

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №10  
“Исследование математической модели  
электромеханического объекта управления”  
Вариант - 7

Выполнил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г. Санкт-Петербург, 20 \_\_\_\_ г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

# 1 Задание

## Цель работы

Изучение математических моделей и исследование характеристик электромеханического объекта управления (ЭМО), построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

В работе исследуются полная и упрощённая модели ЭМО. На рисунке 1 представлена функциональная схема исследуемого объекта.

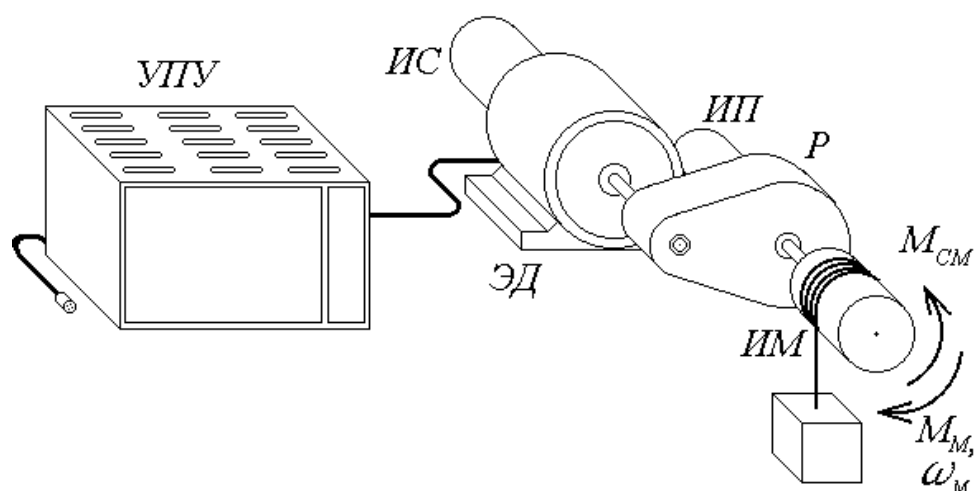


Рисунок 1 — Функциональная схема исследуемого объекта

## Исходные данные

Исходные данные для моделирования представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

$U_H$ , В	$n_0$ , об/мин	$I_H$ , А	$M_H$ , Н·м	$R$ , Ом	$T_{я}$ , мс	$J_d$ , кг·м <sup>2</sup>	$T_y$ , мс	$i_P$	$J_M$ , кг·м <sup>2</sup>
52	1240	18	7.21	0.3	$10 \cdot 10^{-3}$	0.004	$10 \cdot 10^{-3}$	20	2.48

## 2 Расчёт параметров математического моделирования

$$k_d = \frac{1}{R}$$

$$k_y = \frac{U_H}{U_m} = \frac{52}{10} = 5.2$$

$$k_M = \frac{M_H}{I_H} = \frac{7.21}{18} = 0.4$$

$$k_e = \frac{U_H}{\omega_0} = \frac{52 \cdot 30}{1240 \cdot \pi} = 0.4$$

$$J_\Sigma = 1.2J_d + \frac{J_M}{i_p^2} = 1.2 \cdot 0.004 + \frac{2.48}{20^2} = 0.011$$

Коэффициенты передачи измерительных устройств выбираются таким образом, чтобы обеспечить соответствие максимального значения измеряемого сигнала уровню 10 на выходе измерительного устройства.

$$K_U = 0.1923$$

$$K_I = 0.1082$$

$$K_\omega = 0.0770$$

$$K_\alpha = 1.5888$$

### 3 Вывод математических моделей вход-состояние-выход для полной и упрощенной схем моделирования ЭМО

Выведем математическую модель ВСВ для полной схемы моделирования ЭМО. Запишем уравнения, описывающие работу ЭМО:

$$\begin{cases} k_M I - M_c = J_\Sigma \frac{d\omega}{dt} \\ T_\Sigma \frac{dI}{dt} + I = k_\Sigma (U_y - k_e \omega) \\ T_y \frac{dU_y}{dt} + U_y = k_y U \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\omega} = \frac{k_M I - M_c}{J_\Sigma} \\ \dot{I} = \frac{k_\Sigma (U_y - k_e \omega) - I}{T_\Sigma} \\ \dot{U}_y = \frac{k_y U - U_y}{T_y} \end{cases} \quad (1)$$

Пусть  $X = [\alpha \quad \omega \quad I \quad U_y]^T$  - вектор состояния, а  $U = [U \quad M_c]^T$  - вектор входных воздействий. Тогда

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ y = CX \end{cases} \quad (2)$$

$$\dot{\alpha} = \omega \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_M}{J_\Sigma} & 0 \\ 0 & -\frac{k_e k_\Sigma}{T_\Sigma} & -\frac{1}{T_\Sigma} & \frac{k_\Sigma}{T_\Sigma} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_\Sigma} \\ 0 & 0 \\ \frac{k_y}{T_y} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ M_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

Запишем матрицы А, В и С:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_M}{J_\Sigma} & 0 \\ 0 & -\frac{k_e k_\Sigma}{T_\Sigma} & -\frac{1}{T_\Sigma} & \frac{k_\Sigma}{T_\Sigma} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_y} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_\Sigma} \\ 0 & 0 \\ \frac{k_y}{T_y} & 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (5)$$

Выведем математическую модель упрощенной схемы моделирования ЭМО. Она получается в результате пренебрежения малыми постоянными времени  $T_\Sigma$  и  $T_y$ .

