統測數學 Exercise 10

一、單選題: (100 小題, 每題 1 分, 共 100 分)

- 1. ()某日課堂上,老師對學生勉勵:「若每天增加百分之一的功力,則一年後至少會增加三十六倍的可觀效應;反之,每天減少百分之一的功力,則一年後至少流失現今功力的九成七」,這段勉勵運用了指數函數成長及衰退的概念,其數學上的表達最貼切下列哪一個選項? (A)1.01 $^{365} \ge 37$ 且 $0.99^{365} \le 0.03$ (B) $365^{1.01} \le 37$ 且 $365^{0.99} \ge 0.03$ (C)1.01 $^{365} \ge 63$ 且 $0.99^{365} \le 0.97$ (D) $365^{1.01} \le 63$ 且 $365^{0.99} \ge 0.97$
- 2. ()文謙將 20000 元年終獎金購買基金,每一年的報酬率為 9%,請問 10 年後文謙可領回多少元?(已知 $\log 1.09 \approx 0.0374$, $\log 2.366 \approx 0.374$) (A)40723 (B)40732 (C)47230 (D)47320
- 3. ()已知 $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 7 \approx 0.8451$,試求滿足 $\left(\frac{7}{3}\right)^n > 1000$ 的最小整數 n = (提示:將原式兩邊同取常用對數) (A)7 (B)8 (C)9 (D)10
- **4.** () 已知 $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$,則 36^{10} 為幾位數 ? (A)14 (B)15 (C)16 (D)17
- 5. ()已知 $\log x \approx 3.3201$,則真數 x 的整數部分為 (A) 3 位數 (B) 4 位數 (C) 5 位數 (D) 6 位 數
- **6.** () 已知 log x ≈ 3.3201 , 則 log x 的首數為 (A)2 (B)3 (C)4 (D)5
- 7. () 下列各式何者正確? (A) $\log_2(-3) = \log_{(-2)} 3$ (B) $10^{\log_{10} 2} = 100$ (C) $\log_4 9 = \log_2 3$ (D) $\log_2 2^3 = (\log_3 3)^2$
- 8. () 化簡 $\log_{10} 2 + \log_{10} \sqrt{15} \frac{1}{2} \log_{10} 6 =$ (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$
- 9. () 若 $\log_{10} 2 = x$ 、 $\log_{10} 3 = y$,則 $\log_{12} 15$ 等於下列哪一式? (A) $\frac{5}{4}$ (B) $\frac{x+y-1}{x+2y}$ (C) $\frac{x-y+1}{2x+y}$ (D) $\frac{y+1-x}{2x+y}$
- **10.** () $\log_2 \left(\log_{10} \sqrt{\sqrt{10}} \right)$ 可化為下列何者? (A)-2 (B)-3 (C)-4 (D)-5
- 11. () 若 $2^{x^2} = 16$,則 $x = (A) \pm 2 (B) \pm 1 (C) 2 (D) -2$
- 12. () $\stackrel{\text{#}}{=} 3^{4x+x^2} = \frac{1}{81}$, [I] x = (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 2
- **13.** ()設 $a = 3\log_4 3$, $b = 2\log_2 3$, $c = \log_2 8$,則下列何者正確? (A)b > a > c (B)a > b > c (C) c > b > a (D)b > c > a
- **14.** ()設10 < x < 100,若 $\log x^3$ 與 $\log x$ 尾數相同,則 $x = (A)10\sqrt{10}$ (B)20 (C) $10\sqrt{2}$ (D) $10\sqrt{5}$
- **15.** () 已知 $a = \frac{2}{\sqrt[4]{8}}$ 、 $b = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{3}}$,則下列敘述何者為真? (A) $a \cdot b < 2$ (B) a + b < 2 (C) a < b (D) $b^3 < a^2$
- **16.** () $\frac{4\pi}{16} \log_8 a = \frac{1}{2}$, $\lim_{x \to \infty} \log_2 \left(\frac{a}{2} \right) = (A) \frac{1}{6} (B) \frac{1}{4} (C) \frac{1}{3} (D) \frac{1}{2}$
- 17. () 已知 $a \cdot b$ 為實數,且 $3^a = 5$, $5^b = 9$,則 $ab = (A) \log_{15} 45$ (B) $\log_3 5$ (C)2 (D)3
- **18.** () 若 x = 2 ,則 $x^{-1} x^0 + x =$

(A)
$$\frac{1}{2}$$
 (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{5}{2}$

