

Exercise 8 參考解答

一、單選題：(100 小題，每題 1 分，共 100 分)

1. () 若一元一次方程式 $2k^2x + k^2 = (1-k)x + 1$ 無解，則 $4k^3 + k + 1 = ?$ (A) -4 (B) 1 (C) 2 (D) 6

【111 數(B)歷屆試題】

解答

C

解析

$$2k^2x + k^2 = (1-k)x + 1 \Rightarrow (2k^2 + k - 1)x = 1 - k^2 \Rightarrow (2k-1)(k+1)x = (1-k)(1+k)$$

\therefore 無解

$$\therefore \begin{cases} (2k-1)(k+1) = 0 \\ (1-k)(1+k) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\text{得 } 4k^3 + k + 1 = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 = 2$$

2. () 設方程式 $x^2 - 12x + k = 0$ 有兩相等實根，則 k 之值為何？ (A) 36 (B) 12 (C) -36 (D) -12

【light 講義-綜合評量】

解答

A

解析

因為方程式有兩相等實根，所以判別式 $D = 0$ ，又 $a = 1$ ， $b = -12$ ， $c = k$

$$\text{可得 } (-12)^2 - 4 \times 1 \times k = 0，\text{即 } 144 - 4k = 0，\text{故 } k = 36$$

3. () 已知方程式 $x(3-x) = 2$ ，則此方程式之解為何？ (A) $x = -1$ 或 -2 (B) $x = 1$ 或 2 (C) $x = -1$ 或 3 (D) $x = 2$ 或 3

【light 講義-綜合評量】

解答

B

解析

$x(3-x) = 2$ ，展開整理得 $x^2 - 3x + 2 = 0$ ，利用十字交乘法

$$\begin{array}{r} 1 \times 1 \times -2 \\ 1 \times -1 \times 2 \\ \hline -2 \quad -1 = -3 \end{array}$$

得原式為 $(x-2)(x-1) = 0$ ，即 $x-2=0$ 或 $x-1=0$ ，所以 $x=2$ 或 $x=1$ 是此方程式的解

4. () 試問 $x = -2$ 可為下列哪一個不等式的解？ (A) $5 \leq 4 - x$ (B) $3x + 5 > -1$ (C) $-2x - 3 \geq 4$ (D) $-3 \leq -x - 7$

【light 講義-綜合評量】

解答

A

解析

將 $x = -2$ 代入選項中 (A) $5 \leq 4 - (-2) = 6$ ，正確 (B) $3 \times (-2) + 5 > -1 \Rightarrow -1 > -1$ ，錯誤 (C) $-2 \times (-2) - 3 \geq 4 \Rightarrow 1 \geq 4$ ，錯誤 (D) $-3 \leq -(-2) - 7 = -5$ ，錯誤

5. () 在小於 10 的正整數中，有幾個數是不等式 $2x - 3 > 10$ 的解？ (A) 4 個 (B) 3 個 (C) 2 個 (D) 1 個

【light 講義-綜合評量】

解答

B

解析

$$2x - 3 > 10，\text{移項得 } 2x > 13，\text{計算得 } x > \frac{13}{2} = 6.5$$

又 x 為小於 10 的正整數，故 $x = 7、8、9$ ，共 3 個

6. () 解方程式 $(3x+2) - 2(x+2) = 6$ ，則 $x =$ (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

【light 講義-綜合評量】

解答

D

解析

$$(3x+2)-2(x+2)=6$$

展開得 $3x+2-2x-4=6 \Rightarrow x=8$ ，故方程式的解為 $x=8$

7. () 餐廳的牛排套餐打九折之後為 189 元，請問未打折的原價應為多少元？ (A)200 元 (B)210 元 (C)220 元 (D)190 元

【light 講義-綜合評量】

解答

B

解析

設牛排套餐原價 x 元，依題意得 $x \times 0.9 = 189$

$$x \times \frac{9}{10} = 189 \Rightarrow x = 189 \times \frac{10}{9} \Rightarrow x = 210$$

8. () 若 $x^2 - kx + 4 = 0$ 有兩相等實根，則 $k =$
(A) ± 2 (B) $\pm 3\sqrt{2}$ (C) $\pm 4\sqrt{2}$ (D) ± 4

【員林家商段考題 light 講義-類題】

解答

D

解析

因為方程式有兩相等實根，所以判別式 $D = 0$

又 $a = 1$ ， $b = -k$ ， $c = 4$ ，可得 $(-k)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$ ，整理得 $k^2 = 16$ ，故 $k = \pm 4$

9. () 不等式 $x - 7 \geq 6$ 的解為 (A) $x \geq 12$ (B) $x \geq 13$ (C) $x \geq -2$ (D) $x \geq -1$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$x - 7 \geq 6 \Rightarrow x \geq 6 + 7 \Rightarrow x \geq 13$$

10. () 不等式 $\frac{x}{3} \leq 9$ 的解為 (A) $x \leq 81$ (B) $x \leq 3$ (C) $x \leq 9$ (D) $x \leq 27$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$\frac{x}{3} \leq 9 \Rightarrow x \leq 9 \times 3 \Rightarrow x \leq 27$$

11. () 方程式 $2x - 1 = 7$ 的解為 (A) $x = 4$ (B) $x = 3$ (C) $x = 2$ (D) $x = 5$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$2x - 1 = 7 \Rightarrow 2x = 7 + 1 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 8 \div 2 \Rightarrow x = 4$$

12. () 方程式 $2x - 3 = -7$ 的解為 (A) $x = -5$ (B) $x = 5$ (C) $x = -2$ (D) $x = 2$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$2x - 3 = -7 \Rightarrow 2x = -7 + 3 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = (-4) \div 2 \Rightarrow x = -2$$

13. () 不等式 $3x - 8 \leq -5$ 的解為 (A) $x \leq 1$ (B) $x \leq -1$ (C) $x \leq \frac{13}{3}$ (D) $x \leq -\frac{13}{3}$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$3x - 8 \leq -5 \Rightarrow 3x \leq -5 + 8 \Rightarrow 3x \leq 3 \Rightarrow x \leq 3 \div 3 \Rightarrow x \leq 1$$

14. () 不等式 $\frac{x+1}{7} < 1$ 的解為 (A) $x < -8$ (B) $x < 8$ (C) $x < 6$ (D) $x < -6$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$\frac{x+1}{7} < 1 \Rightarrow x+1 < 1 \times 7 \Rightarrow x+1 < 7 \Rightarrow x < 7-1 \Rightarrow x < 6$$

15. () 方程式 $x - \frac{6-x}{2} = 6$ 的解為 (A) $x = 12$ (B) $x = 9$ (C) $x = 6$ (D) $x = 4$

【龍騰自命題】

解答 C

解析 $x - \frac{6-x}{2} = 6 \Rightarrow 2x - (6-x) = 12 \Rightarrow 2x - 6 + x = 12$
 $\Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6$

16. () 方程式 $x + \frac{x-1}{3} = 13$ 的解為 (A) $x = 9$ (B) $x = 20$ (C) $x = 12$ (D) $x = 10$