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega \\ \dot{\omega} = -\frac{k_M k_\Sigma k_e}{J_\Sigma} \omega + \frac{k_M k_\Sigma k_y}{J_\Sigma} U - \frac{1}{J_\Sigma} M_c \end{cases} \quad (6)$$

Таким образом, получаем модель ВСВ:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k_M k_\Sigma k_e}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_M k_\Sigma k_y}{J_\Sigma} & -\frac{1}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ M_c \end{bmatrix} \quad (7)$$

## 4 Исследование полной модели ЭМО

На рисунке 2 представлена схема полной модели ЭМО.

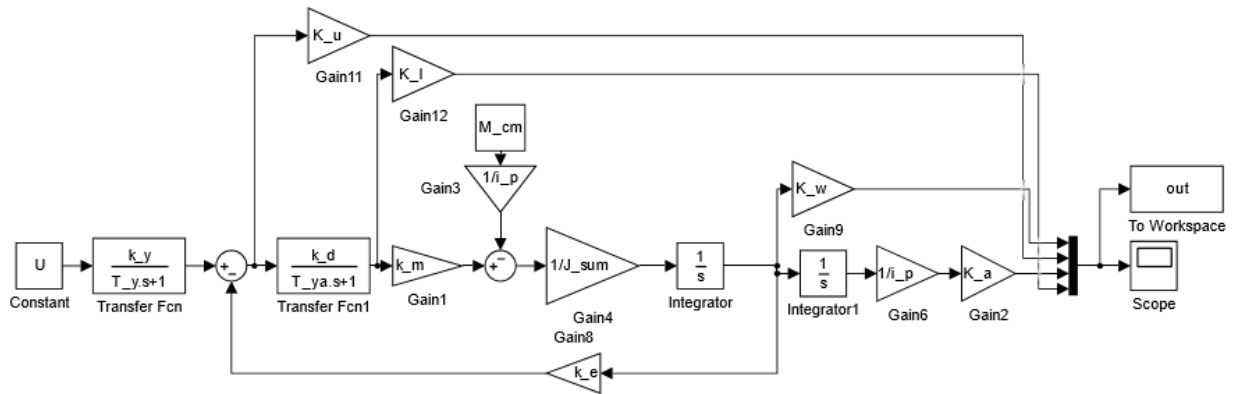
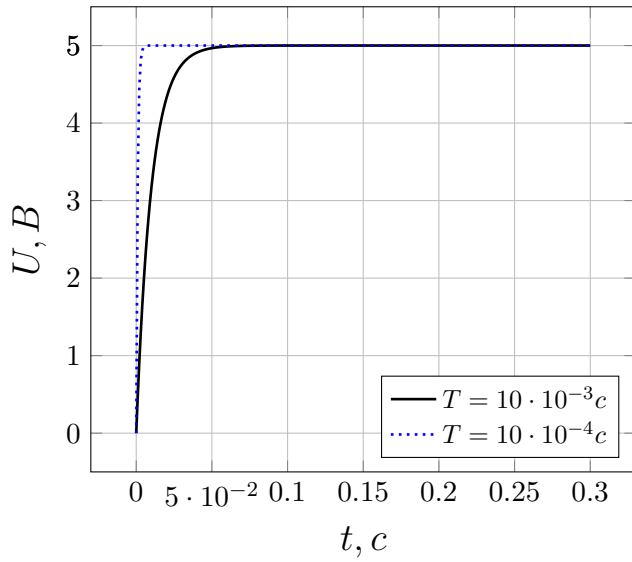
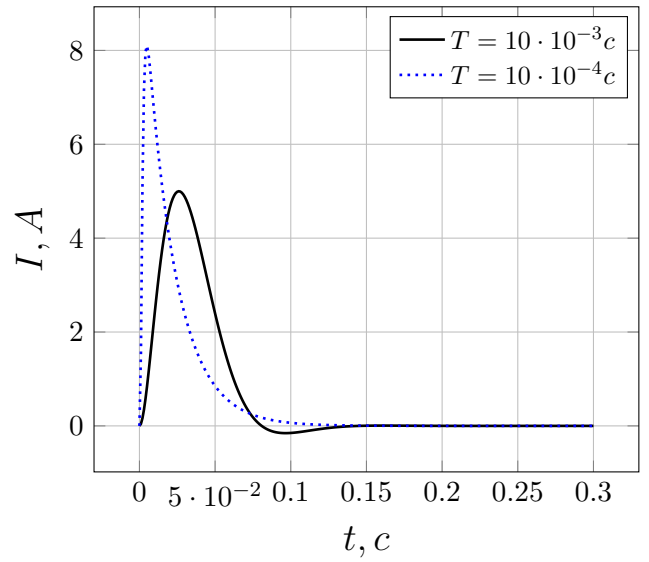


