

112-1 期中考 解析

一、單選題：(25 小題，每題 4 分，共 100 分)

1. () 若 θ 為第二象限角，則下列何者正確 (A) $\sin\theta\tan\theta > 0$ (B) $\tan\theta < 0$ (C) $\cos\theta\sin\theta > 0$ (D) $\sin\theta < 0$

【龍騰自命題】

解答

B

解析

(A) $\sin\theta > 0, \tan\theta < 0 \Rightarrow \sin\theta\tan\theta < 0$ (B) $\tan\theta < 0$ (C) $\cos\theta < 0, \sin\theta > 0 \Rightarrow \cos\theta\sin\theta < 0$ (D) $\sin\theta > 0$

2. () 設 θ 為銳角，下列何者正確？ (A) $\sin^2\theta + 1 = \cos^2\theta$ (B) $\sin\theta\cos\theta = \tan\theta$ (C) $\sin\theta\tan\theta = \cos\theta$ (D) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

(A)(D) 平方關係 $\Rightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

(B)(C) 商數關係 $\Rightarrow \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \Rightarrow \sin\theta = \tan\theta\cos\theta$

3. () 若 $y = \sin 2x$ 的週期為 a ， $y = 2\tan x$ 的週期為 b ，則 $a + 2b =$
(A) 3π (B) 4π (C) 5π (D) 6π

【課本自我評量】

解答

A

解析

$y = \sin 2x$ 的週期為 $\frac{2\pi}{2} = \pi$ ($= a$)

$y = 2\tan x$ 的週期為 π ($= b$)

故 $a + 2b = \pi + (2\pi) = 3\pi$

4. () 下列哪一個二次函數圖形的頂點落在第二象限內？ (A) $y = x^2 - 5$ (B) $y = 2(x - 3)^2 + 1$ (C) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ (D)
 $y = -2(x + 1)^2 + 5$

【light 講義-綜合評量】

解答

D

解析

(A) $y = x^2 - 5$ 的頂點為 $(0, -5)$ ，在 y 軸上 (B) $y = 2(x - 3)^2 + 1$ 的頂點為 $(3, 1)$ ，在第一象限 (C) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ 的頂點為 $(0, 2)$ ，在 y 軸上 (D) $y = -2(x + 1)^2 + 5$ 的頂點為 $(-1, 5)$ ，在第二象限

5. () 設直線 L 通過 $A(-k, 2)$ 、 $B(1, 2k)$ 兩點，且與直線 $L_2: x + 5y - 5 = 0$ 互相垂直，則 $k =$
(A) $-\frac{7}{3}$ (B) $-\frac{3}{7}$ (C) $\frac{9}{11}$ (D) $\frac{11}{9}$

【108 數(A)歷屆試題】

解答

A

解析

$\because L \perp L_2$

$\therefore m_L \times m_{L_2} = -1$

即 $\frac{2k - 2}{1 - (-k)} \times \left(-\frac{1}{5}\right) = -1$

$\Rightarrow \frac{2k - 2}{1 + k} = 5 \Rightarrow 2k - 2 = 5 + 5k$

$\Rightarrow -3k = 7 \Rightarrow k = -\frac{7}{3}$

6. () 直線 L_1 的斜率為 $m_1 = \frac{4}{3}$ ，若 $L_1 \perp L_2$ ，則直線 L_2 的斜率 m_2 為 (A) $\frac{4}{3}$ (B) $-\frac{4}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $-\frac{3}{4}$

【super 講義-綜合評量】

解答

D

解析

$L_1 \perp L_2 \Rightarrow m_1 \times m_2 = -1 \Rightarrow \frac{4}{3} \times m_2 = -1 \Rightarrow m_2 = -\frac{3}{4}$

7. () $\frac{40\pi}{3}$ 之最大負同界角為 (A) $\frac{4\pi}{3}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $-\frac{2\pi}{3}$ (D) $-\frac{4\pi}{3}$

