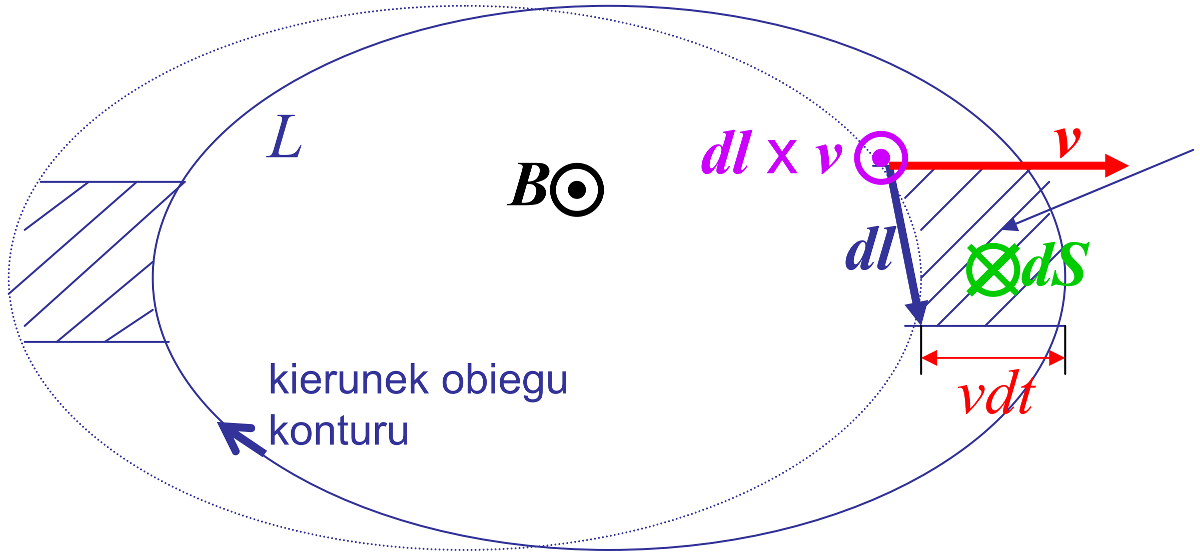
INDUKCJA ELEKTROMAGNETYCZNA

- Zjawisko indukcji elektromagnetycznej, SEM indukcji
- Prawo Faradaya
- Samoindukcja, współczynnik samoindukcji
- Energia i gęstość energii pola magnetycznego
- Prawa elektrodynamiki w ośrodkach materialnych

INDUKCJA ELEKTROMAGNETYCZNA



Element powierzchni „zyskany" w ciągu czasu *dt*

$$d\vec{S} = \vec{v}dt \times d\vec{l}$$

$$\Rightarrow d\vec{l} \times \vec{v} = -\frac{d\vec{S}}{dt}$$

Na ładunek *q*, znajdujący się na elemencie *dl*, działa siła $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

Praca tej siły przy przesunięciu ładunku *q* o *dl*

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l} = q\left(d\vec{l} \times \vec{v}\right) \cdot \vec{B} = q\left(-\frac{d\vec{S}}{dt}\right) \cdot \vec{B} = -q\frac{d\Delta\Phi_B}{dt}$$

Strumień indukcji magnetycznej $\boxed{\Delta\Phi_B \equiv \vec{B} \cdot d\vec{S} \Rightarrow \Phi_B \equiv \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}}$

Całkowita praca, wykonana przez pole magnetyczne ***B*** nad ładunkiem *q* podczas przesuwania go wokół krzywej zamkniętej *L*

$$W = q\oint_L \left(d\vec{l} \times \vec{v}\right) \cdot \vec{B} = -q\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Z punktu widzenia obserwatora, związanego z obwodem, przepływ ładunku wywołany jest przyłożeniem różnicy potencjałów

$$W = E_p(L) - E_p(0) = q\Delta U = -q\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Prawo Faradaya

Siła elektromotoryczna indukcji ma wartość

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

Reguła Lenza. Siła elektromotoryczna indukcji ma taki zwrot, że wywołany przez nią przepływ prądu w obwoadzie zamkniętym wytwarza strumień indukcji magnetycznej, przeciwdziałający zmianie strumienia indukcji magnetycznej, obejmowanego przez obwód.

