AUTOMATYKA I ROBOTYKA - SEMESTR 2

ANALIZA I RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE 2. ZESTAW 6.

Zad. 1. Sprawdzić, czy funkcja f spełnia warunki Cauchy'ego-Riemanna, jeśli

$$\text{(a)} \quad f(z) = z^3 + iz$$

$$\text{(b)} \quad f(z) = z \cdot |z|^2$$

$$\text{(c)} \quad f(z) = \mathrm{Re}(z^2) \cdot \bar{z}$$

Zad. 2. Obliczyć, jeśli istnieje, pochodną $f'(z)$ oraz zbadać holomorficzność funkcji

$$\text{(a)} \quad f(z) = \mathrm{Im}(z+i)^2$$

$$\text{(b)} \quad f(x+iy) = x + ay + i(bx + cy), \quad \text{gdzie } a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$\text{(c)} \quad f(z) = e^{\bar{z}}$$

$$\text{(d)} \quad f(x+iy) = x(2-x) + y^2 + i2y(1-x)$$

$$\text{(e)} \quad f(z) = \frac{|z|^2}{z}$$

Zad. 3. Znaleźć funkcję holomorficzną $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ wiedząc, że

$$\text{(a)} \quad u(x,y) = x^3 - 3xy^2 + x\,, \quad f(0) = i$$

$$\text{(b)} \quad v(x,y) = 4x^3y - 4xy^3 + 1\,, \quad f(i) = 1 + i$$