

Opór (skupiony i niezmienniczy w czasie)

Opór wiąże ze sobą napięcie i prąd:

$$u = f_R(i) \quad \text{lub} \quad i = f_G(u)$$

Reprezentuje straty ciepłne przy przepływie prądu. Założenia:

- 1 Funkcje f_R i f_G są ciągłe w przedziale $(-\infty, +\infty)$.
- 2 W każdym punkcie pracy oporu zachodzi $ui \geq 0$.
- 3 Dodatkowo $ui = 0 \Leftrightarrow u = 0 \wedge i = 0$.

Jeśli istnieją obie funkcje f_R i f_G , to opór jest *nieuzależniony*.

Jeśli istnieje tylko f_R , to opór jest *uzależniony prądowo*.

Jeśli istnieje tylko f_G , to opór jest *uzależniony napięciowo*.

Jeśli $f_R(i) = Ri$ oraz $f_G(u) = u/R = Gu$, to opór jest *liniowy*,
w przeciwnym przypadku – *nieliniowy*. $[R] = \Omega$, $[G] = S$.

Postać funkcji f_R i f_G nie zależy od czasu \Rightarrow opór jest
elementem *niezmienniczym w czasie*.

Uogólnienie – elementy rezystancyjne (np. zwarcie, rozwarcie,
dioda zwarciovo-rozwarciova, dioda idealna, opór ujemny).

Pojemność (skupiona i niezmiennicza w czasie)

Pojemność wiąże ze sobą ładunek i napięcie:

$$q = f_C(u), \quad i = Dq$$

Reprezentuje gromadzenie energii w polu elektrycznym.

Założenia:

- 1 Funkcja f_C jest ciągła i rosnąca w przedziale $(-\infty, +\infty)$.
- 2 Funkcja f_C ma prawie wszędzie ciągłą pochodną.
- 3 $f_C(0) = 0$.

Jeśli $f_C(u) = Cu$, to pojemność jest *liniowa*: $i = DCu$, $[C] = F$,
w przeciwnym przypadku – *nieliniowa*.

Postać funkcji f_C nie zależy od czasu \implies pojemność jest
elementem *niezmiennicznym w czasie*.

Dla prądu stałego (DC): $i = Dq = 0 \implies$ rozwarcie. $D \longrightarrow 0$

Uogólnienie – elementy pojemnościowe (np. f_C niemalejąca).

Indukcyjność (skupiona i niezmiennicza w czasie)

Indukcyjność wiąże ze sobą strumień skojarzony i prąd:

$$\psi = f_L(i), \quad u = D\psi$$

Reprezentuje gromadzenie energii w polu magnetycznym.

Założenia:

- 1 Funkcja f_L jest ciągła i rosnąca w przedziale $(-\infty, +\infty)$.
- 2 Funkcja f_L ma prawie wszędzie ciągłą pochodną.
- 3 $f_L(0) = 0$.

Jeśli $f_L(i) = Li$, to indukcyjność jest *liniowa*: $u = DLi$, $[L] = H$,
w przeciwnym przypadku – *nieliniowa*.

Postać funkcji f_L nie zależy od czasu \implies indukcyjność jest
elementem *niezmiennicznym w czasie*.

Dla prądu stałego (DC): $u = D\psi = 0 \implies$ zwarcie. $D \longrightarrow 0$

Uogólnienie – elementy indukcyjne (np. f_L niemalejąca).

Źródła (niezależne) napięciowe i prądowe *idealne*

Źródła są obwodowymi modelami przetworników energii mechanicznej, chemicznej itp. na energię elektryczną. Są traktowane jako *pobudzenia* (*wymuszenia*).

Źródło napięciowe idealne

Niezależnie od prądu napięcie jest równe sile elektromotorycznej:

$$\forall i : u = e$$

Nie może być zwarte.

Można je łączyć szeregowo.

Odwrotna standardowa konwencja strzałkowania u, i !

Źródła napięcia i prądu *stałego* można traktować jako liniowe elementy rezystancyjne, opisane charakterystykami $u-i$.

