Wykład 10. Właściwości szeregu Fouriera. Moce w obwodach prądu okresowego.

- Wyznaczanie współczynników szeregu Fouriera
- Podstawowe właściwości szeregu Fouriera
- Moce w obwodach prądu okresowego

Podstawy analizy widmowej (Fouriera) sygnałów

Dowolny przebieg T-okresowy... $\omega_1 = 2\pi/T$

...jest sumą nieskończenie wielu sprzężonych par wektorów, *wirujących* na płaszczyźnie zespolonej z okresami T/k, $k \in \mathbb{N}$.

Szereg Fouriera (w tzw. postaci zespolonej):

$$x(t) = \underbrace{X^{(0)}}_{\substack{\text{składowa} \\ \text{stała}}} + \sum_{k=1}^{\infty} \underbrace{\left(X^{(k)} e^{jk\omega_1 t} + X^{(k)*} e^{-jk\omega_1 t} \right)}_{x^{(k)}(t) = 2|X^{(k)}| \cos(k\omega_1 t + \arg X^{(k)})}$$

Wzajemnie jednoznaczne przyporządkowanie...

...sygnałowi okresowemu *nieskończonego ciągu* liczb zespolonych, nazywanego *widmem* (prążkowym) sygnału.

$$x(t)\ T\text{-okresowy} \quad \longleftrightarrow \quad \left\{ X^{(k)} = |X^{(k)}| e^{j \arg X^{(k)}} \right\}, \ k = 0, 1, 2, \ldots$$

$\left\{ |X^{(k)}| \right\}$ – widmo amplitudowe, $\left\{ \arg X^{(k)} \right\}$ – widmo fazowe.

Podstawy analizy widmowej (Fouriera) sygnałów

Dowolny przebieg T-okresowy... $\omega_1 = 2\pi/T$

...jest sumą nieskończenie wielu sprzężonych par wektorów, *wirujących* na płaszczyźnie zespolonej z okresami T/k, $k \in \mathbb{N}$.

Szereg Fouriera (w tzw. postaci zespolonej):

$$x(t) = \underbrace{X^{(0)}}_{\substack{\text{składowa}\\ \text{stała}}} + \sum_{k=1}^{\infty} \underbrace{\left(X^{(k)} \mathrm{e}^{\mathrm{j}k\omega_1 t} + X^{(k)*} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\omega_1 t} \right)}_{x^{(k)}(t) = 2|X^{(k)}| \cos(k\omega_1 t + \arg X^{(k)})} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X^{(k)} \mathrm{e}^{\mathrm{j}k\omega_1 t}$$

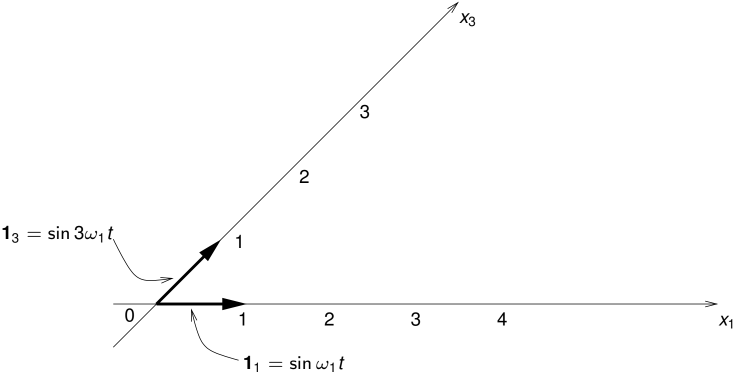
Wzajemnie jednoznaczne przyporządkowanie...

...sygnałowi okresowemu *nieskończonego ciągu* liczb zespolonych, nazywanego *widmem* (prążkowym) sygnału.

