

Reprodukcja przykład

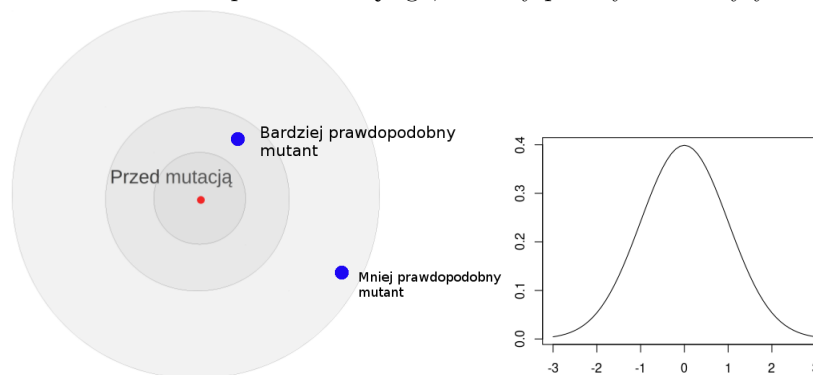
Założmy, że mamy 3 osobniki. Prawdopodobieństwo wyboru osobnika w zależności od wartości funkcji

oceny q i metody reprodukcji pokazano w tabeli:

q	sel. ruletkowa	sel. turniejowa
0,01	0,52	0,56
0,09	0,48	0,33
0,90	0,00	0,11

Idea mutacji

Generacja punktu **z otoczenia** punktu bieżącego, tak aby punkty bliskie były bardziej prawdopodobne



niż te dalekie.

się mutację gaussowską, czyli do aktualnej wartości \mathbf{x} dodaje się wektor liczb losowych z rozkładu normalnego, przeskalowany przez σ , nazywane dalej **siłą mutacji**: $\mathbf{x} = \mathbf{x} + \sigma \cdot \mathcal{N}(0, 1)$.

Najczęściej stosuje

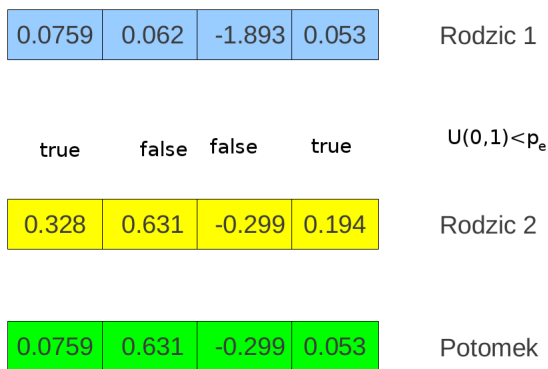
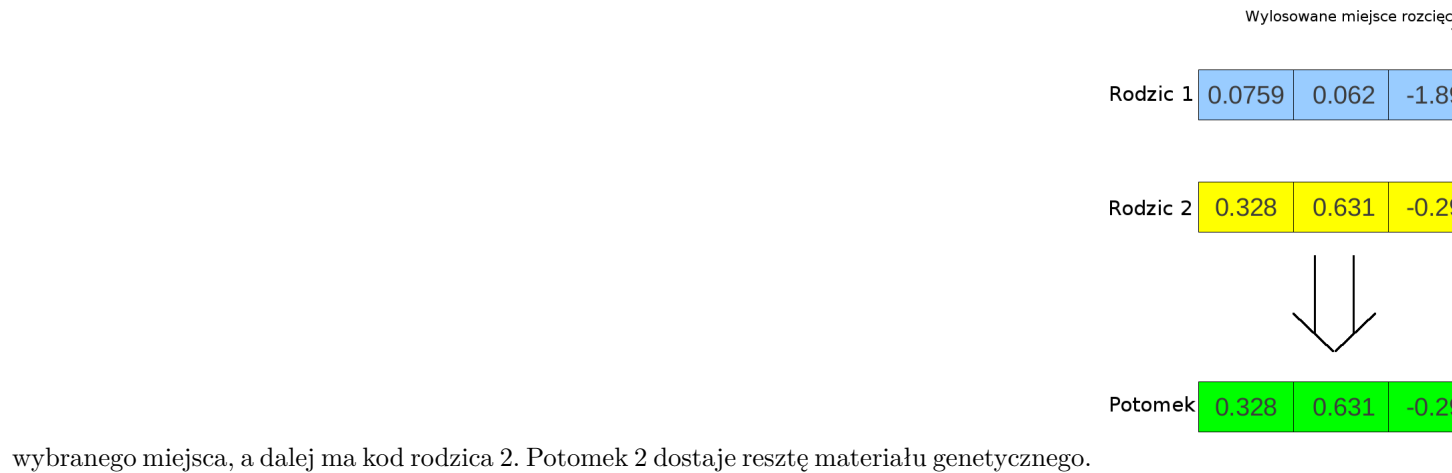
Krzyżowanie

