Metody Probabilistyczne i Statystyka

Z_2

1. A, B, C są zdarzeniami z tej samej przestrzeni probabilistycznej takimi, że

$$P(A) = \frac{2}{5},\ P(B|A) = \frac{1}{4},\ P(C|A \cap B) = \frac{1}{2},\ P(A \cup B) = \frac{3}{5},\ P(C|B) = \frac{1}{3}.$$

   Obliczyć $P(A|B \cap C)$.

2. W urnie znajdują się 2 monety typu I ($P(O) = 1/4$), 2 monety typu II ($P(O) = 1$) i 1 moneta typu III (symetryczna). Wylosowano 1 monetę i rzucono nią dwa razy. Obliczyć prawdopodobieństwo, że
   (a) orzeł wypadł co najmniej raz;
   (b) wylosowano monetę typu I lub II, jeśli wiadomo, że w obu rzutach wypadł orzeł.

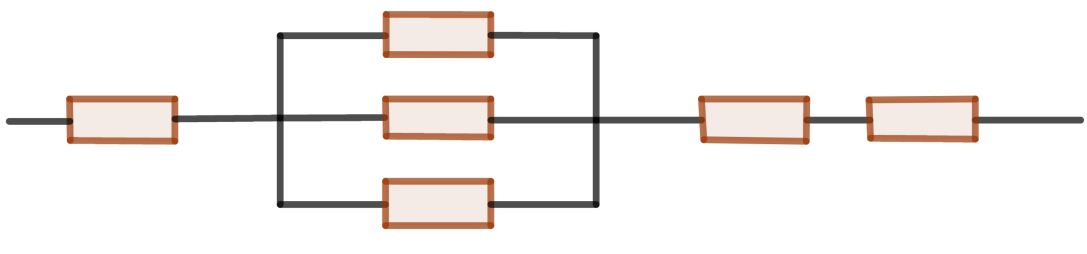
3. Test na obecność pewnego wirusa w organizmie człowieka daje poprawną odpowiedź w 90% przypadków, gdy wirus jest rzeczywiście obecny, i w 70% przypadków, gdy wirus nie jest obecny. W przypadku pewnego pacjenta wynik testu był:
   (a) pozytywny (test wskazał obecność wirusa);
   (b) negatywny (test nie wskazał obecności wirusa).

   Wiadomo, że na 100 osób w całej populacji wirusem zarażona jest jedna osoba. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pacjent jest zarażony.

4. Podczas kontroli technicznej wyroby wadliwe są odrzucane z prawdopodobieństwem $0,9$, zaś wyroby dobre z prawdopodobieństwem $0,05$. Stwierdzono, że na rynku znajduje się 1% wadliwych wyrobów. Jaki procent wadliwych wyrobów produkuje ta fabryka?

5. Kanałem łączności przesyła się jeden z 3 ciągów bitów: 10011, 11011, 10101 z prawdopodobieństwami równymi odpowiednio $0,3$, $0,3$, $0,4$. Poszczególne bity podlegają niezależnie od siebie losowym zakłóceniom w rezultacie czego 0 może być odczytane jako 1, zaś 1 jako 0. Prawdopodobieństwo błędnego odczytania jest dla każdego bitu równe $0,1$. Odebrano ciąg 10111. Obliczyć prawdopodobieństwo, że nadany został ciąg 10101. Który z sygnałów został najprawdopodobniej nadany?

6. Na poniższym schemacie przekaźniki działają niezależnie od siebie. Prawdopodobieństwo działania każdego z przekaźników wynosi $p \in (0; 1)$.



   Obliczyć prawdopodobioeństwo, że sygnał zostanie przekazany.