Рисунок 2 — Схема полной модели ЭМО

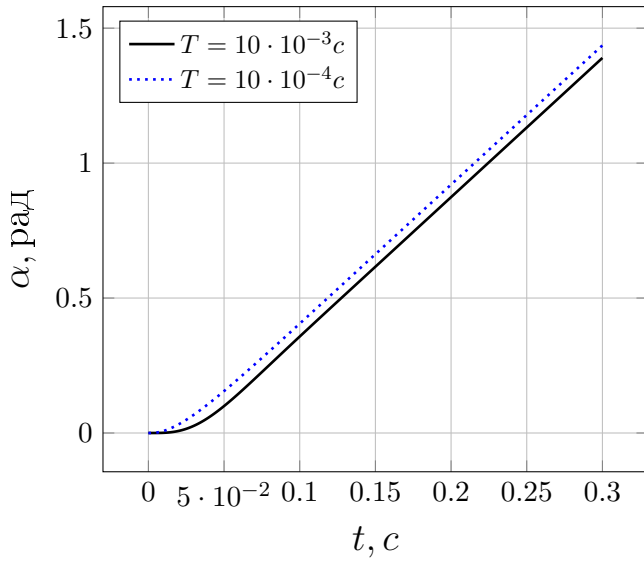
На рисунке 3 представлены сравнительные графики при различных  $T_y$  и  $T_{я}$ . Так как в данном случае  $T_y = T_{я}$ , обозначим  $T = T_y = T_{я}$ .



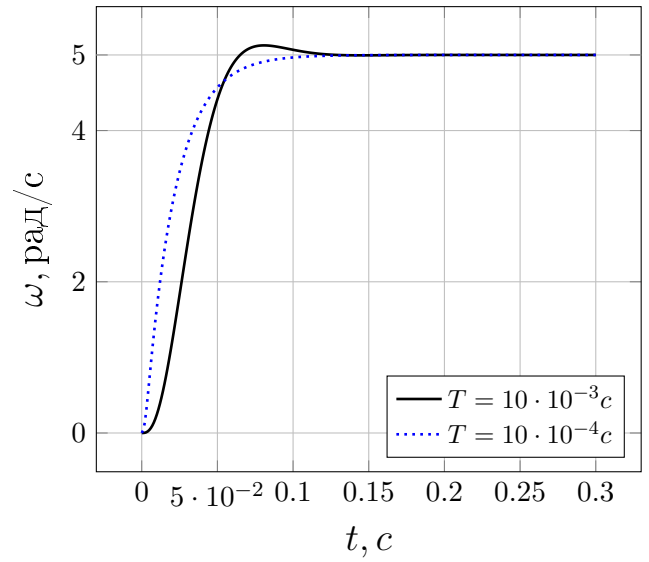
(а) Результаты моделирования  $U$



(б) Результаты моделирования  $I$



(в) Результаты моделирования  $\alpha$



(г) Результаты моделирования  $\omega$

Рисунок 3 — Передаточные характеристики при различных  $T_y$  и  $T_\pi$

Результаты переходных процессов для  $T = 10 \cdot 10^{-3}$ :

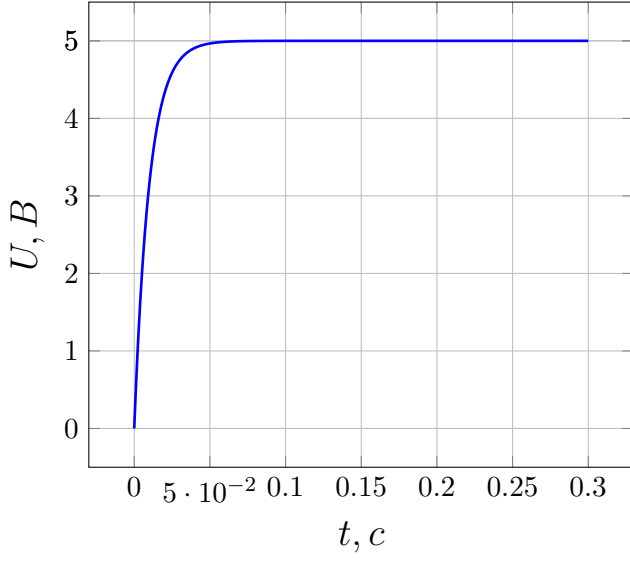
$$t_{\pi} = 0.046, \omega_y = 5, I = 0$$

Результаты переходных процессов для  $T = 10 \cdot 10^{-4}$ :

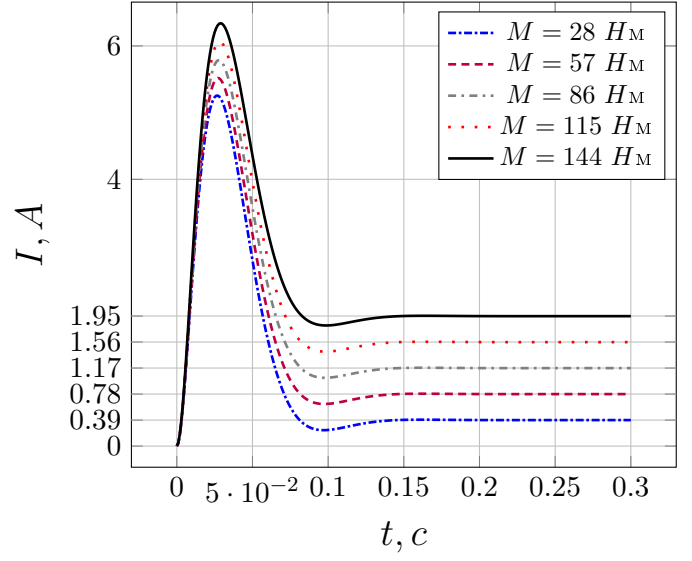
$$t_{\pi} = 4.285 \cdot 10^{-3}, \omega_y = 5, I = 0$$