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $x + \frac{x-1}{3} = 13 \Rightarrow 3x + (x-1) = 39 \Rightarrow 4x = 40 \Rightarrow x = 10$

17. () 不等式 $-3 \leq 2x + 3 \leq 11$ 的解為 (A) $-3 \leq x \leq 4$ (B) $0 \leq x \leq 7$ (C) $0 \leq x \leq 4$ (D) $-3 \leq x \leq 7$

【龍騰自命題】

解答 A

解析 原式 $\Rightarrow -6 \leq 2x \leq 8 \Rightarrow -3 \leq x \leq 4$

18. () 不等式 $5(x-1) \leq 3(x+3)$ 的解為 (A) $x \leq \frac{1}{2}$ (B) $x \leq 7$ (C) $x \leq 4$ (D) $x \leq 2$

【龍騰自命題】

解答 B

解析 原式 $\Rightarrow 5x - 5 \leq 3x + 9 \Rightarrow 2x \leq 14 \Rightarrow x \leq 7$

19. () 不等式 $2[x - (-2)] < x - 4$ 的解為 (A) $x < -6$ (B) $x < 0$ (C) $x < \frac{-8}{3}$ (D) $x < -8$

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $2[x - (-2)] < x - 4 \Rightarrow 2(x+2) < x - 4 \Rightarrow 2x + 4 < x - 4 \Rightarrow x < -8$

20. () 不等式 $x - \frac{x}{3} > 2$ 的解為 (A) $x > \frac{1}{3}$ (B) $x < -1$ (C) $x > 3$ (D) $x > -1$

【龍騰自命題】

解答 C

解析 $x - \frac{x}{3} > 2 \Rightarrow \frac{2}{3}x > 2 \Rightarrow x > 3$

21. () 小偉有紅牌 16 張，黑牌 18 張，混合後分成甲、乙兩堆。若甲堆比乙堆多 12 張，且甲堆中的紅牌比乙堆中的黑牌多 5 張，則甲堆中的黑牌比乙堆中的紅牌多幾張？ (A) 2 (B) 5 (C) 7 (D) 10

【super 講義-綜合評量】

解答 C

解析 設乙堆中的黑牌 x 張，則依題意可得：
甲堆中的紅牌 = $x + 5$ (張)
甲堆中的黑牌 = $18 - x$ (張)
乙堆中的紅牌 = $16 - (x + 5) = 11 - x$ (張)
故所求 = $(18 - x) - (11 - x) = 18 - x - 11 + x = 7$ (張)

22. () 已知甲、乙、丙三人各有一些錢，其中甲的錢是乙的 2 倍，乙比丙多 1 元，丙比甲少 11 元，求三人的錢共有多少元？ (A) 30 (B) 33 (C) 36 (D) 39

解答

D

解析

設乙有 x 元，則甲有 $2x$ 元，丙有 $(x-1)$ 元，由題意知：丙比甲少 11 元得

$$x-1=2x-11 \Rightarrow x=11-1=10$$

 \therefore 甲有 20 元，乙有 10 元，丙有 9 元
故三人的錢共有 $20+10+9=39$ (元)

23. () 試問 $x=-1$ 不是下列哪一個不等式的解？ (A) $2x+1 \leq -3$ (B) $2x-1 \geq -3$ (C) $-2x+1 \geq 3$
(D) $-2x-1 \leq 3$

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

依序將 $x=-1$ 代入各選項，可得 (A) $2x+1=2 \times (-1)+1=-2+1=-1 > -3$

$$(B) 2x-1=2 \times (-1)-1=-2-1=-3 \geq -3$$

$$(C) -2x+1=-2 \times (-1)+1=2+1=3 \geq 3$$

$$(D) -2x-1=-2 \times (-1)-1=2-1=1 \leq 3$$

24. () 解不等式 $3-(2+2x) < 5-(3-x)$ ，得其解的範圍為何？ (A) $x > \frac{1}{3}$ (B) $x < \frac{1}{3}$ (C) $x > -\frac{1}{3}$
(D) $x < -\frac{1}{3}$

【super 講義-綜合評量】

解答

C

解析

$$3-(2+2x) < 5-(3-x)$$

$$\Rightarrow 3-2-2x < 5-3+x$$

$$\Rightarrow -1 < 3x \Rightarrow x > -\frac{1}{3}$$

25. () 解不等式 $1-2x \leq \frac{5}{9}-\frac{2}{3}x$ ，得其解的範圍為何？ (A) $x \geq \frac{1}{3}$ (B) $x \leq \frac{1}{3}$ (C) $x \geq \frac{1}{2}$ (D) $x \leq \frac{1}{2}$

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

$$1-2x \leq \frac{5}{9}-\frac{2}{3}x$$

$$\Rightarrow 1-\frac{5}{9} \leq 2x-\frac{2}{3}x \Rightarrow \frac{4}{9} \leq \frac{4}{3}x$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9} \times \frac{3}{4} \leq x \Rightarrow \frac{1}{3} \leq x \Rightarrow x \geq \frac{1}{3}$$

26. () 已知在美樂蒂超市內購物總金額超過 190 元時，購物總金額有打八折的優惠。安娜帶 200 元到美樂蒂超市買棒棒糖，若棒棒糖每根 9 元，則她最多可買多少根棒棒糖？ (A)22 (B)23 (C)27 (D)28

【super 講義-綜合評量】

解答

C

解析

設安娜可買 x 根棒棒糖

依題意列式如下：

$$9x \times 0.8 \leq 200 \Rightarrow 9x \leq 250 \Rightarrow x \leq \frac{250}{9}$$

$$\text{且 } 9x > 190 \text{ (才有打折)} \Rightarrow x > \frac{190}{9}$$

$$\text{則 } 21.1\cdots < x < 27.7\cdots$$

故安娜最多可買 27 根棒棒糖

27. () 設方程式 $x^2 - 4x - k = 0$ 有相等兩實根，則 k 之值為何？ (A) -4 (B) -2 (C) 2 (D) 4

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

方程式 $x^2 - 4x - k = 0$ 有相等兩實根

$$\Rightarrow \text{判別式 } \Delta = b^2 - 4ac = 0$$

$$\Rightarrow (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 0 \Rightarrow 16 + 4k = 0$$

$$\therefore k = -4$$

28. () 已知 a 和 b 為二次方程式 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 的兩個解。試問以 $a+b$ 和 $a \times b$ 為兩個解的一元二次方程式為何？ (A) $x^2 - 2x - 3 = 0$ (B) $x^2 - 3x - 2 = 0$ (C) $x^2 - 5x - 3 = 0$ (D) $x^2 - 5x - 2 = 0$

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a+b = -\frac{-3}{1} = 3 \\ a \times b = \frac{-1}{1} = -1 \end{cases}$$

故以 $a+b$ 和 $a \times b$ 為兩個解的二次方程式為

$$(x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

29. () 老劉騎腳踏車，從甲地到乙地逆風而行時，每小時可騎 10 公里，回程順風而行時，每小時可騎 15 公里，今老劉騎腳踏車來回甲、乙兩地一趟共需要 5 小時，請問甲、乙兩地距離幾公里？ (A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50