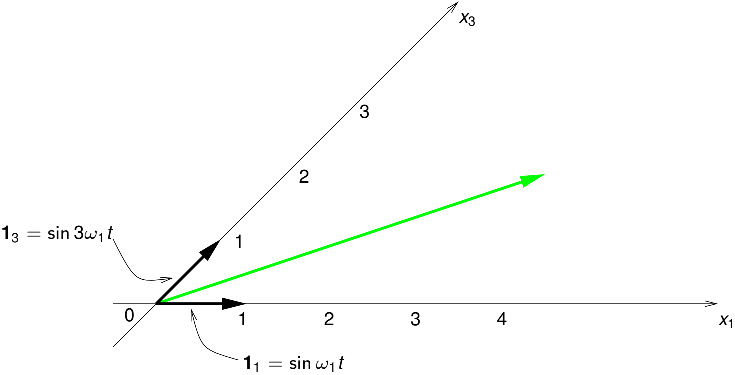
$$x(t)\ T\text{-okresowy} \quad \longleftrightarrow \quad \left\{ X^{(k)} = |X^{(k)}| \mathrm{e}^{\mathrm{j} \arg X^{(k)}} \right\},\ k = 0, 1, 2, \ldots$$

$\left\{ |X^{(k)}| \right\}$ – widmo amplitudowe, $\left\{ \arg X^{(k)} \right\}$ – widmo fazowe.

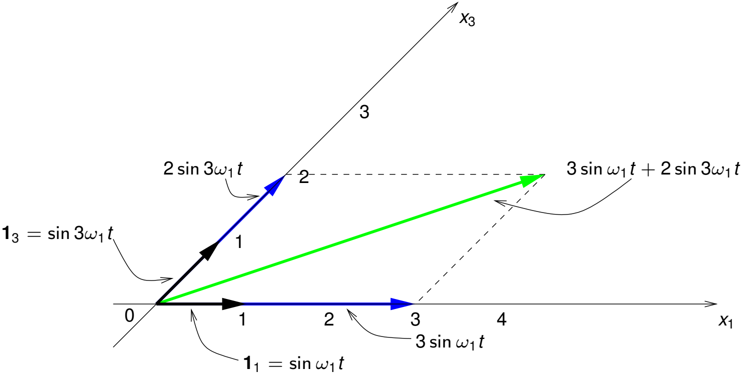
Geometryczna interpretacja przestrzeni sygnałów



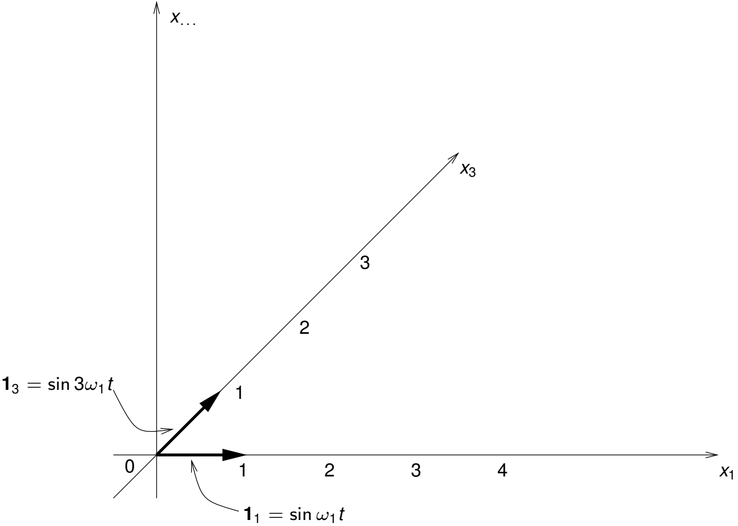
Geometryczna interpretacja przestrzeni sygnałów



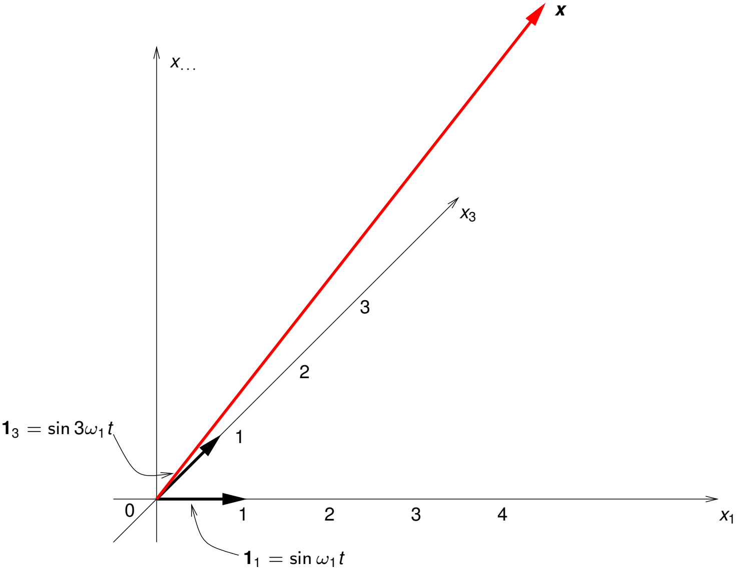
Geometryczna interpretacja przestrzeni sygnałów