Źródło prądowe idealne

Niezależnie od napięcia prąd jest równy wydajności prądowej:

$$\forall u : i = j$$

Nie może być rozwarte.

Można je łączyć równolegle.

Źródła (niezależne) napięciowe i prądowe *rzeczywiste*

Źródła idealne są zbyt przybliżonym modelem ($\text{moc} \rightarrow \infty$).

Źródło napięciowe rzeczywiste

Wraz ze wzrostem pobieranego prądu spada napięcie na zaciskach:

$$\forall i : u = e - R_w i$$

$R_w > 0$ – opór wewnętrzny źródła

$R_w \rightarrow 0 \implies$ źródło idealne

$$i = \frac{e}{R_w} - \frac{1}{R_w} u$$

Źródło prądowe rzeczywiste

Wraz ze wzrostem napięcia na zaciskach spada wydawany prąd:

$$\forall u : i = j - G_w u$$

$G_w > 0$ – przewodność wewnętrzna źródła

$G_w \rightarrow 0 \implies$ źródło idealne

$$u = \frac{j}{G_w} - \frac{1}{G_w} i$$

Równoważność źródeł (niezależnych) rzeczywistych

Dwa źródła rzeczywiste są równoważne...

... jeśli ich równania $u(i)$ oraz $i(u)$ są identyczne.

$$\begin{array}{ccc}
 & j = e/R_w & \\
 & G_w = 1/R_w & \\
 u = e - R_w i & \xleftrightarrow{\hspace{1cm}} & i = j - G_w u \\
 & e = j/G_w & \\
 & R_w = 1/G_w &
 \end{array}$$

Dla dowolnego obciążenia prąd i napięcie *na obciążeniu* nie zmieniają się, jeśli źródło zastąpimy źródłem mu równoważnym.

- „Strzałki” źródeł równoważnych mają zgodne zwroty.
- Źródła równoważne mają jednakowe opory wewnętrzne.
- SEM i wydajność prądowa źródeł równoważnych są powiązane zależnością przypominającą prawo Ohma:

$$e = R_w j, \quad j = G_w e.$$

„Dobre” źródło napięciowe \equiv „złe” źródło prądowe i odwrotnie.

Źródła sterowane

Źródła sterowane *liniowe*:

r-nia czwórnikowe

$$\text{ŹNSN} \quad e = \alpha u_1 \quad \alpha - \text{wzm. napięciowe} \quad \Rightarrow \quad i_1 = 0, u_2 = \alpha u_1$$

$$\text{ŹPSN} \quad j = g u_1 \quad g - \text{transkonduktancja} \quad \Rightarrow \quad i_1 = 0, i_2 = g u_1$$

$$\text{ŹNSP} \quad e = r i_1 \quad r - \text{transrezystancja} \quad \Rightarrow \quad u_1 = 0, u_2 = r i_1$$

$$\text{ŹPSP} \quad j = \beta i_1 \quad \beta - \text{wzm. prądowe} \quad \Rightarrow \quad u_1 = 0, i_2 = \beta i_1$$

Współczynniki sterowania $(\alpha, g, r \text{ i } \beta) \in \mathbb{R}$.

ŹPSN sterowane „własnym” napięciem \equiv przewodności $\pm g$.

ŹNSP sterowane „własnym” prądem \equiv oporowi $\pm r$.

Źródła sterowane *nieliniowe*:

r-nia czwórnikowe

$$\text{ŹNSN} \quad e = f_\alpha(u_1) \quad \Rightarrow \quad i_1 = 0, u_2 = f_\alpha(u_1)$$

$$\text{ŹPSN} \quad j = f_g(u_1) \quad \Rightarrow \quad i_1 = 0, i_2 = f_g(u_1)$$

$$\text{ŹNSP} \quad e = f_r(i_1) \quad \Rightarrow \quad u_1 = 0, u_2 = f_r(i_1)$$

$$\text{ŹPSP} \quad j = f_\beta(i_1) \quad \Rightarrow \quad u_1 = 0, i_2 = f_\beta(i_1)$$

Występują w modelach obwodowych elementów aktywnych.

