



# 上帝之手

## 机器学习

作者: leekarry

组织: 果壳

时间: May 6, 2019

版本: 0.1



我很快,快到时间都会变慢。而我一慢,时间就会过得飞快。

# 目 录

<b>I</b>	<b>分析学</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>初等分析</b>	<b>2</b>
1.1	实数 . . . . .	2
1.2	复数 . . . . .	2
1.3	在振荡上的应用 . . . . .	2
1.4	对等式的运算 . . . . .	2
1.5	对不等式的运算 . . . . .	2
<b>2</b>	<b>序列的极限</b>	<b>3</b>
2.1	基本思想 . . . . .	3
2.2	实数的希尔伯特 (Hilbert) 公理 . . . . .	3
2.3	实数序列 . . . . .	3
2.4	序列收敛准则 . . . . .	3
<b>3</b>	<b>函数的极限</b>	<b>4</b>
3.1	一个实变量的函数 . . . . .	4
3.2	度量空间和点集 . . . . .	4
3.3	多变量函数 . . . . .	4
<b>4</b>	<b>一个实变函数的微分法</b>	<b>5</b>
4.1	导数 . . . . .	5
4.2	链式法则 . . . . .	5
4.3	递增函数和递减函数 . . . . .	5
4.4	反函数 . . . . .	5
4.5	泰勒定理和函数的局部行为 . . . . .	5
4.6	复值函数 . . . . .	5
<b>5</b>	<b>多元实变函数的导数</b>	<b>6</b>
5.1	偏导数 . . . . .	6
5.2	弗雷歇导数 . . . . .	6
5.3	链式法则 . . . . .	6
5.4	对微分算子的变换的应用 . . . . .	6
5.5	对函数相关性的应用 . . . . .	6
5.6	隐函数定理 . . . . .	6

5.7	逆映射 . . . . .	6
5.8	$n$ 阶变分与泰勒定理 . . . . .	6
5.9	在误差估计上的应用 . . . . .	6
5.10	弗雷歇微分 . . . . .	6
<b>6</b>	<b>单实变函数的积分</b> . . . . .	<b>7</b>
6.1	基本思想 . . . . .	7
6.2	积分的存在性 . . . . .	7
6.3	微积分基本定理 . . . . .	7
6.4	分部积分法 . . . . .	7
6.5	代换 . . . . .	7
6.6	无界区间上的积分 . . . . .	7
6.7	无界函数的积分 . . . . .	7
6.8	柯西主值 . . . . .	7
6.9	对弧长的应用 . . . . .	7
6.10	物理角度的标准推理 . . . . .	7
<b>7</b>	<b>多实变量函数的积分</b> . . . . .	<b>8</b>
7.1	基本思想 . . . . .	8
7.2	积分的存在性 . . . . .	8
7.3	积分计算 . . . . .	8
7.4	卡瓦列里原理 (累次积分) . . . . .	8
7.5	代换 . . . . .	8
7.6	微积分基本定理 (高斯-斯托克斯定理) . . . . .	8
7.7	黎曼曲面测度 . . . . .	8
7.8	分部积分 . . . . .	8
7.9	曲线坐标 . . . . .	8
7.10	应用到质心和惯性中点 . . . . .	8
7.11	依赖于参数的积分 . . . . .	8
<b>8</b>	<b>向量代数</b> . . . . .	<b>9</b>
8.1	向量的线性组合 . . . . .	9
8.2	坐标系 . . . . .	9
8.3	向量的乘法 . . . . .	9
<b>9</b>	<b>向量分析与物理学领域</b> . . . . .	<b>10</b>
9.1	速度和加速度 . . . . .	10
9.2	梯度、散度和旋度 . . . . .	10
9.3	在形变上的应用 . . . . .	10
9.4	哈密顿算子的运算 . . . . .	10

9.5	功、势能和积分曲线 . . . . .	10
9.6	对力学的守恒律的应用 . . . . .	10
9.7	流、守恒律与高斯积分定理 . . . . .	10
9.8	环量、闭积分曲线与斯托克斯积分定理 . . . . .	10
9.9	根据源与涡确定向量场 (向量分析的主要定理) . . . . .	10
9.10	对电磁学中麦克斯韦方程的应用 . . . . .	10
9.11	经典向量分析与嘉当微分学的关系 . . . . .	10
<b>10</b>	<b>无穷级数</b>	<b>11</b>
10.1	收敛准则 . . . . .	11
10.2	无穷级数的运算 . . . . .	11
10.3	幂级数 . . . . .	11
10.4	傅里叶级数 . . . . .	11
10.5	发散级数求和 . . . . .	11
10.6	无穷乘积 . . . . .	11
<b>11</b>	<b>积分变换</b>	<b>12</b>
11.1	拉普拉斯变换 . . . . .	12
11.2	傅里叶变换 . . . . .	12
11.3	Z 变换 . . . . .	12
<b>12</b>	<b>常微分方程</b>	<b>13</b>
12.1	引导性的例子 . . . . .	13
12.2	基本概念 . . . . .	13
12.3	微分方程的分类 . . . . .	13
12.4	初等解法 . . . . .	13
12.5	应用 . . . . .	13
12.6	线性微分方程组和传播子 . . . . .	13
12.7	稳定性 . . . . .	13
12.8	边值问题和格林函数 . . . . .	13
12.9	一般理论 . . . . .	13
<b>13</b>	<b>偏微分方程</b>	<b>14</b>
13.1	数学物理中的一阶方程 . . . . .	14
13.2	二阶数学物理方程 . . . . .	14
13.3	特征的作用 . . . . .	14
13.4	关于唯一性的一般原理 . . . . .	14
13.5	一般的存在性结果 . . . . .	14

