

Задание 1. Реализация линейной множественной регрессии

Карцев Михаил Дмитриевич U3475 АДПУР 7.2

Цель работы: сформировать и оценить линейную множественную регрессионную модель для предсказания субъективного качества сна на основе отобранных количественных факторов, выполнить отбор значимых признаков, сравнить полную и сокращенную модели по коэффициенту детерминации, MSE и системному эффекту, проверить целесообразность исключения факторов по критерию Фишера и оценить выполнение условий Гаусса–Маркова для корректности оценок.

Постановка задачи: с помощью средств MS Excel построение линейной многофакторной модели с отбором значимых факторов и выполнить оценку соответствия модели условия Гаусса-Маркова.

Исходный датасет:

Был взят датасет «Screen Time vs Mental Wellness Survey - 2025» с сайта Kaggle. Этот набор данных содержит информацию, полученную от 400 участников опроса, о том, как их ежедневное использование экранов влияет на психическое благополучие. В связи с растущей распространенностью цифровых устройств в нашей жизни понимание связи между временем, проведенным за экраном, качеством сна, стрессом и продуктивностью становится важнейшей областью исследований в области науки о данных, психологии и общественного здравоохранения. Пустые значения отсутствуют.

В качестве факторов (x_1 , x_2 , x_3 , x_4) были взяты:

- X_1 - возраст
- X_2 - экранное время, потраченное на работу/учебу в день в среднем
- X_3 - экранное время, потраченное на развлечение (видео, игры, социальные сети и т.д.) в день в среднем
- X_4 - среднее время сна за ночь

В качестве зависимого параметра (y) была взята субъективная оценка качества сна респондентов (где 1 – очень плохо, 5 – очень хорошо)

1. Первая линейная регрессия (по всем факторам)

	m4	m3	m2	m1	b
Коэфф	0,451	-0,025	-0,015	-0,004	-1,442
SE	0,032	0,013	0,014	0,003	0,287
R^2 ; SE _y	0,386	0,514	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
F; df	62,173	395,000	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
SSreg; Ssresid	65,602	104,196	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д

Коэффициент детерминации	0,386352712			
Средняя квадратическая ошибка	0,263786773			
Показатель системного эффекта факторов	-86,16091705			
Мера мультиколлинеарности	-0,052011458			
t-статистика	14,03976879	1,979218899	1,02796526	1,133428186
	>ткр	>ткр	<ткр	<ткр
p-value	3,72451E-96	8,94607E-05	0,0404459	0,023938972
	< α	< α	> α	> α
ткр	1,967			
α	0,05			

Полная модель использует четыре фактора: возраст, экранное время для работы, экранное время для развлечений и часы сна, при этом главный вклад дает продолжительность сна (положительный коэффициент около 0,451), а развлекательное экранное время связано с меньшей оценкой сна (отрицательный коэффициент около -0,025), тогда как возраст и рабочее экранное время имеют намного более слабые эффекты (около -0,004 и -0,015 соответственно). Метрики качества у полной модели умеренные: $R^2 \approx 0,386$ и $MSE \approx 0,264$, то есть модель объясняет заметную, но не основную часть разброса субъективной оценки качества сна по шкале 1–5. В отчете также зафиксированы «системный эффект факторов» около -86,16 и «мера мультиколлинеарности» около -0,052, что означает перекрытие парных связей факторов с целевой переменной и отражает то, что часть «вклада» факторов в оценку сна у данных пересекается между собой.

2. Матрица корреляций

	<i>x1</i>	<i>x2</i>	<i>x3</i>	<i>x4</i>	<i>y</i>
<i>x1</i>	1				
<i>x2</i>	0,07444263	1			
<i>x3</i>	0,01303851	-0,2864136	1		
<i>x4</i>	0,05350326	-0,1332431	-0,2557467	1	
<i>y</i>	-0,0178161	-0,1008538	-0,2245234	0,61438142	1

Проверка значимости коэффициентов корреляции с <i>y</i>					
Фактор	$r(y, x)$	r^2	t-статистика	p-value	Значимость
<i>x1</i>	-0,0178161	0,00031741	-0,3554874	0,47751634	Не значим
<i>x2</i>	-0,1008538	0,01017149	-2,0223383	6,294E-05	Слабо значим
<i>x3</i>	-0,2245234	0,05041074	-4,5965837	2,154E-18	Значим
<i>x4</i>	0,61438142	0,37746453	15,5345099	1,863E-108	Высоко значим

Корреляции с целевой переменной показывают простую картину: самая сильная связь у часов сна (*y* и *x4* – 0,61), связь с развлечениями умеренно отрицательная (*y* и *x3* – -0,22), тогда как возраст и рабочее экранное время связаны с оценкой сна слабо по модулю. Между самими факторами связи невысокие, что говорит о том, что факторы в целом не «дублируют» друг друга напрямую, а конкуренция за объяснение оценки сна возникает из-за пересечения их индивидуальных связей с целевой переменной. Такая структура логично