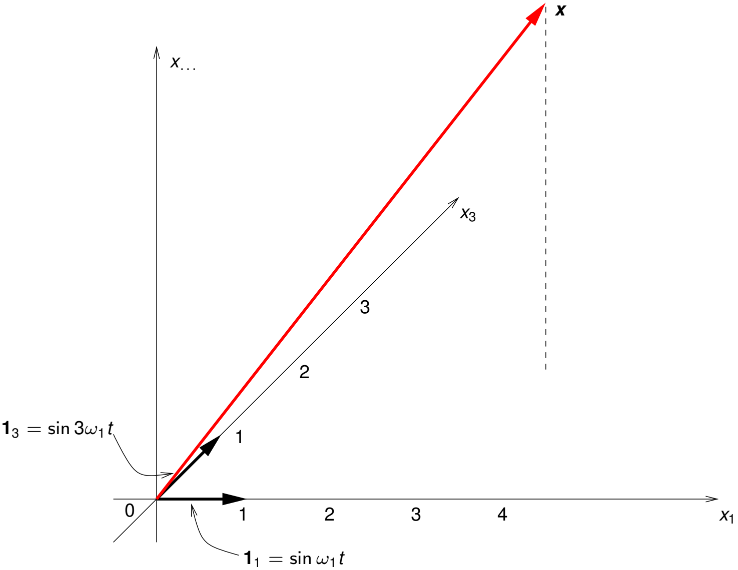
Geometryczna interpretacja przestrzeni sygnałów



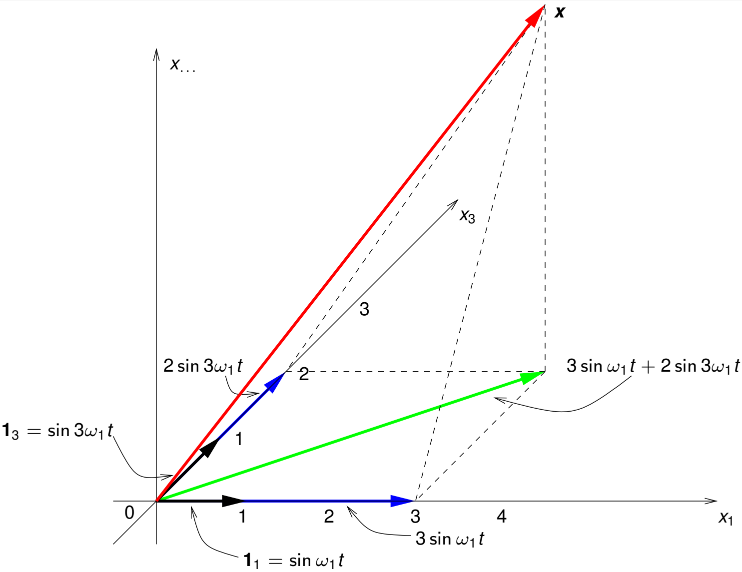
Geometryczna interpretacja przestrzeni sygnałów



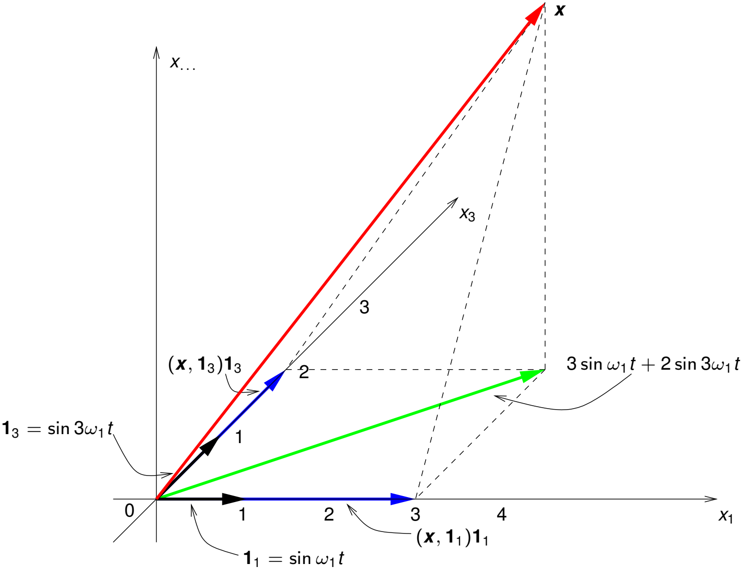
Geometryczna interpretacja przestrzeni sygnałów