【龍騰自命題】

解答

C

解析

$\frac{40\pi}{3} = 2\pi \times 7 - \frac{2\pi}{3}$

故最大負同界角為 $-\frac{2\pi}{3}$

8. () 當角度 θ 由 15° 上升至 75° 時，關於 $\tan\theta$ 之值的變化，下列敘述何者正確？ (A) 一直上升 (B) 一直下降 (C) 先上升

後下降 (D)先下降後上升

【108 數(B)歷屆試題】

解答

A

解析

$\because 15^\circ \leq \theta \leq 75^\circ$ 為第一象限角且 $\tan \theta$ 為遞增函數
 $\therefore \tan \theta$ 之值會隨著角度之增加而持續變大

9. () $\sin^2 30^\circ + \tan^2 45^\circ + 2\cos^2 60^\circ =$
(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) $\frac{7}{4}$ (D) $\frac{9}{4}$

【super 講義-綜合評量】

解答

C

解析

原式 $= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2 + 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$

10. () 試求三角函數 $\sin(-960^\circ)$ 之值。 (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【105 數(B)歷屆試題】

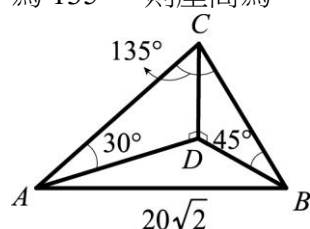
解答

D

解析

$\sin(-960^\circ) = -\sin 960^\circ = -\sin(360^\circ \times 2 + 240^\circ) = -\sin 240^\circ = -\sin(180^\circ + 60^\circ) = -(-\sin 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

11. () 地面上 A 、 B 二點相距 $20\sqrt{2}$ 公尺，今測得一屋頂 C 之仰角分別為 30° 、 45° ，且由 C 測得 A 、 B 二點之視角(即 $\angle ACB$) 為 135° ，則屋高為



(A) $4\sqrt{5}$ 公尺 (B) $2\sqrt{5}$ 公尺 (C) $5\sqrt{5}$ 公尺 (D) $5\sqrt{2}$ 公尺

【龍騰自命題】

解答

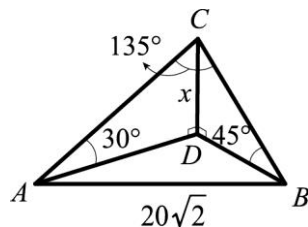
A

解析

設屋高 $\overline{CD} = x$ $\therefore \overline{AC} = 2x$, $\overline{BC} = \sqrt{2}x$

$\triangle ABC$ 中, $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{AC} \times \overline{BC} \times \cos 135^\circ$

$(20\sqrt{2})^2 = (2x)^2 + 2x^2 - 2 \times 2x \times \sqrt{2}x \times (-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow x = 4\sqrt{5}$, 屋高為 $4\sqrt{5}$ 公尺



12. () 設 $\triangle ABC$ 之三邊長 $\overline{BC} = 5$, $\overline{AC} = 3$, $\overline{AB} = 4$, 若 $\angle A$ 的內角平分線與 \overline{BC} 邊的交點為 D , 則線段 \overline{AD} 之長為 (A) $\frac{9\sqrt{2}}{7}$
(B) $\frac{10\sqrt{2}}{7}$ (C) $\frac{11\sqrt{2}}{7}$ (D) $\frac{12\sqrt{2}}{7}$

【龍騰自命題】

解答

D

解析

\because 三邊長為 3、4、5

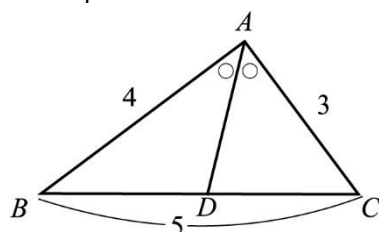
$\therefore \angle BAC = 90^\circ \Rightarrow \angle BAD = \angle CAD = 45^\circ$

