Control Cinemático

CONTROL Y PROGRAMACIÓN DE ROBOTS

Grado en Electrónica, Robótica y Mecatrónica

Índice

Funciones del control cinemático

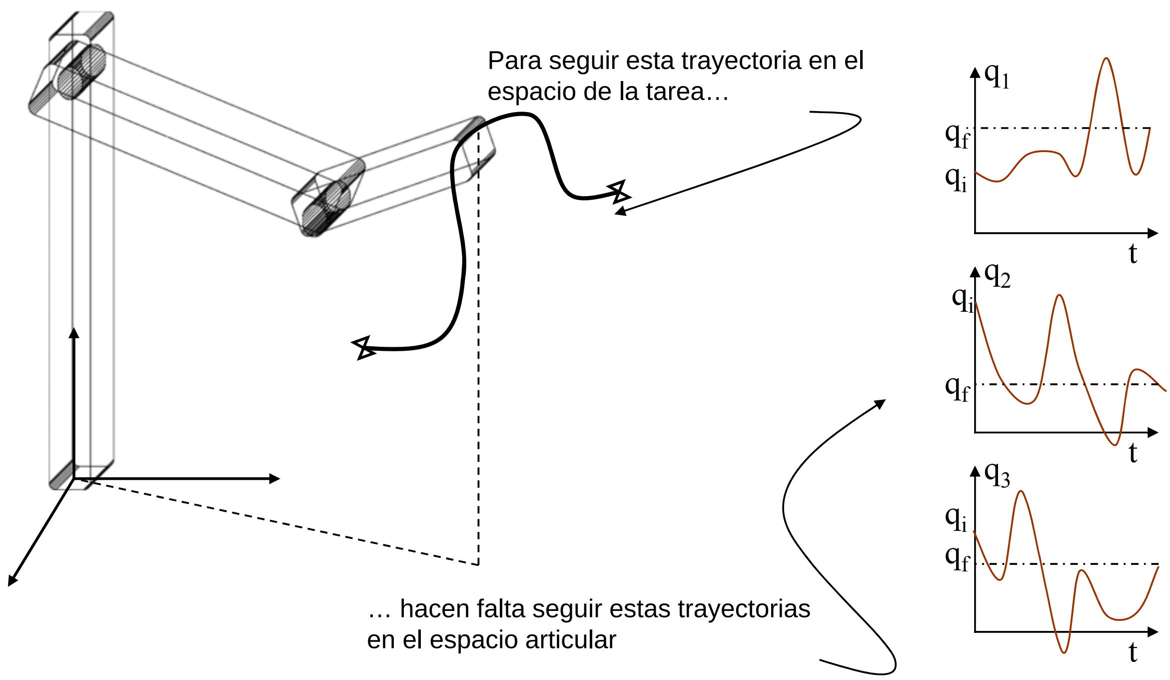
- **Generar las trayectorias** de referencia que debe seguir **cada articulación** del robot a lo largo del tiempo para las distintas órdenes de movimiento.
- Se debe tener en cuenta:
  - Punto de destino
  - Tipo de trayectoria del extremo
  - Tiempo invertido
  - etc..

MOVELD POS 300

- Necesario **conocimiento de modelo cinemático**.
- Es necesario atender a las restricciones físicas de los accionamientos y criterios de calidad (suavidad, precisión...)

