

Exercise 12 參考解答

一、單選題：(100 小題，每題 1 分，共 100 分)

1. () 若將「人生不如意之事十之八九」解讀為「做某件事情 N 次，不成功的次數剛好在 $\frac{8}{10}N$ 到 $\frac{9}{10}N$ 之間」。下列選項中，哪一個最符合「人生不如意之事十之八九」？ (A)某人想要中彩券，但買了彩券 10 次，沒有一次中的 (B)學生想要猜對是非題答案，猜了 20 題，只猜對 3 題 (C)某人想要丟骰子丟出 6 點，丟了 60 次出現 13 次 6 點 (D)同學想要抽中金色卡牌，抽了 100 張，抽中金色卡牌 80 張

【111 數(B)歷屆試題】

解答

B

解析

\therefore 20 題猜錯 $\frac{8}{10} \times 20 = 16$ 題到 $\frac{9}{10} \times 20 = 18$ 題之間
 \therefore 猜對 3 題即猜錯 17 題符合
故選(B)

2. () 設 $A = \{1, 2, 3, \{1, 2\}\}$ ，則下列各敘述何者錯誤？ (A) $\{1, 2\} \in A$ (B) $1 \in A$ (C) $\emptyset \in A$ (D) $\{1, 2\} \subset A$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

(A)正確， $\{1, 2\}$ 是 A 集合的第四個元素 $\therefore \{1, 2\} \in A$ (B)正確，1 是集合 A 的元素 $\therefore 1 \in A$ (C)錯誤，集合 A 中的元素沒有 \emptyset (D)正確， $\{1, 2\}$ 是 A 集合的第一、二個元素所成的子集 $\therefore \{1, 2\} \subset A$

3. () 有一集合 A ，其元素為自然數，且若 $x \in A$ ，則 $10 - x \in A$ ，下列敘述何者不正確？ (A)集合 A 不可能只有 1 個元素 (B)集合 A 可能只有 1 個元素 (C)集合 A 可能只有 2 個元素 (D)集合 A 可能只有 4 個元素

【龍騰自命題】

解答

A

解析

(B)設 $x = 5$ 滿足 $x \in A$ ，則 $10 - x \in A \therefore$ 集合 A 只有 1 個元素 (C) $A = \{1, 9\}$ 滿足條件 \therefore 集合 A 可能只有 2 個元素 (D) $A = \{1, 2, 8, 9\}$ 滿足條件 \therefore 集合 A 可能只有 4 個元素

4. () 甲、乙、丙、……等 8 個人排成一列，則甲、乙、丙 3 人均不相鄰的機率為 (A) $\frac{5}{6}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{5}{28}$ (D) $\frac{5}{14}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

D

解析

全部排法 $8!$
甲、乙、丙 3 人不相鄰有 $5! \times P_3^6 = 5! \times 6 \times 5 \times 4$
所求機率 $= \frac{5! \times 6 \times 5 \times 4}{8!} = \frac{5}{14}$

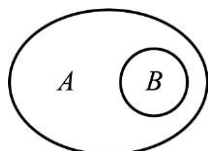
5. () 設 A, B 為二集合，則 $A \cup B = A$ 同義於 (A) $A = B$ (B) $A \cap B = B$ (C) $A \cap B = A$ (D) $A \cup B = B$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

B

解析



$$\because A \cup B = A \quad \therefore B \subset A$$

$$\text{故 } A \cap B = B$$

6. () 已知集合 $A = \{1, \{1\}, \{1, \{1\}\}\}$ ，則 A 的部分集合共有多少個？ (A) 2 個 (B) 3 個 (C) 4 個 (D) 8 個

【龍騰自命題】

解答

D

解析

A 的元素共有 $1, \{1\}, \{1, \{1\}\}$ ，3 個
 $\therefore A$ 的部分集合共 $2^3 = 8$ 個

7. () 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ，則下列敘述何者正確？ (A) $2 \subset A$ (B) $\emptyset \in A$ (C) $\{3\} \in A$ (D) A 集合共有 16 個子集

【龍騰自命題】

解答

D

解析

(A) $2 \in A$ (B) $\emptyset \subset A$ (C) $\{3\} \subset A$ (D) $2^4 = 16$

8. () 設 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{(x, y) | x = y, x, y \in A\}$ ，試求 B 中有幾個元素？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$B = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$ ，共 4 個元素

9. () 設 $A = \{1, 2, 2, 3, 3, 3\}$ ，則 A 的子集共有 (A) 8 個 (B) 16 個 (C) 32 個 (D) 64 個

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$\because A = \{1, 2, 3\}$
 \therefore 子集合個數 $= 2^3 = 8$ 個

10. () 已知集合 A 有 7 個元素、 B 有 5 個元素，又 $A \cup B$ 有 9 個元素，則 $A \cap B$ 的元素個數為 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 7 + 5 - 9 = 3$$

11. () 設集合 $S = \{x - 2, 2x + y\}$ ， $T = \{x + 2, 3\}$ ，若 $S = T$ ，試求 $(x, y) =$ (A) $(5, -3)$ (B) 無解 (C) $(-5, 3)$ (D) $(-5, -3)$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$(i) \begin{cases} x - 2 = x + 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{無解}$$

$$(ii) \begin{cases} x - 2 = 3 \\ 2x + y = x + 2 \end{cases} \Rightarrow x = 5, y = -3 \Rightarrow (x, y) = (5, -3)$$

12. () 同時投擲兩顆公正的骰子，若出現點數和為 6 之事件為 A ，則 $n(A) =$ (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3

【龍騰自命題】

解答

B

解析

點數和 6 之事件 $A = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$ ，共 5 個元素

13. () 下列何者不為 $T = \{1, 2, 3, 4\}$ 的子集? (A) \emptyset (B) 1, 2 (C) $\{3, 4\}$ (D) T

【龍騰自命題】

解答

B

解析

(A) $\emptyset \subset T$, 為 T 的子集 (B) $1 \in T, 2 \in T$, 為 T 的元素, 不為 T 的子集 (C) $\{3, 4\} \subset T$, 為 T 的子集 (D) $T \subset T$, 為 T 的子集

14. () 設 A, B 為二事件, 且 A, B 為互斥, 則 (A) $P(A \cup B) = 0$ (B) $P(A \cap B) = 0$ (C) $P(A \cup B) = P(A) \times P(B)$ (D) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

互斥即兩事件的交集是空集合

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 0 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = 0$$

15. () 一袋中有 4 紅球、4 白球、2 黑球, 由其中一次取出三球, 則其為 2 紅球 1 白球的機率等於 (A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{2}{5}$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

袋中共有 $4 + 4 + 2 = 10$ 球

$$P = \frac{C_2^4 \times C_1^4}{C_3^{10}} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

16. () A, B, C 3 人射箭射中紅心之機率分別為 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ 。若 3 人各射一箭, 則紅心至少被射中一箭的機率為 (A) $\frac{11}{18}$ (B) $\frac{13}{18}$ (C) $\frac{17}{18}$ (D) 1

【龍騰自命題】

解答

B

解析

紅心至少被射中一箭的機率為

$$P = \text{全部} - 3 \text{ 人都沒射中} = 1 - (3 \text{ 人都沒射中的機率}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{13}{18}$$

17. () 同時擲 6 枚均勻之硬幣一次, 至少出現一個正面的機率為 (A) $\frac{63}{64}$ (B) $\frac{15}{16}$ (C) $\frac{7}{8}$ (D) $\frac{1}{2}$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