19. () 下列各式何者無意義? (A)
$$\log_5 55$$
 (B) $\log_{10} (-5)$ (C) $\log_{0.1} \frac{1}{5}$ (D) $\log_{\frac{4}{3}} \frac{3}{4}$

20. ()
$$\frac{2\log_{10} 3 + \log_{10} 2}{1 + \frac{1}{2}\log_{10} 0.36 + \frac{1}{3}\log_{10} 27} =$$
(A)-1 (B)0 (C) $\frac{1}{2}$ (D)1

- **21.** ()在同一直角坐標平面上, $y = \log_2 x$ 與 $y = 2^x$ 的圖形共有幾個交點? (A)0 (B)1 (C)2 (D)3
- 22. ()下列有關 $\log_a b$ 與 $\log_a c$ (a > 0且 $a \ne 1$)之敘述,何者為真? (A)若b > c,則 $\log_a b > \log_a c$ (B)若 $\log_a b > \log_a c$,則b > c (C) $\log_a b$ 為遞增函數 (D)若0 < a < 1且b > 7,則 $\log_a b < 0$

23. () 下列何值與
$$\log_2 5$$
相等? (A) $\log 5 - \log 2$ (B) $\log \left(\frac{5}{2} \right)$ (C) $\frac{\log 50}{\log 20}$ (D) $\frac{\log 25}{\log 4}$

- **24.** () $(\frac{1}{4})^{-\frac{3}{2}}$ 其值為 (A)0.0125 (B)0.125 (C)4 (D)8
- **25.** ()下列何者正確? (A) $\sqrt[3]{a^3+b^3}=a+b$,其中 $a \cdot b$ 為任意實數 (B) $(a^m)^n=a^{m+n}$,其中 $a \cdot n$, m 為任意實數 (C) $\sqrt[3]{a^3}=a$,其中 a 為任意實數 (D) $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{m}{n}}$,其中 a > 0 且 $m \cdot n$ 皆為下整數
- **26.** () 5³×5⁴ 是 5 的幾次方? (A)12 (B)10 (C)7 (D)5
- 27. () $\mbox{if } a \cdot b > 0$, $\mbox{if } 4a^{\frac{1}{2}b^{\frac{1}{3}}} \div (-2a^{\frac{5}{6}b^{\frac{5}{6}}}) = -2a^tb^r$, $\mbox{if } t + r = (A)\frac{5}{6}$ (B) $-\frac{5}{6}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{2}{3}$
- **28.** () 設 $a \cdot b > 0$, 化簡 $\sqrt[3]{ab^3(\sqrt{ab})^3} = (A)_a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{3}{2}} (B)_a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{1}{2}} (C)_a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{1}{2}} (D)_a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{3}{2}}$
- **29.** () 方程式 $9^{x+2} = 3^{11-x}$ 的解為 (A) $x = \frac{9}{2}$ (B) $x = \frac{7}{3}$ (C) $x = \frac{5}{2}$ (D) $x = \frac{8}{3}$
- **30.** ()關於 $y = -2^x$ 的圖形,下列各敘述何者**不真**? (A)恆在 x 軸下方 (B)通過點(0, -1) (C) 為遞增函數 (D)以 x 軸為漸近線
- **31.** () 方程式 $9^{3x} = 3^{x^2+5}$,求x = (A)1 (B)5 (C)1 或 5 (D)0 或 3
- **32.** () 解($\frac{3}{4}$)^{x+2} = ($\frac{4}{3}$)^{2x-5} 得 x 之值為 (A) 1 (B) 2 (C)2 (D)1
- **34.** ()設 a > 0, $a \ne 1$,則在 $y = a^x$ 中,當 x 值增加 2 時,y 值為原來的 16 倍,則 a = (A)4 (B)2 (C)8 (D)16
- **35.** ()設 $a = \sqrt[3]{4}$, $b = \sqrt[4]{8}$, $c = \sqrt{2\sqrt[3]{2}}$,則 a 、b 、c 之大小順序為何? (A)a < c < b (B)c < a < b (C)b < a < c (D)a = c < b
- **36.** () 下列何者有意義? (A)log-24 (B)log₂(-4) (C)log₁3 (D)log₃1
- 37. () $\log_2 3 \times \log_3 4 \times \log_4 5 \times \log_5 6 \times \log_6 7 \times \log_7 8 \times \log_8 2 =$ (A)3 (B)2 (C)1 (D)0
- **38.** () $\log_{10}4 + \log_{10}15 \log_{10}0.6 = (A)10$ (B)8 (C)4 (D)2
- **39.** () $\log_2(\log_2 49) + 2\log_4(\log_7 2) = (A) 1 (B)1 (C) 3 (D)3$
- **40.** ()關於 $y = -\log_3 x$ 的圖形,下列各敘述何者**不真**? (A)恆在 y 軸右方 (B)為遞減函數 (C)

