

AUTOMATYKA I ROBOTYKA - SEMESTR 2

ANALIZA I RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE 2. ZESTAW 5.

**Zad. 1.** Wyznaczyć granice ciągów

$$(a) \quad z_n = \left( \frac{1+i}{2} \right)^n$$

$$(b) \quad z_n = \left( \sqrt{n^2 + \sqrt{n}} - n \right) e^{in}$$

$$(c) \quad z_n = \frac{3ni + i^n}{n - i}$$

**Zad. 2.** Zbadać zbieżność szeregów liczbowych

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( (-1)^n \sin \frac{1}{n} + \frac{i}{n^2} \right)$$

$$(b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ni^{n-1}}{(1-i)^n}$$

$$(c) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + in + n^2 + in^3}{1 + n^3}$$

**Zad. 3.** Jakie krzywe opisują poniższe funkcje

$$(a) \quad z(t) = t + it^2, \quad t > 0$$

$$(b) \quad z(t) = 2e^{it} + 3e^{-it}, \quad t \in [0, 2\pi]$$

**Zad. 4.** Wyznaczyć część rzeczywistą i urojoną funkcji

$$(a) \quad f(z) = \frac{1}{z^2}$$

$$(b) \quad f(z) = \sin z$$

(c)  $f(z) = \cos z$

**Zad. 5.** Zbadać istnienie granicy  $\lim_{z \rightarrow 0} f(z)$

(a)  $f(z) = \frac{\operatorname{Re}(z)}{1 + |z|}$

(b)  $f(z) = \frac{\operatorname{Re}(z^2)}{z^2}$