至少一正面的機率 $= 1 - \text{都是反面的機率} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{63}{64}$

18. () 甲、乙 2 人射擊同一目標, 彼此互不影響, 甲的命中率為 $\frac{2}{5}$, 乙的命中率為 $\frac{3}{4}$, 今 2 人同時向目標射擊, 恰有 1 人命中目標的機率為 (A) $\frac{7}{10}$ (B) $\frac{13}{20}$ (C) $\frac{11}{20}$ (D) $\frac{7}{20}$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$P = (\text{只有甲命中的機率}) + (\text{只有乙命中的機率}) = \frac{2}{5} \times \left(1 - \frac{3}{4}\right) + \left(1 - \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{11}{20}$$

19. () 設 A, B 為樣本空間 S 中之二事件, 已知 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{11}{12}$, 則 $P(A \cap B)$

$$B) = (A) \frac{1}{3} \quad (B) \frac{2}{3} \quad (C) \frac{1}{4} \quad (D) \frac{4}{5}$$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$\therefore P(B) = 1 - P(B^c) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{又 } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{11}{12} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

20. () 投擲兩顆公正的骰子，在出現的點數和為 6 之條件下，其中有一顆為 3 點的機率為 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

設 A 為點數和為 6 之事件

$$A = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\} \Rightarrow n(A) = 5$$

$$B \text{ 為點數和為 6 中，有一顆為 3 點的事件，則 } A \cap B = \{(3, 3)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{1}{5}$$

21. () 彩券每張售價為 200 元，總共發行 10000 張，其中有 1 張獎金 300000 元，有 10 張獎金 20000 元，有 100 張獎金 3000 元，有 1000 張獎金 200 元，則買彩券 1 張可得獎金期望值是多少元？ (A) 50 元 (B) 100 元 (C) 150 元 (D) 200 元

【龍騰自命題】

解答

B

解析

所求即彩券的平均價值

$$= (1 \times 300000 + 10 \times 20000 + 100 \times 3000 + 1000 \times 200) \div 10000 \\ = 30 + 20 + 30 + 20 = 100 \text{ (元)}$$

22. () 設 $\{A, B, C\}$ 為樣本空間 S 的一個分割，若 $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(B) = \frac{1}{4}$ ，則 $P(C) =$ (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{7}{12}$ (D) $\frac{1}{6}$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$\therefore \{A, B, C\}$ 為樣本空間 S 的一個分割

$$\therefore P(A) + P(B) + P(C) = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + P(C) = 1 \Rightarrow P(C) = \frac{5}{12}$$

23. () 一箱子內有 12 個燈泡，其中有 5 個是壞的，今隨機取出 3 個，則取到壞燈泡個數的期望值為 (A) $\frac{5}{4}$ 個 (B) $\frac{5}{3}$ 個 (C) $\frac{4}{3}$ 個 (D) $\frac{3}{4}$ 個

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\text{取出 1 個，取到壞燈泡個數的期望值 } E(x) = \frac{5}{12} \text{ (個)}$$

$$\text{取出 3 個，取到壞燈泡個數的期望值 } E(3x) = 3 \times E(x) = 3 \times \frac{5}{12} = \frac{5}{4} \text{ (個)}$$

24. () 袋中有 100 元鈔票 5 張，500 元鈔票 3 張，1000 元鈔票 2 張。阿朗今自袋中任取 1 張鈔票，他取出金額的期望值為多少？ (A) 200 元 (B) 300 元 (C) 350 元 (D) 400 元

解答

D

解析

阿朗任取 1 張的期望值為 $E = 100 \times \frac{5}{10} + 500 \times \frac{3}{10} + 1000 \times \frac{2}{10} = 400$ (元)

25. () 自裝有 4 白球、6 紅球的袋中任取 1 球，取到白球可得 100 元，取到紅球可得 10 元，則取一球獎金期望值為 (A)36 元 (B)40 元 (C)50 元 (D)46 元

【龍騰自命題】

解答

D

解析

1 白球價值 100 元，1 紅球價值 10 元

取 1 球的期望值 = 平均 1 球的價值 = $(4 \times 100 + 6 \times 10) \div 10 = 460 \div 10 = 46$ (元)

26. () 設集合 $B = \{1, 3, 5\}$ ，則下列敘述何者錯誤？ (A) $1 \in B$ (B) $\{1, 3\} \subset B$ (C) $\emptyset \in B$ (D) $\{1, 3, 5\} \subset B$

【隨堂卷】

解答

C

解析

(A) 正確，1 是 B 的元素， $1 \in B$

(B) 正確， $\{1, 3\}$ 是 B 的子集， $\{1, 3\} \subset B$

(C) 錯誤， \emptyset 是 B 的子集， $\emptyset \subset B$

(D) 正確， $\{1, 3, 5\}$ 是 B 的子集， $\{1, 3, 5\} \subset B$

27. () 設 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ，則 $A \cup B$ (A 與 B 的聯集) 中有幾個元素？ (A) 四 (B) 五 (C) 六 (D) 七

【課本自我評量】

解答

D

解析

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

所以 $A \cup B$ 中共有七個元素

28. () 設集合 $A = \{a, b, c, d\}$ ，集合 $B = \{x, y, z\}$ 。若集合 A 之子集合個數有 p 個，集合 B 之子集合個數有 q 個，則 $p - q =$ (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

【課本自我評量】

解答

D

解析

$A = \{a, b, c, d\}$ ，則 $n(A) = 4$

所以 $p = 2^4 = 16$

$B = \{x, y, z\}$ ，則 $n(B) = 3$

所以 $q = 2^3 = 8$

故 $p - q = 16 - 8 = 8$

29. () 擲兩顆公正骰子，則兩骰子點數和為 8 之事件的樣本數是 (A) 2 (B) 5 (C) 8 (D) 12

【課本自我評量】

解答

B

解析

設 A 為點數和為 8 之事件，則

$A = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$

則 $n(A) = 5$

所以點數和為 8 之事件的樣本數為 5

30. () 同時丟擲二枚均勻的硬幣以及一顆公正的骰子，進行試驗，其樣本空間之元素個數共有 (A) 12 個 (B) 16 個 (C) 24 個 (D) 36 個

【課本自我評量】

解答**C****解析**

因為硬幣有正、反兩面，骰子點數有 6 種
所以樣本空間的元素個數為 $2 \times 2 \times 6 = 24$ (個)

31. () 商二甲班有 40 位同學參加期中考試，其中國文及格有 30 人，數學及格有 28 人，兩科皆及格有 20 人，則兩科皆不及格有 (A)2 人 (B)3 人 (C)4 人 (D)5 人

【課本自我評量】**解答****A****解析**

因為國文或數學及格的人數為
 $n(\text{國} \cup \text{數}) = n(\text{國}) + n(\text{數}) - n(\text{國} \cap \text{數}) = 30 + 28 - 20 = 38$
 所以兩科皆不及格的人數為
 $n(\text{全}) - n(\text{國} \cup \text{數}) = 40 - 38 = 2$ (人)

32. () 擲兩顆公正的骰子，出現點數和不小於 9 的機率為 (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{5}{18}$ (D) $\frac{13}{18}$

【課本自我評量】**解答****C****解析**

設樣本空間為 S ，則 $n(S) = 6 \times 6 = 36$
 點數和不小於 9 的事件
 即點數和大於或等於 9 的事件
 $A = \{(3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6),$
 $(6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$
 則 $n(A) = 10$
 故出現點數和不小於 9 的機率
 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

