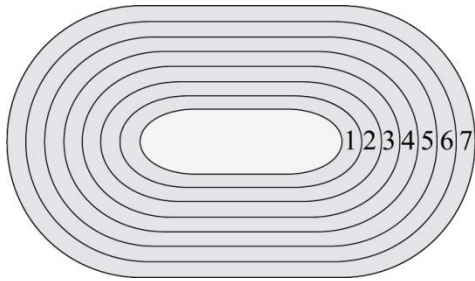


統測數學 Exercise 7

一、單選題：(100 小題，每題 1 分，共 100 分)

1. () 二數分別為 3、12，若二數的等比中項為 b ，則 $b^2 =$
(A)15 (B)28 (C)21 (D)36
2. () 一等比數列 $\langle a_n \rangle$ ，已知第 2 項為 1，第 5 項為 $-\frac{1}{27}$ ，則第 6 項 $a_6 =$
(A) $\frac{1}{81}$ (B) $-\frac{1}{81}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $-\frac{1}{9}$
3. () 等比數列 $-3\sqrt{2}, 6, -6\sqrt{2}, 12, \dots$ 的公比為何？ (A) $-2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $-\sqrt{2}$
4. () 若 $x+7$ 和 $2x-5$ 的等差中項為 10，計算 $x =$
(A)18 (B)6 (C)4 (D)-12
5. () 設一等差數列的首項為 -10，公差為 5，則第 10 項為何？ (A)30 (B)35 (C)40 (D)45
6. () 已知某田徑場地如圖所示，最內圈的 1 號跑道長度為 400 公尺，每往外一圈其跑道長度就增加 $7\frac{2}{3}$ 公尺。試問從最內圈開始的 7 個跑道總長度最接近以下哪一個答案？



- (A)2800 公尺 (B)2960 公尺 (C)3100 公尺 (D)3250 公尺
7. () 已知某種傳染病的特性是感染者經由接觸其他未感染者後，最多傳染 3 人，也就是一個感染者經由第一輪接觸他人後，連同自己最多 4 人感染，這些感染者經由第二輪接觸他人後，最多共有 16 位感染者，以此類推；則從第一個感染者開始，最快經由幾輪傳播後，感染者會達到 100 萬人？ (A)10 (B)9 (C)8 (D)7
 8. () 在 -3 與 -768 之間插入三個數，使此五個數成等比數列，則公比為 (A)4 (B)-4 (C) ± 4 (D)3
 9. () 一等比數列首項為 2，末項為 4374，和為 6560，則公比為 (A)9 (B)2 (C)3 (D)6
 10. () 若 $a, b, 3, c, d$ 五個數成等比數列，則 $abcd$ 之值為 (A)27 (B)81 (C)243 (D)54
 11. () $9 + 99 + 999 + 9999 + 99999$ 之和為 (A)111105 (B)11115 (C)111115 (D)11105
 12. () 已知四個正數 a, b, c, d 為等比數列，若 $a + b = 8, c + d = 72$ ，則公比為 (A)2 (B)4 (C)3 (D)9
 13. () 設 a, b, c, d 四正數為等比數列，若 $a + b = 8, c + d = 200$ ，則公比為 (A)3 (B)4 (C)5 (D)6
 14. () 等比級數 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ 前 6 項的和為 (A)1 (B) $1 - (\frac{1}{2})^6$ (C) $1 - (\frac{1}{2})^7$ (D)2
 15. () 於 5 與 25 之間插入四個數，使成等差數列，則此數列的第 3 項為 (A)12 (B)13 (C)14 (D)15
 16. () 由 101 到 200 之間所有 3 的倍數之總和等於 (A)3750 (B)4150 (C)4550 (D)4950
 17. () 於 5 與 93 之間插入七個數，使其為等差數列，則插入七個數之和為 (A)336 (B)343 (C)350 (D)357
 18. () 設一等差數列的第 3 項為 6，第 6 項為 27，則其第十項等於 (A)48 (B)55 (C)62 (D)69