„Niech osobnik potomny ma cechy rodziców” – wygenerować punkt „pośredni” – nie zawsze się da. Tu z krzyżowania powstaje 1 potomek.

- Osobniki rozpatruje się kolejno, jeśli ma wystąpić krzyżowanie to losuje się partnera (z powtórzeniami)
- Krzyżowania wymieniające – część cech przepisujemy do dziecka od jednego rodzica, a część od drugiego.
- Krzyżowania uśredniające – na cechach rodziców wykonujemy uśrednianie.
- Krzyżowanie nie jest niezbędne do działania algorytmu ewolucyjnego.
- Osobniki wybrane w reprodukcji poddawane są krzyżowaniu z pewnym prawdopodobieństwem p_c , które to jest parametrem algorytmu.

Krzyżowania wymieniające

Krzyżowanie jednopunktowe. Wybieramy miejsce rozcięcia. Potomek 1 ma kod rodzica 1 od początku do



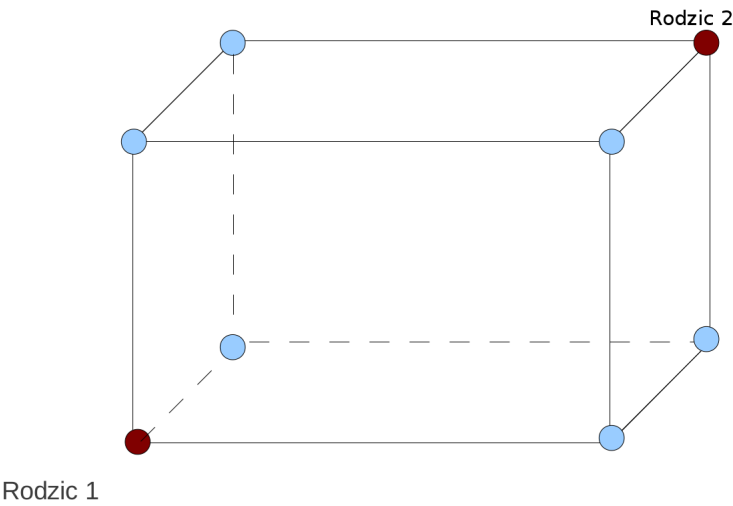
Rysunek 1: Krzyżowania wymieniające – krzyżowanie równomierne. Dla każdego genu losujemy liczbę $U(0, 1)$. Jeśli wyszło mniej niż p_e (parametr operacji krzyżowania) to bierzemy gen od rodzica 1. Gen pochodzi od rodzica 2 w przeciwnym przypadku.

Sukcesja

- generacyjna – $P_{t+1} = M$,
- elitarna – $P_{t+1} = \{k \text{ najlepszych z } P(t)\} \cup M \setminus \{k \text{ najgorszych z tego połączzonego zbioru}\}$,