【super 講義-綜合評量】

解答

B

解析

設甲、乙兩地相距 x 公里，則

逆風而行時花了 $\frac{x}{10}$ 小時

順風而行時花了 $\frac{x}{15}$ 小時

又來回共花了 5 小時，由題意可得 $\frac{x}{10} + \frac{x}{15} = 5$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{10} + \frac{x}{15} \right) \times 30 = 5 \times 30$$

$$\Rightarrow 3x + 2x = 150 \Rightarrow 5x = 150$$

$$\Rightarrow x = \frac{150}{5} = 30$$

故甲、乙兩地相距 30 公里

30. () 下表為小潔打算在某電信公司購買一支 MAT 手機與搭配一個門號的兩種方案。此公司每個月收取通話費與月租費的方式如下：若通話費超過月租費，只收通話費；若通話費不超過月租費，只收月租費。若小潔每個月的通話費均為 x 元， x 為 400 到 600 之間的整數，則在不考慮其他費用並使用兩年的情況下， x 至少為多少才會使得選擇乙方案的總花費比甲方案便宜？

	甲方案	乙方案
門號的月租費 (元)	400	600
MAT 手機價格 (元)	15000	13000
注意事項：以上方案兩年內不可變更月租費		

(A) 500 (B) 516 (C) 517 (D) 600

【105 會考歷屆試題】

解答

C

解析

因為 $400 < x < 600$ ，所以

若小潔選擇甲方案，需以通話費計算，使用兩年費用為 $24x + 15000$

若小潔選擇乙方案，需以月租費計算，使用兩年費用為 $24 \times 600 + 13000 = 27400$

依題意得： $24x + 15000 > 27400$

$$\Rightarrow 24x > 12400 \Rightarrow x > 516\frac{2}{3}$$

即 x 至少為 517

31. () 如圖為歌神 KTV 的兩種計費方案說明。若曉莉和朋友們打算在此 KTV 的一間包廂裡連續歡唱 6 小時，經服務生試算後，告知他們選擇包廂計費方案會比人數計費方案便宜，則他們至少有多少人在同一間包廂裡歡唱？



- (A)6 (B)7 (C)8 (D)9

【103 會考歷屆試題】

解答

C

解析

設有 x 人在同一間包廂裡歡唱，則

包廂計費（元）： $900 \times 6 + 99x$

人數計費（元）： $540x + 80 \times (6 - 3) \times x$

依題意列式如下：

$$900 \times 6 + 99x < 540x + 80 \times (6 - 3) \times x$$

$$\Rightarrow 5400 + 99x < 540x + 240x$$

$$\Rightarrow 681x > 5400 \Rightarrow x > 7.9\cdots$$

取 $x = 8$

故至少有 8 人在同一間包廂裡歡唱

32. () 小華帶 x 元去買甜點，若全買紅豆湯圓剛好可買 30 杯，若全買豆花剛好可買 40 杯。已知豆花每杯比紅豆湯圓便宜 10 元，依題意可列出下列哪一個方程式？ (A) $\frac{x}{30} = \frac{x}{40} + 10$
(B) $\frac{x}{40} = \frac{x}{30} + 10$ (C) $\frac{x}{40} = \frac{x+10}{30}$ (D) $\frac{x+10}{40} = \frac{x}{30}$

【基測歷屆試題】

解答

A

解析

由題意可得：

紅豆湯圓每杯 $\frac{x}{30}$ 元，豆花每杯 $\frac{x}{40}$ 元

又豆花每杯比紅豆湯圓便宜 10 元

$$\text{列式得：} \frac{x}{40} = \frac{x}{30} - 10 \Rightarrow \frac{x}{30} = \frac{x}{40} + 10$$

33. () 已知 a 、 b 為一元二次方程式 $x^2 + 7x - 15 = 0$ 的兩根，則下列何者是以 $2a$ 、 $2b$ 為兩根的方

程式？ (A) $x^2 - 14x - 30 = 0$ (B) $x^2 - 14x - 60 = 0$ (C) $x^2 + 14x - 30 = 0$ (D) $x^2 + 14x - 60 = 0$

【108 數(A)歷屆試題】

解答

D

解析

$\because a, b$ 為 $x^2 + 7x - 15 = 0$ 的兩根，

由根與係數的關係得：
$$\begin{cases} a+b=-7 \\ a \times b=-15 \end{cases}$$

若一方程式的兩根為 $2a, 2b$ ，則

$$\begin{cases} 2a+2b=2(a+b)=-14 \\ 2a \times 2b=4ab=-60 \end{cases}$$

故方程式為 $x^2 - (-14)x + (-60) = 0$

即 $x^2 + 14x - 60 = 0$

34. () 已知 $\frac{x-1}{x+1} - \frac{6}{1-x} = \frac{12}{x^2-1}$ ，則 $\frac{x-1}{x+1}$ 之值為何？ (A) $-\frac{3}{2}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$

【105 數(B)歷屆試題】

解答

D

解析

化簡 $\frac{x-1}{x+1} - \frac{6}{1-x} = \frac{x-1}{x+1} + \frac{6}{x-1}$ (通分合併) $= \frac{(x-1)^2 + 6(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2 + 4x + 7}{x^2 - 1}$

根據題目

$$\frac{x^2 + 4x + 7}{x^2 - 1} = \frac{12}{x^2 - 1}$$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 7 = 12$ (其中 $x \neq \pm 1$)

$\Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$ (其中 $x \neq \pm 1$)

$\Rightarrow (x+5)(x-1) = 0$ (其中 $x \neq \pm 1$)

$\Rightarrow x = -5, 1$ (1 不合)

故 $\frac{x-1}{x+1} = \frac{-5-1}{-5+1} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$

35. () 設實數 $2 + \sqrt{3}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b 。若 p 為有理數且 b 為方程式 $ax^2 + px - 6 = 0$ 之一根，則 $p =$

(A) 3 (B) $3\sqrt{3}$ (C) 6 (D) $6\sqrt{3}$

【103 數(B)歷屆試題】

解答

C

解析

$\because 1 < \sqrt{3} < 2$

$\Rightarrow 2 + \sqrt{3} = 2 + 1 + (\sqrt{3} - 1) = 3 + (\sqrt{3} - 1)$

$\therefore 2 + \sqrt{3}$ 的整數部分 $a = 3$ ，小數部分 $b = \sqrt{3} - 1$

將 $a = 3$ 與 $b = \sqrt{3} - 1$ 代入方程式

$ax^2 + px - 6 = 0$

得 $3(\sqrt{3} - 1)^2 + p(\sqrt{3} - 1) - 6 = 0$

$\Rightarrow 3(4 - 2\sqrt{3}) + p(\sqrt{3} - 1) - 6 = 0$

$\Rightarrow p(\sqrt{3} - 1) = -6 + 6\sqrt{3} = 6(\sqrt{3} - 1)$

故 $p = 6$

36. () 方程式 $x - (-3) = -5(x - 5)$ 的解為 (A) $x = \frac{11}{3}$ (B) $x = 4$ (C) $x = \frac{14}{3}$ (D) $x = 7$