Wzmacniacz operacyjny (WO)

Wzmacniacz operacyjny jest granicznym przypadkiem źródła sterowanego (dowolnego) dla współczynnika sterowania $\rightarrow \infty$.

$$\text{ŹNSN} \quad i_1 = 0 \quad u_2 = \alpha u_1 \quad \Longrightarrow \quad u_1 = u_2 / \alpha \xrightarrow{\alpha \rightarrow \infty} 0$$

$$\text{ŹPSN} \quad i_1 = 0 \quad i_2 = g u_1 \quad \Longrightarrow \quad u_1 = i_2 / g \xrightarrow{g \rightarrow \infty} 0$$

$$\text{ŹNSP} \quad u_1 = 0 \quad u_2 = r i_1 \quad \Longrightarrow \quad i_1 = u_2 / r \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$$

$$\text{ŹPSP} \quad u_1 = 0 \quad i_2 = \beta i_1 \quad \Longrightarrow \quad i_1 = i_2 / \beta \xrightarrow{\beta \rightarrow \infty} 0$$

$$\text{WO} \quad i_1 = 0 \quad u_1 = 0$$

Wrota wejściowe wzmacniacza operacyjnego stanowią **bezprądowe zwarcie**. Jeżeli jeden z zacisków wejściowych jest na masie, to drugi stanowi **masę pozorną**.

Podstawowe układy ze wzmacniaczem operacyjnym:

- wzmacniacz odwracający (i ew. sumujący)
- wzmacniacz nieodwracający (ew. wtórnik)

Układy z jednym WO mogą symulować np. źródła sterowane.

Podstawowe pojęcia podejścia sieciowego

Gałąź...

... jest dwójnikiem (elementem lub połączeniem elementów).
Opisana jest wspólnym dla całej gałęzi prądem i napięciem.

Węzeł...

... jest punktem połączenia gałęzi (ale niekoniecznie elementów). Charakteryzuje się tzw. *potencjałem węzłowym*.

Obwód (zamknięty)...

... jest to ciąg niepowtarzających się gałęzi i węzłów, który jest zamknięty, tzn. umożliwia przepływ prądu.

Oczko (określone tylko w sieci planarnej)...

... jest to taki obwód zamknięty, że wewnątrz wyznaczonego przezeń obszaru nie ma żadnych gałęzi układu.

Prawa Kirchhoffa i zasada Tellegena

W każdym układzie skupionym obowiązują postulaty:

Prądowe prawo Kirchhoffa (PPK) – zachowanie ładunku

Suma prądów *wpływających* do dowolnego węzła układu (i do dowolnego obszaru zamkniętego) jest w każdej chwili równa 0.

Napięciowe prawo Kirchhoffa (NPK)

Suma napięć *skierowanych wzdłuż* dowolnej drogi zamkniętej (niekoniecznie po gałęziach) jest w każdej chwili równa 0.

Zasada Tellegena (ZT) – zachowanie energii

Suma mocy chwilowych *pobieranych* przez wszystkie elementy układu jest w każdej chwili równa 0.

Przypadki patologiczne – np. oczko źródeł napięciowych czy węzeł prądowych. Można wykazać, że $PPK \wedge NPK \implies ZT$.

Systematyczne układanie równań obwodu

Metody sieciowe pozwalają na systematyczne (dające się skomputeryzować) układanie równań dużych układów.

Teoria obwodów...

...to prawa Kirchhoffa i równania elementów.

Założmy, że w układzie występuje g gałęzi i w węzłów. Chcemy *rozwiązać* obwód, czyli wyznaczyć wszystkie napięcia i prądy. Mamy $2g$ niewiadomych, więc musimy ułożyć $2g$ równań:

- g równań gałęzi (równań elementów, np. prawo Ohma)
- PPK można napisać dla każdego z w węzłów, ale tylko $w - 1$ równań jest niezależnych (pomijamy PPK dla masy).
- NPK można ułożyć dla bardzo wielu dróg zamkniętych, ale tylko $g - w + 1$ równań jest niezależnych (w sieci planarnej wybieramy tylko oczka).

Na ogół $w \ll g$, co pozwala na redukcję liczby równań układu.