Eksploracja vs eksploatacja

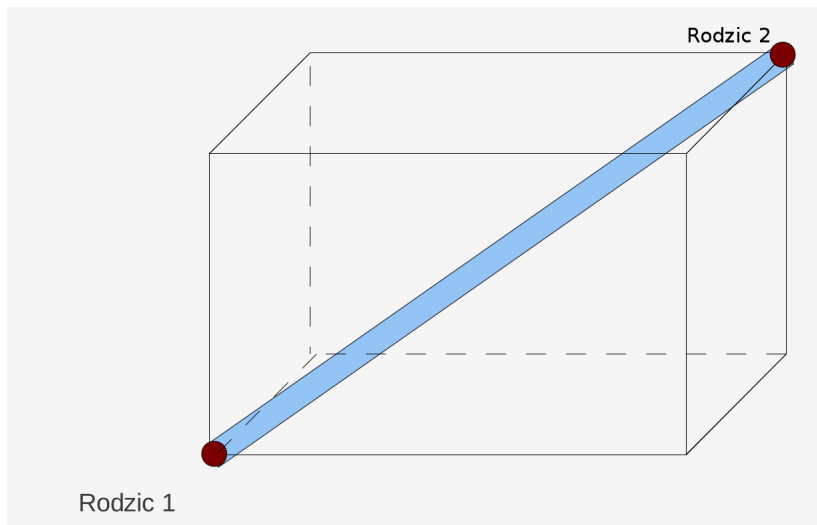
- Poprzez promowanie lepszych osobników algorytmy ewolucyjne podążają w kierunku lepszych rozwiązań.
- Zdolność poprawiania średniej wartości przystosowania osobników w populacji nazywa się **naciskiem selektywnym**.
- **Eksploracja** to zdolność znajdowania innych niż bieżące ekstremów lokalnych (przeszukiwanie całej przestrzeni).



Rysunek 2: Krzyżowanie równomierne. Wszystkie kombinacje genów są osiągalne.

0.0759	0.062	-1.893	0.053	Rodzic 1
*				
0,2345				
+				
1-0,2345				Losowa waga, np. 0,2345
*				
0.328	0.631	-0.299	0.194	Rodzic 2
=				
0,269	0,498	-0,673	0,161	Potomek

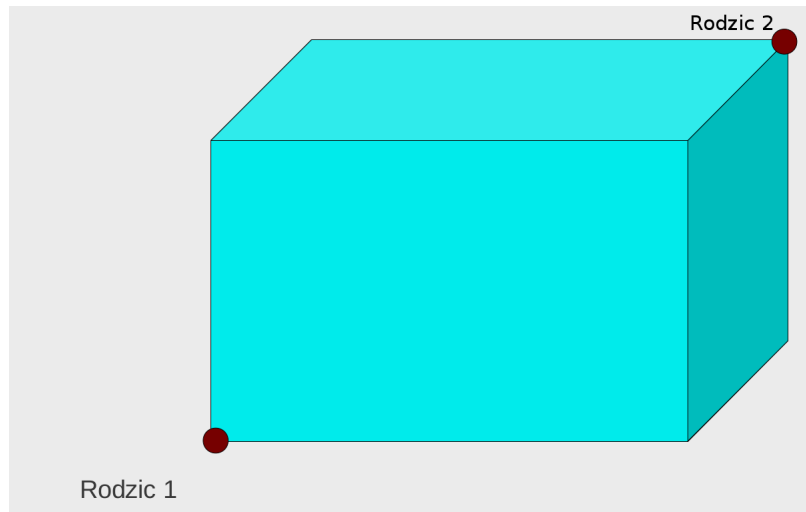
Rysunek 3: Krzyżowanie uśredniające w wariancie podstawowym to ważone uśrednianie z losowymi współczynnikami (wagami): $k_{t,j}[i] = w_{t,j} \cdot R_{t,r1}[i] + (1 - w_{t,j}) \cdot R_{t,r2}[i]$, gdzie i to numer współrzędnej (genu), j to indeks osobnika, a w jest losowane z $\mathcal{U}(0, 1)$.



Rysunek 4: W wyniku krzyżowania uśredniającego w wariancie podstawowym otrzymujemy punkty leżące na odcinku łączącym rodziców.

0.0759	0.062	-1.893	0.053	Rodzic 1
0.497	0.934	0.039	0.285	wagi
0.328	0.631	-0.299	0.194	Rodzic 2
0.203	0.099	-0.361	0.154	Potomek

Rysunek 5: Krzyżowanie uśredniające w wariancie rozszerzonym wprowadza niezależne wagi dla każdej współrzędnej (genu) i : $k_{t,j}[i] = w_{t,j}[i] \cdot R_{t,r1}[i] + (1 - w_{t,j}[i]) \cdot R_{t,r2}[i]$



Rysunek 6: W wyniku krzyżowania uśredniającego w wariancie rozszerzonym możemy otrzymać wszystkie punkty będące wnętrzem hiperprostokąćścianu

- **Eksploracja** – zdolność do jak najdokładniejszego zlokalizowania ekstremum (przeszukiwanie fragmentu przestrzeni w pobliżu domniemanego optimum).
- Duży nacisk selektywny zwiększa zdolności eksploatacyjne kosztem eksploracyjnych.
- Zbyt mały nacisk selektywny zwiększa zdolności eksploracyjne, ale prowadzi do zbyt słabych zdolności eksploatacyjnych.
- Potrzebny jest kompromis.