33. () 已知 $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$ ， $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{2}{3}$ ，則 $P(A \cap B) =$
 (A) $\frac{4}{15}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{11}{30}$

【課本自我評量】**解答****D****解析**

因為 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 則 $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
 $= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{15 + 20 - 24}{30}$
 $= \frac{11}{30}$

34. () 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ，則下列何者有誤？ (A) $2 \in A$ (B) $\{1\} \in A$ (C) $\emptyset \subset A$ (D) $\{2, 4\} \subset A$

【super 講義-綜合評量】**解答****B****解析**

$\{1\}$ 是集合 A 中的一子集合，即 $\{1\} \subset A$

35. () 設 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 、 $B = \{3, 5, 7\}$ 、 $C = \{2, 7\}$ ，則下列敘述何者錯誤？ (A) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 (B) $B \cap C = \{7\}$ (C) $A - B = \{1, 2, 4, 6\}$ (D) $A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 5, 6\}$

【super 講義-綜合評量】**解答****D****解析**

$B \cup C = \{2, 3, 5, 7\}$

$$A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{2, 3, 5, 7\} = \{2, 3, 5\}$$

36. () 設字集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 5\}$, 則下列何者正確? (A) A 與 B 不為互斥事件 (B) A 與 B 的和事件為 $\{5\}$ (C) A 與 B 的積事件為 $\{1, 3, 5\}$ (D) A 的餘事件為 $\{0, 4\}$

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} , A = \{1, 2, 3\} , B = \{3, 5\}$$

(A) $A \cap B = \{3\} \neq \emptyset$ 不為互斥事件 (B) A 與 B 的和事件 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$

(C) A 與 B 的積事件 $A \cap B = \{3\}$

(D) A 的餘事件 $A' = \{0, 4, 5\}$

37. () 在 1 到 100 的自然數中, 是 2 或 3 的倍數有幾個? (A) 33 (B) 50 (C) 66 (D) 67

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析

A_2 表 2 的倍數的集合, A_3 表 3 的倍數的集合

$$\text{則 } n(A_2) = 50 , n(A_3) = 33 , n(A_2 \cap A_3) = 16$$

又 2 或 3 倍數, 即 $A_2 \cup A_3$

$$\Rightarrow n(A_2 \cup A_3) = n(A_2) + n(A_3) - n(A_2 \cap A_3) = 50 + 33 - 16 = 67 \text{ (個)}$$

38. () 設某人罰球命中率為 0.4, 若此人連續罰球兩次, 則第二次才進球的機率為 (A) 0.16 (B) 0.24 (C) 0.36 (D) 0.4

【super 講義-綜合評量】

解答

B

解析

\therefore 命中機率為 0.4 \Rightarrow 不命中機率為 $1 - 0.4 = 0.6$

又第二次才進球, 即為第一次不進第二次進

\therefore 所求機率為 $0.6 \times 0.4 = 0.24$

39. () 設一飛彈系統, 在飛彈發射後沒有被反飛彈系統攔截的機率為 $\frac{2}{3}$, 又沒有被攔截的飛彈

其成功擊中目標之機率為 $\frac{3}{4}$, 若發射此飛彈系統之飛彈 1 枚, 則成功擊中目標之機率為

$$(A) \frac{3}{4} \quad (B) \frac{2}{3} \quad (C) \frac{1}{2} \quad (D) \frac{1}{4}$$

【super 講義-綜合評量】

解答

C

解析

$$P(\text{擊中目標}) = P(\text{沒被攔截且成功擊中})$$

$$= P(\text{沒被攔截}) \times P(\text{擊中目標} | \text{沒被攔截}) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

40. () 袋中有七個紅球, n 個白球, 今從袋中一次取出兩個球, 已知此兩球同為紅球的機率為 $\frac{7}{22}$, 則袋中有白球 (A) 5 個 (B) 6 個 (C) 7 個 (D) 8 個

【super 講義-綜合評量】

解答

A

解析

設 S 為樣本空間, 則 $n(S) = C_2^{n+7}$

又 A 表示取出二球同為紅球的事件

$$\Rightarrow n(A) = C_2^7$$

由題意知:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow \frac{C_2^7}{C_2^{n+7}} = \frac{7}{22} \Rightarrow \frac{\frac{7 \times 6}{2 \times 1}}{\frac{(n+7)(n+6)}{2 \times 1}} = \frac{7}{22}$$

$$\Rightarrow (n+7)(n+6) = 132 \Rightarrow n^2 + 13n - 90 = 0$$

$$\Rightarrow (n-5)(n+18) = 0$$

$$\therefore n = 5 \text{ 或 } -18 \text{ (不合)}$$

故袋中有 5 個白球

41. () 小寶在提款時，忘記密碼，但他還記得密碼的四位數中，有兩個 7、一個 8、一個 9，於是他就用這四個數字隨機排成一個四位數輸入提款機嘗試，則只試一次就成功的機率為
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{12}$

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析

二個 7、一個 8、一個 9，為不盡相異物直線排列，

共有 $\frac{4!}{2! \times 1! \times 1!} = 12$ 種（其中只有一種正確的）

故試一次就成功的機率為 $\frac{1}{12}$

42. () 袋中有九個球，分別印有 1、2、3、…、9 等號碼。今自袋中同時任取三個球，設此三球中數字最大者為 x ，則 $x=7$ 之機率為 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{3}{28}$ (D) $\frac{5}{28}$

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析

設 S 為樣本空間，則 $n(S) = C_3^9 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$

且 A 表示三球中數字最大者為 7 之事件

則 $n(A) = C_1^1 \times C_2^6 = 15$ （ C_1^1 表示 7 號必選， C_2^6 表示由 1 ~ 6 號中任選兩個號碼）

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{84} = \frac{5}{28}$$

43. () 今有摸彩券總共 100 張，其中 10 張可得獎，每張彩券被抽出的機率相同，若由甲先抽，乙後抽，則甲乙兩人何者中獎率較高？ (A) 甲 (B) 乙 (C) 一樣 (D) 不一定

【super 講義-綜合評量】

解答

C

解析

設 A 、 B 分別表甲、乙中獎之事件

$$\text{則 } P(A) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

又乙抽中的機率為 $P(\text{甲未中，乙中}) + P(\text{甲中且乙中})$

$$\text{即 } P(B) = P(A' \cap B) + P(A \cap B) = P(A') \times P(B|A') + P(A) \times P(B|A)$$

$$= \frac{90}{100} \times \frac{10}{99} + \frac{10}{100} \times \frac{9}{99} = \frac{1}{10}$$

\therefore 兩人中獎機率一樣

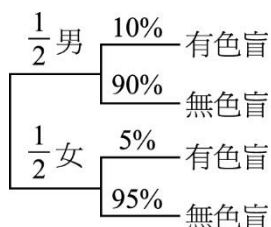
44. () 假設某團體 10% 的男生有色盲，5% 的女生有色盲。在男女人數各半的假設下，從此團體的色盲群中隨機抽取一人，其是男生的機率為何？ (A) 5% (B) 10% (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析



從此團體的色盲群中隨機抽取一人，其是男生的機率為：

$$P(\text{男}) = \frac{\frac{1}{2} \times 10\%}{\frac{1}{2} \times 10\% + \frac{1}{2} \times 5\%} = \frac{2}{3}$$