Geometryczna interpretacja przestrzeni sygnałów



Geometryczna interpretacja przestrzeni sygnałów



Iloczyn skalarny w przestrzeni sygnałów

Iloczyn skalarny sygnałów T-okresowych x i y zdefiniowany jest jako średnia (za okres) iloczynu $x(t)y^*(t)$:

$$(x(t), y(t)) = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)y^*(t)\mathrm{d}t$$

Przy analizie widmowej „wersory” (sygnały bazowe) to $\mathrm{e}^{\pm \mathrm{j}k\omega_1 t}$.

$$\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\omega_1 t}, \mathrm{e}^{\mathrm{j}m\omega_1 t}\right) = \begin{cases} 0 & \text{dla } k \neq m \text{ – „wektory” są ortogonalne } (\perp)\ldots \\ 1 & \text{dla } k = m \text{ – \ldots a nawet ortonormalne} \end{cases}$$

Współczynniki zespolonego szeregu Fouriera:

$$X^{(k)} = \left(x(t), \mathrm{e}^{\mathrm{j}k\omega_1 t}\right) = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\omega_1 t}\mathrm{d}t, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$X^{(-k)} = X^{(k)*} \quad \Longrightarrow \quad |X^{(-k)}| = |X^{(k)}| \quad \wedge \quad \arg X^{(-k)} = -\arg X^{(k)}$$

Po „rozszerzeniu” definicji widma na $k < 0$: widmo amplitudowe jest parzystą, a widmo fazowe – nieparzystą funkcją k.

Iloczyn skalarny w przestrzeni sygnałów

Iloczyn skalarny sygnałów T-okresowych x i y zdefiniowany jest jako średnia (za okres) iloczynu $x(t)y^*(t)$:

$$(x(t), y(t)) = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)y^*(t)\mathrm{d}t$$

Przy analizie widmowej „wersory” (sygnały bazowe) to $\mathrm{e}^{\pm \mathrm{j}k\omega_1 t}$.

$$\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\omega_1 t}, \mathrm{e}^{\mathrm{j}m\omega_1 t}\right) = \begin{cases} 0 & \text{dla } k \neq m \text{ – „wektory” są ortogonalne } (\perp)\ldots \\ 1 & \text{dla } k = m \text{ – } \ldots\text{a nawet ortonormalne} \end{cases}$$

Współczynniki zespolonego szeregu Fouriera:

$$X^{(k)} = \left(x(t), \mathrm{e}^{\mathrm{j}k\omega_1 t}\right) = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\omega_1 t}\mathrm{d}t, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$X^{(-k)} = X^{(k)*} \quad \Longrightarrow \quad |X^{(-k)}| = |X^{(k)}| \quad \wedge \quad \arg X^{(-k)} = -\arg X^{(k)}$$

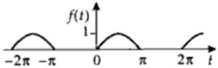
Po „rozszerzeniu” definicji widma na $k < 0$: widmo amplitudowe jest parzystą, a widmo fazowe – nieparzystą funkcją k.