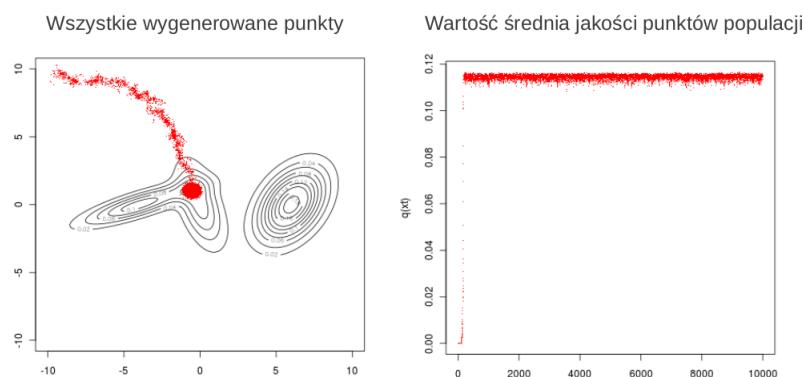
Elementy algorytmu kształtujące „kompromis”

1. Reprodukacja,
2. Sukcesja,
3. Krzyżowanie,
4. Mutacja.

Konfiguracja algorytmu na początek

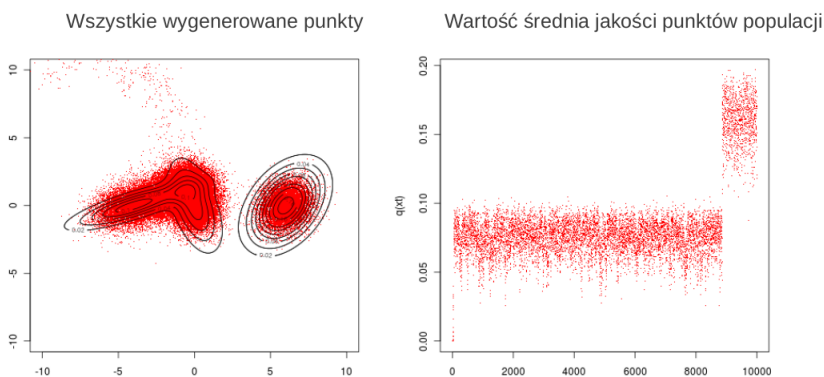
- Selekcja turniejowa
- Sukcesja elitarna z elitą o rozmiarze 1
- Bez krzyżowania, każdy osobnik podlega mutacji
- Mutacja wielowymiarowym rozkładem normalnym: $\mathbf{x} = \mathbf{x} + \sigma \cdot \mathcal{N}(0, 1)$
- Rozmiar populacji: 20
- Liczba iteracji ≥ 500

Mutacja gaussowska $\sigma=0.1$



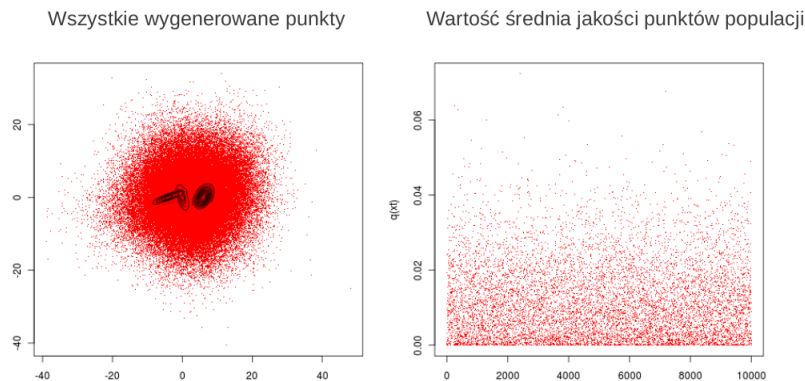
Rysunek 7: Dynamika prostego algorytmu ewolucyjnego. (Normalnie nie możemy sobie popatrzeć na wykres funkcji celu) Przykładowy problem: 3 optima, tu wyjątkowo maksymalizacja. Ustawiono „słabą” siłę mutacji.