45. () 投擲二枚硬幣，若均出現正面可得 5 元，若僅有一正面可得 2 元，若無正面扣 1 元，則期望值為 (A) 5 元 (B) 4 元 (C) 3 元 (D) 2 元

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析

$$5 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{2}{4} + (-1) \times \frac{1}{4} = \frac{5+4-1}{4} = 2 \text{ (元)}$$

46. () 同時擲兩顆公正的骰子，則其點數總和的期望值為 (A) $\frac{7}{2}$ (B) 5 (C) $\frac{21}{2}$ (D) 7

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析

$$\text{丟一顆骰子出現點數的期望值為 } 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} = \frac{7}{2}$$

$$\text{故丟 2 顆骰子點數和的期望值為 } 2 \times \frac{7}{2} = 7$$

47. () 一袋中有 5 元硬幣 3 枚、10 元硬幣 2 枚。若每一次硬幣被抽出的機會均等，今自袋中隨機取出 2 枚硬幣，則所取 2 枚硬幣所得金額的期望值為 (A) 13 元 (B) 14 元 (C) 15 元 (D) 16 元

【super 講義-綜合評量】

解答

B

解析

金額	5 + 5 = 10	5 + 10 = 15	10 + 10 = 20
機率	$\frac{C_2^3}{C_2^5}$	$\frac{C_1^3 \times C_1^2}{C_2^5}$	$\frac{C_2^2}{C_2^5}$

$$E = 10 \times \frac{C_2^3}{C_2^5} + 15 \times \frac{C_1^3 \times C_1^2}{C_2^5} + 20 \times \frac{C_2^2}{C_2^5} = 10 \times \frac{3}{10} + 15 \times \frac{6}{10} + 20 \times \frac{1}{10} = 14 \text{ (元)}$$

48. () 擲三枚均勻的硬幣，若出現 x 個正面，則可獲得 $2x$ 元，若皆未出現正面，則輸 8 元，則期望值為 (A) 0 元 (B) 2 元 (C) 4 元 (D) 6 元

【super 講義-綜合評量】

解答

B

解析

正面數 x	0	1	2	3
獲得金額	-8	2	4	6
機率 p	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$\text{期望值 } E = (-8) \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 4 \times \frac{3}{8} + 6 \times \frac{1}{8} = 2 \text{ (元)}$$

49. () 某人同時擲兩顆骰子一次，若點數和為質數，可得 20 元，否則賠 4 元，則他得到錢數的期望值為 (A)4 元 (B)5 元 (C)6 元 (D)7 元

【super 講義-綜合評量】

解答 C

解析

點數和	2	3	5	7	11
個數	1	2	4	6	2

由上表知出現點數和為質數的機率為 $\frac{1+2+4+6+2}{36} = \frac{5}{12}$

故期望值 $= 20 \times \frac{5}{12} + (-4) \times \left(1 - \frac{5}{12}\right) = 6$ (元)

50. () 在某次考試中，有一試題採單選題，而此題有(A)、(B)、(C)、(D)四個選項，其中只有一個選項是正確的。若答對此題可得 4 分，答錯則倒扣 x 分。假設某考生決定「靠運氣瞎猜其中一選項」，為了讓該考生在此題上得分的期望值為 0，則 x 之值為 (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{5}{3}$

【super 講義-綜合評量】

解答 B

解析 猜對的機率為 $\frac{1}{4}$ ，可得 4 分；猜錯的機率為 $\frac{3}{4}$ ，須倒扣 x 分

故期望值為 $4 \times \frac{1}{4} + (-x) \times \frac{3}{4} = 0 \quad \therefore x = \frac{4}{3}$

51. () 某市為了籌措經費而發行公益彩券 1000 張，且決定每張彩券售價為 30 元，其中獎金 1000 元、500 元、100 元的彩券分別有 8 張、20 張、10 張，試問購買一張彩券時，你預期會損失幾元？ (A)9 元 (B)10 元 (C)11 元 (D)12 元

【super 講義-綜合評量】

解答 C

解析 每一張彩券的獎金期望值

$$E = 1000 \times \frac{8}{1000} + 500 \times \frac{20}{1000} + 100 \times \frac{10}{1000} = 19 \text{ (元)}$$

每張彩券售價為 30 元

故每購買一張彩券時預期會損失 $30 - 19 = 11$ 元

52. () 有一家保險公司銷售一年期之高中學生平安保險，保險額為一萬元，保費為 15 元，保險公司根據過去資料顯示，高中學生不會出意外的機率為 0.999，則保險公司獲利的期望值為 (A)2 元 (B)5 元 (C)10 元 (D)12 元

【super 講義-綜合評量】

解答 B

解析 保險公司獲益的期望值為

$$\begin{aligned} & 15 \times 0.999 + (15 - 10000) \times 0.001 \\ &= 15 \times 0.999 + 15 \times 0.001 - 10000 \times 0.001 \\ &= 15 \times (0.999 + 0.001) - 10 = 15 - 10 = 5 \text{ (元)} \end{aligned}$$

53. () 在小於 1000 的正整數中，7 或 11 的倍數共有幾個？ (A)200 (B)220 (C)232 (D)240

【統測歷屆試題】

解答 B

解析 $[x]$ ：表示不大於 x 的最大整數

A_n ：示 n 的倍數之集合，則所求為

$$\begin{aligned} n(A_7 \cup A_{11}) &= n(A_7) + n(A_{11}) - n(A_7 \cap A_{11}) = n(A_7) + n(A_{11}) - n(A_{77}) \\ &= \left\lfloor \frac{1000}{7} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1000}{11} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1000}{77} \right\rfloor = 142 + 90 - 12 = 220 \text{ (個)} \end{aligned}$$

54. () 已知甲、乙兩人同時投資不同股票且兩人的投資互不影響。若甲的獲利機率為 0.5，乙的獲利機率為 0.8，則兩人同時獲利的機率為何？ (A) 0.8 (B) 0.65 (C) 0.5 (D) 0.4

【109 數(B)歷屆試題】

解答

D

解析

令 $P(\text{甲}) = 0.5$ ：表示甲獲利機率

$P(\text{乙}) = 0.8$ ：表示乙獲利機率

$P(\text{兩人同時獲利}) = P(\text{甲} \cap \text{乙})$

\therefore 投資互不影響

\therefore 兩人投資獲利獨立

$\Rightarrow P(\text{甲} \cap \text{乙}) = P(\text{甲}) \times P(\text{乙}) = 0.5 \times 0.8 = 0.4$

55. () 甲生忘了金融卡密碼的最後三個數字 abc ，但他記得 $a < b < c$ ，均為 1、2、3、4、5、6 中的數字，且其和 $a+b+c$ 為 5 的倍數，若甲生依上述條件猜測一組密碼，則甲生猜中的機率為何？ (A) $\frac{1}{30}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$

【108 數(A)歷屆試題】

解答

C

解析

$\therefore a < b < c$ 且 $a+b+c$ 為 5 的倍數

符合條件的 (a, b, c) 情形有：

$$a+b+c=10 \begin{cases} (1, 3, 6) \\ (1, 4, 5) \\ (2, 3, 5) \end{cases}$$

$$a+b+c=15 \begin{cases} (4, 5, 6) \end{cases}$$

共四種情形

\therefore 甲生猜中密碼的機率為 $\frac{1}{4}$ (從 4 種情形中找出 1 種正確的)

