

Exercise 11 參考解答

一、單選題：(100 小題，每題 1 分，共 100 分)

1. () 設 $n > r$ ，排列 $P_r^n = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$ 且 $P_4^{n+2} : P_3^{2n} = 3 : 2$ ，則 $C_2^2 + C_2^3 + \cdots + C_2^n$ 之值為 (A)84 (B)86 (C)88 (D)90

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$[(n+2)(n+1) \times n \times (n-1)] : [2n(2n-1)(2n-2)] = 3 : 2 \text{ 整理得}$$

$$[(n+2)(n+1)] : [2(2n-1)] = 3 : 1$$

$$\Rightarrow n^2 + 3n + 2 = 12n - 6 \Rightarrow n^2 - 9n + 8 = 0 \Rightarrow (n-1)(n-8) = 0$$

$$\Rightarrow n = 8 \text{ 或 } 1 \text{ (不合)}$$

$$\therefore C_2^2 + C_2^3 + C_2^4 + \cdots + C_2^8 = C_3^9 = \frac{9!}{3!6!} = 84$$

2. () 自然數 5040 的所有正因數中，無法被 21 除盡的有 (A)20 個 (B)30 個 (C)40 個 (D)50 個

【龍騰自命題】

解答

C

$$2 \overline{) 5040}$$

$$2 \overline{) 2520}$$

$$2 \overline{) 1260}$$

$$2 \overline{) 630}$$

$$3 \overline{) 315}$$

$$3 \overline{) 105}$$

$$5 \overline{) 35}$$

$$7$$

$$5040 = 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

$$\therefore 5040 \text{ 的正因數個數有 } (4+1)(2+1)(1+1)(1+1) = 60 \text{ 個}$$

$$\text{又 } 21 = 3 \times 7 \text{ 且 } 5040 = (3 \times 7) \times 2^4 \times 3 \times 5$$

$$\therefore 5040 \text{ 正因數中可被 } 21 \text{ 除盡的有 } (4+1)(1+1)(1+1) = 20 \text{ 個}$$

$$\text{故無法被 } 21 \text{ 除盡的有 } 60 - 20 = 40 \text{ 個}$$

3. () $P_3^{10} + P_4^5 =$
(A)840 (B)810 (C)780 (D)750

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$P_3^{10} + P_4^5 = 10 \times 9 \times 8 + 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 720 + 120 = 840$$

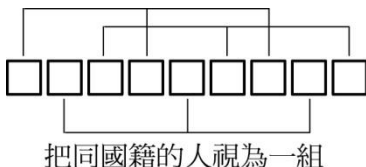
4. () 3 個中國人，3 個美國人，3 個英國人排成一列，同國籍的人中間必須有兩個別國籍的人隔開，則排法有幾種？ (A)432 種 (B)864 種 (C)1296 種 (D)2592 種

【龍騰自命題】

解答

C

解析



同國籍的人皆可互換排列位置

$$\therefore \text{排法} = 3! \times \overbrace{3! \times 3! \times 3!}^{\uparrow} = 1296 \text{種}$$

\uparrow
3組不同國籍排列

5. () 國慶日的表演節目表上原有 6 個節目，若要保有這些節目的相對順序不變，再增加 3 個節目，則節目的安排方法有幾種？ (A) $3!$ (B) $6!$ (C) $\frac{(6+3)!}{3!}$ (D) $\frac{(6+3)!}{6!}$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

由題意可知共有 9 個表演節目，但其中有 6 個節目順序不變，將此 6 個節目視為相同物

$$\therefore \text{排法共有 } \frac{(6+3)!}{6!} \text{ 種}$$

6. () 甲、乙、丙、……等 7 人排成一列，甲、乙必須相鄰，但甲、丙不得相鄰的坐法有幾種？ (A) 960 種 (B) 1440 種 (C) 1200 種 (D) 2880 種

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$5! \times 2! \times P_1^5 = 1200 \text{ (種)}$$

7. () 從 7 人中選出 5 人排成一列，全部坐法有幾種？ (A) 504 (B) 1008 (C) 2520 (D) 3120

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$P_5^7 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520 \text{ 種}$$

8. () 4 男 4 女排成一列，任二女均不相鄰之方法有幾種？ (A) 2880 (B) 1440 (C) 640 (D) 1280

【龍騰自命題】

解答

A

解析

4 男先坐，坐法有 $4! = 24$

再將 4 女插入間隔，方法有 $P_4^5 = 120$

$$\therefore \text{方法有 } 24 \times 120 = 2880 \text{ 種}$$

9. () 將 4 件不同的獎品分給甲、乙、丙、丁四位學生，若甲至少得 1 件，其方法有幾種？ (A) 175 (B) 280 (C) 325 (D) 360

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\text{全部} - \text{甲得 0 件} = 4^4 - 3^4 = 175 \text{ (種)}$$

10. () 4 個人任意搭乘三部計程車，若規定每部計程車至多只能搭載 3 個人，則方法有 (A) 81 種 (B) 78 種 (C) 64 種 (D) 61 種

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$\text{至多只能搭載 3 人} = \text{全部} - \text{搭載 4 人的方法} = 3^4 - 3 = 81 - 3 = 78 \text{ (種)}$$

11. () 5 件不同的禮品任意分給甲、乙、丙、丁 4 人，每人可兼得，甲至少得一件的方法有 (A) 364 種 (B) 480 種 (C) 625 種 (D) 781 種

【龍騰自命題】

解答

D

解析 (甲至少得 1 件) = (任意給法) - (甲均未分得) = $4^5 - 3^5 = 1024 - 243 = 781$ (種)

12. () 將 5 件不同的禮物分給甲、乙、丙三人，則分法有幾種？ (A)125 (B)25 (C)81 (D)243

【龍騰自命題】

解答 D

解析 每件禮物有 3 個人可以選擇
 $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$ (種)