以 y 軸為漸近線 (D)通過點(-1,0)

41. () 方程式
$$\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=1$$
 之解為 (A) $x=\frac{3}{4}$ (B) $x=\frac{4}{3}$ (C) $x=\frac{1}{2}$ (D) $x=\frac{3}{2}$

42. () 方程式
$$\log_{\frac{1}{2}}(x-3) = \log_{\frac{1}{2}}(5-x)$$
 之解為 (A) $x = -4$ (B) $x = 4$ (C) $x = 5$ (D) $x = 3$

43. () 読
$$a = 3\log_4 3$$
 , $b = 2\log_2 3$, $c = \log_2 8$,則 (A) $a > b > c$ (B) $b > c > a$ (C) $c > b > a$ (D) $b > a > c$

44. ()
$$x > 0$$
,log x 之首數為 -4 ,則 x 之範圍為 (A) $-4 \le x < -3$ (B) $-3 \le x < -2$ (C) $10^{-4} \le x < 10^{-3}$ (D) $10^{-3} \le x < 10^{-2}$

46. ()下列哪一個對數的尾數和其他 3 個不同 ? (A)
$$\log 35$$
 (B) $\log \frac{1}{35}$ (C) $\log 0.35$ (D) $\log 350$

48. ()在同一直角坐標平面上,函數
$$y = \log_{10} x$$
 與 $y = 10^x$ 的圖形共有幾個交點? (A)0 (B)1 (C)2 (D)3

49. () 已知
$$a \cdot b$$
 為實數,若 $2^a = \sqrt{32}$ 且 $3^b = \frac{1}{\sqrt{27}}$,則 $a + b = (A) - 2$ (B) -1 (C) 1 (D) 2

50. () 對數方程式
$$\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3$$
,則 $x = (A)0$ (B)2 (C)4 (D)6

51. () 若
$$2^3 \times 2^5 = 2^t$$
,則 $t =$ (A)2 (B)15 (C)8 (D)-2

52. ()
$$\stackrel{+}{\approx} \sqrt[3]{5} = 5^r$$
 , $\boxed{|p|} r =$ (A) $-\frac{1}{3}$ (B) 3 (C) $\frac{1}{3}$ (D) -3

53. () 設
$$ab \neq 0$$
 且 $a > 0$, 仁簡 $\left(a^2b^4\right)^{\frac{1}{2}} =$ (A) a^4b^8 (B) a^2b^2 (C) ab^8 (D) ab^2

54. ()設
$$a = 2^2 \cdot b = 2^4 \cdot c = 2^{\frac{7}{2}}$$
,則 $a \cdot b \cdot c$ 之大小順序為 (A) $b > a > c$ (B) $c > b > a$ (C) $a > c > b$ (D) $b > c > a$

56. () 設
$$a>0$$
且 $a\ne 1$,則 $y=\log_a x$ 的圖形恆在 (A) x 軸上方 (B) x 軸下方 (C) y 軸右方 (D) y 轴左方

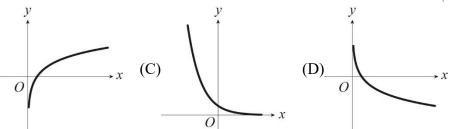
57. () 設
$$x > 1$$
,若 $\log_3 x^2 = 2$,則 $x = (A)2$ (B)3 (C)9 (D)4

59. () 若
$$f(x) = 2^x$$
,則下列何者正確? (A) $f(-1) = -2$ (B) $f(0) = 0$ (C) $f(-3) > f(-2)$ (D) $x_2 > x_1$ 時, $f(x_2) > f(x_1)$

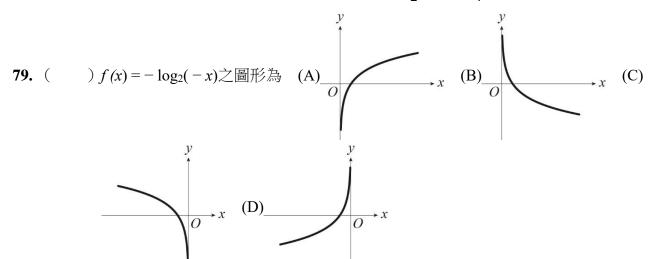
60. () 化簡
$$\frac{\sqrt[5]{4} \times \sqrt{8} \times (\sqrt[3]{\sqrt[5]{4}})^2}{\sqrt[3]{\sqrt{2}}} =$$
 (A)2 (B)4 (C) $\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