Funciones del control cinemático

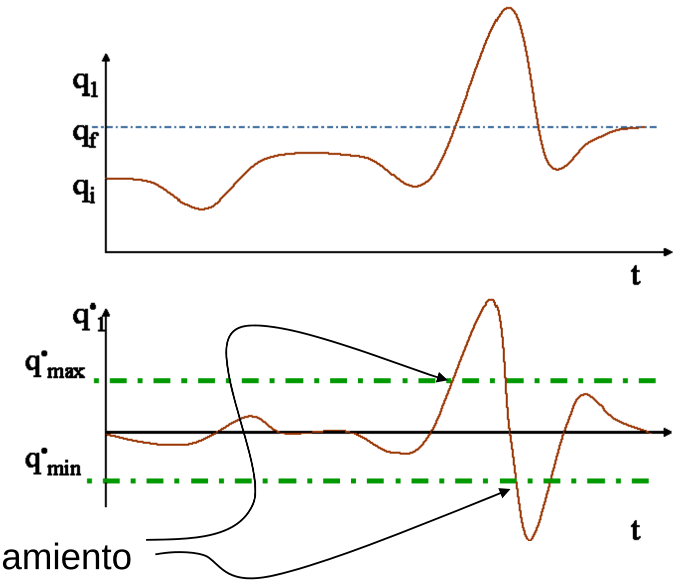
- **Trayectorias en el espacio articular y de la tarea**



Funciones del control cinemático

- **Limitaciones de los accionamientos**

No es posible seguir cualquier trayectoria articular



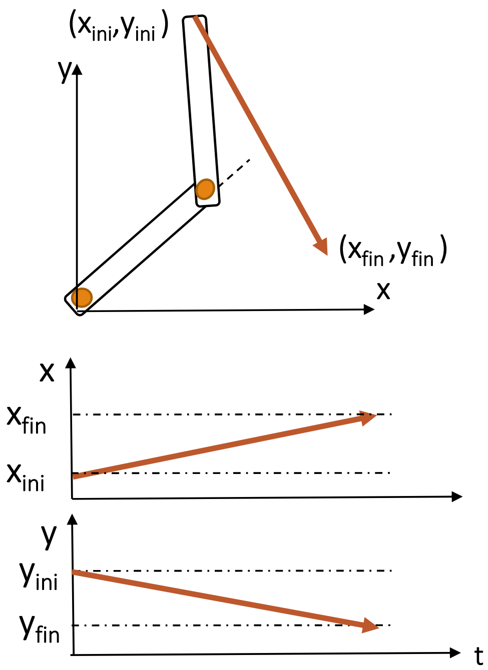
Saturación del accionamiento

Funciones del control cinemático

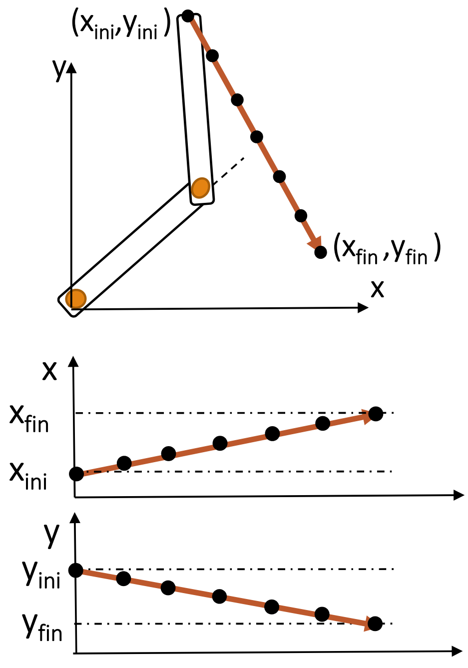
- **Pasos para generar trayectorias:**
  1. A partir de orden de movimiento, calcular ecuaciones de trayectorias en cartesianas
  2. Obtención de puntos concretos muestreando en le tiempo la trayectoria en cartesianas
  3. Conversión de puntos en cartesianas a espacio articular con modelo cinemático inverso
  4. Generación de trayectorias (**posición, velocidad y aceleración**) en espacio articular mediante interpolación de coordenadas articulares en el tiempo
     - Interpolador con splines
     - Interpolador con velocidad trapezoidal