Postać różniczkowa prawa Faradaya

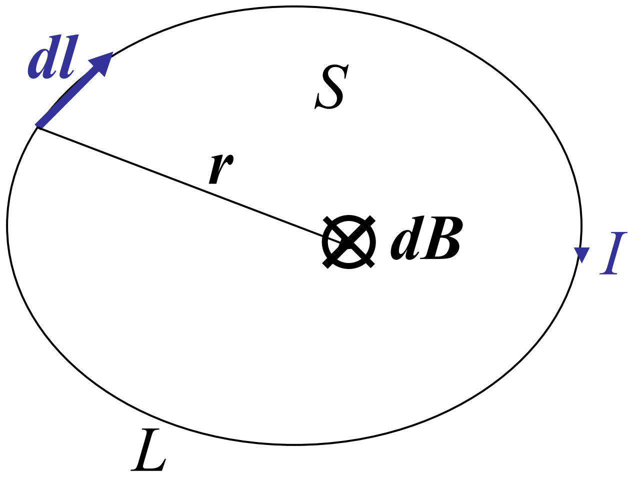
$$\mathcal{E} = \oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

$$\lim_{S\to 0}\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = \vec{S}\cdot rot\vec{E} = -\lim_{S\to 0}\frac{\partial}{\partial t}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}\cdot\vec{S}$$

$$\Rightarrow \boxed{rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$

SAMOINDUKCJA

Zmianom strumienia indukcji magnetycznej obejmowanego przez obwód zawsze towarzyszy powstanie siły elektromotorycznej. Dotyczy to również strumienia, wytwarzanego przez prąd, płynący w samym obwodzie.



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_L \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$ w każdym punkcie obwodu

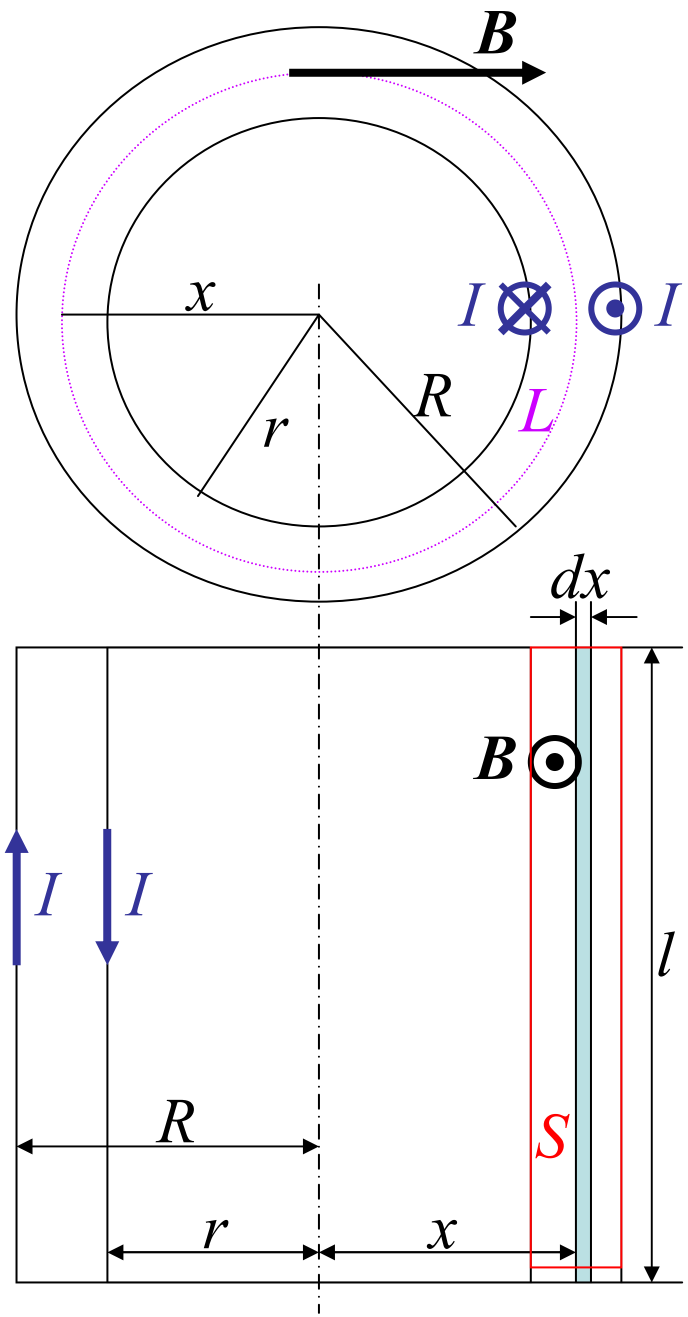
$$\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