(A)
$$x^{\frac{1}{30}}$$
 (B) x^{30} (C) $x^{-\frac{1}{30}}$ (D) x^{-30}

- **62.** () 若 a > 0,且 $m \cdot n$ 為正整數,則下列何者錯誤? (A) $(a^m)^n = a^{m+n}$ (B) $a^{-1} = \frac{1}{a}$ (C) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ (D) $a^0 = 1$
- **63.** ()已知 a > 0,則 $y = a^x$ 的圖形與 $y = (\frac{1}{a})^x$ 的圖形對稱於 (A)x y = 0 (B)x + y = 0 (C)x 軸 (D)y 軸
- **64.** () $(\log_{\frac{1}{3}} 4) \times (\log_{8} 9) = (A) 8 (B) \frac{3}{2} (C) \frac{4}{3} (D) \frac{5}{3}$
- **65.** () 已知 a > 0, $a \ne 1$, $\log_a x = 8$, $\log_a y = 3$ 且 n = 5, 則 $\log_a \sqrt[n]{\frac{x}{y}} =$ (A)1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\sqrt[5]{\frac{3}{8}}$ (D) $\frac{\sqrt[5]{3}}{2}$
- 66. () 設 $a = \log_{\frac{1}{3}} 2$, $b = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$, $c = \log_{\frac{1}{2}} 3$, $d = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$, 則 $a \cdot b \cdot c \cdot d$ 之大小關係為 (A)d > b > a > c (B)a > c > d > b (C)c > d > b > a (D)b > d > c > a
- 67. ()方程式 $x^{\log_{10} 2} \times 2^{\log_{10} x} 3 \times 2^{\log_{10} x} + 2 = 0$ 的解x = (A)2或1 (B)4或2 (C)1或10 (D)10或100
- **68.** ()方程式 $\log_3 729 = 6^{x^2-15x-125}$ 之解 x = (A)-14 或 9 (B)-21 或 6 (C)14 或 9 (D)21 或 -6
- **69.** ()若(a,b)是對數函數 $y = \log_{10}x$ 上一點,則下列哪一點也在該圖形上? (A)(10a,b+1) (B)(2a,2b) (C) $(\frac{1}{a},1-b)$ (D) (a^2,b^2)
- **70.** () 已知 47¹⁰⁰ 是 168 位數,則 47¹⁷ 是多少位數? (A)27 (B)28 (C)29 (D)30
- **71.** ()已知 $\log 2 \approx 0.3010$,則($\frac{1}{5}$) 10 在小數點後第幾位始不出現 0? (A)7 (B)8 (C)9 (D)10
- 72. () 方程式 $\log_3 x^2 = 2\log_9 x$ 之解 x = (A)0 (B)1 (C)2 (D)3
- 73. () 函數 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 和 $y = (\frac{1}{3})^x$ 對稱於 (A)x + y = 0 (B)x y = 0 (C)x 軸 (D)y 軸
- **74.** () $f(x) = 5^x$ 圖形恆過哪一個定點? (A)(1,0) (B)(0,1) (C)(5,1) (D)(1,1)
- 75. ()下列各圖形,哪一個最有可能為 $y = (\frac{1}{2})^x$ 的圖形? (A) $x = (\frac{1}{2})^x$ 的圖形? (B)



- **76.** () 設 a > 0,則 $y = a^x$ 的圖形恆在 (A)x 軸上方 (B)x 軸下方 (C)y 軸左方 (D)y 軸右方
- 77. () $\log_b \sqrt[3]{25} = \frac{2}{3}$, $\exists b = (A)15$ (B)5 (C)3 (D) $\frac{3}{2}$



