

Metody Probabilistyczne i Statystyka

Z_7

1. Na przestrzeni probabilistycznej (Ω, \mathcal{F}, P) , gdzie $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ oraz $P(\{k\}) = 0.1$, $k \in \Omega$, określone są zmienne losowe: $X(k) = \cos(k\pi)$, $Y(k) = \sin(k\pi/2)$, $k \in \Omega$. Wyznaczyć funkcję prawdopodobieństwa zmiennej losowej (X, Y) . Obliczyć $P(X = Y)$.

2. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład dyskretny z funkcją prawdopodobieństwa

$$P(X = j, Y = k) = \frac{c}{j! 3^{k+j+1}} \text{ dla } j, k = 0, 1, \dots$$

Wyznaczyć stałą c oraz rozkłady brzegowe.

3. Na przestrzeni probabilistycznej (Ω, \mathcal{F}, P) , gdzie $\Omega = [0; 2]$, a P jest prawdopodobieństwem geometrycznym, określone są zmienne losowe:

$$X(\omega) = \begin{cases} 0 & \omega \in [0; 1) \\ 1 & \omega = 1 \\ 2 & \omega \in (1; 2] \end{cases}, \quad Y(\omega) = \begin{cases} -1 & \omega \in [0; 1.5] \\ 1 & \omega \in (1.5; 2] \end{cases}.$$

Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej (X, Y) .

4. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład dyskretny dany tabelą:

$X \setminus Y$	-1	0	1
0	0.1	0.1	0
1	0.2	0.2	0.1
2	0.1	0.1	0.1

Wyznaczyć rozkłady brzegowe. Obliczyć wartości dystrybuanty zmiennej losowej (X, Y) w punktach: $(1, 2)$, $(4, 0.5)$, $(1.5, 2)$. Obliczyć $P(X > 2Y)$.

5. Dystrybuanta dwuwymiarowej zmiennej losowej (X, Y) dana jest wzorem

$$F(x, y) = \begin{cases} \left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{y}\right) & x \geq 2 \wedge y \geq 2 \\ 0 & x < 2 \vee y < 2 \end{cases}.$$

Wyznaczyć dystrybuanty brzegowe. Obliczyć prawdopodobieństwa:

$P(X > 2)$, $P(1 < X \leq 3, 1 < Y \leq 4)$, $P(X = 2, Y = 2)$.

6. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład ciągły o gęstości

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} cxy & , \quad 0 \leq x \leq 4 \wedge 1 \leq y \leq 5 \\ 0 & , \quad \text{w p.p.} \end{cases}.$$

(a) Wyznaczyć stałą c ;

(b) Obliczyć $P(X > Y)$, $P(X + Y < 1)$, $P(X^2 + Y^2 < 4)$.

7. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład ciągły o gęstości

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} e^{-y} & , \quad x \geq 0 \wedge y \geq x \\ 0 & , \quad \text{w p.p.} \end{cases}.$$

Wyznaczyć gęstości brzegowe.