利用 $\triangle ABD$ 面積 + $\triangle ACD$ 面積 = $\triangle ABC$ 面積

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times \overline{AD} \times \sin 45^\circ + \frac{1}{2} \times 3 \times \overline{AD} \times \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \sin 90^\circ$

$\Rightarrow \sqrt{2}\overline{AD} + \frac{3}{4}\sqrt{2}\overline{AD} = 6$

$\Rightarrow \frac{7}{4}\sqrt{2}\overline{AD} = 6 \Rightarrow \overline{AD} = \frac{12\sqrt{2}}{7}$



13. () 若拋物線 $y = ax^2 + b$ 之開口向上且與 x 軸沒有交點，則下列敘述何者正確？ (A) $a > 0, b > 0$ (B) $a > 0, b < 0$ (C) $a < 0, b > 0$ (D) $a < 0, b < 0$

【108 數(B)歷屆試題】

解答
解析

A
 \because 拋物線之開口向上 $\therefore a > 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 又 \because 拋物線之頂點為 $(0, b)$ 且與 x 軸沒有交點
 \therefore 圖形都在 x 軸上方 $\Rightarrow b > 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 由 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ 知： $a > 0, b > 0$

14. () 設 $f(x) = 2x^4 - 3x^3 - (2x - 1)(x - 1) + 1$ ，則下列何者不為 $f(x)$ 之因式？ (A) x (B) $2x - 3$ (C) $x - 1$ (D) $2x - 1$

【龍騰自命題】

解答
解析

D
 (A) $\because f(0) = 2 \times 0^4 - 3 \times 0^3 - (0 - 1)(0 - 1) + 1 = 0 \therefore x$ 是 $f(x)$ 之因式 (B) $\because f(\frac{3}{2}) = 2 \times (\frac{3}{2})^4 - 3 \times (\frac{3}{2})^3 - (2 \times \frac{3}{2} - 1)(\frac{3}{2} - 1) + 1 = 0 \therefore 2x - 3$ 是 $f(x)$ 之因式 (C) $\because f(1) = 2 \times 1^4 - 3 \times 1^3 - (2 - 1)(1 - 1) + 1 = 0 \therefore x - 1$ 是 $f(x)$ 之因式 (D) $\because f(\frac{1}{2}) = 2 \times (\frac{1}{2})^4 - 3 \times (\frac{1}{2})^3 - (1 - 1)(\frac{1}{2} - 1) + 1 \neq 0 \therefore 2x - 1$ 不是 $f(x)$ 之因式

15. () 因式分解 $3(3x + 2)^2 - 5(3x + 2)(x - 4) + 2(x - 4)^2$ (A) $14(x + 2)(x + 3)$ (B) $-7(x - 2)(x + 3)$ (C) $2(x - 2)(x - 3)$ (D) $7(x + 2)(x - 3)$

【龍騰自命題】

解答
解析

A
 令 $3x + 2 = A, x - 4 = B$
 \therefore 原式 $= 3A^2 - 5AB + 2B^2 = (3A - 2B)(A - B) = [3(3x + 2) - 2(x - 4)][(3x + 2) - (x - 4)] = (7x + 14)(2x + 6) = 14(x + 2)(x + 3)$

$$\begin{array}{r} 3A \quad -2B \\ \times \\ A \quad -B \\ \hline -3AB - 2AB = -5AB \end{array}$$

16. () 若多項式 $4x^3 + 5x^2 + 6x + 7 = (x^2 + 2x + 3)(ax + b) + c$ ，則 $6a + 6b + c =$ (A) -12 (B) 2 (C) 12 (D) 22