13. () 學校福利社販賣 5 種飲料，有 4 位同學到福利社，若每人選購 1 罐飲料，則 4 位同學共有幾種選法？ (A)1024 (B)20 (C)625 (D)125

【龍騰自命題】

解答 C

解析 每位同學有 5 種飲料可以選擇
 $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ (種)

14. () 有渡船二艘，每艘至多可載 5 人，今有 5 人要渡河，則渡河的方法有幾種？ (A)32 (B)25 (C)10 (D)7

【龍騰自命題】

解答 A

解析 每個人有 2 艘渡船可以選擇
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ (種)

15. () 甲、乙、丙三人玩「黑白黑白我勝利」，以手背為黑，掌心為白，每人可出兩者之一，則可能的結果有 (A)9 種 (B)8 種 (C)6 種 (D)5 種

【龍騰自命題】

解答 B

解析 每個人有黑白兩面可以選擇
 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (種)

16. () 有 5 名學生要爭奪 3 項比賽的錦標，則得到冠軍的可能有 (A)243 種 (B)125 種 (C)15 種 (D)8 種

【龍騰自命題】

解答 B

解析 每項比賽有 5 名學生可以選擇
 $5 \times 5 \times 5 = 125$ (種)

17. () 用「1、2、3、4、5、6、7、8、9」中，任取兩個數相加，其和為偶數的情形有幾種？ (A)14 種 (B)16 種 (C)18 種 (D)20 種

【龍騰自命題】

解答 B

解析 和為偶數 $\Rightarrow \begin{cases} \text{一奇數} + \text{一奇數} : C_2^5 = 10 \\ \text{一偶數} + \text{一偶數} : C_2^4 = 6 \end{cases}$
 $\therefore 10 + 6 = 16$ (種)

18. () $C_2^{12} + C_4^{12} + C_6^{12} + C_8^{12} + C_{10}^{12} + C_{12}^{12}$ 之值為 (A)2048 (B)2047 (C)1024 (D)1023

【龍騰自命題】

解答 B

解析 $C_2^{12} = C_{10}^{12} = 66$, $C_4^{12} = C_8^{12} = 495$, $C_6^{12} = 924$, $C_{12}^{12} = 1$
 $\therefore \text{原式} = 66 \times 2 + 495 \times 2 + 924 + 1 = 2047$

19. () 設 $a = C_1^{10} + C_2^{10} + \cdots + C_{10}^{10}$, $b = C_1^9 + C_3^9 + C_5^9 + C_7^9 + C_9^9$, 則 $a + b =$ (A)1279 (B)1280 (C)1565 (D)1566

解答

A

解析

$$\therefore C_0^{10} + C_1^{10} + C_2^{10} + \cdots + C_{10}^{10} = 2^{10} = 1024$$

$$\therefore a = 1024 - 1 = 1023$$

$$b = \frac{2^9}{2} = 2^8 = 256 \Rightarrow a + b = 1023 + 256 = 1279$$

20. () 平面上有相異的 3 個圓和 5 條直線，至多可形成幾個交點？ (A)15 (B)30 (C)36 (D)46

【龍騰自命題】

解答

D

解析

(i) 圓與圓： $C_2^3 \times 2 = 6$

(ii) 圓與直線： $C_1^3 \times C_1^5 \times 2 = 30$

(iii) 直線與直線： $C_2^5 \times 1 = 10$

$$\therefore \text{平面上 3 個圓，5 條直線，至多可形成 } 6 + 30 + 10 = 46 \text{ 個交點}$$

21. () 自 6 對夫婦中選出 3 人，規定夫婦不得同時被選中的選法有幾種？ (A)160 (B)320 (C)640 (D)1280

【龍騰自命題】

解答

A

解析

即從 6 對中先選 3 對，被選中的每對又可從夫或妻中選一人，故有

$$C_3^6 \times C_1^2 \times C_1^2 \times C_1^2 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \times 2 \times 2 \times 2 = 160 \text{ (種)}$$

22. () $C_{11}^{11} + C_{10}^{11} + C_9^{11} + C_8^{11} + C_7^{11} + C_6^{11} =$
(A)256 (B)512 (C)1024 (D)2048

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$\therefore C_{11}^{11} = C_0^{11}, C_{10}^{11} = C_1^{11}, C_9^{11} = C_2^{11}, C_8^{11} = C_3^{11}, C_7^{11} = C_4^{11}, C_6^{11} = C_5^{11}$$

$$\text{又 } [C_{11}^{11} + C_{10}^{11} + C_9^{11} + C_8^{11} + C_7^{11} + C_6^{11}] + [C_5^{11} + C_4^{11} + C_3^{11} + C_2^{11} + C_1^{11} + C_0^{11}] = 2^{11}$$

$$\therefore C_{11}^{11} + C_{10}^{11} + C_9^{11} + C_8^{11} + C_7^{11} + C_6^{11} = \frac{2^{11}}{2} = 2^{10} = 1024$$

23. () 在 $(x - \frac{1}{x})^9$ 之展開式中， x^3 項之係數為 (A)84 (B)36 (C)-36 (D)-84

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$(x - \frac{1}{x})^9 \text{ 的一般項為 } C_r^9 x^{9-r} (-\frac{1}{x})^r \Rightarrow x^{9-r} \cdot x^{-r} = x^{9-2r} = x^3 \Rightarrow r = 3$$

$$\therefore x^3 \text{ 項之係數為 } C_3^9 \times (-1)^3 = -84$$

24. () $(x^2 + 1) + (x^2 + 1)^2 + \cdots + (x^2 + 1)^{12}$ 展開式中， x^4 項之係數為 (A)143 (B)286 (C)386 (D)486