Przykład – jak skorzystać z tablic szeregów Fouriera

J. W. Harris, H. Stocker: *Handbook of Mathematics and Computational Science*, Springer, New York, 1998

$$f(t) = \begin{cases} \sin t & (0 < t < \pi) \\ 0 & (\pi < t < 2\pi) \end{cases}$$

$$= \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\sin t - \frac{2}{\pi}\left(\frac{\cos 2t}{1\cdot 3} + \frac{\cos 4t}{3\cdot 5} + \frac{\cos 6t}{5\cdot 7} + \cdots\right)$$



Zauważamy, że $T = 2\pi \Longrightarrow \omega_1 = 1$. Mamy $F^{(0)} = \frac{1}{\pi}$. Dalsze składniki traktujemy jak wskazy (rozwijamy $\sin$ i $\cos$ ze wzorów Eulera):

$$\frac{\sin t}{2} = \frac{1}{2}\frac{e^{j\omega_1 t} - e^{-j\omega_1 t}}{2j} = \underbrace{\frac{1}{4}e^{-j\pi/2}}_{F^{(1)}} e^{j\omega_1 t} + \frac{1}{4}e^{j\pi/2}e^{-j\omega_1 t}, \quad F^{(2k+1)} = 0, k > 0$$

$$-\frac{2\cos 2k\omega_1 t}{\pi(4k^2-1)} = \frac{2\cos(2k\omega_1 t + \pi)}{\pi(4k^2-1)} = \underbrace{\frac{1/\pi}{4k^2-1}e^{j\pi}}_{F^{(2k)},\ k>0} e^{j2k\omega_1 t} + \frac{1/\pi}{4k^2-1}e^{-j\pi}e^{-j2k\omega_1 t}$$

Skutki symetrii sygnału:

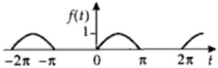
sygnał parzysty	widmo rzeczywiste
sygnał nieparzysty	widmo urojone (brak skł. stałej)
sygnał antysymetryczny	tylko nieparzyste harmoniczne

Przykład – jak skorzystać z tablic szeregów Fouriera

J. W. Harris, H. Stocker: *Handbook of Mathematics and Computational Science*, Springer, New York, 1998

$$f(t) = \begin{cases} \sin t & (0 < t < \pi) \\ 0 & (\pi < t < 2\pi) \end{cases}$$

$$= \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\sin t - \frac{2}{\pi}\left(\frac{\cos 2t}{1\cdot 3} + \frac{\cos 4t}{3\cdot 5} + \frac{\cos 6t}{5\cdot 7} + \cdots\right)$$



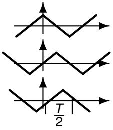
Zauważamy, że $T = 2\pi \Longrightarrow \omega_1 = 1$. Mamy $F^{(0)} = \frac{1}{\pi}$. Dalsze składniki traktujemy jak wskazy (rozwijamy $\sin$ i $\cos$ ze wzorów Eulera):

$$\frac{\sin t}{2} = \frac{1}{2}\frac{e^{j\omega_1 t} - e^{-j\omega_1 t}}{2j} = \underbrace{\frac{1}{4}e^{-j\pi/2}}_{F^{(1)}} e^{j\omega_1 t} + \frac{1}{4}e^{j\pi/2}e^{-j\omega_1 t}, \quad F^{(2k+1)} = 0, k > 0$$

$$-\frac{2\cos 2k\omega_1 t}{\pi(4k^2-1)} = \frac{2\cos(2k\omega_1 t + \pi)}{\pi(4k^2-1)} = \underbrace{\frac{1/\pi}{4k^2-1}e^{j\pi}}_{F^{(2k)},\ k>0} e^{j2k\omega_1 t} + \frac{1/\pi}{4k^2-1}e^{-j\pi}e^{-j2k\omega_1 t}$$

Skutki symetrii sygnału:

sygnał parzysty	widmo rzeczywiste	
sygnał nieparzysty	widmo urojone (brak skł. stałej)	
sygnał antysymetryczny	tylko nieparzyste harmoniczne	



Podstawowe twierdzenia i definicje

Jeżeli T-okresowy sygnał $x(t)$ jest kawałkami gładki i kawałkami monotoniczny, a w ew. punktach nieciągłości istnieją jednostronne granice właściwe, to jego szereg Fouriera jest zbieżny* do $x(t)$ we wszystkich punktach ciągłości $x(t)$ i do średniej arytm. granic jednostronnych w punktach nieciągłości. ω_1 – pulsacja podstawowa. sin i cos – funkcje harmoniczne.

$$\begin{aligned} x(t) &= X^{(0)} + && \text{składowa stała} \\ &+ 2|X^{(1)}|\cos(\ \omega_1 t + \arg X^{(1)}) + && \text{składowa podstawowa} \\ &+ 2|X^{(2)}|\cos(2\omega_1 t + \arg X^{(2)}) + && \text{druga harmoniczna} \\ &+ 2|X^{(3)}|\cos(3\omega_1 t + \arg X^{(3)}) + \ldots && \text{trzecia harmoniczna} \end{aligned}$$

$$X^{(0)} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}0\omega_1 t}\mathrm{d}t = X_{\text{śr}}$$

Składowa stała jest równa wartości średniej sygnału. Wyższe harmoniczne na ogół szybko maleją i szereg można uciąć.