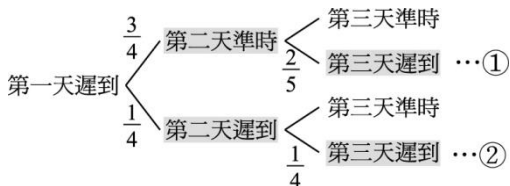
56. () 依過去經驗，某生如果當天第一節上課遲到，隔天第一節上課遲到的機率是 $\frac{1}{4}$ 。如果當天第一節準時上課，隔天第一節上課遲到的機率是 $\frac{2}{5}$ 。若某生星期一第一節上課遲到，則後天星期三第一節上課遲到的機率為何？ (A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{29}{80}$ (D) $\frac{7}{10}$

【107 數(B)歷屆試題】

解答

C

解析



所求為①+②兩種情況

$$\text{即 } \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{6}{20} + \frac{1}{16} = \frac{29}{80}$$

57. () 某麵包店欲招募人力，初選方式需具備烘焙西點丙級證照以及 2 年以上業界經驗，若有 20 個人投履歷，其中僅有 2 人兩條件都不符合，16 人符合證照要求，11 人符合 2 年以

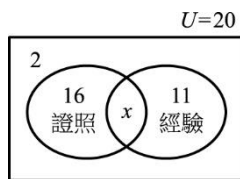
上業界經驗，則從此 20 人隨機選取 1 人，符合初選條件的機率為何？ (A) $\frac{18}{20}$ (B) $\frac{16}{20}$
(C) $\frac{9}{20}$ (D) $\frac{5}{20}$

【107 數(A)歷屆試題】

解答

C

解析



設同時符合的有 x 人，則 $16 + 11 - x = 20 - 2$

$$\Rightarrow 27 - x = 18 \Rightarrow x = 9$$

故所求機率為 $\frac{9}{20}$

58. () 投擲二粒公正骰子，設事件 A 是點數和小於 7 的事件；事件 B 是點數和為 5 的倍數的事件，求 $P(A \cup B) =$

(A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{5}{36}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

【106 數(A)歷屆試題】

解答

D

解析

(I) A ：點數和小於 7 的事件

(和為 2) + (和為 3) + (和為 4) + (和為 5) + (和為 6)

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
		(3,1)	(3,2)	(3,3)
			(4,1)	(4,2)
				(5,1)

$$n(A) = 15, P(A) = \frac{15}{36}$$

(II) B ：和為 5 的倍數

(和為 5) + (和為 10)

(1,4)	(4,6)
(2,3)	(5,5)
(3,2)	(6,4)
(4,1)	

$$n(B) = \frac{7}{36}$$

(III) $A \cap B$ ：即和為 5

$$\text{故 } n(A \cap B) = 4, P(A \cap B) = \frac{4}{36}$$

$$(IV) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{15}{36} + \frac{7}{36} - \frac{4}{36} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

59. () 已知一袋中有大小相同的球共 34 顆，每顆球上有一個號碼，34 顆球的號碼皆不同，分別是 1 至 34 號。今從袋中隨機取出一球，假設每顆球被取到的機會均等，並規定：取出的球號是 5 的倍數時可得 51 元，取出的球號是 7 的倍數時可得 85 元，其他的情況時可得 17 元，則自袋中任取一球，得款的期望值為多少元？ (A) 31 (B) 26.5 (C) 20.5 (D) 19

解答

A

解析

1~34 號中

5 的倍數有 5、10、15、20、25、30 \Rightarrow 共 6 種7 的倍數有 7、14、21、28 \Rightarrow 共 4 種不是 5 也不是 7 的倍數有 $34 - 6 - 4 = 24$ (種)

$$\text{期望值 } E = \frac{6}{34} \times 51 + \frac{4}{34} \times 85 + \frac{24}{34} \times 17 = \frac{1054}{34} = 31 \text{ (元)}$$

60. () 某公司年終尾牙摸彩活動，將 10 顆大小、重量皆相同的球放在袋中，其中有 3 顆紅球、6 顆白球、1 顆金球。假設每顆球被取出的機率相等，每位員工自此袋中取出兩球，給獎規則如下：(1)取出兩球之中有金球者為特獎，可得 20000 元獎金；(2)取出兩球均為白球者為貳獎，可得 2400 元獎金；(3)取出兩球為一紅球、一白球者為參獎，可得 1000 元獎金；(4)取出兩球均為紅球者，則沒有獎金。若依上述規則進行抽獎，則每位員工得到獎金的期望值為多少元？ (A)5200 (B)5400 (C)5600 (D)5800

【106 數(A)歷屆試題】

解答

A

解析

$$\begin{aligned} E &= m_1 p_1 + m_2 p_2 + m_3 p_3 + m_4 p_4 \\ &= 20000 \times \frac{C_1^1 \times C_1^9}{C_2^{10}} + 2400 \times \frac{C_2^6}{C_2^{10}} + 1000 \times \frac{C_1^3 \times C_1^6}{C_2^{10}} + 0 \times \frac{C_2^3}{C_2^{10}} \\ &= 4000 + 800 + 400 = 5200 \text{ (元)} \end{aligned}$$

61. () 設袋中有大小相同的乒乓球 10 個，其中 8 個白色，2 個黃色。今自此袋中任取一個乒乓球，每個乒乓球被取到的機會均等，若取到白色的乒乓球可得 50 元，取到黃色的乒乓球可得 100 元，則任取一個乒乓球可得金額的期望值為多少元？ (A)55 (B)60 (C)65 (D)70

【104 數(A)歷屆試題】

解答

B

解析

	白球	黃球
m	50	100
p	$\frac{8}{10}$	$\frac{2}{10}$

$$\therefore E = m_1 p_1 + m_2 p_2 = 50 \times \frac{8}{10} + 100 \times \frac{2}{10} = 60 \text{ (元)}$$

62. () 同時投擲一粒公正骰子與兩枚均勻硬幣，若兩硬幣均出現正面，則給骰子出現點數的兩倍金額；若兩硬幣出現一正一反，則給骰子出現點數的金額；若兩硬幣均出現反面，則不給錢，求每次投擲所得金額之期望值？ (A)2 (B) $\frac{5}{2}$ (C)3 (D) $\frac{7}{2}$

【103 數(B)歷屆試題】

解答

D

解析

擲兩枚硬幣結果	m_i	p_i
2 正	2, 4, 6, 8, 10, 12	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{6}$
1 正 1 反	1, 2, 3, 4, 5, 6	$\frac{2}{4} \times \frac{1}{6}$

2 反	0	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{6}$
-----	---	----------------------------------

$$\therefore E = (2+4+6+8+10+12) \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} + (1+2+3+4+5+6) \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{6} + 0 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6}$$

$$= \frac{7}{4} + \frac{7}{4} + 0 = \frac{7}{2} \text{ (元)}$$

63. () 集合 $\{(x, y, z) | x^2 + 3y + z = 20, x, y, z \text{ 為自然數}\}$ 之元素個數為 (A)13 組 (B)14 組 (C)15 組 (D)16 組

