ANA1

Z_4

1. Oblicz korzystając z definicji $f'(x)$, gdy $f(x) = \dfrac{1}{3x+2}$, $x \neq -\frac{2}{3}$.

2. Zbadaj istnienie $f'(0)$, gdy:

   (a) $f(x) = \begin{cases} x^k \sin \dfrac{1}{x} & \text{dla} \quad x \neq 0, \\ 0 & \text{dla} \quad x = 0, \end{cases}$ w przypadku, gdy $k = 1$ oraz $k = 2$.

   (b) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{dla} \quad x \geq 0, \\ \sqrt{-x} & \text{dla} \quad x < 0. \end{cases}$

3. Oblicz, zakładając że istnieje, pochodną funkcji:

   (a) $f(x) = x^{\cos(2x)}$,

   (b) $g(x) = \log_x(\mathrm{arctg} x)$,

   (c) $h(x) = \sqrt[x]{1+x}$.

4. Oblicz granicę funkcji:

   (a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$,

   (b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x - 1 + \frac{1}{2}x^2}{x^4}$,

   (c) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^-} \dfrac{\mathrm{tg} x}{\ln\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$,

   (d) $\lim\limits_{x\to -\infty} x^2 \cdot e^{2x}$,

   (e) $\lim\limits_{x\to 0^+} (\arcsin x)^{\mathrm{tg} x}$,

   (f) $\lim\limits_{x\to\infty} (\ln 2x)^{\log_x e}$,

   (g) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$,

   (h) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\sin x}\right)$,

   (i) $\lim\limits_{x\to\infty} (x - \ln x)$,

   (j) $\lim\limits_{x\to -\infty} x \cdot (\pi + 2\mathrm{arctg} x)$,

   (k) $\lim\limits_{x\to 4^+} \left(\dfrac{2x+1}{3x-1}\right)^{\frac{4}{x-4}}$,

   (l) $\lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt[x]{3x+1}$,

   (m) $\lim\limits_{x\to 0^+} (\mathrm{tg} x)^{x^2 - x}$,

   (n) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2e^x - 2e^{-x} - 4x}{\sin x - x}$,

(o) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{\ln x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$,

(p) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2^{\frac{1}{x}} + 3^{\frac{1}{x}}}{2}\right)^{x}$,

(q) $\lim_{x\to\pi^+} (1 + 2\sin x)^{\frac{1}{\pi - x}}$,

(r) $\lim_{x\to 1^+} \left(\frac{x+1}{2x}\right)^{\frac{3}{x-1}}$.