*Zbieżność *nie jest* jednostajna (efekt Gibbsa: oscylacje $\sim$ 9% skoku).

Podstawowe właściwości szeregu Fouriera

Niech $x(t) \longleftrightarrow \{X^{(k)}\}$ i $y(t) \longleftrightarrow \{Y^{(k)}\}$ będą T-okresowymi sygnałami rzeczywistymi. Niech $\alpha, \beta, \tau \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{Z}$.

przekształcenie liniowe	$\alpha x(t) + \beta y(t) \longleftrightarrow \{\alpha X^{(k)} + \beta Y^{(k)}\}$
zmiana skali czasu	$x(t/\alpha) \longleftrightarrow \{X^{(k)}\}$ (ale $\omega_1 \to \omega_1/\alpha$)
opóźnienie	$x(t-\tau) \longleftrightarrow \{X^{(k)} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\omega_1\tau}\}$
modulacja zespolona	$x(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\omega_1 t} \longleftrightarrow \{X^{(k-m)}\}$
różniczkowanie	$\mathrm{D}x(t) \longleftrightarrow \{\mathrm{j}k\omega_1 X^{(k)}\}$
całkowanie	$\int_{t_0}^{t} \left(x(t') - X^{(0)}\right) \mathrm{d}t' \longleftrightarrow \left\{X^{(k)}/(\mathrm{j}k\omega_1)\right\}$
mnożenie	$x(t)y(t) \longleftrightarrow \left\{\sum_{m=-\infty}^{\infty} X^{(m)} Y^{(k-m)}\right\}$
iloczyn skalarny	$(x(t), y(t)) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} X^{(m)} Y^{(-m)}$
twierdzenie Parsevala	$(x(t), x(t)) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \lvert X^{(m)} \rvert^2$

Twierdzenie Parsevala (o wartości skutecznej):

$$X_{\mathrm{sk}}^2 = \left(X^{(0)}\right)^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(X_{k,\mathrm{sk}}\right)^2, \quad \text{gdzie } \left(X_{k,\mathrm{sk}}\right)^2 = 2\left|X^{(k)}\right|^2$$

Podstawowe właściwości szeregu Fouriera

Niech $x(t) \longleftrightarrow \{X^{(k)}\}$ i $y(t) \longleftrightarrow \{Y^{(k)}\}$ będą T-okresowymi sygnałami rzeczywistymi. Niech $\alpha, \beta, \tau \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{Z}$.

przekształcenie liniowe	$\alpha x(t) + \beta y(t) \longleftrightarrow \{\alpha X^{(k)} + \beta Y^{(k)}\}$
zmiana skali czasu	$x(t/\alpha) \longleftrightarrow \{X^{(k)}\}$ (ale $\omega_1 \to \omega_1/\alpha$)
opóźnienie	$x(t-\tau) \longleftrightarrow \{X^{(k)} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\omega_1\tau}\}$
modulacja zespolona	$x(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\omega_1 t} \longleftrightarrow \{X^{(k-m)}\}$
różniczkowanie	$\mathrm{D}x(t) \longleftrightarrow \{\mathrm{j}k\omega_1 X^{(k)}\}$
całkowanie	$\int_{t_0}^{t} \left(x(t') - X^{(0)}\right) \mathrm{d}t' \longleftrightarrow \{X^{(k)}/(\mathrm{j}k\omega_1)\}$
mnożenie	$x(t)y(t) \longleftrightarrow \{\sum_{m=-\infty}^{\infty} X^{(m)} Y^{(k-m)}\}$
iloczyn skalarny	$(x(t), y(t)) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} X^{(m)} Y^{(-m)}$
twierdzenie Parsevala	$(x(t), x(t)) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \lvert X^{(m)}\rvert^2$