- Mutacja gaussowska $\sigma=0.55$



Rysunek 8: Ustawiono „średnią” siłę mutacji.

Mutacja gaussowska $\sigma=5$



Rysunek 9: Ustawiono „dużą” siłę mutacji.

Główne wady klasycznego algorytmu ewolucyjnego

- Konieczność doboru szeregu parametrów: rozmiar populacji, siła mutacji, prawdopodobieństwo krzyżowania.
- Wybór jednego z wielu komponentów: metody reprodukcji, sukcesji, mutacji, krzyżowania.

Algorytmy ewolucyjne

Obecnie uznaje się, że algorytm genetyczny Hollanda i algorytm ewolucyjny należą do ogólniejszej grupy, zwanej algorytmami ewolucyjnymi. Do algorytmów ewolucyjnych zalicza się wszystkie algorytmy inspirowane lub kojarzone z procesem ewolucji, w tym:

- Programowanie Genetyczne (Cramera, 1985; Koza 1992) – ewolucja „programów”.
- Programowanie Ewolucyjne (1958, Friedberg; 1964, Fogel) – odkrywanie gramatyki nieznanego języka, automaty skończone.
- Strategie Ewolucyjne (1965; Bienert, Rechenberg, Schwefel).

Algorytmy ewolucyjne – podsumowanie

- **Algorytm ewolucyjny** to schemat działania (szablon) przedstawiony na poprzednim pseudokodzie. Można go skonkretyzować na wiele sposobów, np. można zrobić jego wersję z mutacją Gaussowską i sukcesją elitarną.
- **Algorytmy ewolucyjne** to duża rodzina metod należąca do rodziny metaheurystyk.

Algorytmy ewolucyjne – podsumowanie

Dlaczego zdobyły popularność?

- Nośna metafora (osobnik, populacja, ewolucja).
- Łatwość zapamiętania i implementacji.
- Dobre wyniki.

Strategie ewolucyjne

- Wczesne lata 60 (Rechenberg, Schwefel).
- Rozwiązali problemy inżynierskie, np. projektowanie skrzydła.
- Początkowo zajmowali się stochastycznym algorytmem wspinaczkowym (losowy sąsiad, akceptacja jeśli nie gorszy).
- Z tego, po dodaniu mechanizmu adaptacji zasięgu kroku, stworzono algorytm zwany dziś Strategią Ewolucyjną (1+1) (ES(1+1)).

Strategia ES(1+1). Jeden osobnik, jeden potomek

```

Data:  $q(x), \hat{x}^*, \sigma, a, t_{max}$ 
Result:  $\hat{x}^*, \hat{\sigma}^*$ 
1 begin
2    $t \leftarrow 1$ 
3    $l_s \leftarrow 0$ 
4    $\hat{\sigma}^* \leftarrow q(\hat{x}^*)$ 
5   while  $t \leq t_{max}$  do
6      $m \leftarrow \hat{x}^* + \sigma \cdot \mathcal{N}(0, 1)$ 
7      $o_m \leftarrow q(m)$ 
8     if  $o_m \leq \hat{\sigma}^*$  then
9        $l_s \leftarrow l_s + 1$ 
10       $\hat{\sigma}^* \leftarrow o_m$ 
11       $\hat{x}^* \leftarrow m$ 
12    end
13    if  $t \% a = 0$  then
14      if  $l_s/a > 1/5$  then
15         $\sigma \leftarrow 1,22 \cdot \sigma$ 
16      end
17      if  $l_s/a < 1/5$  then
18         $\sigma \leftarrow 0,82 \cdot \sigma$ 
19      end
20       $l_s \leftarrow 0$ 
21    end
22     $t \leftarrow t + 1$ 
23  end
24 end

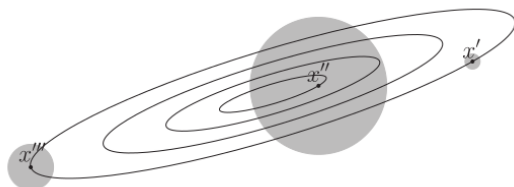
```

Strategie ewolucyjne

Strategia (1+1)

- Jest to pierwszy algorytm z samoczynną adaptacją zasięgu mutacji.
- Reguła 1/5 sukcesu powstała na podstawie rozważań teoretycznych dla funkcji kwadratowej.
- Parametry 1,219512 i 0,82 dobrano eksperymentalnie.