## 5 Исследование влияния нагрузочного момента

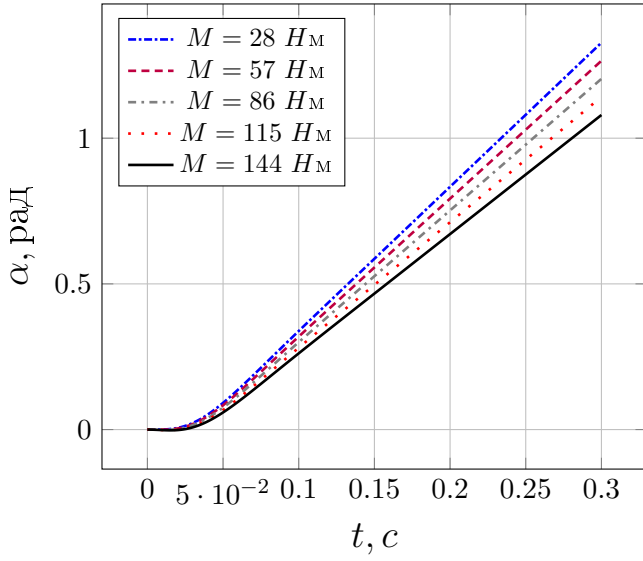
На рисунке 4 представлены сравнительные графики при различных значениях нагрузочного момента.



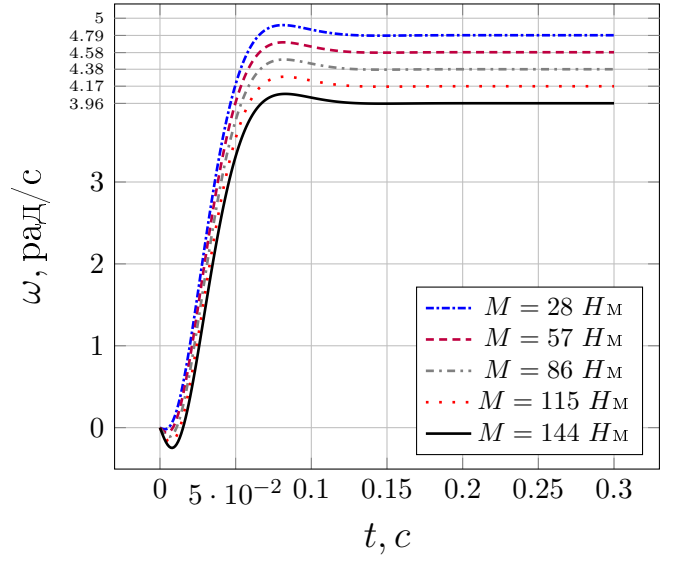
(а) Результаты моделирования  $U$



(б) Результаты моделирования  $I$



(в) Результаты моделирования  $\alpha$



(г) Результаты моделирования  $\omega$

Рисунок 4 — Характеристики при различных нагрузочных моментах

В таблице 2 представлены результаты моделирования при различных нагрузочных моментах.

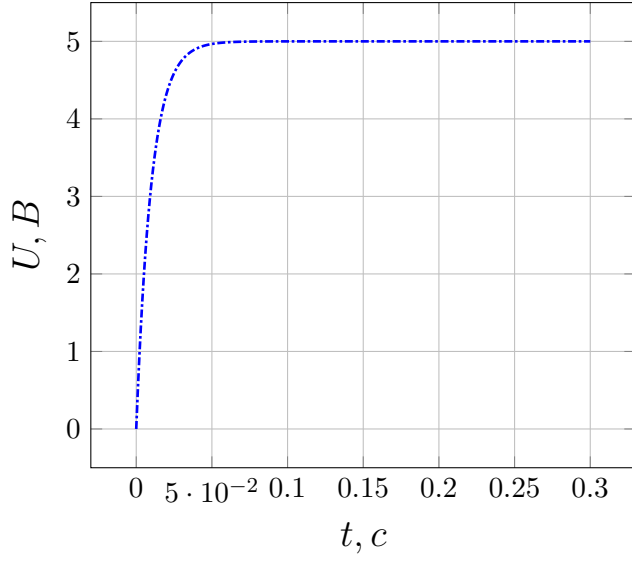
Таблица 2 – Результаты  
моделирования

$M$	$t_{\pi}$	$\omega$	I
28	0.0461	4.79	0.39
57	0.0461	4.58	0.78
86	0.0461	4.38	1.17
115	0.0561	4.17	1.56
144	0.0461	3.96	1.95

