Algebra liniowa

Z_5

1. Czy przekształcenie $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ takie, że: $\varphi((2,0,0)) = (2,2,2)$, $\varphi((1,1,0)) = (0,1,0)$, $\varphi((1,0,1)) = (0,0,-1)$, $\varphi((1,1,1)) = (1,2,-1)$ jest przekształceniem liniowym?

2. Niech $F : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $F(z) = \overline{z}$. Czy

   (a) F jest przekształceniem liniowym przestrzeni liniowej $\mathbb{C}$ nad ciałem $\mathbb{R}$?

   (b) F jest przekształceniem liniowym przestrzeni liniowej $\mathbb{C}$ nad ciałem $\mathbb{C}$?

3. Sprawdzić, czy podane odwzorowania są przekształceniami liniowymi. Dla przekształceń liniowych: znaleźć jądro i obraz (podać wymiar, dla skończenie wymiarowych także bazę), stwierdzić, czy przekształcenie jest nieosobliwe, czy jest *na*.

   (a) $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, ϕ - obrót o kąt $\frac{\pi}{4}$ w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara wokół punktu $(1,1)$,

   (b) $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ $(x,y) \mapsto (x-y, 5y-5x)$,

   (c) $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, (x,y,z) \mapsto (x, y+2z)$,

   (d) $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}[x]_2, (a,b,c) \mapsto (a-c)x^2 + (b+4)x + c - 3a$,

   (e) $\varphi : \mathbb{R}[x]_3 \to \mathbb{R}^3, w(x) \mapsto (w(1), w'(1), w''(1))$,

   (f) $\varphi : \mathbb{R}[x]_2 \to \mathbb{R}[x]_2, w(x) \mapsto x \cdot w'(x)$,

4. Dane jest przekształcenie liniowe $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}[x]_2$ takie, że: $\varphi((1,1,1)) = 2x^2 - 3x$, $\varphi((1,2,3)) = -3x$, $\varphi((1,2,4)) = 2x^2 - 4x$. Wyznaczyć wzór ogólny $\varphi((a,b,c))$. Znaleźć jądro, obraz, wymiar obrazu, wymiar jądra. Czy przekształcenie jest nieosobliwe, czy jest *na*?

5. Odpowiedzieć na pytanie:

   (a) Niech $\phi : \{(x,y,z,t,w) \in \mathbb{R}^5 : x + y = z + t + w\} \to \mathbb{R}[x]_3$ będzie różnowartościowym przekształceniem liniowym. Czy ϕ jest *na*?

   (b) Niech $\phi : M_{3\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}[x]_7$ będzie przekształceniem liniowym. Czy $\ker\phi \neq \{[0]_{3\times 3}\}$?