【龍騰自命題】

解答**A****解析**

$$\text{原式} \Rightarrow x+3=-5(x-5) \Rightarrow x+3=-5x+25$$

$$\Rightarrow 6x=22 \Rightarrow x=\frac{22}{6}=\frac{11}{3}$$

37. () 下列各方程式中，何者有兩相異實根？ (A) $x^2+4x+4=0$ (B) $x^2+4x+3=0$ (C) $x^2+4x+5=0$ (D) $x^2+4x+6=0$

【龍騰自命題】

解答**B****解析**

$$(A) 4^2-4 \times 1 \times 4=0 \text{ 兩相等實根 } (B) 4^2-4 \times 1 \times 3=4>0 \text{ 兩相異實根 } (C) 4^2-4 \times 1 \times 5=-4<0 \text{ 無實根 } (D) 4^2-4 \times 1 \times 6=-8<0 \text{ 無實根}$$

38. () 設一元二次方程式 $2x^2+6x+k=0$ 的二根差為 1，則 $k=$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【super 講義-綜合評量】

解答**D****解析**

令 α 、 $\alpha+1$ 為 $2x^2+6x+k=0$ 的兩根

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{兩根和: } \alpha+(\alpha+1)=-\frac{6}{2}=-3 \cdots \textcircled{1} \\ \text{兩根積: } \alpha(\alpha+1)=\frac{k}{2} \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\text{由} \textcircled{1} \text{得 } \alpha=-2, \text{代回} \textcircled{2} \text{式得 } (-2) \times (-2+1)=\frac{k}{2}$$

$$\Rightarrow (-2) \times (-1)=\frac{k}{2}$$

$$\therefore k=4$$

39. () 試問以 $2+\sqrt{3}$ 與 $2-\sqrt{3}$ 二數為根的整係數一元二次方程式為何？ (A) $x^2+4x-1=0$ (B) $x^2-4x-1=0$ (C) $x^2-4x+1=0$ (D) $x^2+4x+1=0$

【super 講義-綜合評量】

解答**C****解析**

$$\text{兩根的和為 } (2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$$

$$\text{兩根的積為 } (2+\sqrt{3}) \times (2-\sqrt{3})=2^2-(\sqrt{3})^2=4-3=1$$

$$\text{故所求方程式為 } x^2-4x+1=0$$

40. () 某旅行團到森林遊樂區參觀，下表為兩種參觀方式與所需的纜車費用。已知旅行團的每個人皆從這兩種方式中選擇一種，且去程有 15 人搭乘纜車，回程有 10 人搭乘纜車。若他們纜車費用的總花費為 4100 元，則此旅行團共有多少人？

參觀方式	纜車費用
去程及回程均搭乘纜車	300 元
單程搭乘纜車，單程步行	200 元

- (A) 16 (B) 19 (C) 22 (D) 25

【108 會考歷屆試題】

解答**A****解析**

設去、回程均搭纜車者有 x 人，則

去單程的有 $(15-x)$ 人，回單程的有 $(10-x)$ 人

去回均搭費用為 $300x$ 元

去單程費用為 $200 \times (15-x)$ 元

回單程費用為 $200 \times (10-x)$ 元

依題意列出總花費式子為：

$$300x + 200 \times (15 - x) + 200 \times (10 - x) = 4100$$

$$\Rightarrow 3x + 30 - 2x + 20 - 2x = 41 \Rightarrow x = 9$$

所以旅行團共有 $9 + (15 - 9) + (10 - 9) = 16$ (人)

41. () 若 α 、 β 為 $x^2 + 2x - 7 = 0$ 的兩根，則 $\alpha^2 + 3\alpha\beta + \beta^2 =$
(A)-3 (B)-2 (C)2 (D)3

【107 數(A)歷屆試題】

解答

A

解析

由根與係數的關係得知：

$$\alpha + \beta = -\frac{2}{1} = -2, \quad \alpha\beta = \frac{-7}{1} = -7$$

$$\text{所以 } \alpha^2 + 3\alpha\beta + \beta^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 + \alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 + \alpha\beta = (-2)^2 - 7 = -3$$

42. () 若 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的兩根為 α 、 β ，則 $(\alpha - 2)(\beta - 2)$ 之值為何？ (A)-3 (B)-1 (C)1 (D)5

【107 數(B)歷屆試題】

解答

B

解析

因為 α 、 β 為 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 之兩根

$$\text{由根與係數的關係得： } \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 2, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = -1$$

$$\text{故 } (\alpha - 2)(\beta - 2) = \alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 4 = -1 - 2 \times 2 + 4 = -1$$

43. () 已知一元二次方程式 $x^2 + x - 5 = 0$ 有兩相異實根 a 、 b ，若 $a < b$ ，則 $b - a =$
(A)1 (B) $\sqrt{5}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{21}$

【106 數(B)歷屆試題】

解答

D

解析

\because 有兩相異實根 a 、 b

$$\text{利用公式知 } \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} \text{ 為兩根}$$

又 $a < b$

$$\therefore a = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}, \quad b = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\text{則 } b - a = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} - \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} = \sqrt{21}$$

44. () 設一元二次方程式 $2x^2 + 6x + k = 0$ 的二根差為 1，則 $k =$
(A)1 (B)2 (C)3 (D)4

【103 數(A)歷屆試題】

解答

D

解析

令 α 、 $\alpha + 1$ 為 $2x^2 + 6x + k = 0$ 的兩根

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{兩根和： } \alpha + (\alpha + 1) = -\frac{6}{2} = -3 \cdots \text{①} \\ \text{兩根積： } \alpha(\alpha + 1) = \frac{k}{2} \cdots \text{②} \end{cases}$$

由①得 $\alpha = -2$ ，

$$\text{代回②式得 } (-2) \times (-2 + 1) = \frac{k}{2}$$

$$\Rightarrow (-2) \times (-1) = \frac{k}{2}$$

$$\therefore k = 4$$

45. () 已知 $a \neq 2$ ，若方程式 $x^2 + ax + 2 = 0$ 之二根差的平方與方程式 $x^2 + 2x + a = 0$ 之二根差的平方相等，則 $a =$
 (A) -6 (B) -4 (C) -2 (D) -1

【103 數(B)歷屆試題】

解答

A

解析

(I) 設 α 、 β 為方程式 $x^2 + ax + 2 = 0$ 之兩根

由根與係數的關係知：

兩根和： $\alpha + \beta = -a$

兩根積： $\alpha\beta = 2$

$$\Rightarrow (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (-a)^2 - 4 \times 2 = a^2 - 8$$

(II) 設 p 、 q 為方程式 $x^2 + 2x + a = 0$ 之兩根

由根與係數的關係知：

兩根和： $p + q = -2$

兩根積： $pq = a$

$$\Rightarrow (p - q)^2 = (p + q)^2 - 4pq = (-2)^2 - 4 \times a = 4 - 4a$$

則由題意知(I)(II)中 $a^2 - 8 = 4 - 4a$

$$\Rightarrow a^2 + 4a - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (a + 6)(a - 2) = 0$$

$$\Rightarrow a = -6 \text{ 或 } 2$$

又 $a \neq 2$ ，故 $a = -6$

46. () 一元一次方程式 $5x + 5 = -25$ 的解為 (A) $x = 5$ (B) $x = -5$ (C) $x = 6$ (D) $x = -6$