Twierdzenie Parsevala (o wartości skutecznej):

$$X_{\mathrm{sk}}^2 = \left(X^{(0)}\right)^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(X_{k,\mathrm{sk}}\right)^2, \quad \text{gdzie} \quad \left(X_{k,\mathrm{sk}}\right)^2 = 2\left|X^{(k)}\right|^2$$

Parametry sygnału okresowego („odkształconego”)

Twierdzenie Parsevala:

$$X_{\mathrm{sk}}^2 = \left(X^{(0)}\right)^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(X_{k,\mathrm{sk}}\right)^2$$

Parametry sygnału okresowego („odkształconego”)

Twierdzenie Parsevala:

$$X_{\text{sk}}^2 = \left(X^{(0)}\right)^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(X_{k,\text{sk}}\right)^2$$

Różne współczynniki w:

„·” ze względu na skł. stałą

$$w^2 = \sum_{l1}^{l2} \left(X_{l,\text{„sk”}}\right)^2 \Big/ \sum_{m1}^{m2} \left(X_{m,\text{„sk”}}\right)^2$$

współczynnik	$\left(X^{(0)}\right)^2$	$\left(X_{1,\text{sk}}\right)^2$	$\left(X_{2,\text{sk}}\right)^2$	$\ldots$	$\left(X_{k,\text{sk}}\right)^2$	$\ldots$
odkształcenia		$\surd$				
$\eta_1^2 \in [0,1]$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
zawartości k-tej harm.					$\surd$	
$\eta_k^2 \in [0,1]$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
zawartości harm.			$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
$h^2 \in [0,1]$		$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
zniekształceń harm.			$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
$\text{THD}^2 = \frac{h^2}{1-h^2}$		$\surd$				

Moce w obwodach prądu T-okresowego

Tw. Parsevala dla sygnału prądu i płynącego przez opór R:

$$\underbrace{I_{\mathrm{sk}}^2 R}_{P} = \underbrace{\left(I^{(0)}\right)^2 R}_{P^{(0)}} + \sum_{k=1}^{\infty} \underbrace{\left(I_{k,\mathrm{sk}}\right)^2 R}_{P^{(k)}}, \quad \text{gdzie } \left(I_{k,\mathrm{sk}}\right)^2 = 2\left|I^{(k)}\right|^2 = \frac{I_{k,\mathrm{m}}^2}{2}$$

Wynik ten jest bardziej ogólny. Rozważmy *dowolny* dwójnik:

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U^{(k)} e^{jk\omega_1 t}, \qquad U^{(k)} = \tfrac{1}{2} U_k \quad \text{(„półwskaz”)}$$

$$i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I^{(k)} e^{jk\omega_1 t}, \qquad I^{(k)} = \tfrac{1}{2} I_k \quad \text{(„półwskaz”)}$$

Moc czynną (także T-okresową!) liczymy jako iloczyn skalarny:

$$\begin{aligned} P &= \tfrac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} ui\,dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U^{(k)} I^{(-k)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U^{(k)} I^{(k)*} = \\ &= U^{(0)} I^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} U^{(k)} I^{(k)*} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(U^{(k)} I^{(k)*}\right)^* = \\ &= U^{(0)} I^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} 2\,\mathfrak{Re}\left(U^{(k)} I^{(k)*}\right) = \underbrace{U^{(0)} I^{(0)}}_{P^{(0)}} + \sum_{k=1}^{\infty} \overbrace{\mathfrak{Re}\,\frac{U_k I_k^*}{2}}^{P^{(k)}} \end{aligned}$$

Moce w obwodach prądu T-okresowego

Tw. Parsevala dla sygnału prądu i płynącego przez opór R:

$$\underbrace{I_{\mathrm{sk}}^2 R}_{P} = \underbrace{\left(I^{(0)}\right)^2 R}_{P^{(0)}} + \sum_{k=1}^{\infty} \underbrace{\left(I_{k,\mathrm{sk}}\right)^2 R}_{P^{(k)}}, \quad \text{gdzie} \quad \left(I_{k,\mathrm{sk}}\right)^2 = 2\left|I^{(k)}\right|^2 = \frac{I_{k,\mathrm{m}}^2}{2}$$

Wynik ten jest bardziej ogólny. Rozważmy *dowolny* dwójnik:

