

Metody Probabilistyczne i Statystyka

Z_6

1. Pewien schemat składa się z 2000 jednakowych elementów o niezawodności 0,995 każdy. Elementy te ulegają awarii niezależnie od siebie. Schemat przestaje działać, gdy awarii ulegną co najmniej 4 elementy. Niech X oznacza liczbę elementów, które uległy awarii. Obliczyć prawdopodobieństwo, że schemat przestanie działać - wartość dokładną oraz korzystając z przybliżenia rozkładem Poissona.
2. Liczba zgłoszeń do sieci komputerowej w ciągu godziny na pewnej uczelni ma rozkład Poissona z parametrem 5.
 - (a) Jaki jest rozkład prawdopodobieństwa czasu między kolejnymi zgłoszeniami?
 - (b) Jeśli w danej chwili nastąpiło zgłoszenie do sieci, to jakie jest prawdopodobieństwo, że w ciągu najbliższych 15 minut nastąpi kolejne zgłoszenie?
 - (c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w ciągu godziny do sieci nikt się nie zgłosi?
3. Zmienna losowa X ma rozkład $N(2, 4)$.
 - (a) Obliczyć $P(|X + 1| \leq 5)$;
 - (b) Na podstawie wykresu gęstości zmiennej losowej X zdecydować, czy:
 - $P(X > 6) < \frac{1}{2}$;
 - $P(X < 0) + P(X < 4) = 1$;
 - $P(-4 < X < 8) > P(10 < X < 17)$.
4. Miesięczne wynagrodzenie (w zł) pracowników pewnej firmy jest zmienną losową o rozkładzie $N(4000, \sigma^2)$.
 - (a) Wyznaczyć wartość parametru σ wiedząc, że 15,87% pracowników tej firmy zarabia nie więcej niż 2400 zł;
 - (b) Jaka część pracowników tej firmy osiąga miesięczne wynagrodzenie należące do przedziału (4000 zł; 5600 zł)?
5. Stwierdzono, że natężenie prądu w badanym obwodzie ma rozkład $N(10 \text{ mA}, (2 \text{ mA})^2)$. Wyznaczyć wartość natężenia, która nie jest przekraczana z prawdopodobieństwem 0,98.
6. Zmienna losowa X ma rozkład dyskretny taki, że

$$S_X = \{0, 1, \dots, 9\} \text{ oraz } P(X = k) = 0.1 \text{ dla każdego } k \in S_X.$$

Wyznaczyć funkcję prawdopodobieństwa rozkładu zmiennej losowej Y , gdzie Y oznacza resztę z dzielenia X^2 przez 10.

7. Zmienna losowa X ma rozkład geometryczny z parametrem $p = \frac{1}{3}$. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = (-1)^X$.
8. Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy ze średnią $\frac{1}{2}$. Niech

$$g(x) = \begin{cases} -1 & , \quad x < 2 \\ 0 & , \quad x = 2 \\ 1 & , \quad 2 < x < 4 \\ 2 & , \quad x \geq 4 \end{cases}.$$

Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = g(X)$.