【學習卷】

解答

D

解析

$$5x + 5 = -25 \Rightarrow 5x = -30 \Rightarrow x = -6$$

故方程式的解為 $x = -6$

47. () 一元一次方程式 $-3x - 22 = 0$ 的解為 (A) $x = \frac{22}{3}$ (B) $x = -\frac{22}{3}$ (C) $x = 7$ (D) $x = -6$

【學習卷】

解答

B

解析

$$-3x - 22 = 0 \Rightarrow -3x = 22 \Rightarrow x = -\frac{22}{3}$$

故方程式的解為 $x = -\frac{22}{3}$

48. () 媽媽點了兩份早餐的金額不超過150元，已知每份早餐的金額為 x 元，則不等式為 (A) $2x > 150$ (B) $2x < 150$ (C) $2x \geq 150$ (D) $2x \leq 150$

【學習卷】

解答

D

解析

$$2x \leq 150$$

49. () 已知 α 、 β 為 $x^2 + 3x - 6 = 0$ 之兩根，則 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$

(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$

【學習卷】

解答

B

解析

由根與係數的關係知：
$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{3}{1} = -3 \\ \alpha\beta = \frac{-6}{1} = -6 \end{cases}$$
，則 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$

50. () 咖啡店老闆將一個限量紀念款咖啡杯以成本價加 5 成當作定價賣出，可以賺 200 元，請問此咖啡杯成本價為多少元？ (A)400 (B)450 (C)500 (D)550

【課本自我評量】

解答

A

解析

設成本 x 元，則依題意可得

$$x + 0.5x - x = 200$$

$$\text{計算得 } 0.5x = 200$$

$$\text{故 } x = 400$$

即咖啡杯成本價為 400 元

51. () 解不等式 $\frac{2x-4}{5} > \frac{-3x+2}{3}$ ，其解的範圍為 (A) $x > \frac{21}{22}$ (B) $x < \frac{21}{22}$ (C) $x < \frac{22}{21}$ (D) $x > \frac{22}{21}$

【課本自我評量】

解答

D

解析

將原式兩邊同乘以 15，得

$$3(2x-4) > 5(-3x+2)$$

$$\text{展開得 } 6x - 12 > -15x + 10$$

$$\text{移項得 } 6x + 15x > 10 + 12$$

$$\text{整理得 } 21x > 22$$

$$\text{故 } x > \frac{22}{21}$$

52. () 方程式 $x^2 - 32x + 192 = 0$ 的解為 (A) $x = -24$ 或 $x = 8$ (B) $x = 24$ 或 $x = 8$ (C) $x = 24$ 或 $x = -8$ (D) $x = -24$ 或 $x = -8$

【課本自我評量】

解答

B

解析

利用十字交乘法得

$$\text{原式為 } (x-24)(x-8) = 0$$

$$\text{即 } x-24=0 \text{ 或 } x-8=0$$

所以 $x=24$ 或 $x=8$ 是此方程式的解

53. () 若方程式 $a(3x-2) = 3(ax+1) - 7$ 的解為任意實數，則 $a =$ (A)2 (B)-2 (C)1 (D)-1

【龍騰自命題】

解答

A

解析

\therefore 解為任意實數 $\therefore x=0$ 代入方程式

$$a(0-2) = 3(0+1) - 7 \Rightarrow -2a = -4 \Rightarrow a = 2$$

54. () 不等式 $x > 1 + \frac{x}{2} - \frac{x}{4}$ 的解為 (A) $x > 4$ (B) $x > \frac{4}{3}$ (C) $x > \frac{3}{4}$ (D) $x < 4$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\text{原式} \Rightarrow 4x > 4 + 2x - x \Rightarrow 3x > 4 \Rightarrow x > \frac{4}{3}$$

55. () 若二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根互為倒數，則 (A) $a = b$ (B) $a + b = 0$ (C) $a = c$ (D) $b + c = 0$

【龍騰自命題】

解答 C

解析 兩根互為倒數 $\Rightarrow \alpha\beta = \frac{c}{a} = 1 \quad \therefore a = c$

56. () 若方程式 $x^2 + 4x + 2 = 0$ 之兩根為 α, β , 則 $\alpha\beta =$ (A)2 (B)-2 (C)4 (D)-4

【龍騰自命題】

解答 A

解析 兩根積 $= \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow \alpha\beta = 2$

57. () 若方程式 $x^2 - 4x + k = 0$ 的兩根相等, 則 $k =$ (A)2 (B)-2 (C)4 (D)-4

【龍騰自命題】

解答 C

解析 兩根相等 \Rightarrow 判別式 $= 0 \Rightarrow (-4)^2 - 4 \times 1 \times k = 0$
 $\Rightarrow 16 - 4k = 0 \Rightarrow k = 4$

58. () 若方程式 $x^2 + 3x + (k+1) = 0$ 的兩根相異, 則 k 的範圍為 (A) $k > \frac{4}{5}$ (B) $k < \frac{4}{5}$ (C) $k > \frac{5}{4}$
(D) $k < \frac{5}{4}$

【龍騰自命題】

解答 D

解析 \because 兩根相異
 \therefore 判別式 $= 3^2 - 4 \times 1 \times (k+1) > 0$
 $\Rightarrow 9 - 4k - 4 > 0 \Rightarrow 5 > 4k \Rightarrow k < \frac{5}{4}$

59. () 已知直角三角形的三邊長分別為 $x-7, x, x+1$, 則三角形的最長邊的長度為 (A)5 (B)12
(C)15 (D)13

【龍騰自命題】

解答 D

解析 根據畢氏定理知 $(x-7)^2 + x^2 = (x+1)^2$
 $\Rightarrow x^2 - 14x + 49 + x^2 = x^2 + 2x + 1$
 $\Rightarrow x^2 - 16x + 48 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-12) = 0 \Rightarrow x = 4$ 或 12
當 $x = 4$ 時, 三邊長為 $-3, 4, 5 \Rightarrow$ 不合
當 $x = 12$ 時, 三邊長為 $5, 12, 13$, 故最長邊為 13

60. () 若 $2x^2 + ax + b = 0$ 的兩根為 $\frac{3}{2}$ 及 2 , 則 $a + b =$ (A) $\frac{13}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C)1 (D)-1

【龍騰自命題】

解答 D

解析 兩根為 $\frac{3}{2}$ 及 $2 \Rightarrow (x - \frac{3}{2})(x - 2) = 0 \Rightarrow (2x - 3)(x - 2) = 0$
 $\Rightarrow 2x^2 - 7x + 6 = 0$
 $\therefore a = -7, b = 6 \Rightarrow a + b = -7 + 6 = -1$