【龍騰自命題】

解答

B

解析

因為是等比級數，故

$$\text{原式} = \frac{(x^2 + 1)[(x^2 + 1)^{12} - 1]}{(x^2 + 1) - 1} = \frac{(x^2 + 1)^{13} - (x^2 + 1)}{x^2}$$

$$\text{原式中 } x^4 \text{ 項之係數即為 } (x^2 + 1)^{13} \text{ 展開式中 } x^6 \text{ 項} = C_{10}^{13} \times (x^2)^3 \times 1^{10} = 286x^6$$

〈另解〉

$$C_2^2 + C_2^3 + C_2^4 + \cdots + C_2^{12} = C_3^{13} = 286$$

25. () 由 8 件不同的事物，任選 1 件、2 件、……或 8 件的組合總數為 (A)127 (B)128 (C)255 (D)256

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$C_1^8 + C_2^8 + C_3^8 + \cdots + C_8^8 = 2^8 - 1 = 255$$

26. () $(x^2 - \frac{2}{x^3})^{10}$ 展開式中， x^5 項的係數為 (A) - 960 (B)960 (C) - 180 (D)180

【龍騰自命題】

解答

A

解析

$$\text{一般項為 } C_r^{10} (x^2)^{10-r} \left(-\frac{2}{x^3}\right)^r = C_r^{10} (-2)^r x^{20-5r}$$

$$\text{令 } 20 - 5r = 5 \Rightarrow r = 3$$

$$\therefore x^5 \text{ 項的係數為 } C_3^{10} (-2)^3 = 120 \times (-8) = -960$$

27. () 二項式 $(x+y)^n$ 的展開式中，第 6 項的係數與第 10 項的係數相等，則 $n =$ (A)16 (B)15 (C)14 (D)13

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$C_5^n = C_9^n \Rightarrow n = 5 + 9 = 14$$

28. () 將 $(x+2)^{10}$ 展開時， x^7 項之係數為 (A)64 (B)128 (C)256 (D)960

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$(x+2)^{10} \text{ 展開式中的一般項為 } C_r^{10} \times x^{10-r} \times 2^r = C_r^{10} \times 2^r \times x^{10-r}$$

$$\text{令 } 10 - r = 7 \Rightarrow r = 3$$

$$\text{故 } x^7 \text{ 項之係數為 } C_3^{10} \times 2^3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} \times 8 = 960$$

29. () 將 $(x-1)^8$ 展開時， x^7 的係數為 (A) - 6 (B)28 (C) - 8 (D)8

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$$(x-1)^8 \text{ 的一般項為 } C_r^8 x^r (-1)^{8-r}$$

$$x^r = x^7 \Rightarrow r = 7$$

$$x^7 \text{ 的係數為 } C_7^8 (-1)^{8-7} = 8 \times (-1) = -8$$

30. () $C_0^{12} + C_2^{12} + C_4^{12} + \cdots + C_{12}^{12} =$
(A)512 (B)4096 (C)1024 (D)2048

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$$C_0^{12} + C_2^{12} + C_4^{12} + \cdots + C_{12}^{12} = 2^{12-1} = 2^{11} = 2048$$

31. () 將 $(x+y)^7$ 展開時， x^2y^5 的係數為 (A)42 (B)21 (C)7 (D)14

【龍騰自命題】

解答

B

解析

$$(x+y)^7 \text{ 的一般項為 } C_r^7 x^r y^{7-r}$$

$$x^r y^{7-r} = x^2 y^5 \Rightarrow r = 2$$

$$x^2 y^5 \text{ 的係數為 } C_2^7 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

32. () 在 $(x + \frac{3}{x^2})^5$ 的展開式中, x^2 的係數為 (A)45 (B)135 (C)15 (D)90

【龍騰自命題】

解答 C

解析 $(x + \frac{3}{x^2})^5$ 的一般項為 $C_r^5 x^{5-r} (\frac{3}{x^2})^r$
 $x^{5-r} \cdot x^{-2r} = x^{5-3r} = x^2 \Rightarrow r = 1$
 x^2 的係數為 $C_1^5 3^1 = 5 \times 3 = 15$

33. () 某設計科的畢業生舉辦畢業展。今有 F 、 G 、 H 、 J 四幅畫作將採橫向並排掛在同一面牆上, 且 F 作品不能擺在最左邊, 則共有幾種可能排法? (A)9 (B)12 (C)18 (D)24

【課本自我評量】

解答 C

解析 (1)自右邊 3 個位置選 1 個位置將 F 排入
有 3 種方法
(2)再將 G 、 H 、 J 任意排入剩下的 3 個位置
有 $3!$ 種
由乘法原理知: 所求排法共有
 $3 \times 3! = 18$ (種)

34. () 設 P_m^n 表示從 n 個不同的事物中, 任選 m 個排成一列的排列方法, 若 $P_3^{2n} = 20 \times P_2^n$, 則自然數 $n =$
(A)2 (B)3 (C)4 (D)5

【課本自我評量】

解答 B

解析 $P_3^{2n} = 20 \times P_2^n$
則 $(2n) \times (2n-1) \times (2n-2) = 20 \times n \times (n-1)$
即 $2n \times (2n-1) \times 2(n-1) = 20 \times n \times (n-1)$
計算得 $2n-1 = 5$
故 $n = 3$

35. () 甲、乙、丙、丁四人至速食店用餐。若該速食店僅提供三種套餐, 且甲、乙、丙、丁每人皆點一套餐, 則此四人會有多少種點餐方式? (A)7 (B)12 (C)64 (D)81

【課本自我評量】

解答 D

解析 甲、乙、丙、丁四人
每人皆有 3 種套餐可選擇
故點餐方式有 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$ (種)

36. () 已知有紅、黃、藍、白四種顏料。若兩兩依 1:1 等比例調色, 則可調成幾種不同色彩的顏料? (A)3 (B)4 (C)6 (D)8

【課本自我評量】

解答 C

解析 所求即是自 4 種顏料中任選 2 色調色的方法數
故新顏料有 $C_2^4 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (種)