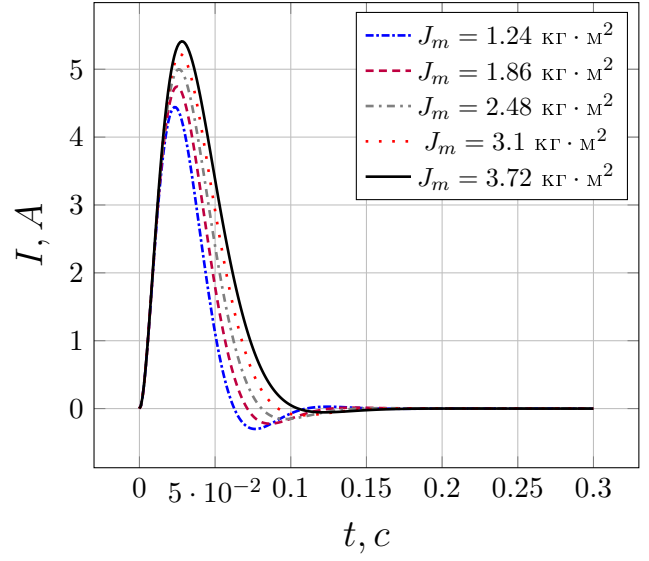


## 6 Исследование влияния момента инерции

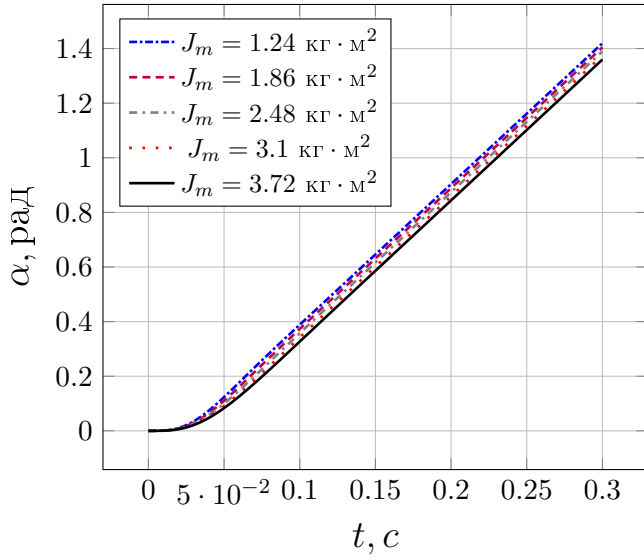
На рисунке 5 представлены результаты моделирования при различных моментах инерции  $J_m$ .



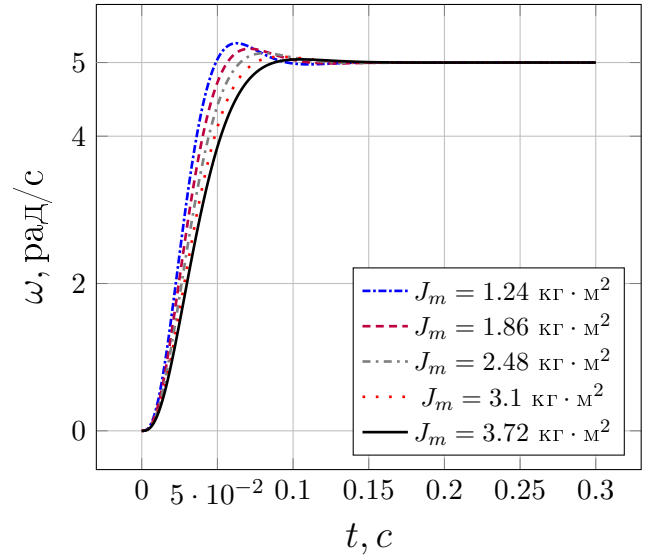
(а) Результаты моделирования  $U$



(б) Результаты моделирования  $I$



(в) Результаты моделирования  $\alpha$



(г) Результаты моделирования  $\omega$

Рисунок 5 — Характеристики при различных моментах инерции

В таблице 3 представлены результаты моделирования при различных моментах инерции.

Таблица 3 –  
Результаты  
моделирования

$J_m$	$t_n$	$\omega$	I
1.24	0.0461	5	0
1.86	0.0461	5	0
2.48	0.0461	5	0
3.1	0.0561	5	0
3.72	0.0461	5	0

## 7 Исследование влияния передаточного отношения

На рисунке 6 представлены результаты моделирования при  $M_{cm} = 0$  и различных передаточных отношениях.

