac{1}{4}$　(D) $\frac{1}{2}$
【課本自我評量】

解答　C

解析　令首項 $a_1 = \frac{1}{4}$，公比 $r = -1$，項數 $n = 81$

由等比級數和公式 $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

得所求為 $S_{81} = \frac{\frac{1}{4}[1-(-1)^{81}]}{1-(-1)} = \frac{\frac{1}{4}\times 2}{2} = \frac{1}{4}$

**61.** (　　)已知某等比數列的第 5 項為 2，且第 6 項比第 5 項多 4，則此數列的第 8 項為　(A)16　(B)28　(C)32　(D)54
【課本自我評量】

解答　D

解析　設等比數列的公比為 $r$，由題意知：
$a_5 = 2$，$a_6 = a_5 + 4 = 6$
又 $a_6 = a_5 \times r \Rightarrow 6 = 2 \times r \Rightarrow r = 3$
故 $a_8 = a_6 \times r^2 = 6 \times 3^2 = 54$

**62.** (　　) 已知一等比數列 $\langle b_n \rangle$，其中 $b_3 = 2$，$b_7 = 10$，則 $b_{11} =$
(A)20　(B)50　(C)100　(D)200
【課本自我評量】

解答　B

解析　設公比為 $r$，則 $b_7 = b_3 \times r^4$，即 $10 = 2 \times r^4$，計算得 $r^4 = 5$

故 $b_{11} = b_7 \times r^4 = 10 \times 5 = 50$

**63.** (　　) 已知$\langle a_n \rangle$為一個等差數列，且$a_1 = 3$ 、 $a_4 = 18$，則數列$\langle a_n \rangle$的前 10 項和$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$為
(A)240　(B)245　(C)250　(D)255

【課本自我評量】

解答　D

解析　$a_1 = 3$，$a_4 = 18$
又 $a_4 = a_1 + (4-1)d$，即 $18 = 3 + 3d$
計算得 $d = 5$，由 $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$
得 $S_{10} = \frac{10}{2}[2\times3 + (10-1)\times5] = 5\times51 = 255$

**64.** (　　) 設一等差數列首項為 7，第 10 項為 52，試求其公差為　(A)5　(B)4　(C)3　(D)2

【課本自我評量】

解答　A

解析　$a_1 = 7$，$a_{10} = 52$
由 $a_{10} = a_1 + 9d$，即 $52 = 7 + 9d$
計算得 $d = 5$，所以公差為 5

**65.** (　　) 若數列$\langle a_n \rangle = \langle 2+3n \rangle$，則第 5 項為　(A)25　(B)20　(C)14　(D)17

【隨堂卷】

解答　D

解析　$a_5 = 2 + 3\times5 = 2 + 15 = 17$

**66.** (　　) 若一等差數列首項為 4，公差為 2，則第 10 項為　(A)20　(B)22　(C)18　(D)24

【隨堂卷】

解答　B

解析　$a_{10} = a_1 + (10-1)d = 4 + 9\times2 = 22$

**67.** (　　)若數列$\langle a_n \rangle$之遞迴關係為$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = a_{n-1} - 3 \ (n \geq 2) \end{cases}$，則此數列的第 4 項為　(A)1　(B)−4　(C)−7
(D)−10

【隨堂卷】

解答　C

解析　$a_1 = 2$
$a_2 = a_1 - 3 = 2 - 3 = -1$
$a_3 = a_2 - 3 = -1 - 3 = -4$
$a_4 = a_3 - 3 = -4 - 3 = -7$

**68.** (　　) 等差級數$2+5+8+11+\cdots$到第 10 項的和為　(A)149　(B)152　(C)155　(D)158

【隨堂卷】

解答　C

解析　首項$a_1 = 2$ ，公差$d = 5 - 2 = 3$ ，項數$n = 10$
$2+5+8+11+\cdots+a_{10} = \frac{10}{2}\left[2a_1 + (10-1)d\right]$
$= 5\times[2\times2 + 9\times3]$
$= 5\times[4+27]$
$= 5\times31 = 155$