【100 數(A)歷屆試題】

解答
解析

D
 利用長除法

$$\begin{array}{r} 4 \quad -3 \\ 1+2+3 \overline{) 4 \quad +5 \quad +6 \quad +7} \\ \underline{4 \quad +8 \quad +12} \\ -3 \quad -6 \quad +7 \\ \underline{-3 \quad -6 \quad -9} \\ 16 \end{array}$$

即 $4x^3 + 5x^2 + 6x + 7 = (x^2 + 2x + 3)(4x - 3) + 16$ ，比較係數得 $a = 4, b = -3, c = 16$
 $\therefore 6a + 6b + c = 24 - 18 + 16 = 22$

17. () 若 $A(1, 3)$ 、 $B(-1, 12)$ 、 $C(7, 4)$ 為坐標平面上三點，且 D 為 \overline{BC} 之中點，則 \overleftrightarrow{AD} 的直線方程式為 (A) $5x - 2y + 1 = 0$ (B) $5x + 2y - 11 = 0$ (C) $2x - 5y + 13 = 0$ (D) $2x + 5y - 17 = 0$

【龍騰自命題】

解答
解析

A
 $D\left(\frac{-1+7}{2}, \frac{12+4}{2}\right) \Rightarrow D(3, 8)$
 利用兩點式 $\frac{y-3}{x-1} = \frac{3-8}{1-3} \Rightarrow 5x - 2y + 1 = 0$

18. () 設兩平行線 $3x - 4y + k = 0$ ， $3x - 4y = 6$ 的距離是 2，則 k 有二解，此二解的和為 (A) 12 (B) -12 (C) 8 (D) -8

【super 講義-綜合評量】

解答
解析

B
 兩平行線距離 $d = \frac{|-6 - k|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2$
 $\Rightarrow \frac{|k + 6|}{5} = 2 \Rightarrow |k + 6| = 10$
 $\Rightarrow k + 6 = 10$ 或 $k + 6 = -10$
 $\Rightarrow k = 4$ 或 $k = -16$

∴ 二解的和為 $4 + (-16) = -12$

19. () 設 $L: 6x + 8y - 3 = 0$ 為平面上一直線，則下列方程式中，何者與直線 L 平行且與 L 之距離為 $\frac{5}{2}$? (A) $3x + 4y - 28 = 0$ (B) $3x + 4y + 11 = 0$ (C) $6x + 8y - 19 = 0$ (D) $6x + 8y + 19 = 0$

【龍騰自命題】

解答
解析

B

令 $6x + 8y + k = 0$

$$\frac{|k - (-3)|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{|k + 3|}{10} = \frac{5}{2} \Rightarrow |k + 3| = 25 \Rightarrow k + 3 = \pm 25 \Rightarrow k = 22 \text{ 或 } -28$$

∴ $3x + 4y + 11 = 0$ 或 $3x + 4y - 14 = 0$

20. () 解方程式 $\frac{x-1}{x+1} = 0$ ，其解為 (A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) -2

【super 講義-綜合評量】

解答
解析

A

將原式等號兩邊同乘以 $x+1$ ，得 $x-1=0 \Rightarrow x=1$

將 $x=1$ 代入原式分母，分母 $\neq 0$ ，所以方程式的解為 $x=1$

21. () 在 $\triangle ABC$ 中，三邊長 $a = \sqrt{3} - 1$ ， $b = \sqrt{2}$ ， $c = 2$ ，則 $\angle B =$ (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

【龍騰自命題】

解答
解析

D

$$\because b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$\Rightarrow 2 = 3 - 2\sqrt{3} + 1 + 4 - 4 \times (\sqrt{3} - 1) \times \cos B$$

$$\therefore 4 \times (\sqrt{3} - 1) \times \cos B = 6 - 2\sqrt{3} = 2 \times (3 - \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow \cos B = \frac{2 \times (3 - \sqrt{3})}{4 \times (\sqrt{3} - 1)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{故 } \angle B = \frac{\pi}{6}$$