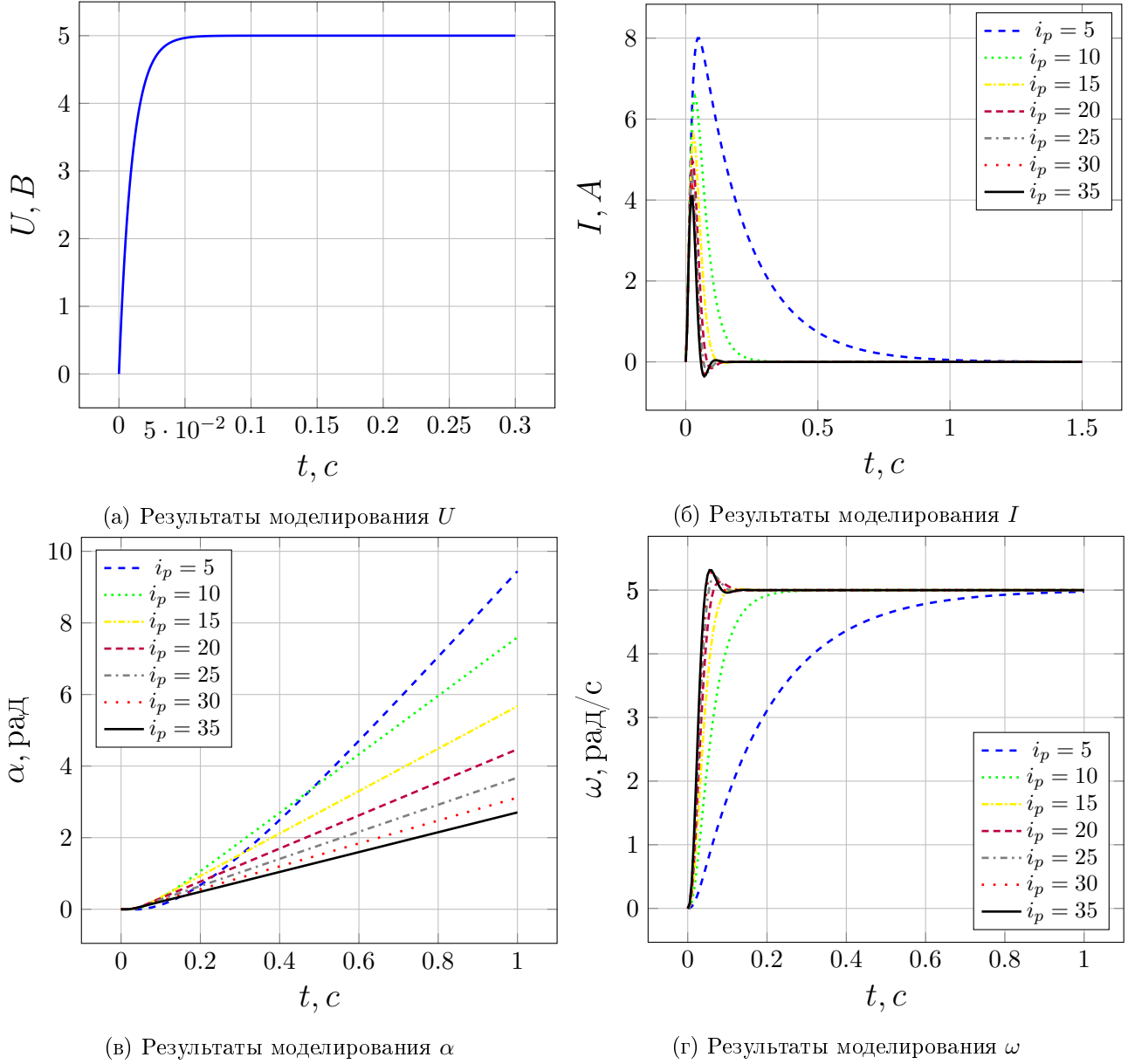


Рисунок 6 — Характеристики при различных передаточных отношениях и  $M_{cm} = 0$

В таблице 4 представлены результаты моделирования при различных передаточных отношениях и нулевом нагрузочном моменте.

Таблица 4 –  
Результаты  
моделирования

$i_p$	$t_n$	$\omega$	I
1.24	0.0461	5	0
1.86	0.0461	5	0
2.48	0.0461	5	0
3.1	0.0561	5	0
3.72	0.0461	5	0

На рисунке 7 представлены результаты моделирования при  $M_{cm} = 72$  и различных передаточных отношениях. Ввиду нечитаемого расположения подписей, на рисунке 7 представлено меньшее число линий для тока и угловой скорости.

