

Robot Móvil Basado en Péndulo Invertido

CONTROL Y PROGRAMACIÓN DE ROBOTS

Grado en Electrónica, Robótica y Mecatrónica

Introducción

- Introducción
- Equipo hardware
- Modelos
- Control
- Simulaciones
- Pruebas

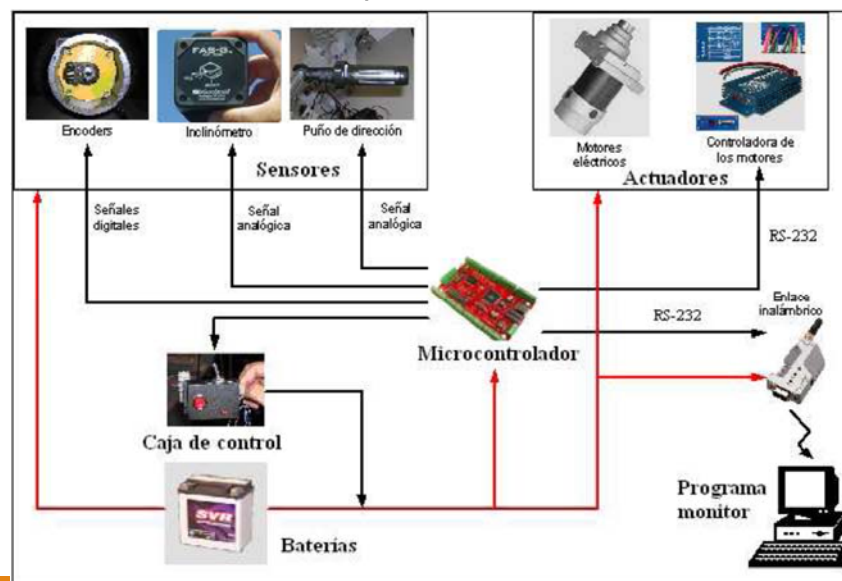
Introducción

- Desarrollo de un vehículo móvil basado en la estabilización de un péndulo invertido.
- Diseñado y construido en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Sevilla.
- Se han utilizado componentes de bajo coste comerciales.
- Realizado por 5 alumnos de doctorado bajo la supervisión de 3 profesores.



Pág. 3

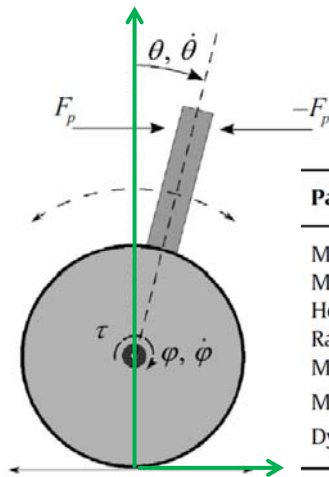
Arquitectura



Pág. 4

Modelo

- Modelado mediante Lagrange



Parameter description	Parameter
Mass of the pendulum	m
Mass of the two wheels	M_r
Height of the center of gravity	l
Radius of the wheels	r
Moment of inertia of the pendulum	I_p
Moment of inertia of the wheel	I_r
Dynamic friction constant of the motor	k

$$((M_r + m)r^2 + I_r)\ddot{\phi} + mlr\ddot{\theta} \cos \theta - mlr\dot{\theta}^2 \sin \theta = \tau + \tau_p - k\dot{\phi}, \quad (1)$$

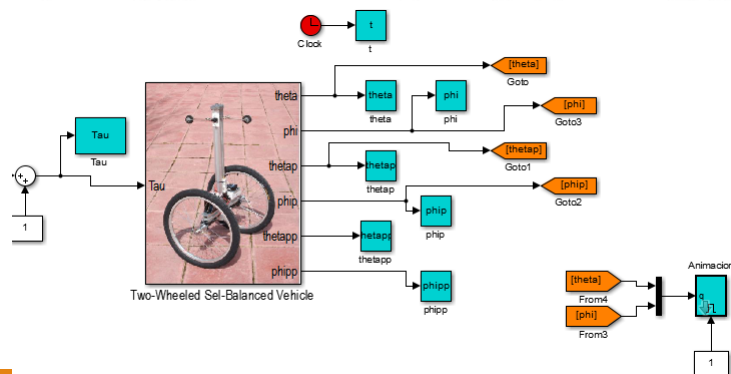
$$(ml^2 + I_p)\ddot{\theta} + mlr\ddot{\phi} \cos \theta - mgl \sin \theta = -\tau - \tau_p + k\dot{\phi}, \quad (2)$$