37. () 由 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 中任選取 2 個不同的數字, 其和是偶數的選法有幾種? (A)3 (B)4 (C)5 (D)6

【課本自我評量】

解答 B

解析

奇數：1、3、5

偶數：2、4

和是偶數的情形為：(1)奇+奇 (2)偶+偶

故選法共有 $C_2^3 + C_2^2 = 4$ (種)

38. () 某次數學小考有計算題 5 題與選擇題 10 題，共 15 題。若規定要從此 15 題中任選 5 題作答，且計算題至少選 3 題，則挑選的方法共有幾種？ (A)401 (B)451 (C)501 (D)551

【課本自我評量】

解答

C

解析

挑選的方法為 (3 計 2 選) + (4 計 1 選) + (5 計)

即 $C_3^5 \times C_2^{10} + C_4^5 \times C_1^{10} + C_5^5 = 10 \times 45 + 5 \times 10 + 1 = 501$ (種)

39. () 自 7 位男學生、3 位女學生中，任選 4 人到美國當交換學生。若此 4 人中至少有 1 位女生，則共有多少種選取的方式？ (A)95 (B)135 (C)175 (D)215

【課本自我評量】

解答

C

解析

至少有 1 位女生 = 任意選取 - 皆無女生 = $C_4^{10} - C_4^7$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} - \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= 210 - 35 = 175 \text{ (種)}$$

40. () $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^4$ 展開式中， x^2 項的係數為 (A)-12 (B)12 (C)-24 (D)24

【課本自我評量】

解答

D

解析

$$\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^4 = [2x^2 + (-x^{-1})]^4$$

展開式中的一般項為

$$C_r^4 (2x^2)^{4-r} (-x^{-1})^r = C_r^4 \times 2^{4-r} \times (-1)^r \times x^{8-3r}$$

$$\text{令 } 8 - 3r = 2$$

$$\text{則 } r = 2$$

$$\text{所以 } x^2 \text{ 項的係數為 } C_2^4 \times 2^2 \times (-1)^2 = 24$$

41. () 某時間從臺北到高雄坐高鐵有一種方式，坐火車有自強號、莒光號二種方式可供選擇，坐客運有國光號、統聯、日統三種方式可供選擇，則由臺北到高雄有多少種不同搭乘方式？ (A)3 (B)5 (C)6 (D)7

【super 講義 綜合評量】

解答

C

解析

由加法原理得，搭乘方式共有 $1 + 2 + 3 = 6$ 種

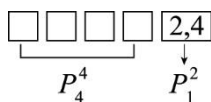
42. () 由 1、2、3、4、5 五個數字，全取排成五位數，數字不許重複，試問偶數有幾個？ (A)12 (B)24 (C)48 (D)120

【super 講義 綜合評量】

解答

C

解析



所以偶數有 $4! \times 2 = 48$ 個

43. () 用 0、1、3、5 四個數字排成四位數，若數字不可重複使用，則可排出幾個能被 5 整除的四位數？ (A)10 (B)12 (C)18 (D)24

解答**A****解析**

(I) 0 不排首位，5 排末位

$$\square\square\square 5 \Rightarrow 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 4 \text{ (個)}$$

(II) 0 排末位

$$\square\square\square 0 \Rightarrow 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6 \text{ (個)}$$

故能被 5 整除的共有 $4 + 6 = 10$ 個

44. () 將 3、3、4、4、9 五個數字排成五位數，則其排法有幾種？ (A)120 (B)60 (C)30 (D)15

【super 講義-綜合評量】

解答**C****解析**排成五位數排法共有 $\frac{5!}{2! \times 2!} = 30$ 種

45. () 由 0、1、2、3、4 中任取相異三數作成三位數，則大於或等於 320 的三位數共有多少個？ (A)24 (B)22 (C)20 (D)18

【super 講義-綜合評量】

解答**D****解析**

$$4\square\square \Rightarrow 1 \times 4 \times 3 = 12$$

$$32\square \Rightarrow 1 \times 2 \times 3 = 6$$

 \therefore 所求共有 $12 + 6 = 18$ 個

46. () 由 0、1、2、3、4、5、6 中任取相異三數作成三位數，則不小於 340 的有多少個？ (A)105 (B)120 (C)165 (D)210

【super 講義-綜合評量】

解答**A****解析**

分析：分成「百位數為 3」與「百位數為 4、5、6」兩種情況來討論

$$(I) \text{百位數為 } 3 \Rightarrow \begin{array}{c} 3 \quad \square \quad \square \\ \uparrow \\ \text{可排 } 4、5、6 \end{array}$$

有 $1 \times 3 \times P_1^5 = 15$ 個三位數

$$(II) \text{百位數為 } 4、5、6 \Rightarrow \begin{array}{c} \square \quad \square \quad \square \\ \uparrow \\ \text{可排 } 4、5、6 \end{array}$$

有 $3 \times P_2^6 = 3 \times 6 \times 5 = 90$ 個三位數 \therefore 由加法原理知：不小於 340 的三位數共有 $15 + 90 = 105$ 個

47. () 將 5 件不同的禮物送給甲、乙、丙三人，任意分有幾種方法？ (A)20 (B)60 (C)125 (D)243

【super 講義-綜合評量】

解答**D****解析**

每件獎品均有 3 個選擇

故共有 $3^5 = 243$ 種分法

48. () 將 5 件不同的禮物送給甲、乙、丙三人，若甲至少得一件的分法有幾種？ (A)243 (B)211 (C)125 (D)35

【super 講義-綜合評量】

解答**B****解析**甲至少得一件分法 = (任意分) - (甲均未分到) = $3^5 - 2^5 = 243 - 32 = 211$ (種)