**69.** (　　) 若一等比數列首項為 4，公比為 2，則第 8 項為　(A)128　(B)256　(C)512　(D)1024

【隨堂卷】

解答　C

解析　$a_8=a_1r^{8-1}=4\times 2^7=512$

**70.** (　　) 若等比數列的第 3 項為 16，第 6 項為 432，則公比為　(A)3　(B)2　(C)6　(D)4

【隨堂卷】

解答　A

解析　$a_6=a_3r^{6-3}$　$\Rightarrow$　$432=16r^3$　$\Rightarrow$　$r^3=27$　$\Rightarrow$　$r=3$

**71.** (　　) 若數列 $\langle a_n\rangle$ 的遞迴關係為 $\begin{cases}a_1=2\\ a_n=3a_{n-1}\ (n\ge 2)\end{cases}$，則此數列的第 4 項為　(A)84　(B)27　(C)18　(D)54

【隨堂卷】

解答　D

解析　$a_1=2$

$a_2=3a_1=3\times 2=6$

$a_3=3a_2=3\times 6=18$

$a_4=3a_3=3\times 18=54$

**72.** (　　) 等比級數 $1+2+4+\cdots$ 到第 10 項的和為　(A)1023　(B)511　(C)2047　(D)1024

【隨堂卷】

解答　A

解析　首項 $a_1=1$，公比 $r=2$，項數 $n=10$

$$1+2+4+\cdots+a_{10}=\frac{1\times\left(2^{10}-1\right)}{2-1}=1023$$

**73.** (　　) 若數列 $\langle a_n\rangle=\left\langle\frac{1}{1+2n}\right\rangle$，則第 5 項＝

(A)$\frac{1}{11}$　(B)$\frac{1}{15}$　(C)$\frac{1}{9}$　(D)$\frac{1}{13}$

【隨堂卷】

解答　A

解析　$a_5=\frac{1}{1+2\times 5}=\frac{1}{1+10}=\frac{1}{11}$

**74.** (　　) 若數列 $\langle a_n\rangle$ 之遞迴關係為 $\begin{cases}a_1=-2\\ a_n=a_{n-1}+5\ (n\ge 2)\end{cases}$，則此數列的第 8 項 $a_8$ 為　(A)23　(B)28　(C)33　(D)38

【隨堂卷】

解答　C

解析　$a_1=-2$，$a_2=a_1+5=-2+5=3$

$a_3=a_2+5=3+5=8$

以此類推，首項 $a_1=-2$，公差 $d=5$

則第 8 項 $a_8=a_1+(8-1)d=-2+7\times 5=33$

**75.** (　　) 若 $-1, a, b, -27$ 為一等比數列，則 $b=$

(A)$-24$　(B)$24$　(C)$9$　(D)$-9$

【隨堂卷】

解答　D

解析　令 $a_1=-1$，則 $a_4=-27$

$a_4=a_1r^{4-1}$　$\Rightarrow$　$-27=-1\times r^3$　$\Rightarrow$　$r^3=27$　$\Rightarrow$　$r=3$

$\therefore \quad b = a_1 r^2 = -1 \times 3^2 = -9$

**76.** (　　) 若 $x$ 為 $\frac{1}{3}$ 和 243 的等比中項，則 $x=$
(A)$\pm3$　(B)$\pm9$　(C)3　(D)9

【隨堂卷】

解答　B

解析　$\frac{1}{3}$ 和 243 的等比中項為 $\pm\sqrt{\frac{1}{3}\times 243} = \pm\sqrt{81} = \pm 9$，故 $x = \pm 9$

**77.** (　　) 等比級數 $1+3+9+27+\cdots$ 到第 8 項的和為（已知 $3^8 = 6561$，$3^7 = 2187$）　(A)1093　(B)1094　(C)3281　(D)3280

【隨堂卷】

解答　D

解析　首項 $a_1 = 1$，公比 $r = 3$，項數 $n = 8$

$$1+3+9+27+\cdots+a_8 = \frac{1\times\left(3^8-1\right)}{3-1} = \frac{6560}{2} = 3280$$