19. () 等差級數 $1+3+5+\cdots+21$ 之和為 (A)100 (B)231 (C)121 (D)242
20. () 設 a 、 b 、 c 三個數均為正實數，且已知 $a+c=36$ ，若 a 、 b 、 12 三數成等差數列，且 2 、 b 、 c 三數成等比數列，則下列敘述何者有誤？ (A) $b+c=32$ (B) $a+b=12$ (C) $b^2=2c$ (D) $2b=a+12$
21. () 設七個實數 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ 成等比數列，公比為 r 。若 $a_1+a_2=2$ 且 $a_6+a_7=486$ ，則 $r=$
(A)3 (B)4 (C)6 (D)9
22. () 已知 $S_n = 1\frac{1}{1} + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + \cdots + \left(n + \frac{1}{2^{n-1}}\right)$ ，則 S_{10} 之值為何？ (A) $56\frac{511}{512}$ (B) $56\frac{1023}{1024}$ (C) $57\frac{511}{512}$ (D) $57\frac{1023}{1024}$
23. () 室內裝潢設計是許多餐飲業者非常重視的一環，今有一位裝潢師傅依照設計圖將室外用餐區的地板用黑白兩種顏色的正六邊形地磚依照下圖的規律拼接。設 a_n 為第 n 個圖中白色地磚總數，則數列 $\{a_n\}$ 的遞迴關係式為何？

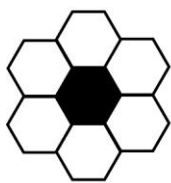


圖1

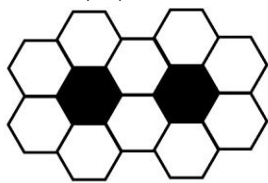


圖2

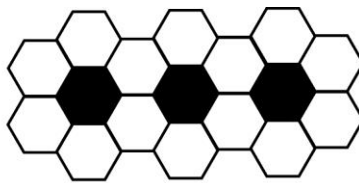


圖3

- (A) $\begin{cases} a_1 = 6 \\ a_n = a_{n-1} + 4 \quad (n \geq 2) \end{cases}$ (B) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = a_{n-1} + 4 \quad (n \geq 2) \end{cases}$ (C) $\begin{cases} a_1 = 6 \\ a_n = a_{n-1} + 6 \quad (n \geq 2) \end{cases}$ (D) $\begin{cases} a_1 = 7 \\ a_n = a_{n-1} + 7 \quad (n \geq 2) \end{cases}$

24. () 觀察下圖的規律，請問前10列的數字總和是多少？

1						
2	3	4				
5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16

⋮

- (A)4950 (B)5000 (C)5050 (D)5150
25. () 某人到電器行購買一個電器商品，老闆讓他無息分期付款，付款方式約定為：第一個月償還 1000 元、第二個月還 2000 元、第三個月還 3000 元、 \cdots ，按此等差數列付款到第 10 個月可將款項還清，請問購買的商品為多少元？ (A)40000 (B)45000 (C)50000 (D)55000
26. () 若等比數列 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_8$ 的首項 $a_1 = 2$ ，且前四項的乘積 $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 2^{16}$ ，則後四項的乘積 $a_5 \times a_6 \times a_7 \times a_8 =$
(A) 2^{32} (B) 2^{48} (C) 2^{64} (D) 2^{80}
27. () 同學在細菌培養的實驗中，發現 A 細菌從開始經 3 小時數目由 500 成長至 600，假設 A 細菌呈指數函數成長，試問從開始經 9 小時，A 細菌的數目最接近下列哪一個數？ (A)720 (B)864 (C)1037 (D)1800
28. () 二數分別為 4、9，若二數的等差中項為 a ，等比中項為 b ，則 $2a+b^2=$
(A)7 (B)28 (C)21 (D)49