Rysunek 10



Rysunek 10: Silna mutacja to mała szansa trafienia w interesujący obszar, słaba mutacja to mały krok

Największa średnia wartość różnicy $q(\mathbf{x}, t) - q(\mathbf{x}, t + 1)$ jest osiągana na ogół wtedy, kiedy odsetek potomków lepszych od swoich rodziców jest na poziomie 1/5.

Strategie ewolucyjne

Strategia ta ma niewielką odporność na minima lokalne dlatego szukano lepszych strategii.

Strategia ES($\mu + \lambda$)

Populacja bazowa ma μ osobników a potomna λ osobników.

```

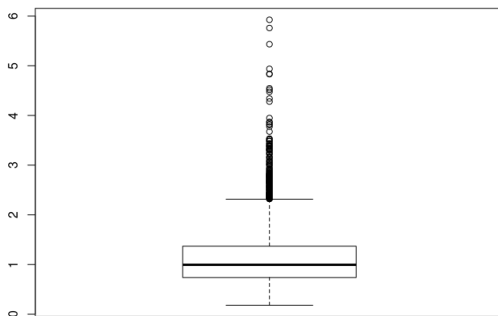
Data:  $q(x), P_0, \mu, \lambda, \sigma, t_{max}$ 
Result:  $\hat{x}^*, \hat{o}^*$ 
1  $t \leftarrow 0$ 
2  $o \leftarrow \text{ocena}(q, P_0)$ 
3  $\hat{x}^*, \hat{o}^* \leftarrow \text{znajdź najlepszego}(P_0, o)$ 
4 while nie spełnione kryterium stopu( $t, t_{max}, P_t, o$ ) do
5    $R \leftarrow \text{wylosuj } \lambda \text{ osobników z powtórzeniami}(P_t, \lambda)$ 
6    $M \leftarrow \text{krzyżowanie i mutacja}(R, \sigma)$ 
7    $o_m \leftarrow \text{ocena}(q, M)$ 
8    $x_t^*, o_t^* \leftarrow \text{znajdź najlepszego}(M, o_m)$ 
9   if  $o_t^* < \hat{o}^*$  then
10      $\hat{x}^* \leftarrow x_t^*$ 
11      $\hat{o}^* \leftarrow o_t^*$ 
12   end
13    $P_{t+1}, o \leftarrow \mu \text{ najlepszych z } P_t \cup M \text{ wraz z ich ocenami}$ 
14    $t \leftarrow t + 1$ 
15 end

```

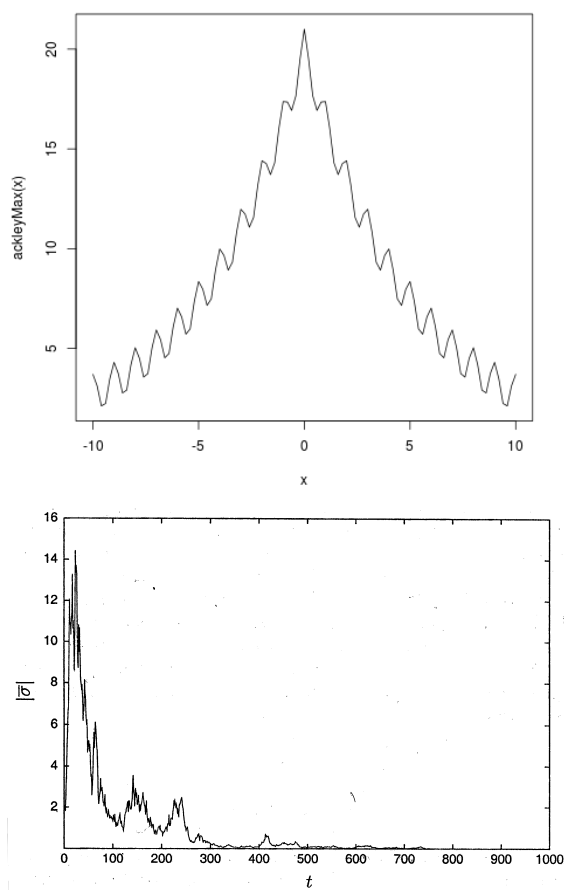
Strategie ewolucyjne

Strategia ES($\mu + \lambda$)