**78.** (　　) 一級數的前 $n$ 項和 $S_n = 4n^2 + 5$，則第 5 項為　(A)105　(B)69　(C)36　(D)32

【龍騰自命題，進階卷】

解答　C

解析　第 5 項 $a_5 = S_5 - S_4 = (4\times5^2+5) - (4\times4^2+5) = 36$

**79.** (　　) 已知 $a$，$b$，$c$ 成等差數列，則 $\frac{b+a}{b-a} + \frac{b+c}{b-c}$ 之值為　(A) − 2　(B) − 1　(C)1　(D)2

【龍騰自命題，進階卷】

解答　A

解析　設公差為 $d$，故 $a = b-d$，$c = b+d$，則

$$\frac{b+a}{b-a} + \frac{b+c}{b-c} = \frac{b+(b-d)}{b-(b-d)} + \frac{b+(b+d)}{b-(b+d)} = \frac{2b-d}{d} + \frac{2b+d}{-d} = \frac{-2d}{d} = -2$$

**80.** (　　) 一等差級數首項為 79，末項為 7，和為 1075，則此級數之公差為　(A) − 1　(B) − 2　(C) − 3　(D) − 4

【龍騰自命題，進階卷】

解答　C

解析　設有 $n$ 項，則 $a_1 = 79$，$a_n = 7$，$S_n = 1075$

由 $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ $\Rightarrow$ $1075 = \frac{n}{2}(79+7)$ $\Rightarrow$ $n = 25$

又 $a_n = a_1 + (n-1)d$ $\Rightarrow$ $7 = 79 + (25-1)d$ $\Rightarrow$ $d = -3$

$\therefore$ 公差為 $-3$

**81.** (　　) 一級數前 $n$ 項和 $S_n$ 為 $2n^2 - 4n$，則第 5 項為　(A)14　(B)16　(C)30　(D)46

【龍騰自命題，進階卷】

解答　A

解析　$a_5 = S_5 - S_4 = (2\times5^2 - 4\times5) - (2\times4^2 - 4\times4) = 30 - 16 = 14$

**82.** (　　) 已知等差數列前 3 項的和為 30，且前 3 項平方的和為 308，則公差為　(A) − 2　(B) − 3　(C)$\pm$ 2　(D)$\pm$ 3

【龍騰自命題，進階卷】

解答　C

解析　設前 3 項為 $a-d$，$a$，$a+d$（其中 $d$ 為公差），

則$\begin{cases}(a-d)+a+(a+d)=30\cdots\cdots ① \\ (a-d)^2+a^2+(a+d)^2=308\cdots\cdots ②\end{cases}$

由①得 $3a=30 \quad \Rightarrow \quad a=10$

$a=10$ 代入②得$(10-d)^2+10^2+(10+d)^2=308$

$\Rightarrow \quad 300+2d^2=308 \quad \Rightarrow \quad 2d^2=8 \qquad \therefore$ 公差 $d=\pm 2$

**83.** (　　) 若一等差數列第 5 項為$-27$，第 12 項為 $-13$，則此數列第幾項開始為正數？ (A)18 (B)19 (C)20 (D)21

【龍騰自命題，進階卷】

解答 B

解析 設公差為 $d$，首項為 $a_1$

$\Rightarrow \begin{cases}a_5=a_1+4d=-27\cdots\cdots ① \\ a_{12}=a_1+11d=-13\cdots\cdots ②\end{cases}$

解①、②得 $d=2$，$a_1=-35$

設第 $n$ 項開始為正數，則 $a_n>0$

$\Rightarrow \quad a_1+(n-1)d>0 \quad \Rightarrow \quad -35+(n-1)\times 2>0$

$\Rightarrow \quad n-1>35\times\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad n>\frac{37}{2}=18.5 \qquad \therefore$ 取 $n=19$