29. () 在 7 與 112 之間插入三個正數 x, y, z ，使得這五數成等比數列，則 $x + y + z =$
(A) 96 (B) 97 (C) 98 (D) 99
30. () 設 a, b, c 三數成等差數列，則 $\frac{b+a}{b-a} + \frac{b+c}{b-c}$ 的值為 (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2
31. () 自 101 到 200 的自然數中，試求可被 6 整除的有幾個？ (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18
32. () 設一等差級數首項為 -11，公差為 5，則此級數前 18 項的和為 (A) 565 (B) 566 (C) 567 (D) 569
33. () 有兩個數列 2, 5, 8 和 1, 2, 4，其中一個為等差數列，另外一個為等比數列。若等差數列的公差為 d ，而等比數列的公比為 r ，則 $r + d =$
(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 12
34. () 已知 $4x$ 為 $2x+7$ 和 $5x-1$ 的等差中項，則 x 之值為 (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3
35. () 於 5 與 25 之間插入四個數，使成等差數列，則此數列的第 3 項為 (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15
36. () 設一等比級數共有 6 項，和為 $\frac{182}{3}$ ，又知公比為 $-\frac{1}{3}$ ，則此等比級數的第 4 項為 (A) $-\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) 3 (D) -3
37. () 等比級數 $4 + (-6) + 9 + \cdots + \frac{729}{16}$ 的和為 (A) $\frac{2315}{64}$ (B) $\frac{2315}{16}$ (C) $\frac{463}{64}$ (D) $\frac{463}{16}$
38. () 設 P 為本金， r 為年利率，若每半年複利一次，則 n 年後之本利和為 (A) $P(1+r)^n$ (B) $P(1+\frac{r}{2})^n$ (C) $P(1+r)^{2n}$ (D) $P(1+\frac{r}{2})^{2n}$
39. () 已知一等差數列共有 50 項，其奇數項的和為 150，偶數項的和為 250，則此數列的公差為 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
40. () 設一數列為 $1, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{9}, \dots, \frac{\sqrt{n}}{n^2}, \dots$ ，即 $a_n = \frac{\sqrt{n}}{n^2}$ ，則 $a_4 + a_9 =$ (A) $\frac{13}{216}$ (B) $\frac{19}{216}$ (C) $\frac{25}{216}$ (D) $\frac{35}{216}$
41. () 一級數前 n 項和 S_n 為 $2n^2 - 4n$ ，則第 5 項為 (A) 14 (B) 16 (C) 30 (D) 46
42. () 若一等比數列的首項為 2，公比為 -3，則此數列第 5 項為 (A) -162 (B) 162 (C) -54 (D) 54
43. () 設一等差數列的首項為 5，公差為 -2，則此數列的第 8 項為 (A) -5 (B) -7 (C) -9 (D) -12
44. () 若兩數列 2, $2a$, 18 及 $a+4$, 2, $a+7$ 都是等比數列，則下列何者正確？ (A) $-6 < a < -4$ (B) $-4 < a < -2$ (C) $2 < a < 4$ (D) $4 < a < 6$
45. () 設一等比級數的第三項為 4，公比為 $-\frac{1}{3}$ ，前 n 項和為 $\frac{6560}{243}$ ，則 n 之值為何？ (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10
46. () 求級數 $7 + 8 - 9 + 10 + 11 - 12 + \cdots$ 到第 99 項的和，其中級數每一項的絕對值成等差數列且 3 的倍數項為負數。(A) 1778 (B) 1782 (C) 1888 (D) 1906
47. () 已知 $\{a_n\}$ 為一個等差數列，且 $a_1 = 1, a_4 = 10$ ，則數列 $\{a_n\}$ 的前 10 項和 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 為 (A) 140 (B) 142 (C) 145 (D) 148
48. () 已知數列 $\{a_n\}$ 滿足 $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = -2a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$ ，則此數列的一般項 a_n 為 (A) $5 \times (2)^{n-1}$ (B) $5 \times (-2)^{n-1}$ (C) $-5 \times (2)^{n-1}$ (D) $-5 \times (-2)^{n-1}$