22. () 解不等式 $|ax - 5| \leq b$ ，可得 $2 \leq x \leq 6$ ，則 $a + b$ 之值為何？ (A) -2 (B) -1 (C) $\frac{15}{4}$ (D) 5

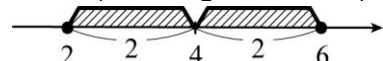
【龍騰自命題，進階卷】

解答
解析

C

$$\text{由圖可知：} |x - 4| \leq 2 \Rightarrow \left| \frac{5}{4}x - 5 \right| \leq 2 \times \frac{5}{4}$$

$$\therefore a = \frac{5}{4} \text{ 且 } b = \frac{5}{2} \Rightarrow a + b = \frac{5}{4} + \frac{5}{2} = \frac{15}{4}$$



23. () 設 $A(5,9)$ 、 $B(7,1)$ 、 $C(-3,-1)$ 是 $\triangle ABC$ 的三頂點，若 D 、 E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CA} 的中點，則 $\triangle DEF$ 的重心坐標為下列何者？ (A) $(-3,-3)$ (B) $(3,-3)$ (C) $(-3,3)$ (D) $(3,3)$

【課本自我評量】

解答
解析

D

$\triangle DEF$ 之重心與 $\triangle ABC$ 之重心為同一點

$$\text{即 } G(x, y) = \left(\frac{5+7+(-3)}{3}, \frac{9+1+(-1)}{3} \right) = (3, 3)$$

24. () 已知 m 、 n 為實數， $Q(x)$ 為二次多項式。若 $x^4 - mx^3 - x^2 - 5x + n = (x^2 - 3x + 2)Q(x)$ ，則 $2m + n =$ (A) -6 (B) -2 (C) 4 (D) 8

【102 數(C)歷屆試題】

解答
解析

D

$$\text{令 } f(x) = x^4 - mx^3 - x^2 - 5x + n = (x^2 - 3x + 2)Q(x) = (x-1)(x-2)Q(x)$$

因此 $x-1$ 與 $x-2$ 均為 $f(x)$ 的因式

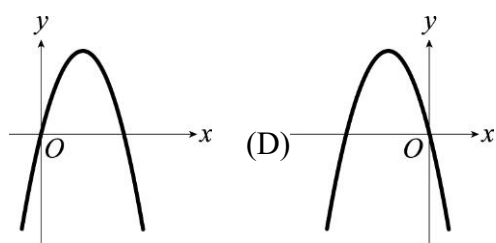
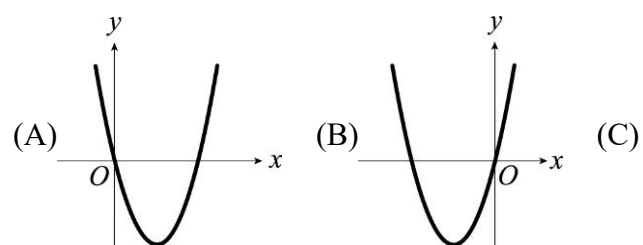
由因式定理知： $f(1)=0$ 且 $f(2)=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - m - 1 - 5 + n = 0 \\ 16 - 8m - 4 - 10 + n = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -m + n = 5 \cdots \cdots \text{①} \\ -8m + n = -2 \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} - \text{②} \text{ 得 } 7m = 7 \Rightarrow m = 1, m = 1 \text{ 代入 ① 得 } -1 + n = 5 \Rightarrow n = 6$$

$$\text{故 } 2m + n = 2 \times 1 + 6 = 8$$

25. () 下列哪一個圖形最有可能是二次函數 $y = x^2 + 4x$ 的圖形？



【super 講義-綜合評量】

解答

B

解析

$y = x^2 + 4x = (x + 2)^2 - 4$ ，圖形開口朝上，對稱軸為 $x = -2$ 且頂點在 $(-2, -4)$

∴圖形(B)最有可能是二次函數 $y = x^2 + 4x$ 的圖形