

MNUM–PROJEKT, zadanie 1.13 (za 20p)

1. Napisać uniwersalną procedurę w Matlabie o odpowiednich parametrach wejścia i wyjścia (solwer), rozwiązującą układ n równań liniowych $Ax = b$, gdzie $x, b \in \mathbb{R}^n$, wykorzystując podaną metodę. Nie sprawdzać w procedurze, czy dana macierz A spełnia wymagania stosowalności metody. Zakazane jest użycie jakichkolwiek solwerów w środku (w tym operatorów odwracania macierzy). Obliczyć błąd rozwiązania $\varepsilon = \|A\hat{x} - b\|_2$ (skorzystać z funkcji `norm` Matlab).
Metoda: **faktoryzacji Cholesky’ego-Banachiewicza**

Następnie proszę zastosować swoją procedurę w programie do rozwiązania układu równań dla macierzy A i wektorów b danych wzorami:

$$a_{ij} = (i + j) + 1, j \neq i; \quad a_{ii} = 2n^2 + (i + 2)n; \quad b_i = 2.5 + 0.6i;$$

przyjmując $n = 50, 100, 250, 500, 1000, 1500, 2000$.

Proszę wykonać wykresy zależności czasu obliczeń i błędu ε od liczby równań n . Skomentować wyniki.

2. Wykonać eksperymenty takie jak w p. 1 dla macierzy A i wektorów b danych wzorami:
 $a_{ii} = 11; \quad a_{ij} = -4, j = i \pm 2; \quad a_{ij} = 0$ dla pozostałych; $b_i = -3.5 + 0.5i$, używając swojego solwera z p. 1 (ewentualnie przemnożyć A i b przez -1 jeśli macierz A jest ujemnie określona) oraz solwera `GS.m` ze strony przedmiotu, będącego implementacją metody Gaussa-Seidela. Przyjąć `itmax=1000·n`, `delta=10-9 ≜ 1e-9`. Przedstawić wyniki (błędy i czasy, liczbę iteracji w metodzie Gaussa-Seidela) w tabelach i wykresach, porównać je i skomentować.
3. Dla podanych w tabeli danych pomiarowych (próbek) metodą najmniejszych kwadratów należy wyznaczyć funkcję wielomianową $y = f(x)$ (tzn. wektor współczynników a) najlepiej aproksymującą te dane.

x	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
y	2.008	-3.668	-4.916	-1.870	-0.045	0.550	-0.839	-1.011	2.613	14.615	39.655

Proszę przetestować wielomiany stopni: 3, 5, 7, 9, 10. Kod aproksymujący powinien być uniwersalną procedurą w Matlabie o odpowiednich parametrach wejścia i wyjścia. Do rozwiązania zadania najmniejszych kwadratów proszę wykorzystać:

- (a) Układ równań normalnych i swój solwer z p. 1,
- (b) **Rozkład SVD**; do faktoryzacji użyć właściwego solwera Matlab z odpowiednią opcją.

Obliczać błąd aproksymacji w normach euklidesowej $\|\cdot\|_2$ oraz maksimum $\|\cdot\|_\infty$ (proszę użyć funkcji `norm(.,inf)`), porównać efektywność obydwu podejść. Przedstawić na rysunku otrzymane funkcje na tle danych (funkcję aproksymującą proszę próbować przynajmniej 10 razy częściej niż dane). Do liczenia wartości wielomianu użyć funkcji `polyval`. Skomentować.

Rysunki, wydruki należy wykonywać na zewnątrz solwerów. Sprawozdanie powinno zawierać:

- krótki opis zadań oraz **zaimplementowanych** algorytmów (powinny być podane wpisane samodzielnie wszystkie niezbędne wzory matematyczne wraz z ich wyprowadzeniem),
- wydruki (pełne listingi; nie mieszać z teorią) solwerów; w kodach należy użyć tych samych symboli co na wykładzie/w książce (i wcześniej w prezentacji algorytmu), komentować większe bloki instrukcji,
- wnioski z eksperymentów, w tym ocenę poprawności (błędy w metodach bezpośrednich powinny być małymi ułamekami, nieznacznie większymi niż dokładność maszynowa **eps**, którą można odczytać w oknie poleceń Matlab) oraz efektywności.

Sprawozdanie w formacie PDF wraz z kodami źródłowymi programów powinno być przekazane w podanym terminie za pomocą funkcjonalności "Sprawozdania" na serwerze Studia [elka.pw.edu.pl] jako jeden plik w formacie ZIP. Wagi składników ocen: opis matematyczny algorytmów: 5p; kody solwerów: 10p; testy, prezentacja i opis wyników, komentarze, wnioski: 5p. Kara po -2p za: nie ZIP, nie PDF, brak kodów *.m.