49. () 有一等比級數的末項為 1296，公比為 6，和為 1555，則首項為 (A)1 (B)2 (C)3 (D)4
50. () 等比級數 $\frac{2}{9} + \frac{2}{3} + 2 + \cdots + 1458$ ，求其項數 n 為 (A)9 (B)10 (C)11 (D)12
51. () 若一等差數列第 9 項為 20，第 20 項為 -13，則此數列第幾項開始為負數？ (A)14 (B)15 (C)16 (D)17
52. () 設 $4x+1$ 與 $3x-6$ 的等差中項為 $2x+5$ ，則 x 之值為 (A)-5 (B)5 (C) $\frac{1}{5}$ (D) $-\frac{1}{5}$
53. () 設一等差數列的第 3 項為 6，第 6 項為 27，則其第 10 項為 (A)55 (B)45 (C)56 (D)46
54. () 數列 $\{a_n\}$ 之遞迴定義為 $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = a_{n-1} - 5, n \geq 2 \end{cases}$ ，則此數列的 a_4 為 (A)-7 (B)-12 (C)-17 (D)-22
55. () 設一數列為 $1, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{9}, \dots, \frac{\sqrt{n}}{n^2}, \dots$ ，即 $a_n = \frac{\sqrt{n}}{n^2}$ ，則 $a_4 + a_9 =$
(A) $\frac{13}{216}$ (B) $\frac{19}{216}$ (C) $\frac{25}{216}$ (D) $\frac{35}{216}$
56. () 某城市爆發了一種疾病，第一天有 100 人受感染，之後受感染的人數都是前一天的 2 倍。已知這種疾病是可以治癒的，而且感染過的人不會再受感染，請問在前 10 天內受感染的總人數為多少人？ (A)51200 (B)102300 (C)204800 (D)409600
57. () 設一等差級數，首項為 6，前 20 項和為 880，則此級數的公差為 (A)3 (B)4 (C)5 (D)6
58. () 小喬每天使用悠遊卡坐捷運上下課，有一天他下課後坐捷運刷卡出站時，刷卡機畫面顯示餘額為 -10 元，因此當天他將悠遊卡加值 1000 元。若他每天坐捷運上下學，每次均花費 20 元，問第幾次出站刷卡時，刷卡機畫面會出現餘額為負的？ (A)47 (B)48 (C)49 (D)50
59. () 等比級數 $\frac{1}{6} - \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{9}{2} \cdots$ 到第 9 項的總和為 (A) $-\frac{4921}{6}$ (B) $-\frac{820}{3}$ (C) $\frac{820}{3}$ (D) $\frac{4921}{6}$
60. () 設一等比級數的首項為 $\frac{1}{4}$ ，公比為 -1，則此等比級數前 81 項的總和為何？ (A) $\left(\frac{1}{4}\right)^{81}$ (B) $\left(\frac{1}{4}\right)^{80}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$
61. () 已知某等比數列的第 5 項為 2，且第 6 項比第 5 項多 4，則此數列的第 8 項為 (A)16 (B)28 (C)32 (D)54
62. () 已知一等比數列 $\{b_n\}$ ，其中 $b_3 = 2$ ， $b_7 = 10$ ，則 $b_{11} =$
(A)20 (B)50 (C)100 (D)200
63. () 已知 $\{a_n\}$ 為一個等差數列，且 $a_1 = 3$ 、 $a_4 = 18$ ，則數列 $\{a_n\}$ 的前 10 項和 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 為
(A)240 (B)245 (C)250 (D)255
64. () 設一等差數列首項為 7，第 10 項為 52，試求其公差為 (A)5 (B)4 (C)3 (D)2
65. () 若數列 $\{a_n\} = \langle 2 + 3n \rangle$ ，則第 5 項為 (A)25 (B)20 (C)14 (D)17
66. () 若一等差數列首項為 4，公差為 2，則第 10 項為 (A)20 (B)22 (C)18 (D)24
67. () 若數列 $\{a_n\}$ 之遞迴關係為 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = a_{n-1} - 3 \quad (n \geq 2) \end{cases}$ ，則此數列的第 4 項為 (A)1 (B)-4 (C)-7 (D)-10
68. () 等差級數 $2 + 5 + 8 + 11 + \cdots$ 到第 10 項的和為 (A)149 (B)152 (C)155 (D)158
69. () 若一等比數列首項為 4，公比為 2，則第 8 項為 (A)128 (B)256 (C)512 (D)1024