Pág. 5

Modelo para simulador

$$\begin{bmatrix} ml^2 + I_p & lmr \cos \theta \\ lmr \cos \theta & Ir + M_r r^2 + mr^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -gml \sin \theta \\ -lmr \dot{\theta}^2 \sin \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tau + k\dot{\phi} \\ \tau - k\dot{\phi} \end{bmatrix}$$

$$M\ddot{q} + VG(q, \dot{q}) = T \Rightarrow \ddot{q} = \text{inv}(M) (T - VG(q, \dot{q}))$$



Pág. 6

Modelo Linealizado

- El sistema puede ser linealizado en torno al punto de equilibrio: $\theta = 0$, $\dot{\theta} = 0$ y $\dot{\varphi} = 0$.

$$A = ml^2 + Ip; \quad B = lmr; \quad C = -mgl$$

$$D = (M_r + m)r^2 + Ir; \quad E = lmr; \quad F = -lmr$$

$$A\ddot{\theta} + B\ddot{\varphi}\cos\theta + C\sin\theta - K\dot{\varphi} + \tau = 0$$

$$D\ddot{\varphi} + E\ddot{\theta}\cos\theta + F\sin\theta\dot{\theta}^2 + K\dot{\varphi} - \tau = 0$$

$$A\ddot{\theta} + B\ddot{\varphi} + C\theta - K\dot{\varphi} + \tau = 0$$

$$D\ddot{\varphi} + E\ddot{\theta} + K\dot{\varphi} - \tau = 0$$

Pág. 7

Modelo en variables de estado

- A partir de la linealización puede escribirse el sistema en variables de estado como,

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{-CD}{DA-BE} & 0 & \frac{KD+KB}{DA-BE} \\ \frac{CE}{DA-BE} & 0 & \frac{-(KE+KA)}{DA-BE} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-(D+B)}{DA-BE} \\ \frac{E+A}{DA-BE} \end{bmatrix} \tau$$

$$\dot{x} = Ax + Bu.$$

Pág. 8

Control de estabilización

- Mediante realimentación del vector de estados

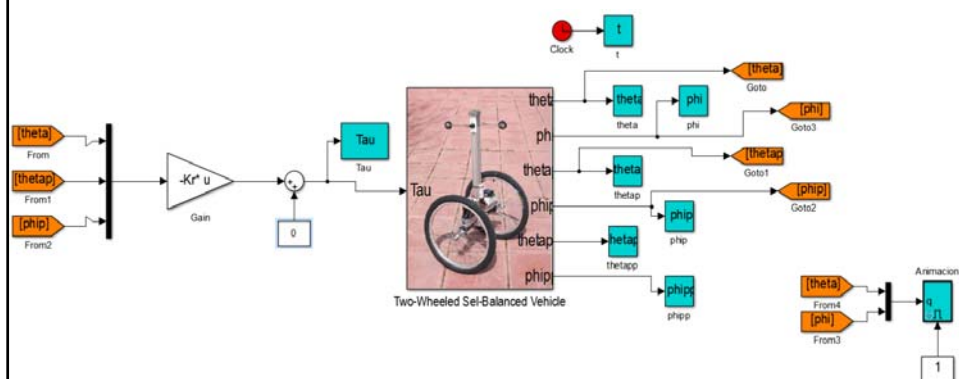
$$u = -Kx, \quad J = \int_0^{\infty} (x'Qx + u'Ru)dt.$$

$$u = -K_1\theta - K_2\dot{\theta} - K_3\dot{\phi}$$

- Es necesario medir las variables de estado. Se realiza mediante el encoder y el inclinómetro.

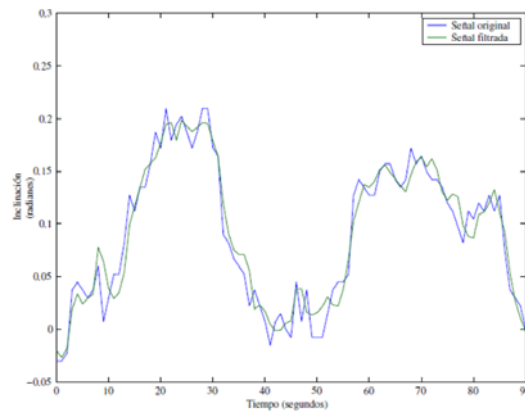
Pág. 9

Control de estabilización



Pág. 10

Acondicionamiento de señales



- Las señales medidas y derivadas tienen mucho ruido por lo que es necesario filtrarlas. Sobre todo la del inclinómetro que proporciona el ángulo Θ y su derivada.

$$H(z^{-1}) = \frac{0.0133z^{-2} + 0.0266z^{-1} + 0.0133}{0.85z^{-2} - 1.9734z^{-1} + 1.1766}.$$

Pág. 11

Pruebas experimentales

- <http://www.esi2.us.es/~rubio/PPCar.htm#V%EDdeos>:

Pág. 12

Vehículo autónomo

- En general en este tipo de sistemas se aplican controladores no lineales.