61. () 設 α, β 為方程式 $x^2 + 6x + 4 = 0$ 的兩根, 又 $x^2 + tx + r = 0$ 的兩根為 $2\alpha^2 + 1, 2\beta^2 + 1$, 則 $t - r =$ (A)-179 (B)179 (C)63 (D)-63

【龍騰自命題】

解答 A

解析 $x^2 + 6x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -6 \\ \alpha\beta = 4 \end{cases} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 28$
 $x^2 + tx + r = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{兩根和} = -t = (2\alpha^2 + 1) + (2\beta^2 + 1) = 2(\alpha^2 + \beta^2) + 2 = 2 \times 28 + 2 = 58 \\ \text{兩根積} = r = (2\alpha^2 + 1) \cdot (2\beta^2 + 1) = 4\alpha^2\beta^2 + 2(\alpha^2 + \beta^2) + 1 \\ \quad = 64 + 2 \times 28 + 1 = 121 \end{cases}$$

$$\therefore t = -58, r = 121 \Rightarrow t - r = -179$$

62. () 設 α, β 為 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的兩根，又 $x^2 + Ax + B = 0$ 之兩根為 $\alpha(\beta + 1), \beta(\alpha + 1)$ ，則 $A + B =$ (A) -8 (B) 8 (C) -2 (D) 2

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -3 \\ \alpha\beta = -1 \end{cases}$$

$$x^2 + Ax + B = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{兩根和} = -A = [\alpha(\beta + 1)] + [\beta(\alpha + 1)] = 2\alpha\beta + \alpha + \beta = -5 \\ \text{兩根積} = B = [\alpha(\beta + 1)] \times [\beta(\alpha + 1)] = \alpha\beta(\alpha\beta + \alpha + \beta + 1) = (-1) \times (-3) = 3 \end{cases}$$

$$\therefore A = 5, B = 3 \Rightarrow A + B = 8$$

63. () 設方程式 $2x^2 - 3x - 2 = 0$ 的兩個根為 α, β ，則 $|\alpha - \beta| =$ (A) $\frac{5}{2}$ (B) 3 (C) $\frac{7}{2}$ (D) 4

【課本自我評量】

解答

A

解析

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\text{分解得 } (2x + 1)(x - 2) = 0$$

$$\text{解得 } x = -\frac{1}{2} \text{ 或 } 2$$

$$\text{令 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = 2$$

$$\text{故 } |\alpha - \beta| = \left| -\frac{1}{2} - 2 \right| = \frac{5}{2}$$

64. () 若 α, β 為 $6x^2 + 4x - 3 = 0$ 之兩根，則 $\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} =$ (A) $-\frac{2}{3}$ (B) $-\frac{4}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{4}{3}$

【課本自我評量】

解答

D

解析

由根與係數關係得

$$\alpha + \beta = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}, \alpha\beta = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{故 } \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{1}{2}} = \frac{4}{3}$$

65. () 若 α, β 為方程式 $2x^2 + 5x + 1 = 0$ 的兩根，則 $\alpha^2 + \beta^2 =$ (A) $\frac{25}{4}$ (B) $\frac{23}{4}$ (C) $\frac{21}{4}$ (D) $\frac{19}{4}$

【課本自我評量】

解答

C

解析

由根與係數關係得

$$\alpha + \beta = -\frac{5}{2}, \alpha\beta = \frac{1}{2}$$

$$\text{故 } \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2} = \frac{21}{4}$$

66. () 下列各式中，哪一個是一元一次方程式？ (A) $5x + 2$ (B) $-2x + 3 = 5$ (C) $3y + 2 = x$ (D)

$$x^2 = 4$$

【隨堂卷】

解答

B

解析

只含「一種未知數」，且未知數的「次數是1」的「等式」，稱為一元一次方程式
故選 $-2x+3=5$

67. () 方程式 $x-3=0$ 的解為 (A) $x=3$ (B) $x=-3$ (C) $x=0$ (D) $x=6$

【隨堂卷】

解答

A

解析

$$x-3=0$$

利用移項法則得 $x=0+3=3$ ，故方程式的解為 $x=3$

68. () 不等式 $x>3$ 的圖解為 (A)  (B)  (C)  (D) 

【隨堂卷】

解答

C

解析

所有能滿足一元一次不等式的數 x 都是該不等式的解
因此 $x>3$ ，即所有大於 3 的數

69. () 下列各式中，哪一個是一元二次方程式？ (A) $x^2+x=6$ (B) $x^2+x^3=2$ (C) $2x=8$ (D) x^2-3

【隨堂卷】

解答

A

解析

只含有「一個未知數」，且未知數的「最高次方為 2」的「等式」，
稱為一元二次方程式，故 $x^2+x=6$ 為一元二次方程式

70. () 方程式 $(x-2)(x-3)=0$ 的解為 (A) $x=-2$ 或 -3 (B) $x=2$ 或 3 (C) $x=2$ 或 -3 (D) $x=-2$ 或 3

【隨堂卷】

解答

B

解析

$$(x-2)(x-3)=0$$

即 $x-2=0$ 或 $x-3=0$ ，所以 $x=2$ 或 $x=3$ 是此方程式的解

71. () 方程式 $x^2+x+1=0$ 的判別式為 (A) -5 (B) 5 (C) -3 (D) 3

【隨堂卷】

解答

C

解析

二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的判別式為 b^2-4ac

$$x^2+x+1=0 \Rightarrow a=1, b=1, c=1$$

$$\text{判別式 } b^2-4ac=1^2-4\times 1\times 1=1-4=-3$$

72. () 若方程式 $x^2+3x-5=0$ 的解為 $x=\frac{-3\pm\sqrt{D}}{2}$ ，則 $D=$
(A) 0 (B) 23 (C) -11 (D) 29

【隨堂卷】

解答

D

解析

二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解為 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x^2+3x-5=0 \Rightarrow a=1, b=3, c=-5$$

$$\text{解 } x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 1\times (-5)}}{2\times 1}=\frac{-3\pm\sqrt{9+20}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{2}$$

故 $D = 29$

73. () 設 α 、 β 為二次方程式 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta =$
(A) -2 (B) 2 (C) 3 (D) -3

【隨堂卷】

解答

D

解析

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根和 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow a = 1, b = 3, c = 2$$

$$\text{兩根和 } \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$$

74. () 一元一次方程式 $2x = 6$ 的解為 (A) $x = 3$ (B) $x = 6$ (C) $x = 12$ (D) $x = \frac{1}{3}$

【隨堂卷】




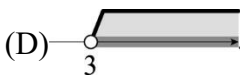
解答

A

解析

$$2x = 6$$

方程式等號兩邊同除以 2 $\Rightarrow 2x \div 2 = 6 \div 2$ ，得 $x = 3$

75. () 一元一次不等式 $x \leq 3$ 的圖解為 (A)  (B)  (C)  (D) 

【隨堂卷】

解答

A

解析

$x \leq 3$ 即所有 x 小於或等於 3



76. () 下列何者不為「 $<$ 」的習慣用語？ (A) 未滿 (B) 不高於 (C) 不足 (D) 低於

【隨堂卷】

解答

B

解析

不高於即等於或低於：「 \leq 」

77. () 設 α 、 β 為二次方程式 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta + \alpha\beta =$
(A) -1 (B) 1 (C) -3 (D) 3