согласуется со знаками и относительной величиной коэффициентов в полной модели: больше сна – выше оценка, больше развлечений – ниже оценка, а возраст и рабочие экраны почти не меняют картину в линейной постановке. Были отобраны факторы x_3 и x_4 , поскольку их влияние на зависимый параметр гораздо выше, при этом друг с другом все факторы коррелируют слабо, что позволяет отбирать и рассматривать любые группы. Проверка значимости коэффициентов корреляции с y ($n = 400$, $df = 398$, $t_{кр} = 1.967$ при $\alpha = 0.05$) показала, что фактор x_4 имеет высокую значимость, x_3 – просто значим, x_2 – слабо значим а x_1 – не является значимым. Аналогичные результаты можно видеть в проверке значимости факторов в первой и второй линейных регрессиях.

3. Вторая линейная регрессия (с факторами x_3 и x_4)

	m2	m1	b
Коэфф	0,456	-0,021	-1,656
SE	0,031	0,012	0,254
R ² ; SE _y	0,382	0,514	#Н/Д
F; df	122,866	397,000	#Н/Д
SSreg; Ssresid	64,918	104,880	#Н/Д

Коэффициент детерминации	0,382324826
Средняя квадратическая ошибка	0,264180606
Показатель системного эффекта факторов	-91,732
Мера мультиколлинеарности	-0,046

t-статистика	14,6058899	1,767447887
	> $t_{кр}$	< $t_{кр}$
p-value	6,1006E-101	0,00045602
	< α	< α
$t_{кр}$	1,967	
α	0,05	

Сокращенная модель оставляет два наиболее информативных фактора - часы сна и развлекательное экранное время - при этом коэффициенты по смыслу остаются такими же: положительный при часах сна (около 0,456) и отрицательный при развлечениях (около -0,021). По метрикам качество практически не меняется: $R^2 \approx 0,382$ и $MSE \approx 0,264$, то есть по точности описания оценок сна сокращенная модель близка к полной. В отчете «системный эффект факторов» для сокращенной модели около -91,732, а «мера мультиколлинеарности» около -0,046, что указывает на сохраняющееся перекрытие парных связей с целевой переменной, но уже без слабых факторов, практически не влияющих на итоговые метрик.

Критерий Фишера:

D4	0,38635271
D2	0,38232483
F1	1,296
f1	2

f2	395
ткр	3,04
Уровень значимости	0,95

$F1 < t$, следовательно гипотеза о том, что исключенные факторы не влияют на y не опровергается, а значит исключение факторов $x1$ и $x2$ является целесообразным.

Сравнение моделей

Различия метрик между полной и сокращенной спецификациями малы: R^2 снизился с $\approx 0,386$ до $\approx 0,382$, а MSE изменился с $\approx 0,2638$ до $\approx 0,2642$, то есть качество описания практически сохранилось. По расчету критерия Фишера получено, что в интерпретации отчета подтверждает целесообразность исключения $x1$ и $x2$.

4. Условия Гаусса-Маркова

Случайность остатков:

K	261
$\frac{2n-1}{3} - 2\sqrt{\frac{16n-29}{90}}$	249,5061067

Независимость остатков

d	1,59
dl	1,728
dh	1,81

Критерий Стьюдента:

p	0,95
f	395
t	7,2695
ткр	1,967

Случайность остатков по критерию поворотных точек подтверждена, что согласуется с предпосылкой случайного характера последовательности ошибок. Критерий Дарбина–Уотсона дал $d \approx 1,59 < dl$, что указывает на положительную автокорреляцию остатков.

Коэффициенты асимметрии и эксцесса

Коэффициент асимметрии	3,571303517
Коэффициент эксцесса	13,72955822
Sa (стандартное отклонение коэфф)	0,014776953
Se (стандартное отклонение коэфф)	0,057795762

Проверка равенства суммы остатков нулю по критерию Стьюдента показала $t \approx 7,27 > \text{ткр}$, что отвергает гипотезу о нулевой сумме ошибок. Коэффициенты асимметрии $\approx 3,57$ и эксцесса $\approx 13,73$ с учетом стандартных ошибок указывают на отклонение от нормальности

распределения остатков

Почему такие значения

Зависимая переменная — субъективная порядковая оценка качества сна по шкале 1–5, что ограничивает достижимую долю объясненной дисперсии линейной моделью и согласуется с умеренными значениями коэффициента детерминации в обеих спецификациях. Основной вклад объяснения связан с продолжительностью сна и противоположным по знаку влиянием развлекательного экранного времени, тогда как возраст и рабочее экранное время показывают существенно меньшую линейную связь с субъективной оценкой.

Вывод

Сокращенная линейная модель с факторами x_3 и x_4 сохраняет метрики качества на уровне полной модели и, по расчету критерия для сравнения моделей, подтверждает целесообразность исключения слабых факторов x_1 и x_2 . Диагностика остатков указывает на положительную автокорреляцию и ненормальность, что отражает особенности данных с субъективной шкалой.