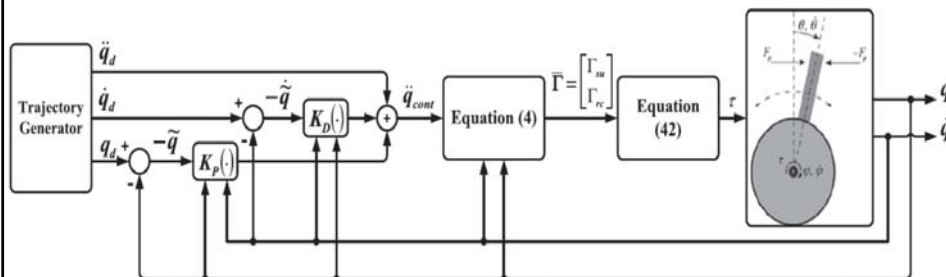
Pág. 13

Vehículo autónomo

- Una forma de resolver el problema es mediante linealización invirtiendo el modelo.

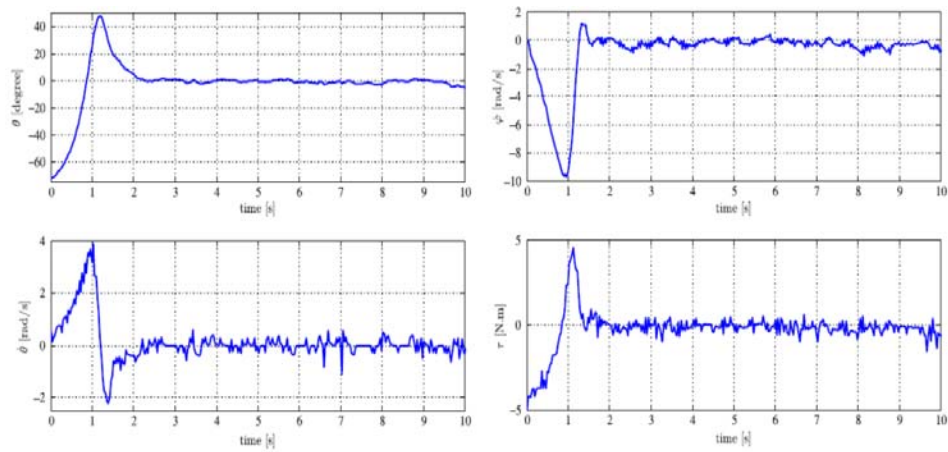
$$\bar{M}(q)\ddot{q} + \bar{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \bar{K}(q, \dot{q}) + \bar{G}(q) = \bar{F}(q) + \bar{\delta},$$

$$\tau = F_c^{-1}(1_{n_c \times n_c} - M_{cu}M_{uu}^{-1}M_{uc}M_{cc}^{-1})^{-1}(\Gamma_{rc} + M_{cu}M_{uu}^{-1}\Gamma_{su}), \quad (42)$$



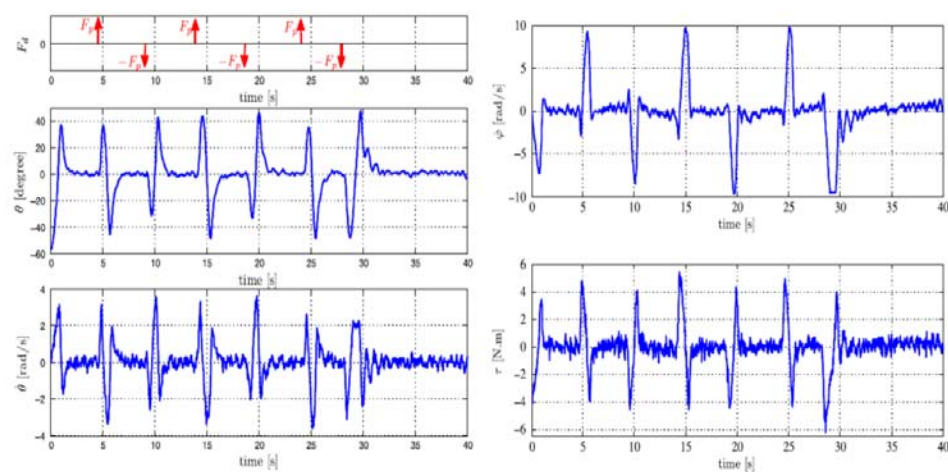
Pág. 14

Experimento



Pág. 15

Experimento



Pág. 16

Pruebas experimentales

- Videos

- Referencia:

G.V. Raffo, V. Madero, M.G. Ortega and F.R. Rubio.
Two-Wheeled Self-Balanced Pendulum Workspace Improvement via Underactuated Robust Nonlinear Control. Control Engineering Practice. Vol. 44, pp 231-242, 2015.