【龍騰自命題，進階卷】

解答

C

解析

$$(i) x = 1, 3y + z = 19 \rightarrow 6 \text{ 組} \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c|c} y & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline z & 16 & 13 & 10 & 7 & 4 & 1 \end{array}, \text{共 6 組}$$

$$(ii) x = 2, 3y + z = 16 \rightarrow 5 \text{ 組} \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c} y & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline z & 13 & 10 & 7 & 4 & 1 \end{array}, \text{共 5 組}$$

$$(iii) x = 3, 3y + z = 11 \rightarrow 3 \text{ 組} \Rightarrow \begin{array}{c|c|c} y & 1 & 2 & 3 \\ \hline z & 8 & 5 & 2 \end{array}, \text{共 3 組}$$

$$(iv) x = 4, 3y + z = 4 \rightarrow 1 \text{ 組} \Rightarrow \begin{array}{c|c} y & 1 \\ \hline z & 1 \end{array}, \text{共 1 組}$$

$$\therefore 6 + 5 + 3 + 1 = 15 \text{ (組)}$$

64. () 設 $A = \{(t, t-4) | t \text{ 為實數}\}$, $B = \{(2-t, t) | t \text{ 為實數}\}$, 則 $A \cap B =$ (A) $\{(1, -3)\}$ (B) $\{(-3, 5)\}$ (C) $\{(-1, -5)\}$ (D) $\{(3, -1)\}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

D

解析

$$A = \{(t, t-4)\} = \{(x, y)\} \Rightarrow y = x - 4 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$B = \{(2-t, t)\} = \{(x, y)\} \Rightarrow y = 2 - x \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\begin{cases} y = x - 4 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ y = 2 - x \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}, \text{解得 } x = 3, y = -1$$

$$\therefore A \cap B = \{(3, -1)\}$$

65. () 設 A, B 為樣本空間中兩互斥事件，且 $P(A) = \frac{3}{4}$ ，則 $P(A \cap B') =$

$$(A) \frac{1}{6} \quad (B) \frac{2}{3} \quad (C) \frac{3}{4} \quad (D) \frac{3}{28}$$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

因為 A, B 兩事件互斥，所以 $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - 0 = \frac{3}{4}$$

66. () 某職棒球員之打擊率為 3 成，求此球員 5 次打擊，安打 3 次之機率為 (A) $C_3^5 (0.3)^3 (0.7)^2$ (B) $C_3^5 (0.7)^3 (0.3)^2$ (C) $C_3^5 (0.3)^3 (0.7)^2$ (D) $C_3^5 (0.7)^3 (0.3)^2$

【龍騰自命題】

解答

A

解析

打擊率 3 成即安打的機率為 $30\% = 0.3$ ，5 次打擊安打 3 次，未安打 2 次

$$\text{○○○} \times \times \Rightarrow \frac{5!}{3!2!} \times 0.3 \times 0.3 \times 0.3 \times (1-0.3) \times (1-0.3) = C_3^5 \times (0.3)^3 \times (0.7)^2$$

67. () 投擲兩顆公正的骰子，在出現的點數和為 8 之條件下，其中有出現 4 點的機率為 (A) $\frac{1}{36}$

(B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{12}$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

點數和為 8 的情形有 (2, 6)、(3, 5)、(4, 4)、(5, 3)、(6, 2) 等 5 種情形
而其中出現 4 點的情形只有 1 種，故機率為 $\frac{1}{5}$

68. () 擲三枚均勻的硬幣，若出現 x 個正面，則可獲得 $2x$ 元，若皆未出現正面則輸 8 元，則獎金期望值為 (A) 0 元 (B) 2 元 (C) 4 元 (D) 6 元

【龍騰自命題，進階卷】

解答

B

解析

出現 1 個正面的機率為 $\frac{3}{8}$ ，可得 2 元

出現 2 個正面的機率為 $\frac{3}{8}$ ，可得 4 元

出現 3 個正面的機率為 $\frac{1}{8}$ ，可得 6 元

皆未出現正面的機率為 $\frac{1}{8}$ ，要輸 8 元

故獎金期望值為 $\frac{3}{8} \times 2 + \frac{3}{8} \times 4 + \frac{1}{8} \times 6 + \frac{1}{8} \times (-8) = 2$ (元)

69. () 同時擲 3 粒公正的骰子，則其點數總和的期望值為 (A) $\frac{7}{2}$ 點 (B) $\frac{21}{2}$ 點 (C) 21 點 (D) 7 點

【龍騰自命題】

解答

B

解析

擲一顆骰子出現點數的期望值 $= 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} = \frac{7}{2}$ (點)

故擲 3 顆骰子點數和的期望值為 $3 \times \frac{7}{2} = \frac{21}{2}$ (點)

70. () 某人同時擲二粒骰子一次，若點數和為質數，可得 10 元，否則賠 2 元，則他得到錢數的期望值為 (A) 3 元 (B) 4 元 (C) 5 元 (D) 6 元

【龍騰自命題，進階卷】

解答

A

解析

丟二粒骰子出現點數和為質數的機率為 $\frac{1+2+4+6+2}{36} = \frac{5}{12}$

故期望值 $= 10 \times \frac{5}{12} + (-2) \times (1 - \frac{5}{12}) = 3$ (元)

71. () 設盒子內有 1 號球一個，2 號球二個，3 號球三個，4 號球四個，今自盒子中任抽出一球，若抽得 r 號球可得 r 元，試求抽出一球的期望值為 (A) 2 元 (B) 2.5 元 (C) 3 元 (D) 3.5 元

【龍騰自命題，進階卷】

解答

C

解析

$E(x) = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{30}{10} = 3$ (元)

72. () 某人擲一公正骰子，若出現 6 點可得 2000 元，若出現 2 點或 4 點可得 800 元，若出現奇數點，則要付出 400 元，此人獲得獎金的期望值為何？ (A) 400 元 (B) 200 元 (C) 0 元 (D) -200 元

解答

A

解析

$$E(x) = 2000 \times \frac{1}{6} + 800 \times \frac{1}{3} + (-400) \times \frac{1}{2} = 400 \text{ (元)}$$

73. () 若袋中裝有 2 個白球及 3 個紅球，且每球被取出的機率均等。今某人欲自此袋中同時任取 2 個球，若取出 2 個白球可得獎金 50 元，取出 2 個紅球可得獎金 20 元，取出 1 個紅球 1 個白球可得獎金 5 元，則此人可得獎金的期望值為多少元？ (A)10 (B)12 (C)14 (D)18

【龍騰自命題，進階卷】

解答

C

解析

$$\text{取 2 白球} \Rightarrow p_1 = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}, m_1 = 50$$

$$\text{取 2 紅球} \Rightarrow p_2 = \frac{C_2^3}{C_5^2} = \frac{3}{10}, m_2 = 20$$

$$\text{取 1 紅 1 白球} \Rightarrow p_3 = \frac{C_1^3 \times C_1^2}{C_5^2} = \frac{6}{10}, m_3 = 5$$

$$\therefore \text{所求期望值 } E = m_1 p_1 + m_2 p_2 + m_3 p_3 = 50 \times \frac{1}{10} + 20 \times \frac{3}{10} + 5 \times \frac{6}{10} = 14 \text{ (元)}$$

74. () 保險公司銷售一年期的人壽保險給 40 歲的中年人，保費 5000 元，保額 10 萬元，根據統計，40 歲的中年人活到 41 歲的機率為 99%，則保險公司的期望利潤為 (A)5000 元 (B)4000 元 (C)4900 元 (D)3900 元

【龍騰自命題，進階卷】

解答

B

解析

	所有人	死亡
報酬 m	5000	-100000
機率 p	1	$1 - 99\% = 1\%$
$m \times p$	5000	-1000

故期望利潤為 $5000 + (-1000) = 4000$ (元)

75. () 設 $n(A)$ 表示集合 A 的元素個數，若 A 、 B 為二集合，且 $n(A)=5$ ， $n(B)=8$ ， $n(A \cap B)=3$ ，則 $n(A \cup B)=$
(A)10 (B)13 (C)16 (D)7