Funciones del control cinemático

- **Paso 1:**

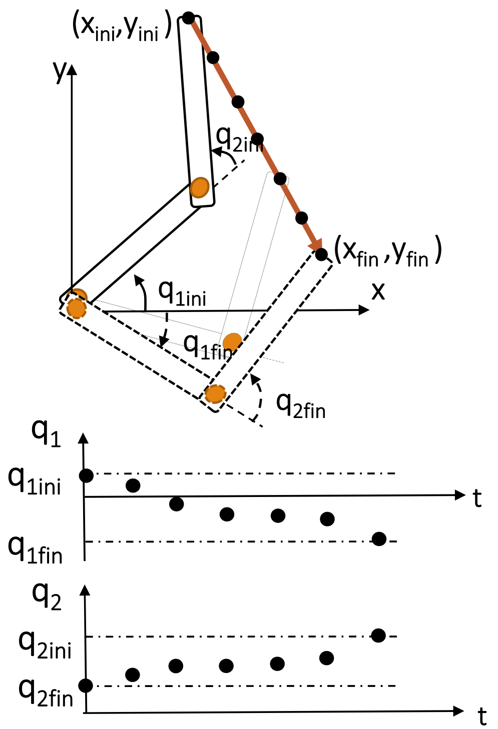


- **Paso 2:**

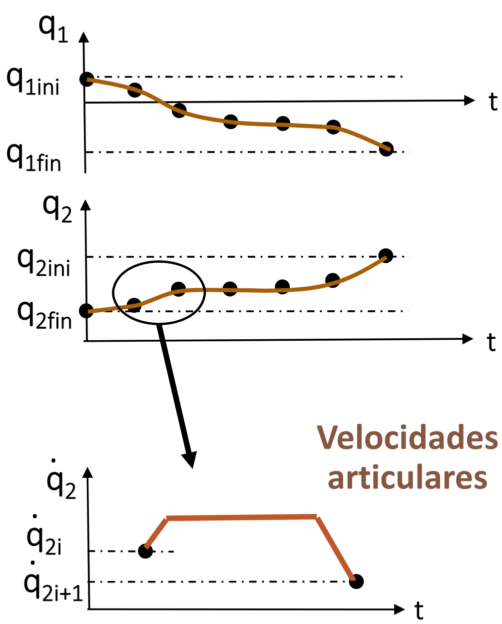


Funciones del control cinemático

- **Paso 3:**



- **Paso 4:**



Tipos de trayectorias

- **Trayectorias punto a punto:**
  - Movimiento eje a eje
  - Movimiento simultáneo de ejes
  - **Trayectorias coordinadas o isocronas**
- **Trayectorias continuas**

- **Control**
  - **Control de posición a posición**
  - **Control de trayectorias continuas**

Tipos de trayectorias

- **Trayectorias punto a punto:**
  - No importa el camino del extremo del robot. Solo importa que alcance el punto final indicado.
  - Tipos:
    - **Movimiento eje a eje:** sólo se mueve un eje cada vez, con lo que aumenta el tiempo de ciclo (Sólo en robots muy simples o con unidad de control limitada).
    - **Movimiento simultáneo de ejes:** los ejes comienzan a la vez. Cada uno acaba cuando puede (altos requerimientos inútiles)
    - **Movimiento coordinado:** empiezan y acaban a la vez.
      - No importa el camino del extremo del robot, pero los ejes se mueven simultáneamente, ralentizando las articulaciones más rápidas, de forma que todos los ejes acaben a la vez.
      - Tiempo total = menor posible
      - Se evitan exigencias inútiles de velocidad y aceleración

Tipos de trayectorias

- **Trayectorias continuas:**
  - Se pretende que el extremo del robot describa una trayectoria concreta y conocida.
  - Importa el camino (soldadura con arco, aplicación de sellante, lijado de piezas, …).
  - Trayectorias típicas:
    - **Rectas**
    - **Arcos de circunferencias**
    - **Otras**

