

## Metody Probabilistyczne i Statystyka

$Z_1$

1. **(1/2 pkt)** Niech  $P(A') = \frac{1}{3}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ . Obliczyć:  
 $P(B')$ ,  $P(A \cap B')$ ,  $P(B \setminus A)$ .
2. **(1/2 pkt)** Wykazać, że jeśli  $A \cap B \subset C$ , to  $P(C) \geq P(A) + P(B) - 1$ .
3. **(1 pkt)** Urna zawiera 3 kule czerwone i 4 białe. Losujemy 3 kule (bez zwracania). Obliczyć prawdopodobieństwo, że:
  - (a) Wszystkie wylosowane kule będą czerwone;
  - (b) Wylosowane zostaną 2 kule czerwone i 1 biała;
  - (c) Wszystkie wylosowane kule będą w tym samym kolorze.
4. **(1 pkt)** Rzucamy 10 razy prawidłową kostką sześcienną. Korzystając ze wzoru włączeń i wyłączeń obliczyć prawdopodobieństwo, że w ciągu tych 10 rzutów nie pojawi się co najmniej jedna ze ścianek.
5. **(1 pkt)** Obliczyć prawdopodobieństwo, że równanie  $x^2 + 2ax + b = 0$  ma dwa dodatnie pierwiastki rzeczywiste, jeśli  $a$  jest wielkością losową z przedziału  $[-2; 2]$ , zaś  $b$  jest wielkością losową z przedziału  $[-1; 1]$ .
6. **(1 pkt)** Dwa pociągi:  $A$  i  $B$  przyjadą, niezależnie od siebie, do stacji Warszawa Centralna. Pociąg  $A$  pojawi się tam między  $13^{00}$  a  $13^{10}$ , pociąg  $B$  między  $13^{00}$  a  $13^{20}$ . Pociąg  $A$  spędzi na stacji 15 minut, pociąg  $B$  - 10 minut. Obliczyć prawdopodobieństwo, że:
  - (a) Pociąg  $B$  przyjedzie na stację wcześniej, niż pociąg  $A$ ;
  - (b) Oba pociągi spotkają się na stacji.
7. **(1 pkt)** Bolek i Lolek rzucają na zmianę prawidłową kostką sześcienną do momentu, aż któryś z nich wyrzuci dwójkę lub trójkę. Zabawę rozpoczyna Bolek. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że Bolek i Lolek rzucać tyle samo razy.
8. **(1 pkt)** Latarnia morska  $A$  w momencie jej uruchomienia nadaje sygnał świetlny trwający 2 sekundy. Następnie po 8-sekundowej przerwie znów nadaje sygnał trwający 2 sekundy, itd. Latarnia morska  $B$  w momencie jej uruchomienia nadaje sygnał świetlny trwający 3 sekundy. Następnie po 12-sekundowej przerwie znów nadaje sygnał trwający 3 sekundy, itd. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w losowo wybranym momencie czasu w pierwszej minucie po jednoczesnym uruchomieniu obu latarni:
  - (a) Obie latarnie świecą jednocześnie;
  - (b) Świeci dokładnie jedna latarnia;
  - (c) Świeci przynajmniej jedna latarnia.