

**Zad. 1.** Wykazać zbieżność jednostajną szeregów funkcyjnych

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx^2}}{1+n^2}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(1+nx)}{(n^2+x^2)^2}, \quad x \in (0, +\infty)$$

**Zad. 2.** Zbadać dla jakich  $x \in \mathbb{R}$  zbieżny jest szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n(x^2+1)^n}$$

**Zad. 3.** Wyznaczyć promień zbieżności i przedziały zbieżności szeregów potęgowych

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+1} x^n$$

$$(b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n} x^n$$

$$(c) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2n+1)}{6^n} x^{2n}$$

$$(d) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(6-2x)^n}{3^n+2^n}$$

$$(e) \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n2^n \cdot \ln n}$$

$$(f) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n+1} (x-1)^{n+2}$$

**Zad. 4.** Znaleźć sumy szeregów potęgowych

$$(a) \quad x + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{4n+1}}{4n+1} + \dots$$

$$(b) \quad \frac{x^2}{2} + \frac{x^6}{6} + \dots + \frac{x^{4n+2}}{4n+2} + \dots$$

$$(c) \quad \frac{x^2}{1 \cdot 2} - \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \dots + (-1)^n \frac{x^n}{(n-1) \cdot n} + \dots$$

**Zad. 5.** Obliczyć sumę szeregu liczbowego

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)}{3^n}$$