- Osobnik zawiera 2 chromosomy. Ten dodatkowy zawiera wartości σ używane do mutacji.
- W pierwszej wersji nie było krzyżowania, obecnie najczęściej stosuje się uśrednianie z losową wagą (sigma też).
- Mutacja ma 3 etapy. Dla każdego osobnika:
 1. $a = \mathcal{N}(0, 1)$; $b_i = \mathcal{N}(0, 1), i \in 1..n$, gdzie n to liczba cech osobnika.
 2. $\sigma_i \leftarrow \sigma_i \exp(\tau' a + \tau b_i)$, gdzie $\tau = \frac{1}{\sqrt{2n}}$, a $\tau' = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{n}}$ Wartości τ wyprowadzono dla modelu sferycznego i potwierdzono eksperymentalnie dla innych f. testowych.
 3. $M_i = K_i + \sigma_i \mathcal{N}(0, 1)$, gdzie K to wynik krzyżowania.



Rysunek 11: Przez co mnożymy σ_i ? Na wykresie 5000 próbek, problem o wymiarowości 10.



Rysunek 12: Zmiana w czasie średniej wartości σ . Optymalizacja 30 wymiarowej funkcji Ackleya.

Strategie ewolucyjne

Strategia $ES(\mu + \lambda)$

- Przykładowe $\mu = 20$, $\lambda = 7 * \mu$,
- Strategia elitarna,
- Dobry osobnik mający zbyt mały lub zbyt duży zasięg mutacji blokuje miejsce i „ciągnie” do ekstremów lokalnych.

Strategie ewolucyjne

Strategia $ES(\mu, \lambda)$

- Od $ES(\mu + \lambda)$ różni się tylko tym, że nowa populacja potomna tworzona jest tylko na podstawie λ osobników potomnych.
- Strategia nieelitarna.

Strategie ewolucyjne

Cechy strategii ewolucyjnych:

- Reprodukacja czysto losowa – brak nacisku selektywnego.
- Sukcesja deterministyczna z naciskiem selektywnym.

Algorytmy ewolucyjne

Jak zwiększyć szansę znalezienia optimum globalnego?

- Uruchomić algorytm wielokrotnie z losowymi punktami startowymi.

Algorytmy ewolucyjne

Wymienione algorytmy trzeba rozumieć, z tego wynika, że trzeba umieć odpowiadać na pytania typu:

- Czy klasyczny algorytm ewolucyjny będzie działał jeżeli populacja początkowa składała się będzie z kopii pewnego osobnika spełniającego ograniczenia?
- Jaka jest spodziewana różnica w wynikach tego samego algorytmu, jeśli raz był uruchomiony z populacją losową, a za drugim razem z populacją składającą się z kopii pewnego osobnika?
- Jaki wpływ na działanie algorytmu ma zasięg mutacji?
- Co by było jakbyśmy chcieli prawdopodobieństwo sukcesu w $ES(1+1)$ stabilizować na 0,5?
- Jaki wpływ na działanie algorytmu ma zwiększanie rozmiaru elity w sukcesji elitarniej?
- Jaki wpływ na działanie algorytmu ma zwiększanie rozmiaru populacji?

Algorytmy ewolucyjne

Na co szczególnie zwrócić uwagę:

- Trzeba rozróżniać algorytm ewolucyjny od genetycznego, od strategii ewolucyjnej.
- Należy znać podane pseudokody (ich sens, np. można użyć innych literek do oznaczeń)
- Należy umieć zapisać wskazaną operację w Pythonie (np. krzyżowanie uśredniające, selekcję ruletkową).
- Należy znać metody krzyżowania.