49. () 若將 4 封不同的信投入 5 個郵筒，則共有幾種投遞法？ (A)9 (B)20 (C)4⁵ (D)5⁴

【super 講義-綜合評量】

解答**D**

解析 因為4封不同的信，每封信均有5個郵筒可選擇
故共有 $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$ 種投遞法

50. () 若平面上有八點構成一八邊形，則其對角線共有幾條？ (A)20 (B)22 (C)24 (D)26

【super 講義-綜合評量】

解答 A

解析 $C_2^8 - 8 = 28 - 8 = 20$ (條)

51. () 平面上相異10點，若其中4點在同一直線上，其餘任三點均不共線，則此10點共可決定多少條直線？ (A)10 (B)20 (C)30 (D)40

【super 講義-綜合評量】

解答 D

解析 $C_2^{10} - C_2^4 + 1 = \frac{10!}{8!2!} - \frac{4!}{2!2!} + 1 = 45 - 6 + 1 = 40$ (條)

52. () 平面上相異10點，若其中4點在同一直線上，其餘任三點均不共線，則此10點共可決定多少個三角形？ (A)116 (B)106 (C)96 (D)86

【super 講義-綜合評量】

解答 A

解析 $C_3^{10} - C_3^4 = \frac{10!}{7!3!} - \frac{4!}{1!3!} = 120 - 4 = 116$ (個)

53. () 71^{72} 除以100之餘數為何？ (A)11 (B)21 (C)31 (D)41

【super 講義-綜合評量】

解答 D

解析 分析： $(1+x)^n = C_0^n x^0 + C_1^n x^1 + C_2^n x^2 + \cdots + C_n^n x^n$

利用二項式定理：

$$71^{72} = (1+70)^{72} = C_0^{72} + C_1^{72} \times 70 + C_2^{72} \times 70^2 + \cdots + C_{72}^{72} \times 70^{72}$$

$\therefore C_2^{72} \times 70^2 + \cdots + C_{72}^{72} \times 70^{72}$ 為100的倍數

$$\text{又 } C_0^{72} + C_1^{72} \times 70 = 1 + 5040 = 5041$$

$\therefore 71^{72}$ 除以100的餘數為5041÷100的餘數，亦即41

54. () 甲、乙、丙三人至速食店用餐。若該速食店僅提供三種套餐，且甲、乙、丙每人皆點一套餐，則此三人會有多少種點餐方式？ (A)6 (B)9 (C)18 (D)27

【104 數(B)歷屆試題】

解答 D

解析 甲、乙、丙三人，每人皆有3種套餐可選擇

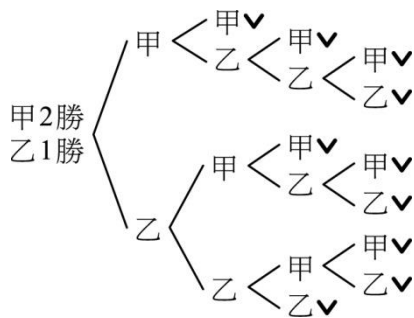
故方法數為 $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$ 種

55. () 設甲、乙兩班比賽棒球，規則是以先取得四勝者為勝方，且每場比賽皆有勝負。若現已賽畢三場，甲班以二勝一負取得優勢，則往後有幾種可能賽事序列來決定勝方？ (A)8 (B)9 (C)10 (D)11

【102 數(A)歷屆試題】

解答 C

解析 畫出樹狀圖，分析如下：



∴ 共10種

56. () 將 0、0、2、2、9、9、9、9 八個數字全取，排成一列，可得幾個不同的八位數？ (A) 155 (B) 210 (C) 315 (D) 420

【統測歷屆試題】

解答

C

解析

八個數字有二個 0，二個 2，四個 9

$$\text{所求} = (\text{任意排}) - (0 \text{ 排首位}) = \frac{8!}{2!2!4!} - \frac{7!}{2!4!} = 420 - 105 = 315 \text{ (個)}$$

57. () 某速食店之飲料區提供 4 種飲料。現有甲、乙、丙 3 人拿杯子到飲料區裝盛飲料，每人可任意選擇一種飲料，3 人的飲料可相同或不同，則 3 人裝盛的結果有多少種可能？ (A) 64 (B) 27 (C) 12 (D) 7

【統測歷屆試題】

解答

A

解析

甲、乙、丙 3 人，每人均有 4 種選擇

由乘法原理知：共有 $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$ 種

58. () 某自助餐店提供 80 元的便當，便當中除了白米飯之外，還包含一種主菜及三種不同的配菜。若今日提供的主菜有雞腿、排骨、魚排 3 種，另有 8 種不同的配菜，則共可搭配出多少種不同組合的 80 元便當？ (A) 59 (B) 112 (C) 168 (D) 210

【106 數(B)歷屆試題】

解答

C

解析

主菜： $C_1^3 = 3$

$$\text{配菜：} C_3^8 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3!} = 56$$

由乘法原理知：便當組合共有 $3 \times 56 = 168$ 種

59. () 從 7 位男生、3 位女生中，任選 4 人到醫院實習。若此 4 人中至少有 1 位女生，則共有多少種選取的方式？ (A) 95 (B) 135 (C) 175 (D) 215

【104 數(A)歷屆試題】

解答

C

解析

至少有 1 位女生

$$\begin{aligned} &= (\text{任意選}) - (\text{皆無女生}) = C_4^{10} - C_4^7 \\ &= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} - \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210 - 35 = 175 \text{ (種)} \end{aligned}$$

60. () 小明、小華與其他兩位同學負責打掃教室。若兩人一組，則小明與小華不同組的分組結果有多少種？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【統測歷屆試題】

解答

B

解析

設小明、小華與 A、B 兩位同學打掃，則分組結果為

(I) (小明, A)，(小華, B)

