ANA1
$$Z_{6-7}$$

1. Oblicz całki nieoznaczone, korzystając z całkowania przez części:

(a)
$$\int \ln x \, dx$$
,

(a)
$$\int \ln x \, dx$$
, (b) $\int e^{2x} \cos(4x) \, dx$, (c) $\int x \sin(3x) \, dx$,

(c)
$$\int x \sin(3x) \, dx,$$

(d)
$$\int (x^2 + 1) \cos x \, dx$$
, (e) $\int \arctan x \, dx$, (f) $\int \arcsin x \, dx$,

(e)
$$\int \operatorname{arctg} x \, \mathrm{dx}$$
,

(f)
$$\int \arcsin x \, dx$$

(g)
$$\int x \ln^2 x \, dx$$
,

(g)
$$\int x \ln^2 x \, dx$$
, (h) $\int \sqrt{x} \arctan \sqrt{x} \, dx$, (i) $\int \ln \left(1 + \frac{2}{x}\right) \, dx$.

2. Oblicz całki nieoznaczone, korzystając z całkowania przez podstawienie:

$$(a) \int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} \, \mathrm{dx},$$

(a)
$$\int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx$$
, (b) $\int \frac{x^3}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$,

(c)
$$\int e^{\sqrt{x}} dx$$
,

(d)
$$\int \frac{\cos(\ln x)}{x} \, \mathrm{d}x$$

(d)
$$\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$$
, (e) $\int (x+1)\sin(x^2+2x+2) dx$, (f) $\int \arcsin x dx$,

(f)
$$\int \arcsin x \, dx$$
,

(g)
$$\int x^3 e^{x^2} \, \mathrm{dx}.$$

3. Oblicz całki nieoznaczone, korzystając z odpowiednich zależności trygonometrycznych:

(a)
$$\int \sin^2 x \, dx$$
,

(b)
$$\int \cos^4 x \, dx$$
,

(a)
$$\int \sin^2 x \, dx$$
, (b) $\int \cos^4 x \, dx$, (c) $\int \sin^2 x \cos^4 x \, dx$,

(d)
$$\int \sin^7 x \, dx$$

(d)
$$\int \sin^7 x \, dx$$
, (e) $\int \sin^4 x \cos^3 x \, dx$, (f) $\int \sin(4x) \cos(6x) \, dx$,

(g)
$$\int \cos(3x)\cos(x) dx$$
, (h) $\int \frac{1}{\sin(2x)} dx$.

$$(h) \int \frac{1}{\sin(2x)} \, \mathrm{dx}.$$

4. Oblicz całki nieoznaczone, korzystając (jeśli trzeba) z rozkładu na ułamki proste:

(a)
$$\int \frac{1}{x^2 - 6x + 13} dx$$
,

(a)
$$\int \frac{1}{x^2 - 6x + 13} dx$$
, (b) $\int \frac{x+1}{x^2 + 8x + 25} dx$, (c) $\int \frac{x^2 - 5x + 9}{x^2 + 5x + 6} dx$,

(c)
$$\int \frac{x^2 - 5x + 9}{x^2 + 5x + 6} dx$$

(d)
$$\int \frac{1}{x(x+1)^2} dx$$
, (e) $\int \frac{1}{x^4+1} dx$.

(e)
$$\int \frac{1}{x^4 + 1} \, \mathrm{d}x$$

5. Oblicz całki nieoznaczone, korzystając z odpowiednich wzorów:

(a)
$$\int \frac{1}{\sqrt{4x+x^2}} \, \mathrm{dx},$$

(a)
$$\int \frac{1}{\sqrt{4x+x^2}} dx$$
, (b) $\int \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}} dx$, (c) $\int \sqrt{x^2-2x+3} dx$,

(d)
$$\int x \cdot \sqrt{x^2 + 4x + 6} \, dx$$
, (e) $\int \frac{x^2}{\sqrt{2x + x^2}} \, dx$, (f) $\int \frac{x}{\sqrt{(3 - x)(x - 1)}} \, dx$,

(g)
$$\int x \cdot \sqrt{6x - x^2} \, \mathrm{dx},$$

(g)
$$\int x \cdot \sqrt{6x - x^2} \, dx$$
, (h) $\int \frac{x^3}{\sqrt{4x - x^2}} \, dx$.

6. Oblicz całki nieoznaczone:

(a)
$$\int \frac{\arctan x}{(x+1)^2} \, \mathrm{dx},$$

(a)
$$\int \frac{\arctan x}{(x+1)^2} dx$$
, (b) $\int \frac{4}{x(x+2\sqrt{x}+4)} dx$, (c) $\int \frac{1}{2\cos x + \sin 2x} dx$,

(d)
$$\int \frac{1}{\sin x + 2\cos x + 3} dx$$
, (e)
$$\int x \cdot \arctan\left(\frac{x+1}{x-1}\right) dx$$
, (f)
$$\int \frac{e^{2x} + e^x}{\sqrt{4 - e^{2x}}} dx$$
.