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U^{(k)} \mathrm{e}^{\mathrm{j}k\omega_1 t}, \qquad U^{(k)} = \tfrac{1}{2} U_k \quad \text{(„półwskaz”)}$$

$$i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I^{(k)} \mathrm{e}^{\mathrm{j}k\omega_1 t}, \qquad I^{(k)} = \tfrac{1}{2} I_k \quad \text{(„półwskaz”)}$$

Moc czynną (także T-okresową!) liczymy jako iloczyn skalarny:

$$\begin{aligned} P &= \tfrac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} u i \mathrm{d}t = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U^{(k)} I^{(-k)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U^{(k)} I^{(k)*} = \\ &= U^{(0)} I^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} U^{(k)} I^{(k)*} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(U^{(k)} I^{(k)*}\right)^* = \\ &= U^{(0)} I^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} 2\,\mathfrak{Re}\left(U^{(k)} I^{(k)*}\right) = \underbrace{U^{(0)} I^{(0)}}_{P^{(0)}} + \sum_{k=1}^{\infty} \overbrace{\mathfrak{Re}\,\frac{U_k I_k^*}{2}}^{P^{(k)}} \end{aligned}$$

Moc czynna, bierna, pozorna i odkształcenia

Addytywność mocy czynnych

Nie wolno mylić z superpozycją!

...dla danego elementu po wszystkich składowych – twierdzenie Parsevala: $P = P^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} P^{(k)}$

Bilans mocy czynnych

Nie wolno mylić z superpozycją!

...po wszystkich elementach obwodu – zasada Tellegena (wynika z zasady Tellegena dla DC i AC oraz z tw. Parsevala):

$$\sum_{\text{el.}} P = 0$$

W obwodach prądu okresowego nie definiuje się pojęcia mocy zespolonej. Symbolem S oznaczymy w nich *moc pozorną*:

$$S = U_{\text{sk}} I_{\text{sk}}.$$

Ponieważ w obwodach prądu okresowego $P^2 + Q^2 \leqslant S^2$, więc wprowadzamy moc odkształcenia (prądu względem napięcia):

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}$$

Moc czynna, bierna, pozorna i odkształcenia

Addytywność mocy czynnych i biernych

Nie wolno mylić z superpozycją!

. . . dla danego elementu po wszystkich składowych – twierdzenie Parsevala: $P = P^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} P^{(k)}, \quad Q = \sum_{k=1}^{\infty} Q^{(k)}$

Bilans mocy czynnych i biernych

Nie wolno mylić z superpozycją!

. . . po wszystkich elementach obwodu – zasada Tellegena (wynika z zasady Tellegena dla DC i AC oraz z tw. Parsevala):

$$\sum_{\text{el.}} P = 0, \quad \sum_{\text{el.}} Q = 0$$

W obwodach prądu okresowego nie definiuje się pojęcia mocy zespolonej. Symbolem S oznaczymy w nich *moc pozorną*:

$$S = U_{\text{sk}} I_{\text{sk}}.$$

Ponieważ w obwodach prądu okresowego $P^2 + Q^2 \leqslant S^2$, więc wprowadzamy moc odkształcenia (prądu względem napięcia):

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}$$

Moc czynna, bierna, pozorna i odkształcenia

Addytywność mocy czynnych i biernych

Nie wolno mylić z superpozycją!

...dla danego elementu po wszystkich składowych – twierdzenie Parsevala: $P = P^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} P^{(k)}, \quad Q = \sum_{k=1}^{\infty} Q^{(k)}$

Bilans mocy czynnych i biernych

Nie wolno mylić z superpozycją!

...po wszystkich elementach obwodu – zasada Tellegena (wynika z zasady Tellegena dla DC i AC oraz z tw. Parsevala):

$$\sum_{\text{el.}} P = 0, \quad \sum_{\text{el.}} Q = 0$$

W obwodach prądu okresowego nie definiuje się pojęcia mocy zespolonej. Symbolem S oznaczymy w nich *moc pozorną*:

$$S = U_{\text{sk}} I_{\text{sk}}.$$

Ponieważ w obwodach prądu okresowego $P^2 + Q^2 \leqslant S^2$, więc wprowadzamy moc odkształcenia (prądu względem napięcia):

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}$$