- **80.** () $\log x = 5.678$,則真數 x 的整數部分有 (A)4 位數 (B)5 位數 (C)6 位數 (D)7 位數
- **81.** ()已知 $\log 2 \approx 0.3010$,若 $2^x = 100$,則 x 之值最接近下列何者? (A)6.64 (B)6.82 (C)6.41 (D)6.24
- **82.** () 已知 $\log 7 \approx 0.8451$,試求使 $(\frac{1}{7})^n < 10^{-10}$ 的最小整數 n = (A)11 (B)12 (C)13 (D)10
- **83.** () 解方程式 $4^{x+1} 2^{x+2} + 1 = 0$ 得 x 為 (A)0 (B)2 (C)1 (D) -1
- **84.** () $\stackrel{\text{#}}{\approx} \log_3 12 = a$, $\underset{\text{$=$}}{\text{$|$}} \log_9 36 = (A) \frac{a+2}{a+1}$ (B) $\frac{a+1}{2}$ (C) $\frac{a+2}{a-1}$ (D) $\frac{2a-1}{2}$
- **85.** () 方程式 $2^{2x} 12 \times 2^x + 32 = 0$ 的解 x = (A)2 或 3 (B)4 或 8 (C)2 或 4 (D)4 或 5
- **86.** () 下列選項哪一個數值最大? (A) $\log_8 7^3$ (B) $\log_2 3 + \log_4 9$ (C) $0.19 \times \log_2 3^{10}$ (D) $\frac{\log_{10} \sqrt{8.9}}{\log_{100} 2}$
- **87.** ()設 a > 0,m、n 為正整數且 m、n 互質,若 $\sqrt{a} \times \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a} = \sqrt[n]{a^m}$,試求 n + m = (A)11 (B)15 (C)23 (D)27
- **88.** () 根據報導,全球人口數在 2022 年底已經達到 80 億,為了因應人口成長對環境帶來的衝擊,某城市預估在年份t(西元紀年)的人口概數為 $y(t) = \frac{600000}{1+2\times2.7^{-0.01(t-2022)}}$,其中 $t \ge 2022$ 。以下敘述何者正確? (A)該城市在 2100 年人口概數將大於 60 萬 (B)該城市在 2022 年人口概數為 20 萬 (C)該城市在 2070 年人口概數小於 2060 年人口概數 (D)該城市在 2080 年人口概數大於 2090 年人口概數
- **89.** () 若 log a ≈ -2.0282 ,則 log a 之首數為 (A)1 (B)0 (C)-2 (D)-3
- 90. ()已知 $\log 7 \approx 0.8451$, $\log 2 \approx 0.3010$,則 $\log \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt{2}}$ 的值為 (A)0.1312 (B)0.1324 (C)0.1342 (D)0.1348
- 91. ()已知 $\log 2 \approx 0.301$, $\log 3 \approx 0.4771$,則滿足 $(\frac{3}{4})^n < \frac{1}{10}$ 的最小自然數 n 值為 (A)8 (B)9 (C)10 (D)11
- 92. ()已知 $\log 74.2 \approx 1.8704$,若 $\log x \approx -3 + 0.8704$,則 x 最接近下列何值? (A)0.008704 (B)0.00742 (C)0.000742 (D)0.08704
- 93. () 設 $\log_{10}2 = a$, $\log_{10}3 = b$,已知 $\log_8 x = -\frac{2}{3}$, $\log_y 27 = \frac{3}{2}$,則以 $a \cdot b$ 表示 $\log_{10} \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$

(A)
$$\frac{a+b}{2}$$
 (B) $-\frac{a+b}{2}$ (C) $2(a+b)$ (D) $-2(a+b)$

- **94.** ()已知 $a = \sqrt[5]{5}$, $b = \sqrt[6]{4}$, $c = \sqrt[6]{2}$,則此三數之大小為 (A) b > c > a (B) b > a > c (C) c > b > a (D) c > a > b
- 95. ()解方程式 $\log_{10}(x^2+x+18)=1+\log_{10}(x+1)$ 得兩根為 α 、 β ,則下列何者正確? (A) $\alpha-\beta=10$ (B) $2\alpha+\beta=-10$ (C) $\alpha+\beta=10$ (D) $\alpha^2+\beta^2=65$
- **96.** () 方程式 $x^{1+\log_2 x} = (2x)^3$ 之解x 為何? (A) x = 8或 $x = \frac{1}{2}$ (B) x = -8 (C) $x = -\frac{1}{2}$ (D) x = 8
- 97. () 同學在細菌培養的實驗中,發現 A 細菌從開始經 3 小時數目由 500 成長至 600。假設 A 細菌呈指數函數成長,試問從開始經過 9 小時, A 細菌的數目最接近下列哪一個數? (A)720 (B)864 (C)1037 (D)1800
- 98. () 已知 $a \cdot b$ 為實數,若 $\sqrt{32} = 2^a$ 且 $\frac{1}{\sqrt{8}} = 2^b$,則a + b = (A)-2 (B)-1 (C)1 (D)2
- **99.** () $\frac{3^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{6}} \times 27^{\frac{1}{9}} \times 81^{5}}{243^{4}}$ 之值為何? (A)1 (B)3 (C)9 (D)243
- **100.** () 下列何者與 $y = \frac{1}{2^{-x+1}}$ 的圖形最相近? (A)