<b>14 复变函数</b>	<b>15</b>
14.1 基本思想	17
14.2 复数列	17
14.3 微分	17
14.4 积分	17
14.5 微分式的语言	17
14.6 函数的表示	17
14.7 留数计算与积分计算	17
14.8 映射度	17
14.9 在代数基本定理上的应用	17
14.10 双全纯映射和黎曼映射定理	17
14.11 共形映射的例子	17
14.12 对调和函数的应用	17
14.13 在静电学和静磁学上的应用	17
14.14 解析自延拓与恒等原理	17
14.15 在欧拉伽马函数上的应用	17
14.16 椭圆函数和椭圆积分	17
14.17 模形式与 $P$ 函数的反演问题	17
14.18 椭圆积分	17
14.19 奇异微分方程	17
14.20 在高斯超几何微分问题上的应用	17
14.21 在贝塞尔微分方程上的应用	17
14.22 多复变函数	17
 <b>II 代数学</b>	 <b>18</b>
<b>15 初等代数</b>	<b>19</b>
<b>16 矩阵</b>	<b>20</b>
<b>17 线性代数</b>	<b>21</b>
<b>18 多线性代数</b>	<b>22</b>
<b>19 代数结构</b>	<b>23</b>
<b>20 伽罗瓦理论和代数方程</b>	<b>24</b>
<b>21 数论</b>	<b>25</b>

<b>III 几何学</b>	<b>26</b>
22 由克莱因的埃尔兰根纲领所概括的几何学的基本思想	27
23 初等几何学	28
24 向量代数在解析几何学中的应用	29
25 欧氏几何学 (运动的几何学)	30
26 射影几何学	31
27 微分几何学	32
28 平面曲线的例子	33
29 代数几何学	34
30 现代物理的几何	35
<b>IV 数学基础</b>	<b>36</b>
31 数学的语言	37
32 证明的方法	38
33 朴素集合论	39
34 数理逻辑	40
<b>V 变分法与最优化</b>	<b>41</b>
35 单变量函数的变分法	42
36 多变量函数的变分法	43
37 控制问题	44
38 经典非线性最优化	45
39 线性最优化	46
40 线性最优化的应用	47

<b>VI 随机演算——机会的数学</b>	<b>48</b>
41 基本的随机性	49
42 科尔莫戈罗夫的概率论公理化基础	50
43 数理统计	51
44 随机过程	52
 <b>VII 计算数学与科学计算</b>	 <b>53</b>
45 数值计算和误差分析	54
46 线性代数	55
47 插值,数值微分和积分	56
48 非线性问题	57
49 数值逼近	58
50 常微分方程	59
51 偏微分方程与科学计算	60