70. () 若等比數列的第 3 項為 16，第 6 項為 432，則公比為 (A)3 (B)2 (C)6 (D)4
71. () 若數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係為 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = 3a_{n-1} \quad (n \geq 2) \end{cases}$ ，則此數列的第 4 項為 (A)84 (B)27 (C)18 (D)54
72. () 等比級數 $1+2+4+\cdots$ 到第 10 項的和為 (A)1023 (B)511 (C)2047 (D)1024
73. () 若數列 $\langle a_n \rangle = \left\langle \frac{1}{1+2n} \right\rangle$ ，則第 5 項 = (A) $\frac{1}{11}$ (B) $\frac{1}{15}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{1}{13}$
74. () 若數列 $\langle a_n \rangle$ 之遞迴關係為 $\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_n = a_{n-1} + 5 \quad (n \geq 2) \end{cases}$ ，則此數列的第 8 項 a_8 為 (A)23 (B)28 (C)33 (D)38
75. () 若 $-1, a, b, -27$ 為一等比數列，則 $b =$ (A)-24 (B)24 (C)9 (D)-9
76. () 若 x 為 $\frac{1}{3}$ 和 243 的等比中項，則 $x =$ (A) ± 3 (B) ± 9 (C)3 (D)9
77. () 等比級數 $1+3+9+27+\cdots$ 到第 8 項的和為 (已知 $3^8 = 6561$ ， $3^7 = 2187$) (A)1093 (B)1094 (C)3281 (D)3280
78. () 一級數的前 n 項和 $S_n = 4n^2 + 5$ ，則第 5 項為 (A)105 (B)69 (C)36 (D)32
79. () 已知 a, b, c 成等差數列，則 $\frac{b+a}{b-a} + \frac{b+c}{b-c}$ 之值為 (A)-2 (B)-1 (C)1 (D)2
80. () 一等差級數首項為 79，末項為 7，和為 1075，則此級數之公差為 (A)-1 (B)-2 (C)-3 (D)-4
81. () 一級數前 n 項和 S_n 為 $2n^2 - 4n$ ，則第 5 項為 (A)14 (B)16 (C)30 (D)46
82. () 已知等差數列前 3 項的和為 30，且前 3 項平方的和為 308，則公差為 (A)-2 (B)-3 (C) ± 2 (D) ± 3
83. () 若一等差數列第 5 項為 -27，第 12 項為 -13，則此數列第幾項開始為正數？ (A)18 (B)19 (C)20 (D)21
84. () 等差數列 8、5、2、-1、-4、 \cdots 的公差為 (A)3 (B)-3 (C)2 (D)-2
85. () 一等差數列其公差為 -4，第 19 項為 11，則首項為 (A)81 (B)83 (C)86 (D)91
86. () 設一等差數列首項為 7，第 10 項為 52，則此數列的公差為 (A)2 (B)3 (C)4 (D)5
87. () 若 x 為 5 和 19 的等差中項，則 $x =$ (A)12 (B)10 (C)14 (D)8
88. () 在 5 至 32 之間，所有 3 的倍數總和為 (A)165 (B)168 (C)162 (D)159
89. () 若首項為 a ，公比為 0.1 的等比級數，其前 4 項的和為 111.1，則 $a =$ (A)999 (B)99 (C)1000 (D)100
90. () 等比級數 $1 + (-\frac{1}{2}) + \frac{1}{4} + \cdots$ 的前 6 項和為 (A) $\frac{21}{64}$ (B) $\frac{21}{32}$ (C) $\frac{11}{16}$ (D) $\frac{5}{8}$
91. () 某甲以年利率 30% 向銀行借款十萬元，每年複利一次，則 3 年後需歸還銀行本利和共多少元？ (A)291700 (B)219700 (C)217900 (D)279100
92. () 若等比級數為 $1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^n = 3280$ ，則此級數共有 (A)7 項 (B)8 項 (C)9 項 (D)10 項
93. () 現有一張厚度為 0.1 公分的紙，若可以一直對摺，請問至少對摺幾次以後，此張紙的厚

度超過 1 公尺？ (A)9 (B)10 (C)11 (D)12

94. () 一球自高 100 公尺處自由落下，每次著地後反彈高度為落下高度之 $\frac{1}{2}$ ，故第一次落下後彈起的高度為 50 公尺，則落下幾次後彈起的高度將低於 1 公尺？ (A)8 (B)9 (C)7 (D)10

95. () 等比數列 $-3\sqrt{2}$ 、 6 、 $-6\sqrt{2}$ 、 12 、 \cdots 的公比為 (A) $-2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $-\sqrt{2}$

96. () 等比級數 $1+2+4+\cdots+1024$ 的和為 (A)2048 (B)2047 (C)4096 (D)4095

97. () 已知一等比數列首項為 7，第 5 項為 112，則其公比為 (A) $\pm\sqrt{3}$ (B) ± 2 (C) $\pm\sqrt{5}$ (D) ± 4

98. () 若四正數 a, b, c, d 成等比數列，且 $a < b < c < d$ ， $a+d=57$ ， $b+c=38$ ，試求公比 r 的值為 (A) 2 或 $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 3

99. () 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} a_1 = 18 \\ a_n = \frac{1}{3}a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$ ，試求此數列的第 6 項 $a_6 =$ (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{2}{27}$ (D) $\frac{2}{81}$

100. () 已知馬拉松總長為 42.195 公里。小拉為了參加馬拉松進行跑步訓練，訓練計畫為每週訓練長度比前一週增加 3 公里。若小拉第一週跑 8 公里，則最快到第幾週時，該週的訓練長度才能超過馬拉松總長？ (A)12 (B)13 (C)14 (D)15