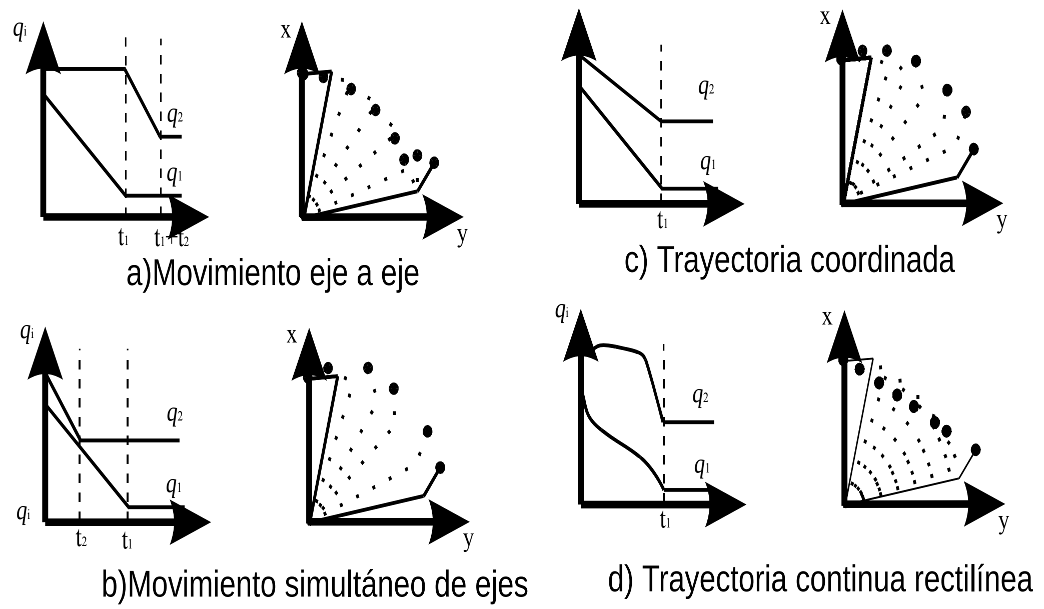
MOVELD POS 300

MOVECD POS1 POS2 300

MOVESD VPOS 1 10

Tipos de trayectorias

- **Ejemplos:**



a)Movimiento eje a eje

c) Trayectoria coordinada

b)Movimiento simultáneo de ejes

d) Trayectoria continua rectilínea

Generación de trayectorias cartesianas

- **Posición:**
  - De punto a punto (p.e., línea recta)
  - Por varios puntos, unidos por rectas u otros interpoladores

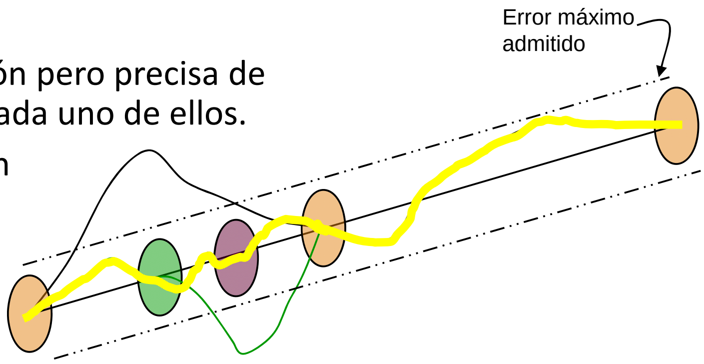
$$j(t) = (j^{f} - j^{i})\frac{t - t_{i}}{t_{f} - t_{i}} + j^{i}$$

- **Orientación**
  - Interpolaciones (p.e., lineales) no se pueden hacer con elementos de MTH.
  - Sí se puede interpolar en ángulos de Euler.
  - También se puede interpolar el par de rotación y el de los cuaternios.

$$\begin{cases} \phi(t) = (\phi_f - \phi_i)\dfrac{t - t_i}{t_f - t_i} + \phi_i \\ \theta(t) = (\theta_f - \theta_i)\dfrac{t - t_i}{t_f - t_i} + \theta_i \\ \psi(t) = (\psi_f - \psi_i)\dfrac{t - t_i}{t_f - t_i} + \psi_i \end{cases}$$

Muestreo cartesiano

- No es posible una transformación analítica desde la trayectoria cartesiana a la articular (j(t) → q(t)).
- Alternativa: Conversión (mediante MCI) de algunos puntos de j(t) → Muestreo
- Cuantos puntos tomar para muestrear la trayectoria cartesiana?
  - Muchos puntos: alta precisión pero precisa de transformada inversa para cada uno de ellos.
  - Pocos puntos: poca precisión
- Hay algoritmos que optimizan el número de puntos.