【隨堂卷】

解答

D

解析

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根和 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ ，兩根積 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow a = 1, b = -2, c = 1$$

$$\text{兩根和 } \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-2}{1} = 2, \text{ 兩根積 } \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{所以 } \alpha + \beta + \alpha\beta = 2 + 1 = 3$$

78. () 這次小彤段考的總平均不小於 80 分，若總平均為 x 分，則不等式為 (A) $x > 80$ (B) $x < 80$
(C) $x \geq 80$ (D) $x \leq 80$

【學習卷】

解答

C

解析

$$x \geq 80$$

79. () 不等式 $-3x < 24$ 的解為 (A) $x > 8$ (B) $x < -8$ (C) $x < 8$ (D) $x > -8$

【學習卷】

解答

D

解析

$$-3x < 24 \Rightarrow x > \frac{24}{-3} \Rightarrow x > -8$$

80. () 一元一次方程式 $\frac{x-3}{5} = \frac{-x+3}{2}$ 的解為 (A) $x=3$ (B) $x=4$ (C) $x=5$ (D) $x=6$

【學習卷】

解答

A

解析

$$\begin{aligned}\text{原式} &\Rightarrow 2(x-3) = 5(-x+3) \Rightarrow 2x-6 = -5x+15 \\ &\Rightarrow 2x+5x = 15+6 \Rightarrow 7x = 21 \Rightarrow x = 3\end{aligned}$$

故方程式的解為 $x=3$

81. () 若方程式 $5(ax+1)+2=a(5x-1)+11$ 的解為任意實數，則 $a=$ (A) -4 (B) 18 (C) 1 (D) 4

【龍騰自命題，進階卷】

解答

D

解析

$$\begin{aligned}\because \text{解為任意實數} \quad \therefore x=0 \text{ 代入方程式} \\ \Rightarrow 5(0+1)+2=a(0-1)+11 \Rightarrow 7=-a+11 \Rightarrow a=4\end{aligned}$$

82. () 不等式 $-2x + \frac{9+x}{2} \leq 6x$ 的解為 (A) $x \geq 1$ (B) $x \leq 1$ (C) $x \leq \frac{3}{5}$ (D) $x \geq \frac{3}{5}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

D

解析

$$\text{原式} \Rightarrow -4x + (9+x) \leq 12x \Rightarrow 15x \geq 9 \Rightarrow x \geq \frac{3}{5}$$

83. () 方程式 $|x+1| + |x-2| = 5$ 所有解的和為 (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) -2

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\begin{aligned}\text{(I) 當 } x \geq 2 \text{ 時: } (x+1) + (x-2) &= 5 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \text{ (合)} \\ \text{(II) 當 } -1 < x < 2 \text{ 時: } (x+1) - (x-2) &= 5 \Rightarrow 3 = 5 \text{ (無解)} \\ \text{(III) 當 } x \leq -1 \text{ 時: } -(x+1) - (x-2) &= 5 \Rightarrow -2x = 4 \Rightarrow x = -2 \text{ (合)} \\ \therefore \text{ 方程式之解為 } x=3 \text{ 或 } -2 &\Rightarrow \text{ 所有解的和為 } 3 + (-2) = 1\end{aligned}$$

84. () 換季拍賣中，夏季衣服按原訂價打七折後再打七折，至少比原訂價少 200 元，請問原訂價至少為幾元？ (A) 392 元 (B) 393 元 (C) 408 元 (D) 409 元

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\begin{aligned}\text{設原訂價為 } x \text{ 元，打七折後為 } 0.7x \text{ 元，再打七折為 } 0.49x \text{ 元} \\ \text{依題意} \Rightarrow x - 0.49x > 200 \Rightarrow 0.51x > 200 \Rightarrow x > \frac{200}{0.51} \approx 392.1 \\ \Rightarrow \text{原訂價至少為 } 393 \text{ 元}\end{aligned}$$

85. () 已知 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ，且 $\sin \theta$ 及 $\cos \theta$ 為 $2x^2 + px + q = 0$ 的兩個根，則判別式 $p^2 - 8q =$ (A) $-\frac{20}{3}$ (B) $-\frac{4}{3}$ (C) $\frac{20}{3}$ (D) $\frac{4}{3}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

D

解析

$$(\sin \theta - \cos \theta)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow 1 - 2\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} \sin \theta + \cos \theta = -\frac{p}{2} \\ \sin \theta \cos \theta = \frac{q}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2(\sin \theta + \cos \theta) \\ q = 2 \sin \theta \cos \theta \end{cases}$$

$$D = p^2 - 8q = 4(1 + 2 \sin \theta \cos \theta) - 16 \sin \theta \cos \theta = 4 - 8 \sin \theta \cos \theta = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$$

86. () 設 a, b 是有理數，方程式 $3x^2 + ax + b = 0$ 有一根為 $3 - \sqrt{2}$ ，則數對 $(a, b) =$ (A) $(-18, 21)$ (B) $(6, 7)$ (C) $(18, -21)$ (D) $(-6, -7)$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$\because a, b$ 為有理數 \therefore 一根為 $3 - \sqrt{2}$ ，另一根必為 $3 + \sqrt{2}$

$$\text{故 } (3 - \sqrt{2}) + (3 + \sqrt{2}) = -\frac{a}{3} \Rightarrow a = -18$$

$$(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = \frac{b}{3} \Rightarrow b = 21$$

87. () 解方程式 $(3x^2 - 2x + 1)(3x^2 - 2x - 7) + 12 = 0$ 所得的根，其最大者為 (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) 2

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$(3x^2 - 2x)^2 - 6(3x^2 - 2x) - 7 + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (3x^2 - 2x)^2 - 6(3x^2 - 2x) + 5 = 0 \Rightarrow (3x^2 - 2x - 1)(3x^2 - 2x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow (3x + 1)(x - 1)(3x - 5)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3} \text{ 或 } -1, \text{ 故最大的根為 } \frac{5}{3}$$

88. () 設 α, β 為 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 之兩根，試求 $\alpha^2 + \beta^2 =$ (A) 6 (B) 10 (C) 8 (D) 16

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -2 \\ \alpha\beta = -3 \end{cases} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4 - 2 \times (-3) = 10$$

89. () 設 k 為實數，若方程式 $kx^2 + (2k - 3)x + (k - 2) = 0$ 無實根，則 k 的範圍為 (A) $k < \frac{9}{4}$ (B) $k > \frac{9}{4}$ (C) $k < \frac{9}{8}$ (D) $k > \frac{9}{8}$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\because \text{無實根} \therefore (2k - 3)^2 - 4 \times k \times (k - 2) < 0$$

$$\Rightarrow 4k^2 - 12k + 9 - 4k^2 + 8k < 0 \Rightarrow -4k + 9 < 0 \Rightarrow k > \frac{9}{4}$$

90. () 若 $x = \frac{1}{2}$ 為方程式 $\frac{2x+3}{a} - \frac{5a-2x}{3} = 4$ 之解，則 a 之值為 (A) $-\frac{4}{5}$ (B) 3 (C) 3 或 $-\frac{4}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$ 或 -3