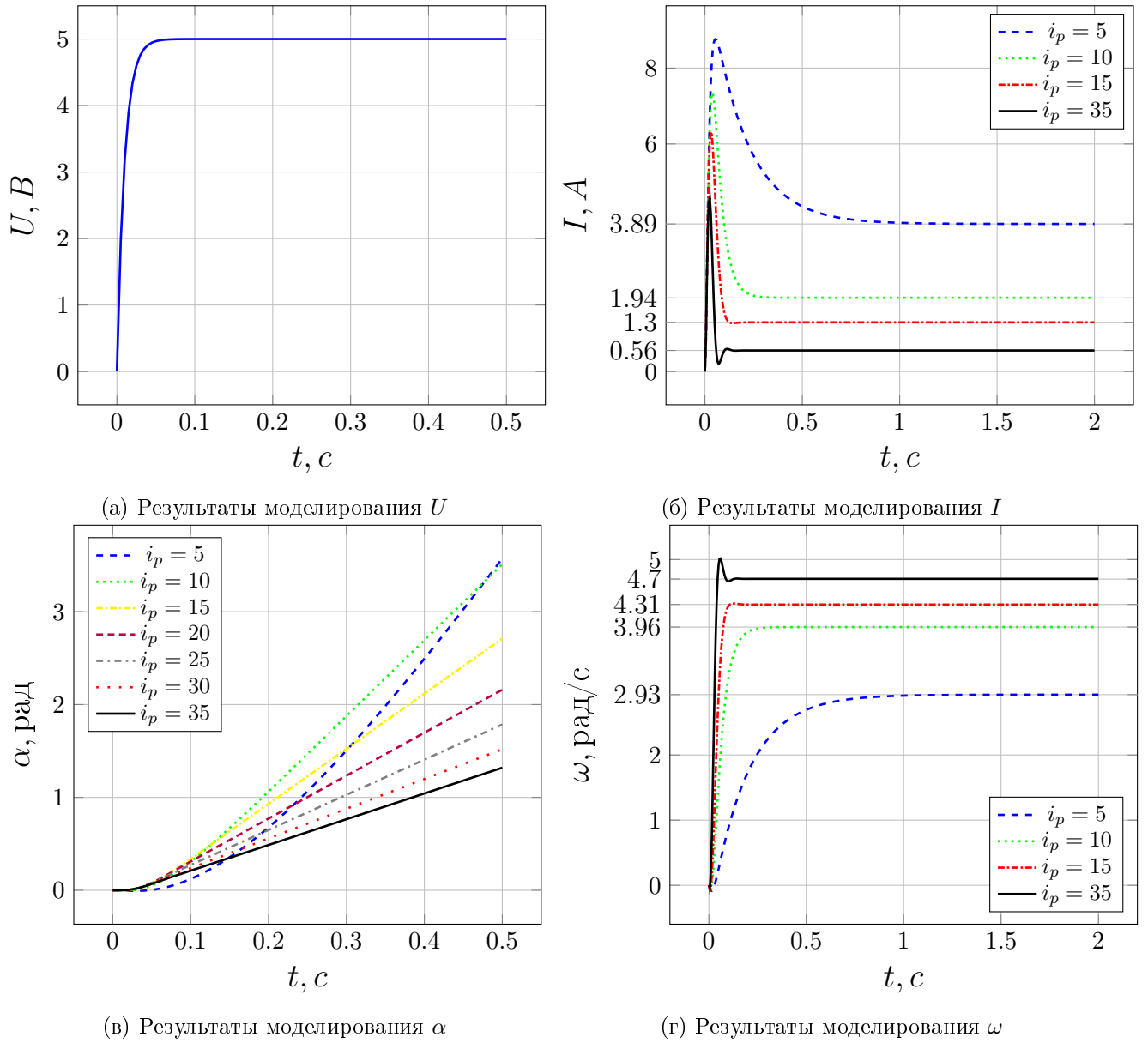


Рисунок 7 — Характеристики при различных передаточных отношениях и  $M_{cm} = 72$

В таблице 5 представлены результаты моделирования при  $M_{cm} = 72$  и различных передаточных отношениях.

Таблица 5 – Результаты моделирования

$i_p$	$t_{\Pi}$	$\omega$	I
5	0.0461	2.926	3.89
10	0.0461	3.963	1.94
15	0.0461	4.31	1.297
35	0.0561	4.7	0.556

## 8 Исследование упрощённой модели ЭМО и сравнение с полной

На рисунке 8 представлена упрощённая схема моделирования ЭМО.

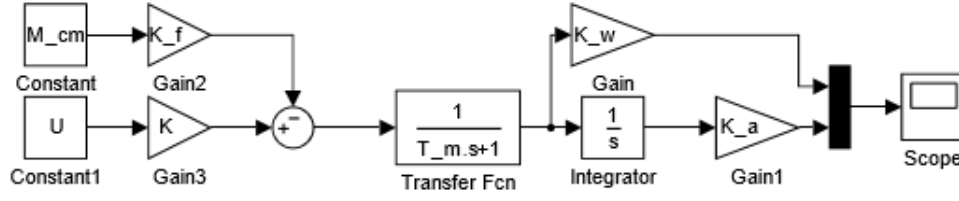
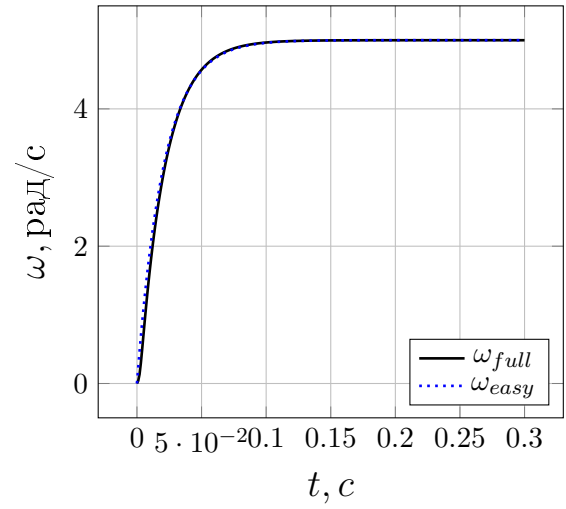
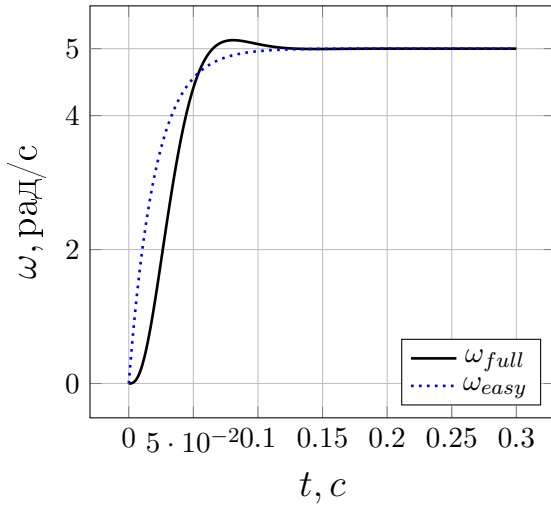


