1. Wyznacz dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności oraz naszkicuj wykres funkcji f(x), jeśli:

(a)
$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{4 - x^2}$$
,

(b)
$$f(x) = \frac{\log_3(x^2)}{2\log_3 x} \cdot (x^2 + x - 2),$$

(c)
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$$
.

- 2. Dla $x \in \mathbb{R}$ symbol [x] oznacza największą liczbę całkowitą nie większą niż x. Naszkicuj wykresy funkcji g(x) = [x] oraz h(x) = x [x].
- 3. Korzystając z definicji zbadaj parzystość funkcji:

(a)
$$f(x) = x \cdot (2^x - 2^{-x}), \quad x \in \mathbb{R},$$

(b)
$$f(x) = \log_2(x + \sqrt{x^2 + 1}), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Definicja:

Funkcja $f: X \to Y$ jest **parzysta**, jeśli $\forall x \in X [-x \in X \land f(-x) = f(x)]$. Funkcja $f: X \to Y$ jest **nieparzysta**, jeśli $\forall x \in X [-x \in X \land f(-x) = -f(x)]$.

4. Naszkicuj wykres funkcji f(x) i na tej podstawie podaj jej okres podstawowy, jeśli:

(a)
$$f(x) = \sin(\pi x)$$
,

(b)
$$f(x) = \operatorname{ctg} x \cdot |\sin x|$$
,

(c)
$$f(x) = (\sin x + \cos x)^2$$
.

5. Rozwiąż równanie/nierówność:

(a)
$$\frac{\log_2 x - 1}{x^2 - x} \le 0;$$

(b)
$$3\log(x+1) = \log(1-x^2);$$

(c)
$$2^{|x|-1} \le \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$$
.

6. Korzystając z definicji wykaż, że funkcja f(x) jest różnowartościowa, jeśli

(a)
$$f(x) = \frac{3 \cdot 2^x + 2}{2^x + 1}, \quad x \in \mathbb{R},$$

(b)
$$f(x) = \log_2\left(\frac{x+1}{2-x}\right), \quad x \in (-1; 2).$$

Definicja:

Funkcja $f:X\to Y$ jest **różnowartościowa**, jeśli

$$\forall x_1, x_2 \in X [f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2].$$