współczynnik samoindukcji

$$\Phi_B = \underbrace{\left\{ \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \left[\oint_L \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \right] \cdot d\vec{S} \right\}}_{\equiv L} I = LI$$

Każdej zmianie natężenia prądu towarzyszy pojawienie się siły elektromotorycznej samoindukcji

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -L\frac{dI}{dt}}$$



Przykład: współczynnik samoindukcji dla kabla koncentrycznego

$$x < r \Rightarrow B = 0$$

$$r \leq x \leq R \Rightarrow B(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$x > R \Rightarrow B = 0$$

$$\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_r^R \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l dx = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln \frac{R}{r}$$

$$\Rightarrow L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{R}{r}$$

ENERGIA POLA MAGNETYCZNEGO

Załóżmy, że w obwodzie, przez przyłożenie zewnętrznej siły elektromotorycznej, zmieniamy natężenie prądu. Wówczas w obwodzie indukuje się SEM samoindukcji $\mathcal{E} = -L\dfrac{dI}{dt}$

Zewnętrzna SEM w celu przesunięcia ładunku *dq* w tym obwodzie musi wykonać pracę

$$dW = Udq = L\frac{dI}{dt}Idt = LIdI$$

Praca potrzebna do wytworzenia w obwodzie prądu *I* zostaje zmagazynowana w postaci **energii pola magnetycznego**

$$W = E_p = \int_0^I Lidi = \frac{1}{2}LI^2$$

Gęstość energii pola magnetycznego (energia na jednostkę objętości)

Rozpatrzmy ponownie kabel koncentryczny i zwiększmy promień kabla wewnętrznego o *dr.* Spowoduje to likwidację pola w obszarze *dV* i zmianę energii pola o *dW*

$$dV = 2\pi rldr$$

$$\frac{dW}{dr} = \frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dr} \Rightarrow dW = \frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dr}dr = -\frac{1}{2}\frac{\mu_0 lI^2}{2\pi r}dr$$

Gęstość energii pola magnetycznego

$$w = -\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right)^2 = \frac{1}{2\mu_0}\left(B(r)\right)^2$$

Ogólnie $\boxed{w = \dfrac{B^2}{2\mu_0}}$

PRAWA ELEKTRODYNAMIKI W OSRODKACH MATERIALNYCH

(dotychczas poznane; nie jest to jeszcze pełny układ równań Maxwella)

Prawo Gaussa
$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q \Leftrightarrow div\vec{D} = \rho$$

Prawo Faradaya
$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \Leftrightarrow rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \Leftrightarrow div\vec{B} = 0$$

Prawo Ampere'a
$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I \Leftrightarrow rot\vec{H} = \vec{j}$$

Równania materiałowe

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

Gęstość energii pola elektromagnetycznego

$$w = \frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D} + \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}$$