(II)(小明, B), (小華, A)

共 2 種分組結果

61. () 關於 $\left(x - \frac{2}{x}\right)^8$ 展開式中, 下列敘述何者正確? (A) 常數項為 1160 (B) x^2 項係數為 -448
(C) x^4 項係數為 -112 (D) x^{-8} 項係數為 -256

【103 數(C)歷屆試題】

解答

B

解析

$\left(x - \frac{2}{x}\right)^8$ 展開式中的一般項為

$$C_k^8 \times x^{8-k} \times \left(\frac{-2}{x}\right)^k = C_k^8 \times (-2)^k \times x^{8-k} \times \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_k^8 \times (-2)^k \times (x)^{8-2k}$$

(A) 令 $8-2k=0 \Rightarrow k=4$

則常數項為 $C_4^8 \times (-2)^4 = 70 \times 16 = 1120$

(B) 令 $8-2k=2 \Rightarrow k=3$

則 x^2 項係數為 $C_3^8 \times (-2)^3 = 56 \times (-8) = -448$

(C) 令 $8-2k=4 \Rightarrow k=2$

則 x^4 項係數為 $C_2^8 \times (-2)^2 = 28 \times 4 = 112$

(D) 令 $8-2k=-8 \Rightarrow k=8$

則 x^{-8} 項係數為 $C_8^8 \times (-2)^8 = 1 \times 256 = 256$

62. () 連續丟一個骰子兩次, 出現點數和大於 10 的情形共有 (A) 3 種 (B) 4 種 (C) 5 種 (D) 10 種

【隨堂卷】

解答

A

解析

點數和大於 10, 即點數和為 11 或 12

點數和為 11 $\Rightarrow (5,6), (6,5)$, 有 2 種

點數和為 12 $\Rightarrow (6,6)$, 有 1 種

故共有 $2+1=3$ (種)

63. () 山路 5 條, 甲、乙 2 人由不同的路上、下山, 則全部方法有 (A) 260 種 (B) 280 種 (C) 320 種 (D) 400 種

【龍騰自命題, 進階卷】

解答

D

解析

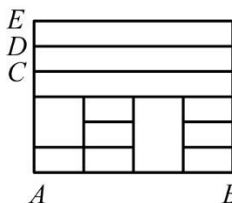
甲 乙

上山 $\Rightarrow 5 \times 4 = 20$

下山 $\Rightarrow 5 \times 4 = 20$

故全部方法有 $20 \times 20 = 400$ 種

64. () 如圖, 若規定由 A 到 B 只能遵循 \uparrow 、 \rightarrow 、 \downarrow 三種方向, 則全部有多少種走法?



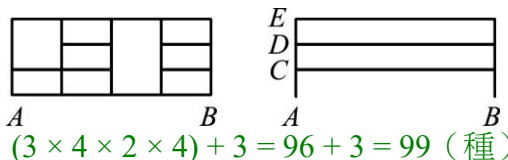
- (A) 96 種 (B) 97 種 (C) 98 種 (D) 99 種

【龍騰自命題, 進階卷】

解答

D

解析



65. () 100 元鈔 3 張、500 元鈔 3 張、1000 元鈔 4 張，每次至少取 1 張付款，則可配成多少種不同的款項？ (A)47 種 (B)48 種 (C)79 種 (D)80 種

【龍騰自命題】

解答

A

解析

\therefore 500 元 2 張相當於 1000 元
 \therefore 原題視為 100 元 3 張、500 元 1 張、1000 元 5 張
 $(3 + 1) \times (1 + 1) \times (5 + 1) - 1 = 47$ (種)

66. () 用 1、2、3、4 四個數字排成一四位數(數字不可重複)，則全部四位數之總和為 (A)44440 (B)55550 (C)66660 (D)77770

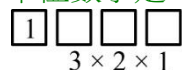
【龍騰自命題，進階卷】

解答

C

解析

千位數字是 1 的情形有 6 種，是 2、3、4 的情形也均是 6 種



同理百位、十位、個位是 1、2、3、4 的情形均 6 種

\therefore 總和 $= (1 + 2 + 3 + 4) \times (1000 + 100 + 10 + 1) \times 6 = 66660$

67. () 依下列各條件將甲、乙、丙、丁、戊等五人排成一列，何種條件下的排法最多？ (A) 甲、乙相鄰 (B) 丙、丁不相鄰 (C) 戊排首位 (D) 乙不排首位

【龍騰自命題，進階卷】

解答

D

解析

(A) $4! \times 2! = 48$ (B) $P_2^4 \times 3! = 72$
 (C) $4! = 24$ (D) $5! - 4! = 120 - 24 = 96$

68. () 甲、乙、丙、丁 4 人任選排成一列之七個座位中的四個相連座位，全部方法有 (A)840 種 (B)240 種 (C)120 種 (D)96 種

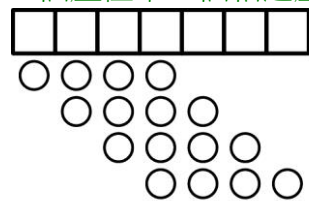
【龍騰自命題】

解答

D

解析

七個座位中四個相連座位有 4 種



$4 \times 4! = 4 \times 24 = 96$ (種)

↓
4 人可互換

69. () 三位正整數中，恰含有一個數字 2 的有 (A)220 個 (B)225 個 (C)240 個 (D)262 個

【龍騰自命題，進階卷】

解答

B

解析

(I) 百位數字為 2 的個數有 $9 \times 9 = 81$ 個(數字可重複)
 (II) 十位數字與個位數字為 2 的個數均為 $8 \times 9 = 72$ (個)(0 不可為百位)
 $\therefore 81 + 72 + 72 = 225$ (個)

