Metody Probabilistyczne i statystyka

Z_{12}

1. W pewnej miejscowości liczba kolizji drogowych w czasie jednego weekendu jest zmienną losową o rozkładzie Poissona z parametrem 3.5. Liczby kolizji w czasie różnych weekendów są niezależne. Jakie jest prawdopodobieństwo, że liczba weekendowych kolizji w czasie całego roku (liczącego 52 tygodnie) przekroczy 200?

2. W pewnym towarzystwie ubezpieczeniowym jest ubezpieczonych $10\,000$ samochodów. Właściciel samochodu płaci roczną składkę 30 zł. W ciągu roku uszkodzeniu ulega średnio 6 na 1000 samochodów. Właścicielowi uszkodzonego samochodu towarzystwo wypłaca 2500 zł. Oszacować prawdopodobieństwo, że w ciągu roku zysk towarzystwa przekroczy $125\,000$ zł.

3. W hotelu jest 100 pokoi. Ponieważ z doświadczenia wynika, że jedynie 90% dokonanych wcześniej rezerwacji jest później wykorzystywanych, właściciel hotelu polecił przyjmować rezerwacje na więcej niż 100 pokoi. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przy przyjęciu 104 rezerwacji w hotelu faktycznie zabraknie wolnych pokoi?

4. Pan Henio musi sprawdzić programy napisane przez studentów na zaliczenie przedmiotu. Student uzyska zaliczenie, jeśli w jego programie prowadzący znajdzie co najwyżej M linii z błędem. Oceniane programy mają około 200 linii kodu, a prawdopodobieństwo, że linia zawiera błąd wynosi, według pana Henia, 0.02. Ile powinno wynosić M, jeśli pan Henio chce zaliczyć przedmiot 75% studentów?

5. Na przestrzeni probabilistycznej $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, gdzie $\Omega = [-2; 3]$, a P jest prawdopodobieństwem geometrycznym, określone są zmienne losowe:
$$X(\omega) = \begin{cases} -1 & \omega \in [-2; 0] \\ 1 & \omega \in (0; 3] \end{cases}, \qquad Y(\omega) = \begin{cases} 0 & \omega \in [-2; 1] \\ 1 & \omega \in (1; 2) \\ 2 & \omega \in [2; 3] \end{cases}.$$
Obliczyć $E(Y|X=1)$ oraz $E(X|Y=1)$.

6. Zmienne losowe X i Y mają rozkłady dyskretne takie, że $S_X = \{-1, 0, 1\}$, $S_Y = \{0, 1\}$. Wiadomo ponadto, że
$$P(X=-1) = P(X=1) = \frac{3}{8},$$
$$P(Y=0|X=-1) = P(Y=0|X=1) = \frac{2}{3},\ P(Y=0|X=0) = 1.$$
Wyznaczyć rozkład łączny zmiennej losowej (X, Y). Obliczyć $V(X|X+Y=0)$.

7. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład ciągły o gęstości
$$f(x,y) = \begin{cases} 1/4 & , \ -1 \leqslant x \leqslant 0 \ \wedge \ 0 \leqslant y \leqslant 2 \\ 1/8 & , \ 0 < x \leqslant 2 \ \wedge \ -1 \leqslant y \leqslant 1 \\ 0 & , \ \text{wp.p.} \end{cases}.$$
Wyznaczyć dystrybuantę rozkładu warunkowego zmiennej X przy warunku $\left\{Y < \frac{1}{2}\right\}$.

8. Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład jednostajny w zbiorze $D = [0; 2] \times [0; 2]$. Wyznaczyć dystrybuantę rozkładu warunkowego zmiennej losowej $Z = X + Y$ pod warunkiem $\{X < 1\}$.