【隨堂卷】

解答

A

解析

由取捨原理知

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 5 + 8 - 3 = 10$$

76. () 同時擲兩顆公正的骰子，出現點數和大於 10 的機率為 (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

【隨堂卷】

解答

A

解析

設樣本空間為 S ，點數和大於 10 的事件為 A ，則 $n(S)=6 \times 6 = 36$

$$A = \{(5,6), (6,5), (6,6)\}, \text{ 則 } n(A)=3, \text{ 故 } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

77. () 投擲兩顆公正的骰子，在出現點數和為 9 的條件下，兩顆骰子中有一顆出現點數 3 的機

率為 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

【隨堂卷】

解答

C

解析

點數和為 9 的事件 $A = \{(3,6), (4,5), (5,4), (6,3)\}$, $n(A) = 4$

點數和為 9 且出現點數 3 的事件 $A \cap B = \{(3,6), (6,3)\}$, $n(A \cap B) = 2$

$$\text{故所求} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

78. () 若某事件的數學期望值為 5 元，且該事件發生可得報酬為 20 元，則此事件發生的機率為
(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{60}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{20}$

【隨堂卷】

解答

C

解析

$$E = m \times p \Rightarrow 5 = 20 \times p \Rightarrow p = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

79. () 設 A 、 B 、 C 為樣本空間 S 的一個分割，若 $P(A) = \frac{1}{5}$ ， $P(B) = \frac{1}{2}$ ，則 $P(C) =$
(A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{6}{7}$ (D) $\frac{1}{10}$

【隨堂卷】

解答

B

解析

因為 A 、 B 、 C 為 S 的一個分割，所以 $P(A) + P(B) + P(C) = 1$

$$\text{即 } \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + P(C) = 1 \Rightarrow P(C) = \frac{3}{10}$$

80. () 有一個擲骰子遊戲，擲一顆骰子，若出現奇數點可得 60 元，出現偶數點可得 10 元，則擲一次骰子所得金額的期望值為 (A) 70 元 (B) 25 元 (C) 50 元 (D) 35 元

【隨堂卷】

解答

D

解析

點數	奇數點	偶數點
所得(元)	60	10
機率	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$E = 60 \times \frac{1}{2} + 10 \times \frac{1}{2} = 30 + 5 = 35 \text{ (元)}$$

81. () 設袋中有 100 元鈔票 8 張，500 元鈔票 2 張，自袋中任取 1 張鈔票，則所得金額的期望值為 (A) 180 元 (B) 170 元 (C) 190 元 (D) 200 元

【隨堂卷】

解答

A

解析

袋中共 $100 \times 8 + 500 \times 2 = 1800$ (元)，且有 $8 + 2 = 10$ 張鈔票
故平均每張鈔票價值 $1800 \div 10 = 180$ (元)，所以期望值為 180 元

82. () 設 A 、 B 為兩事件，若 $P(B) = \frac{1}{4}$ ， $P(A \cap B) = \frac{1}{7}$ ，則 $P(A|B) =$
(A) $\frac{4}{7}$ (B) $\frac{1}{28}$ (C) $\frac{11}{28}$ (D) $\frac{3}{7}$

解答

A

解析

$$\text{由 } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ 得 } P(A|B) = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{7}$$

83. () 設 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 、 $B = \{1, 3, 5, 7\}$ ，則 $A \cap B =$
 (A) $\{1, 3\}$ (B) $\{2, 4\}$ (C) $\{1, 3, 5\}$ (D) $\{2, 3, 6\}$

【學習卷】

解答

A

解析

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\} \cap \{1, 3, 5, 7\} = \{1, 3\}$$

84. () 某班 45 名同學，在期末考中，數學不及格者有 25 人，英文不及格者有 15 人，數學、英文兩科均不及格者有 10 人，則兩科中恰有一科及格的有 (A) 15 人 (B) 20 人 (C) 25 人 (D) 26 人

【學習卷】

解答

B

解析

只有數學不及格共有 $25 - 10 = 15$ (人)

只有英文不及格共有 $15 - 10 = 5$ (人)

\therefore 兩科中恰有一科及格的有 $15 + 5 = 20$ (人)



85. () 投擲一顆公正骰子的隨機試驗中，設樣本空間為 S ，出現奇數點的事件為 A ，出現點數大於 3 的事件為 B ，則下列何者錯誤？ (A) A 的餘事件 $A' = S - A = \{2, 4, 6\}$ (B) A 與 B 的和事件 $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ (C) A 與 B 的積事件 $A \cap B = \{5\}$ (D) A 、 B 為互斥事件

【學習卷】

解答

D

解析

投擲一顆公正骰子的樣本空間為 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $A = \{1, 3, 5\}$ ， $B = \{4, 5, 6\}$

(A) 正確， $A' = S - A = \{2, 4, 6\}$

(B) 正確， A 與 B 的和事件為 $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6\}$

(C) 正確， A 與 B 的積事件為 $A \cap B = \{5\}$

(D) 錯誤， $\because A \cap B = \{5\} \neq \emptyset$ ， $\therefore A$ 、 B 不為互斥事件

86. () 某工廠在 15 個產品中有 3 個為不良品，今在這 15 個產品中隨機抽出 2 個，則含有不良品的機率為 (A) $\frac{22}{35}$ (B) $\frac{13}{35}$ (C) $\frac{12}{35}$ (D) $\frac{9}{35}$

【學習卷】

解答

B

解析

設 A 為含有不良品的事件

含有不良品的機率 $= 1 - (\text{均不含不良品的機率})$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{C_2^{12}}{C_2^{15}} = 1 - \frac{22}{35} = \frac{13}{35}$$

87. () 袋中有 100 元鈔票 5 張，500 元鈔票 3 張，1000 元鈔票 2 張。阿香今自袋中任取 1 張鈔票，則所得金額的期望值為 (A) 200 元 (B) 300 元 (C) 350 元 (D) 400 元

解答

D

解析

阿香任取 1 張鈔票所得金額的期望值為

$$E = 100 \times \frac{5}{10} + 500 \times \frac{3}{10} + 1000 \times \frac{2}{10} = 400 \text{ (元)}$$

88. () 設袋中有 50 元硬幣 2 個, 10 元硬幣 3 個, 今自袋中任取 2 個, 若每個硬幣取到的機會均等, 則所得金額的期望值為 (A)48 元 (B)50 元 (C)52 元 (D)54 元

【學習卷】

解答

C

解析

分析: 先算任取 1 個硬幣的期望值, 再乘以 2

$$p_1 \text{ (取到 50 元)} = \frac{2}{5}, m_1 = 50$$

$$p_2 \text{ (取到 10 元)} = \frac{3}{5}, m_2 = 10$$

$$\therefore \text{期望值 } E = \left(50 \times \frac{2}{5} + 10 \times \frac{3}{5} \right) \times 2 = (20 + 6) \times 2 = 52 \text{ (元)}$$

89. () 袋中有 5 元硬幣 3 枚、10 元硬幣 4 枚, 已知自袋中任取 1 枚所得金額的期望值為 $\frac{55}{7}$ 元, 則自袋中隨機取出 3 枚硬幣所得金額的期望值為 (A)15 元 (B)20 元 (C) $\frac{165}{7}$ 元 (D)30 元