En la práctica se toman tantos puntos como la unidad de control permita

Interpolación de trayectorias

- Unión de una sucesión de puntos en el espacio articular, por los que han de pasar las articulaciones del robot en un instante determinado.
- Necesidad de respetar restricciones (velocidad y par máximo de los actuadores).
- Tipos de interpoladores utilizados:
  - Interpoladores lineales
  - Interpoladores a tramos:
    - **Polinomios cúbicos y quínticos (splines)**
    - **Interpoladores cuádricos a tramos (trapezoidales o ajuste parabólico)**
  - Otros interpoladores
- Por lo general utilización de funciones polinómicas cuyos coeficientes se ajustan según restricciones

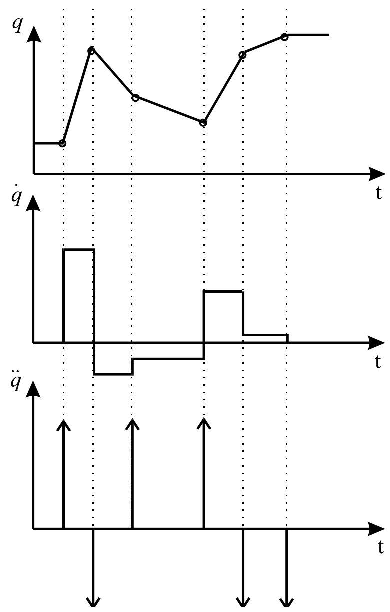
Interpolación de trayectorias

- **Interpoladores lineales**
  - Unión de sucesión de puntos articulares q^i por lo que se debe pasar en instantes t^i mediante líneas rectas.

$$q(t)=\left(q^{i}-q^{i-1}\right)\frac{t-t^{i-1}}{T}+q^{i-1} \qquad t^{i-1}<t<t^{i}$$

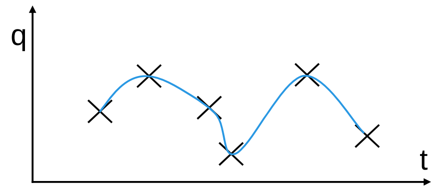
$$T=t^{i}-t^{i-1}$$

  - Simple, pero necesita aceleraciones infinitas en los puntos de paso.



Interpolación de trayectorias

- **Interpoladores polinómicos**
  - Para unir n puntos (t_i,q_i) se puede utilizar un polinomio de grado n-1.
  - En la práctica esto conduce a polinomios en t de grado (n-1) elevado, originándose problemas computacionales.



  - Como alternativa se recurre a **polinomios de grado bajo (3 a 5)** que unen unos pocos puntos consecutivos y a los que se impone adicionalmente la continuidad en las primeras derivadas (posición, velocidad, etc.).
  - Los interpoladores lineales, antes planteados, son el caso particular de n=2.

Interpolación de trayectorias

- **Interpoladores cúbicos**
  - Se une cada pareja de puntos con un polinomios de grado 3 (4 parámetros): **q(t)=a+b.t+c.t²+d.t³ (para cada tramo)**
  - 4 condiciones de contorno: posiciones y velocidades iniciales y finales de cada tramo.
  - Trayectoria = serie de polinomios cúbicos concatenados escogidos de forma que exista continuidad en posición y velocidad, denominados ***splines***

$$q(t) = a + b\left(t - t^i\right) + c\left(t - t^i\right)^2 + d\left(t - t^i\right)^3 \qquad t^i < t < t^{i+1}$$

$$a = q^i$$

$$b = \dot{q}^i$$

$$c = \frac{3}{T^2}\left(q^{i+1} - q^i\right) - \frac{1}{T}\left(\dot{q}^{i+1} + 2\dot{q}^i\right)$$