70. () 4 人同時猜拳，每人可出「剪刀」、「石頭」、「布」三者之一，則可能的結果有 (A) P_3^4 種 (B) 4^3 種 (C) 3^4 種 (D) $4! - 3!$ 種

解答

C

解析

每人有 3 種選擇，即 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ (種)

71. () 用 0~9 十個數字設置一個四位數字密碼，數字可重複使用，則共可產生幾組密碼？
(A) 10^4 (B) 9^4 (C) 9×10^3 (D) 10×9^3

【龍騰自命題】

解答

A

解析



$$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4 \text{ (組)}$$

72. () $C_0^3 + C_1^4 + C_2^5 + C_3^6 + \cdots + C_{15}^{18}$ 之值為 (A) 3360 (B) 3680 (C) 3720 (D) 3876

【龍騰自命題】

解答

D

解析

由巴斯卡定理 $C_{m-1}^{n-1} + C_m^{n-1} = C_m^n$ ($1 \leq m \leq n-1$)

$$\text{得原式 } C_{15}^{19} = C_4^{19} = 3876$$

73. () 設 n, r 為自然數， $r \leq n$ ，若 $P_r^n = 720$ ， $C_r^n = 120$ ，則 $n + r =$ (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15

【龍騰自命題，進階卷】

解答

B

解析

$$P_r^n = 720 \Rightarrow \frac{n!}{(n-r)!} = 720 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$C_r^n = 120 \Rightarrow \frac{n!}{r!(n-r)!} = 120 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \div \textcircled{2} \quad r! = 6, r = 3, n = 10$$

$$\therefore n + r = 13$$

74. () $(\frac{a}{x^2} - \sqrt{3}x)^6$ 展開後常數項的係數為 270，則 $a =$ (A) $\pm\sqrt{7}$ (B) $\pm\sqrt{5}$ (C) $\pm\sqrt{3}$ (D) $\pm\sqrt{2}$

【龍騰自命題，進階卷】

解答

D

解析

$$(\frac{a}{x^2} - \sqrt{3}x)^6 \text{ 的一般項為 } C_r^6 (\frac{a}{x^2})^r (-\sqrt{3}x)^{6-r} \Rightarrow x^{-2r} \cdot x^{6-r} = x^{6-3r} = x^0 \Rightarrow r = 2$$

$$\text{常數項係數} = C_2^6 \times a^2 \times (-\sqrt{3})^4 = 270 \Rightarrow 15 \times a^2 \times 9 = 270 \Rightarrow a^2 = 2$$

$$\therefore a = \pm\sqrt{2}$$

75. () $1 + 2 \times C_1^n + 2^2 \times C_2^n + \cdots + 2^n \times C_n^n =$
(A) 2^n (B) 3^n (C) 4^n (D) 5^n

【龍騰自命題，進階卷】

解答

B

解析

$$\text{由 } (1+x)^n = C_0^n + C_1^n x + C_2^n x^2 + \cdots + C_n^n x^n$$

$$\text{令 } x = 2 \text{ 可得 } 1 + 2 \times C_1^n + 2^2 \times C_2^n + \cdots + 2^n \times C_n^n = 3^n$$

76. () 連續丟一個骰子兩次，第一次出現點數小於 3，第二次出現點數為奇數的情形有 (A) 5 種 (B) 8 種 (C) 9 種 (D) 6 種

【隨堂卷】

解答

D

解析

第一次點數小於 3，即點數 1、2，有 2 種

第二次點數為奇數，即點數 1、3、5，有 3 種

故兩次搭配共有 $2 \times 3 = 6$ (種)

77. () 已知 $108 = 2^2 \times 3^3$ ，則108的正因數有 (A)6個 (B)10個 (C)12個 (D)14個

【隨堂卷】

解答

C

解析

$108 = 2^2 \times 3^3$ 的正因數有 $(2+1) \times (3+1) = 3 \times 4 = 12$ (個)

78. () 下列選項何者正確？ (A) $3! = 3$ (B) $5! = 120$ (C) $6! = 700$ (D) $7! = 7 \times 6 \times 4!$

【隨堂卷】

解答

B

解析

(A)錯誤， $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ (B)正確， $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (C)錯誤， $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ (D)錯誤， $7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 7 \times 6 \times 5!$

79. () 有四個好朋友在三叉路口話別後，同時離開，則他們離開的可能走法有 (A)64種 (B)81種 (C)7種 (D)12種

【隨堂卷】

解答

B

解析

每個人都有三條路可選，有4個人
 $\Rightarrow 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ (種)

80. () 有三件不同的玩具，全部分給甲、乙、丙3人，若甲至少得一件，則分法有 (A)19種 (B)27種 (C)12種 (D)9種

【隨堂卷】

解答

A

解析

甲至少得一件，即全部情形扣掉只分給乙、丙2人的情形
 $\Rightarrow 3^3 - 2^3 = 27 - 8 = 19$ (種)

81. () 若 $C_4^{11} = \frac{P_4^{11}}{t}$ ，則 t 之值為 (A)4 (B)6 (C)24 (D)12

【隨堂卷】

解答

C

解析

$C_4^{11} = \frac{P_4^{11}}{4!} \Rightarrow t = 4! = 24$

82. () $(x+y)^5$ 的二項展開式共有 (A)2項 (B)4項 (C)5項 (D)6項

【隨堂卷】

解答

D

解析

$(x+y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$
共有6項

83. () 展開 $(1-x)^3$ 得 (A) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ (B) $x^3 + 3x^2 - 3x - 1$ (C) $1 - 3x + 3x^2 - x^3$ (D) $1 + 3x - 3x^2 - x^3$