【學習卷】

解答

C

解析

 \therefore 任取 3 枚的期望值會等於取 1 枚之期望值再乘以 3

$$\text{故所求為 } \frac{55}{7} \times 3 = \frac{165}{7} \text{ (元)}$$

90. () 同時擲出兩顆公正的骰子, 出現點數和為 7 之機率為 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$

【學習卷】

解答

D

解析

設 S 為樣本空間 $\Rightarrow n(S) = 6 \times 6 = 36$ 又設 A 為出現點數和為 7 的事件, 則 $A = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$, $n(A) = 6$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

91. () 某抽屜中有 10 張仟元鈔, 6 張伍百元鈔, 從抽屜中隨機取出兩張鈔票共 1500 元的機率是多少? (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

【110 數(A)歷屆試題】

解答

C

解析

設所求事件為 A , 樣本空間為 S , 則

$$n(A) = C_1^{10} \times C_1^6, n(S) = C_2^{16}$$

$$\text{故所求機率 } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{C_1^{10} \times C_1^6}{C_2^{16}} = \frac{10 \times 6}{16 \times 15} = \frac{1}{2}$$

92. () 已知某校新生的生日都沒有 2 月 29 日, 而其他每個出生日期的可能性均相等, 且新生分班是隨機的。若某新生班級共有 30 位學生, 則該班學生生日皆不同的機率為何? (A)

$$\left(\frac{364}{365}\right)^{29} \quad (\text{B}) 1 - C_2^{30} \times \frac{1}{365} \quad (\text{C}) C_{30}^{365} \times \left(\frac{1}{365}\right)^{30} \quad (\text{D}) P_{30}^{365} \times \left(\frac{1}{365}\right)^{30}$$

【110 數(B)歷屆試題】

解答

D

解析

生日無 2 月 29 日

⇒ 僅考量 365 天之情況選擇

$$P(\text{第 1 位生日}) = \frac{365}{365}$$

$$P(\text{第 2 位生日與前 1 位不同}) = \frac{364}{365}$$

$$P(\text{第 3 位生日與前 2 位不同生日皆不同}) = \frac{363}{365}$$

依此類推

$$P(\text{第 30 位生日與前 29 位不同生日皆不同}) = \frac{336}{365}$$

$$\therefore P(\text{全部 30 位不同生日}) = \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \cdots \times \frac{336}{365} = \frac{P_{30}^{365}}{365^{30}} = P_{30}^{365} \times \left(\frac{1}{365}\right)^{30}$$

93. () 設集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ，則下列何者為真？ (A) $2 \subset A$ (B) $\phi \in A$ (C) $\{3\} \in A$ (D) A 集合共有 16 個子集

【新民高中段考題 light 講義-類題】

解答

D

解析

(A) 錯誤，因為 2 為 A 的元素，所以 $2 \in A$

(B) 錯誤， ϕ 為 A 的子集，所以 $\phi \subset A$

(C) 錯誤， $\{3\}$ 為 A 的子集，所以 $\{3\} \subset A$

(D) 正確， A 的子集共有 $2^4 = 16$ 個

94. () 設集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ，則下列何者為真？ (A) A 的子集有 4 個 (B) $\phi \in A$ (C) $\{2, 3, 4\} \subset A$ (D) $3 \notin A$

【松山家商段考題 light 講義-類題】

解答

C

解析

(A) 錯誤， A 的子集共有 $2^4 = 16$ 個 (B) 錯誤， ϕ 為 A 的子集，所以 $\phi \subset A$

(C) 正確， $\{2, 3, 4\}$ 為 A 的子集，所以 $\{2, 3, 4\} \subset A$

(D) 錯誤，因為 3 為 A 的元素，所以 $3 \in A$

95. () 已知 A 集合有 5 個元素，則 A 有多少個子集？ (A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 64

【員林家商段考題 light 講義-類題】

解答

C

解析

A 的子集共有 $2^5 = 32$ 個

96. () 設某班學生有 32 人，解兩題數學題 A 與 B ，已知答對 A 者有 13 人，答對 B 者有 15 人， A 、 B 兩題均答對者有 6 人，則 A 、 B 兩題均答錯者有幾人？ (A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 7

【松山家商段考題 light 講義-類題】

解答

A

解析

答對 A 或 B 的人所成之集合為 $A \cup B$ ，

$$\text{則 } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 13 + 15 - 6 = 22$$

故 A 、 B 兩題均答錯的有 $32 - 22 = 10$ 人

97. () 投擲一顆公正的骰子，設 A 表示出現點數為偶數的事件， B 表示出現點數為質數的事件，則下列何者錯誤？ (A) $A' = \{1, 3, 5\}$ (B) $B = \{2, 3, 5\}$ (C) $n(A \cap B) = 1$ (D) A 與 B 為互斥事件

解答

D

解析

點數為偶數的事件 $A = \{2, 4, 6\}$ 點數為質數的事件 $B = \{2, 3, 5\}$ (A) 正確, $A' = \{1, 3, 5\}$ (B) 正確, $B = \{2, 3, 5\}$ (C) 正確, 因為 $A \cap B = \{2\}$, 所以 $n(A \cap B) = 1$ (D) 錯誤, 因為 $A \cap B = \{2\}$, 所以 A 與 B 不為互斥事件

98. () 若集合 $A = \{\text{白, 日, 依, 山, 盡}\}$, 則下列何者有誤? (A) $\text{白} \in A$ (B) $\{\text{日}\} \in A$ (C) $\emptyset \subset A$ (D) $\{\text{山, 盡}\} \subset A$

【light 講義-綜合評量】

解答

B

解析

(A) 正確, 因為白為 A 的元素, 所以 $\text{白} \in A$ (B) 錯誤, 因為 $\{\text{日}\}$ 為 A 的子集, 所以 $\{\text{日}\} \subset A$ (C) 正確, \emptyset 為任何集合的子集, 所以 $\emptyset \subset A$ (D) 正確, 因為 $\{\text{山, 盡}\}$ 為 A 的子集, 所以 $\{\text{山, 盡}\} \subset A$

99. () 投擲二枚均勻硬幣, 若均出現正面可得 8 元, 若僅有一正面可得 6 元, 若無正面扣 4 元, 則期望值為 (A) 5 元 (B) 4 元 (C) 3 元 (D) 2 元

【light 講義-綜合評量】

解答

B

解析

投擲二枚硬幣所得的金額為 8 元、6 元、(-4) 元三種, 其對應的機率列表如下:

擲出方向	正正	正反	反反
所得(元) m	8	6	-4
機率 p	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$
$m \times p$	2	3	-1

故期望值 $E = 2 + 3 + (-1) = 4$ (元)

說明: (-4) 元表示須付 4 元

100. () 某人同時擲兩顆公正骰子一次, 若點數和為質數, 可得 24 元, 否則賠 12 元, 則他得到錢數的期望值為 (A) 6 元 (B) 5 元 (C) 4 元 (D) 3 元

【light 講義-綜合評量】

解答

D

解析

擲兩顆公正的骰子, 出現「點數和」與其「出現次數」如下表:

點數和	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
出現次數	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

同時擲兩顆骰子一次所得的金額為 24 元、(-12) 元兩種,

其對應的機率列表如下:

擲出點數和	2, 3, 5, 7, 11	4, 6, 8, 9, 10, 12
所得(元) m	24	-12

機率 p	$\frac{1+2+4+6+2}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$	$1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$
$m \times p$	10	-7

故期望值 $E = 10 + (-7) = 3$ (元)

說明：(-12)元表示賠 12 元