# 第 I 部分 I

## 分析学



# 第 1 章 初等分析



## 1.1 实数

## 1.2 复数

## 1.3 在振荡上的应用

## 1.4 对等式的运算

## 1.5 对不等式的运算

## 第 2 章 序列的极限



### 2.1 基本思想

### 2.2 实数的希尔伯特 (Hilbert) 公理

### 2.3 实数序列

### 2.4 序列收敛准则

## 第 3 章 函数的极限



### 3.1 一个实变量的函数

### 3.2 度量空间和点集

### 3.3 多变量函数

## 第 4 章 一个实变函数的微分法

---

### 4.1 导数

### 4.2 链式法则

### 4.3 递增函数和递减函数

### 4.4 反函数

### 4.5 泰勒定理和函数的局部行为

### 4.6 复值函数

## 第5章 多元实变函数的导数



### 5.1 偏导数

### 5.2 弗雷歇导数

### 5.3 链式法则

### 5.4 对微分算子的变换的应用

### 5.5 对函数相关性的应用

### 5.6 隐函数定理

### 5.7 逆映射

### 5.8 $n$ 阶变分与泰勒定理

### 5.9 在误差估计上的应用

### 5.10 弗雷歇微分

## 第 6 章 单实变函数的积分



### 6.1 基本思想

### 6.2 积分的存在性

### 6.3 微积分基本定理

### 6.4 分部积分法

### 6.5 代换

### 6.6 无界区间上的积分

### 6.7 无界函数的积分

### 6.8 柯西主值

### 6.9 对弧长的应用

### 6.10 物理角度的标准推理

## 第 7 章 多实变量函数的积分



### 7.1 基本思想

### 7.2 积分的存在性

### 7.3 积分计算

### 7.4 卡瓦列里原理 (累次积分)

### 7.5 代换

### 7.6 微积分基本定理 (高斯-斯托克斯定理)

### 7.7 黎曼曲面测度

### 7.8 分部积分

### 7.9 曲线坐标

### 7.10 应用到质心和惯性中点

### 7.11 依赖于参数的积分

## 第 8 章 向量代数



### 8.1 向量的线性组合

### 8.2 坐标系

### 8.3 向量的乘法



## 第 9 章 向量分析与物理学领域



9.1 速度和加速度

9.2 梯度、散度和旋度

9.3 在形变上的应用

9.4 哈密顿算子的运算

9.5 功、势能和积分曲线

9.6 对力学的守恒律的应用

9.7 流、守恒律与高斯积分定理

9.8 环量、闭积分曲线与斯托克斯积分定理

9.9 根据源与涡确定向量场 (向量分析的主要定理)

9.10 对电磁学中麦克斯韦方程的应用

9.11 经典向量分析与嘉当微分学的关系

## 第 10 章 无穷级数



### 10.1 收敛准则

### 10.2 无穷级数的运算

### 10.3 幂级数

### 10.4 傅里叶级数

### 10.5 发散级数求和

### 10.6 无穷乘积

## 第 11 章 积分变换



### 11.1 拉普拉斯变换

### 11.2 傅里叶变换

### 11.3 Z 变换

## 第 12 章 常微分方程

---

12.1 引导性的例子

12.2 基本概念

12.3 微分方程的分类

12.4 初等解法

12.5 应用

12.6 线性微分方程组和传播子

12.7 稳定性

12.8 边值问题和格林函数

12.9 一般理论

## 第 13 章 偏微分方程



13.1 数学物理中的一阶方程

13.2 二阶数学物理方程

13.3 特征的作用

13.4 关于唯一性的一般原理

13.5 一般的存在性结果

## 第 14 章 复变函数





## 14.1 基本思想

## 14.2 复数列

## 14.3 微分

## 14.4 积分

## 14.5 微分式的语言

## 14.6 函数的表示

## 14.7 留数计算与积分计算

## 14.8 映射度

## 14.9 在代数基本定理上的应用

## 14.10 双全纯映射和黎曼映射定理

## 14.11 共形映射的例子

## 14.12 对调和函数的应用

## 14.13 在静电学和静磁学上的应用

## 14.14 解析自延拓与恒等原理

## 14.15 在欧拉伽马函数上的应用

## 14.16 椭圆函数和椭圆积分

## 14.17 模形式与 $P$ 函数的反演问题

## 14.18 椭圆积分

## 14.19 奇异微分方程

## 14.20 在高斯超几何微分问题上的应用

## 14.21 在贝塞尔微分方程上的应用

## 14.22 多复变函数



## 第 II 部分 II

### 代数学

## 第 15 章 初等代数



## 第 16 章 矩阵



## 第 17 章 线性代数



# 第 18 章 多线性代数



## 第 19 章 代数结构



## 第 20 章 伽罗瓦理论和代数方程



## 第 21 章 数论





## 第 III 部分 III

# 几何学

## 第 22 章 由克莱因的埃尔兰根纲领所概括的几何学的 基本思想



## 第 23 章 初等几何学



## 第 24 章 向量代数在解析几何学中的应用



## 第 25 章 欧氏几何学 (运动的几何学)



## 第 26 章 射影几何学



# 第 27 章 微分几何学



## 第 28 章 平面曲线的例子





## 第 29 章 代数几何学



## 第 30 章 现代物理的几何



## 第 IV 部分 IV

### 数学基础

## 第 31 章 数学的语言



## 第 32 章 证明的方法



# 第 33 章 朴素集合论



## 第 34 章 数理逻辑



## 第 V 部分 V

# 变分法与最优化



## 第 35 章 单变量函数的变分法



## 第 36 章 多变量函数的变分法



## 第 37 章 控制问题



## 第 38 章 经典非线性最优化



# 第 39 章 线性最优化



## 第 40 章 线性最优化的应用



## 第 VI 部分 VI

# 随机演算——机会的数学

## 第 41 章 基本的随机性





## 第 42 章 科尔莫戈罗夫的概率论公理化基础



## 第 43 章 数理统计



## 第 44 章 随机过程



## 第 VII 部分 VII

# 计算数学与科学计算

## 第 45 章 数值计算和误差分析



## 第 46 章 线性代数



## 第 47 章 插值,数值微分和积分



## 第 48 章 非线性问题





## 第 49 章 数值逼近



# 第 50 章 常微分方程



## 第 51 章 偏微分方程与科学计算