【龍騰自命題，進階卷】

解答

D

解析

$$x = \frac{1}{2} \text{ 代入方程式 } \Rightarrow \frac{1+3}{a} - \frac{5a-1}{3} = 4 \Rightarrow 12 - a(5a-1) = 12a$$

$$\Rightarrow 5a^2 + 11a - 12 = 0 \Rightarrow (5a - 4)(a + 3) = 0 \Rightarrow a = \frac{4}{5} \text{ 或 } -3$$

91. () 二次方程式 $x^2 + 2x + 4 = 0$ 其根的性質為何？ (A)相異兩實根 (B)相等兩實根 (C)無實根 (D)兩實根

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times 4 = 4 - 16 = -12 < 0 \Rightarrow \text{無實根}$$

92. () 設方程式 $x^3 - kx^2 - 4k^2x - 4 = 0$ 之一根為 2，則 k 之值為 (A) $k = \frac{1}{2}$ 或 -1 (B) $k = \frac{1}{2}$ 或 1 (C) $k = -\frac{1}{2}$ 或 -1 (D) $k = -\frac{1}{2}$ 或 1

【龍騰自命題】

解答

A

解析

將 $x = 2$ 代入方程式

$$\Rightarrow 2^3 - k \times 2^2 - 4k^2 \times 2 - 4 = 0 \Rightarrow 2k^2 + k - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2k - 1)(k + 1) = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{2} \text{ 或 } -1$$

93. () 若 $5x^2 + ax + b = 0$ 的兩根為 $\frac{-2+\sqrt{3}}{5}$ 及 $\frac{-2-\sqrt{3}}{5}$ ，則數對 $(a, b) =$ (A) $(-20, 1)$ (B) $(4, \frac{1}{5})$ (C) $(20, 1)$ (D) $(-4, \frac{1}{5})$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

B

解析

$$x = \frac{-2+\sqrt{3}}{5} \Rightarrow 5x = -2 + \sqrt{3} \Rightarrow 5x + 2 = \sqrt{3} \Rightarrow 25x^2 + 20x + 4 = 3$$

$$\Rightarrow 25x^2 + 20x + 1 = 0 \Rightarrow 5x^2 + 4x + \frac{1}{5} = 0$$

$$\therefore a = 4, b = \frac{1}{5} \Rightarrow (a, b) = (4, \frac{1}{5})$$

94. () 設 t 為實數，且方程式 $x^2 + x + t = 0$ 的一根為另一根的 3 倍，則 $t =$ (A) $-\frac{3}{16}$ (B) -1 (C) $\frac{3}{16}$ (D) 1

【龍騰自命題】

解答

C

解析

設兩根為 α, β ，由題意知 $\alpha = 3\beta$ ，又兩根和 $\alpha + \beta = -\frac{1}{1} = -1$

$$\Rightarrow 3\beta + \beta = -1 \Rightarrow \beta = \frac{-1}{4}, \alpha = 3\beta = \frac{-3}{4},$$

$$\text{故兩根積 } \alpha\beta = \frac{t}{1} = t \Rightarrow t = (\frac{-3}{4}) \times (\frac{-1}{4}) = \frac{3}{16}$$

95. () 已知 a 為實數，若一元二次方程式 $(a-1)x^2 + a^3x + (a^2 + a + 1) = 0$ 的解為兩相同實根，則 $a =$ (A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt[3]{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt[3]{2}$

【108 數(A)歷屆試題】

解答

D

解析

\therefore 是相同實根

$$\therefore \text{判別式 } D = (a^3)^2 - 4(a-1)(a^2 + a + 1) = 0$$

$$\Rightarrow a^6 - 4(a^3 - 1) = 0 \Rightarrow a^6 - 4a^3 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (a^3)^2 - 4a^3 + 4 = 0 \Rightarrow (a^3 - 2)^2 = 0 \Rightarrow a^3 = 2$$

即 $a = \sqrt[3]{2}$

96. () 不等式 $x - \frac{19-4x}{3} \geq 3x$ 的解為 (A) $x \leq \frac{19}{2}$ (B) $x \geq \frac{19}{2}$ (C) $x \leq -\frac{19}{2}$ (D) $x \geq -\frac{19}{2}$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$\text{原式} \Rightarrow 3x - (19 - 4x) \geq 9x \Rightarrow 3x - 19 + 4x \geq 9x$$

$$\Rightarrow 2x \leq -19 \Rightarrow x \leq -\frac{19}{2}$$

97. () 方程式 $(x^2 - 2x - 2)(x^2 - 2x - 3) = 0$ 之所有解的和為 (A) 4 (B) -4 (C) 5 (D) 6

【龍騰自命題，進階卷】

解答

A

解析

$$(x^2 - 2x - 2)(x^2 - 2x - 3) = 0$$

$$\text{(I)} x^2 - 2x - 2 = 0, \text{兩根和為 } -\frac{-2}{1} = 2$$

$$\text{(II)} x^2 - 2x - 3 = 0, \text{兩根和為 } -\frac{-2}{1} = 2$$

由(I)(II)知方程式的所有解之和為 $2 + 2 = 4$

98. () 設 k 為實數，且方程式 $x^2 - 4x - k = 0$ 沒有實根，則 k 的範圍為 (A) $k < -4$ (B) $k < 4$ (C) $k > -4$ (D) $k > 4$

【課本自我評量】

解答

A

解析

因為方程式 $x^2 - 4x - k = 0$ 沒有實根

所以判別式 $D = b^2 - 4ac < 0$

即 $(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-k) < 0$

計算得 $16 + 4k < 0$

故 $k < -4$

99. () 已知方程式 $x^2 - (m-2)x - 3m + 3 = 0$ 的兩根為 α, β ，則 $(\alpha - \beta)^2$ 為 (A) $m^2 + 8m + 8$ (B) $m^2 + 8m - 8$ (C) $m^2 + 16m + 8$ (D) $m^2 + 16m - 8$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

B

解析

由根與係數的關係知 $\begin{cases} \alpha + \beta = m - 2 \\ \alpha\beta = -3m + 3 \end{cases}$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (m^2 - 4m + 4) - 4(-3m + 3) = m^2 + 8m - 8$$

100. () 試求不等式 $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}x\right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3}x\right) + \left(\frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4}x\right) + \left(\frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5}x\right) + \left(\frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6}x\right) > 0$ 解的範圍為何？

(A) $x < 2$ (B) $x > 2$ (C) $x < -2$ (D) $x > -2$

【112 數(B)歷屆試題】

解答

D

解析

$$\text{原式} \Rightarrow \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5}\right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6}\right)x > 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\cancel{2^4} + \cancel{2^3} + \cancel{2^2} + \cancel{2} + 1}{2^6}\right)x > -\left(\frac{\cancel{2^4} + \cancel{2^3} + \cancel{2^2} + \cancel{2} + 1}{2^5}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^6}x > -\frac{1}{2^5} \xrightarrow{\times 2^6} x > -2$$