**84.** (　　) 等差數列 8、5、2、$-1$、$-4$、…的公差為 (A)3 (B)$-3$ (C)2 (D)$-2$

【龍騰自命題】

解答 B

解析 公差 $=$ 後項$-$前項 $=5-8=-3$

**85.** (　　) 一等差數列其公差為$-4$，第 19 項為 11，則首項為 (A)81 (B)83 (C)86 (D)91

【龍騰自命題】

解答 B

解析 $a_{19}=a_1+(19-1)d$

$11=a_1+18\times(-4) \Rightarrow a_1=83$

**86.** (　　) 設一等差數列首項為 7，第 10 項為 52，則此數列的公差為 (A)2 (B)3 (C)4 (D)5

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $a_{10}=a_1+(10-1)d$

$52=7+9d \quad \Rightarrow \quad d=5$

**87.** (　　) 若 $x$ 為 5 和 19 的等差中項，則 $x=$ (A)12 (B)10 (C)14 (D)8

【龍騰自命題】

解答 A

解析 $x=\frac{5+19}{2}=12$

**88.** (　　) 在 5 至 32 之間，所有 3 的倍數總和為 (A)165 (B)168 (C)162 (D)159

【龍騰自命題】

解答 C

解析 所有 3 的倍數成等差，其首項 $=6$，末項 $=30$，公差 $=3$

設有 $n$ 項，則 $30=6+(n-1)\times 3$，得 $n=9$

所求 $=6+9+12+\cdots+30=3(2+3+4+\cdots+10)=3\times\frac{9}{2}(2+10)=162$

**89.** (　　) 若首項為 $a$，公比為 0.1 的等比級數，其前 4 項的和為 111.1，則 $a=$ (A)999 (B)99 (C)1000 (D)100

【龍騰自命題，進階卷】

解答　D

解析　$r=0.1=\frac{1}{10}$，$S_4=111.1=\frac{1111}{10}$

$$S_4=\frac{a[1-(\frac{1}{10})^4]}{1-\frac{1}{10}}=\frac{1111}{10} \Rightarrow \frac{10}{9}a\times\frac{9999}{10000}=\frac{1111}{10} \Rightarrow \frac{1}{1000}a=\frac{1}{10} \Rightarrow a=100$$

**90.** (　　) 等比級數 $1+(-\frac{1}{2})+\frac{1}{4}+\cdots$ 的前 6 項和為　(A)$\frac{21}{64}$　(B)$\frac{21}{32}$　(C)$\frac{11}{16}$　(D)$\frac{5}{8}$

【龍騰自命題】

解答　B

解析　$a_1=1$，$r=\frac{-\frac{1}{2}}{1}=-\frac{1}{2}$

$$S_6=\frac{1[1-(-\frac{1}{2})^6]}{1-(-\frac{1}{2})}=\frac{2}{3}(1-\frac{1}{64})=\frac{21}{32}$$

**91.** (　　) 某甲以年利率 30%向銀行借款十萬元，每年複利一次，則 3 年後需歸還銀行本利和共多少元？　(A)291700　(B)219700　(C)217900　(D)279100

【龍騰自命題，進階卷】

解答　B

解析　$100000\times(1+30\%)^3=100000\times(\frac{13}{10})^3=219700$

**92.** (　　) 若等比級數為 $1+3+3^2+\cdots+3^n=3280$，則此級數共有　(A)7 項　(B)8 項　(C)9 項　(D)10 項

【龍騰自命題，進階卷】

解答　B

解析　$\because$　$a_1=1$，$r=3$，共有 $n+1$ 項

$\therefore$　$3280=\frac{1\times(3^{n+1}-1)}{3-1}$　$\Rightarrow$　$6560=3^{n+1}-1$

$\Rightarrow$　$3^{n+1}=6561=3^8$　$\Rightarrow$　$n+1=8$　　$\therefore$　共有 8 項

**93.** (　　) 現有一張厚度為 0.1 公分的紙，若可以一直對摺，請問至少對摺幾次以後，此張紙的厚度超過 1 公尺？　(A)9　(B)10　(C)11　(D)12

【龍騰自命題，進階卷】

解答　B

解析　$\because$　對摺一次厚度變成 2 倍

$\therefore$　此等比數列之首項 $a_1=0.2$，公比為 2，$a_n>100$

$\Rightarrow$　$0.2\times2^{n-1}>100$　$\Rightarrow$　$2^{n-1}>500$　　$\because$　$2^9=512$

$\therefore$　取 $n-1=9$　$\Rightarrow$　$n=10$

$\therefore$　對摺 10 次

**94.** (　　) 一球自高 100 公尺處自由落下，每次著地後反彈高度為落下高度之$\frac{1}{2}$，故第一次落下後彈起的高度為 50 公尺，則落下幾次後彈起的高度將低於 1 公尺？　(A)8　(B)9　(C)7　(D)10

【龍騰自命題，進階卷】

解答　C

解析　$a_1 = 50$，$a_2 = 25$，$r = \frac{1}{2}$

$a_n = a_1 r^{n-1} = 50\times(\frac{1}{2})^{n-1} < 1 \quad \Rightarrow \quad (\frac{1}{2})^{n-1} < \frac{1}{50}$