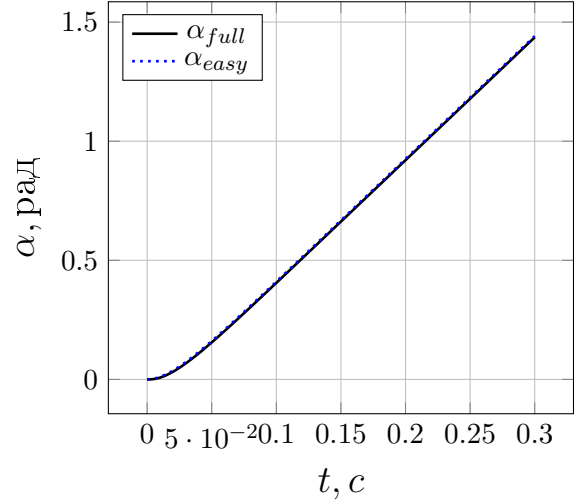
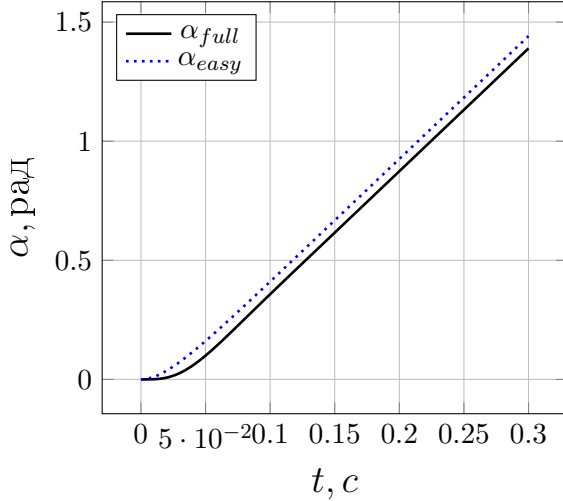
Рисунок 8 — Схема упрощённой модели ЭМО

На рисунке 9 представлены сравнительные графики для полной и упрощённой моделей ЭМО при различных значениях  $T = T_y = T_{\alpha}$ .



(а) Результаты моделирования  $T = 10 \cdot 10^{-3}$

(б) Результаты моделирования  $T = 10 \cdot 10^{-4}$



(в) Результаты моделирования  $T = 10 \cdot 10^{-3}$

(г) Результаты моделирования  $T = 10 \cdot 10^{-4}$

Рисунок 9 — Сравнительные характеристики при различных  $T$

Как видно из графиков, при  $T = 10 \cdot 10^{-3}$  для угловой скорости наблюдается перерегулирование, а для угловой характеристики небольшое отклонение  $\Delta\alpha = 0.05$ . При  $T = 10 \cdot 10^{-4}$  графики полной и упрощённой моделей совпадают.

## Вывод

В лабораторной работе были исследованы полная и упрощённая модели ЭМО. Были выведены математические модели ВСВ, а также расчёт параметров моделирования. Были исследованы влияния при изменении некоторых параметров.

При уменьшении постоянных времени  $T_y$  и  $T_\alpha$  время переходного процесса уменьшается на порядок, для графиков тока увеличивается перерегулирование, а для графиков угловой скорости наоборот, исчезает. График угла немного сдвигается вверх по оси ординат.

При изменении нагрузочного момента  $M_{сн}$  для тока увеличивается перерегулирование и установившееся значение, для угловой скорости эти показатели уменьшаются, а для угла наклон прямой уменьшается.

При изменении момента инерции  $J_m$  для угла уменьшается наклон прямой, для угловой скорости уменьшается перерегулирование, а для тока оно увеличивается, причём установившиеся значения одинаковы.

Влияние изменения передаточного отношения  $i_p$  при нулевом нагрузочном моменте: для тока уменьшается перерегулирование и время переходного процесса, для угла уменьшается наклон прямой, а для угловой скорости увеличивается перерегулирование при уменьшении времени переходного процесса, причём для тока и угловой скорости установившиеся значения не меняются.

При изменении передаточного отношения для ненулевого момента нагрузки показатели таковы: для тока при увеличении  $i_p$  уменьшается установившееся значение, время переходного процесса и перерегулирование, для угла уменьшается наклон прямой, а для угловой скорости установившееся значение увеличивается при уменьшении времени переходного процесса и увеличении перерегулирования.

Сравнения полной и упрощённой моделей показали, что при показателях постоянных времени  $T = 10 \cdot 10^{-3}$  для полной модели наблюдается перерегулирование, отсутствующее у упрощённой (показатели угловой скорости), а для угла есть небольшое отклонение: упрощённая модель даёт смещение вверх по оси ординат. При меньших значениях постоянных времени модели ведут себя идентично. В целом отклонения достаточно малы, поэтому упрощённую модель в некоторых ситуациях резонно использовать вместо полной без потери точности.