【隨堂卷】

解答

C

解析

$(1-x)^3 = (1-x)(1-x)^2 = (1-x)(1-2x+x^2) = 1-3x+3x^2-x^3$

84. () $C_1^7 + C_3^7 + C_5^7 + C_7^7 =$
(A)32 (B)64 (C)128 (D)28

【隨堂卷】

解答

B

解析

$C_1^7 + C_3^7 + C_5^7 + C_7^7 = 2^{7-1} = 2^6 = 64$

85. () 書架上有3本不同的漫畫，5本不同的雜誌，6本不同的小說，從書架上任取一本，有多少種不同的取法？ (A)14 (B)20 (C)30 (D)120

解答

A

解析

∵ 只取一本，∴ 由加法原理知：
共有 $3+5+6=14$ 種不同的取法

86. () 三位數中，個位數為 5 者，共有多少個？(數字不可重複) (A)64 (B)81 (C)90 (D)729

【學習卷】

解答

A

解析

$\square\square 5 \Rightarrow 0$ 不可排首 \Rightarrow 百位先排 $\Rightarrow 8 \times 8 \times 1 = 64$ (個)

87. () 設 n 為正整數，且 $4! \times n = 7!$ ，則 $n =$
(A)50 (B)110 (C)200 (D)210

【學習卷】

解答

D

解析

$4! \times n = 7 \times 6 \times 5 \times 4!$
故 $n = 7 \times 6 \times 5 = 210$

88. () 將「success」一字中所有的字母重新排列，有幾種不同的排法？ (A)120 (B)210 (C)420 (D)720

【學習卷】

解答

C

解析

「success」一字中共有 7 個字母
其中「s」有 3 個，「c」有 2 個，「u」有 1 個，「e」有 1 個
利用不盡相異物的排列，得排法有 $\frac{7!}{3!2!1!1!} = \frac{5040}{12} = 420$ (種)

89. () 誠誠的媽媽要設定一組 4 位數的手機密碼，每位數均有 0、1、2、…、9 可以選，請問誠誠的媽媽有幾組可能的密碼？ (A) $10 \times 10 \times 10 \times 10$ (B) $9 \times 9 \times 9 \times 9$ (C) $10 \times 9 \times 8 \times 7$ (D) $9 \times 8 \times 7 \times 6$

【學習卷】

解答

A

解析

∵ 每位數均有 10 個選擇
∴ 共有 $10 \times 10 \times 10 \times 10$ (組)

90. () 以 0、0、0、1、1、1、2、2 八個數字作八位數，共可作成幾個八位數？ (A)345 (B)350 (C)360 (D)390

【學習卷】

解答

B

解析

八位數的個數 = (任意排) - (0 排首)
 $= \frac{8!}{3!3!2!} - \frac{7!}{2!3!2!} = 560 - 210 = 350$ (個)

91. () 設由甲地到乙地有 6 條路可走，由乙地到丙地有 4 條路可走，某人由甲地經乙地到丙地，共有幾條不同的路可走？ (A)10 條 (B)16 條 (C)20 條 (D)24 條

【龍騰自命題】

解答

D

解析

$6 \times 4 = 24$ (條)

92. () $(a+b+c)(p+q)(x+y+z+u)$ 乘開後，共可得多少個不同的項？ (A)9 個 (B)10 個 (C)11 個 (D)24 個

【龍騰自命題】

解答

D

解析 $3 \times 2 \times 4 = 24$ (個)

93. ()連擲一骰子 3 次，第一次出現點數小於 5，後 2 次均出現奇數點的情形有 (A)9 種 (B)36 種 (C)45 種 (D)54 種

【龍騰自命題】

解答 B

解析 $4 \times 3 \times 3 = 36$ (種)

94. ()在電腦的語言上，一字元組是由 0 和 1 組成的一連串 8 個數字，例如：10110101，01101101 是 2 個字元組，則共有幾個不同的字元組？ (A)127 組 (B)128 組 (C)255 組 (D)256 組

【龍騰自命題】

解答 D

解析 $2^8 = 256$ (組)

95. ()某棒球場共有 5 個門，規定進出不可經由同一個門，若建仔進出棒球場一次，共有多少種走法？ (A)25 種 (B)20 種 (C)10 種 (D)9 種

【龍騰自命題】

解答 B

解析 $5 \times 4 = 20$ (種) (進 5 種，出 4 種)

96. () $C_0^2 + C_3^3 + C_4^5$ 之值為何？ (A)3 (B)6 (C)7 (D)13

【南港高工段考題 light 講義-類題】

解答 C

解析 $C_0^2 + C_3^3 + C_4^5 = \frac{2!}{0!2!} + \frac{3!}{3!0!} + \frac{5!}{4!1!} = 1 + 1 + 5 = 7$

97. ()將 $(a+b+c)(d+e+f+g)$ 展開後，共有幾個不同的項？ (A)7 (B)8 (C)10 (D)12

【light 講義-綜合評量】

解答 D

解析 由 a 、 b 、 c 中選 1 項和 d 、 e 、 f 、 g 中選 1 項搭配
則有 $3 \times 4 = 12$ 種不同的項

98. ()探險時，將甲、乙、丙、丁、戊五人排成一列，甲必排首位，排法有幾種？ (A)24 (B)12 (C)6 (D)4

【light 講義-綜合評量】

解答 A

解析 將剩餘 4 人全取排成一列
其方法數有 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (種)

99. ()四位數的正整數中，末位數為 8 者，共有幾個？ (A)899 (B)900 (C)910 (D)1000

【light 講義-綜合評量】

解答 B

解析 0 不可排首位，8 排末位

$\square \square \square 8$

$9 \times 10 \times 10 \times 1 = 900$ (個)

100. ()平面上有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 六個點，其中任意三點不共線，則此六個點可以決定幾個不同的三角形？ (A)15 (B)25 (C)10 (D)20

【light 講義-綜合評量】

解答 D

解析 因為三個點可以決定一個三角形

由六個點當中，任選 3 個點

選法共有 $C_3^6 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$ (種)