$(\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$，$(\frac{1}{2})^6 = \frac{1}{64}$，取 $n - 1 = 6 \quad \Rightarrow \quad n = 7$

**95.** (　　) 等比數列 $-3\sqrt{2}$、6、$-6\sqrt{2}$、12、…的公比為　(A) $-2\sqrt{2}$　(B) $2\sqrt{2}$　(C) $\sqrt{2}$　(D) $-\sqrt{2}$

【龍騰自命題】

解答　D

解析　$r = \frac{a_3}{a_2} = \frac{-6\sqrt{2}}{6} = -\sqrt{2}$

**96.** (　　) 等比級數 $1 + 2 + 4 + \cdots + 1024$ 的和為　(A)2048　(B)2047　(C)4096　(D)4095

【龍騰自命題】

解答　B

解析　原式 $= 2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{10}$

$\Rightarrow \quad a_1 = 1$，$r = 2$，$n = 11$

$\therefore$　和 $= S_{11} = \frac{1(2^{11}-1)}{2-1} = 2047$

**97.** (　　)已知一等比數列首項為 7，第 5 項為 112，則其公比為　(A) $\pm\sqrt{3}$　(B) $\pm 2$　(C) $\pm\sqrt{5}$　(D) $\pm 4$

【龍騰自命題】

解答　B

解析　$a_1 = 7$，$a_5 = 112$

$a_5 = a_1 r^{5-1} \quad \Rightarrow \quad 112 = 7\times r^4 \quad \Rightarrow \quad r^4 = 16 \quad \Rightarrow \quad r = \pm 2$

**98.** (　　) 若四正數 $a, b, c, d$ 成等比數列，且 $a<b<c<d$，$a+d=57$，$b+c=38$，試求公比 $r$ 的值為　(A) 2 或 $\frac{1}{2}$　(B) 2　(C) $\frac{1}{2}$　(D) 3

【super 講義-綜合評量】

解答　B

解析　令 $b = ar$，$c = ar^2$，$d = ar^3$（$r > 0$，$\because$ 正數）

$\because \begin{cases} a+d=57 \\ b+c=38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+ar^3=57 \\ ar+ar^2=38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(1+r^3)=57\cdots\cdots① \\ ar(1+r)=38\cdots\cdots② \end{cases}$

由 $\frac{①}{②} \Rightarrow \frac{1-r+r^2}{r} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2r^2-5r+2=0 \Rightarrow (2r-1)(r-2)=0$

$\Rightarrow \quad r = 2$ 或 $\frac{1}{2}$（不合，$\because \quad a<b<c<d$）

$\therefore \quad r = 2$

**99.** (　　)設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} a_1 = 18 \\ a_n = \frac{1}{3}a_{n-1},\ n \geq 2 \end{cases}$，試求此數列的第 6 項 $a_6 =$　(A) $\frac{2}{3}$　(B) $\frac{2}{9}$　(C) $\frac{2}{27}$　(D) $\frac{2}{81}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答　C

解析　由定義知數列 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，且首項為 18，公比為 $\frac{1}{3}$

$a_n = a_1 r^{n-1} = 18 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 2 \times 3^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-3}$

即 $a_n = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-3}$，故 $a_6 = 2 \times (\frac{1}{3})^{6-3} = \frac{2}{27}$

**100.** (　　)已知馬拉松總長為 42.195 公里。小拉為了參加馬拉松進行跑步訓練，訓練計畫為每週訓練長度比前一週增加 3 公里。若小拉第一週跑 8 公里，則最快到第幾週時，該週的訓練長度才能超過馬拉松總長？　(A)12　(B)13　(C)14　(D)15

【112 數(B)歷屆試題】

解答　B

解析　由題意知 $a_1 = 8$，$d = 3$，則第 $n$ 週

$a_n = 8 + (n-1) \times 3 > 42.195 \Rightarrow 8 + 3n - 3 > 42.195 \Rightarrow 3n > 37.195 \Rightarrow n > 12.\cdots$

得 $n$ 最小值為13