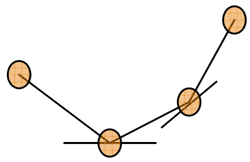
$$d = -\frac{2}{T^3}\left(q^{i+1} - q^i\right) + \frac{1}{T^2}\left(\dot{q}^{i+1} + \dot{q}^i\right)$$

$$T = t^{i+1} - t^i$$

Interpolación de trayectorias

- **Alternativas para selección de velocidades de paso:**
  - **Heurístico:** Dándolas el valor **0** o **valor medio** de las velocidades lineales:

$$\dot{q}^{i}=\begin{cases}0 & \text{si signo }\left(q^{i}-q^{i-1}\right)\neq\text{signo }\left(q^{i+1}-q^{i}\right)\\ \frac{1}{2}\left[\frac{q^{i+1}-q^{i}}{t^{i+1}-t^{i}}+\frac{q^{i}-q^{i-1}}{t^{i}-t^{i-1}}\right] & \text{si }\begin{cases}\text{signo }\left(q^{i}-q^{i-1}\right)=\text{signo }\left(q^{i+1}-q^{i}\right)\\ \text{o} \quad q^{i-1}=q^{i}\\ \text{o} \quad q^{i}=q^{i+1}\end{cases}\end{cases}$$



  - **Jacobiana inversa**, a partir de las velocidades en el espacio de la tarea.

$$\begin{bmatrix}\dot{q}_1\\ \vdots\\ \vdots\\ \vdots\\ \dot{q}_n\end{bmatrix}=\mathbf{J}^{-1}\begin{bmatrix}v_x\\ v_y\\ v_z\\ w_x\\ w_y\\ w_z\end{bmatrix}$$

  - Obligando a **continuidad en las aceleraciones**, resolviendo sistema de ecuaciones con todas las velocidades de paso de manera conjunta.

$$\begin{bmatrix}t^3 & 2\left(t^2+t^3\right) & t^2 & 0 & 0 & \dots\\ 0 & t^4 & 2\left(t^3+t^4\right) & t^3 & 0 & \dots\\ 0 & 0 & t^5 & 2\left(t^4+t^5\right) & t^4 & \dots\\ \dots & \dots & 0 & t^6 & \dots & \dots\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\dot{q}^1\\ \dot{q}^2\\ \dot{q}^3\\ \vdots\\ \dot{q}^k\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3}{t^2t^3}\left[\left(t^2\right)^2\left(q^3-q^2\right)+\left(t^3\right)^2\left(q^2-q^1\right)\right]\\ \frac{3}{t^3t^4}\left[\left(t^3\right)^2\left(q^4-q^3\right)+\left(t^4\right)^2\left(q^3-q^2\right)\right]\\ \vdots\\ \frac{3}{t^{k-1}t^k}\left[\left(t^{k-1}\right)^2\left(q^k-q^{k-1}\right)+\left(t^k\right)^2\left(q^{k-1}-q^{k-2}\right)\right]\end{bmatrix}$$

$$\dot{q}^1=\dot{q}^k=0$$

Interpolación de trayectorias

- **Interpoladores quínticos**
  - Se une cada pareja de puntos con un polinomios de grado 5 (6 parámetros)
  - 6 condiciones de contorno: posiciones, velocidades y aceleraciones iniciales y finales de cada tramo.
  - Trayectoria = serie de polinomios quínticos concatenados escogidos de forma que exista continuidad en posición, velocidad y aceleración, denominados ***splines***

$$q(t)=a+b\left(t-t^{i-1}\right)+c\left(t-t^{i-1}\right)^2+d\left(t-t^{i-1}\right)^3+e\left(t-t^{i-1}\right)^4+f\left(t-t^{i-1}\right)^5$$

$$t^{i-1}<t<t^{i}$$

Interpolación de trayectorias

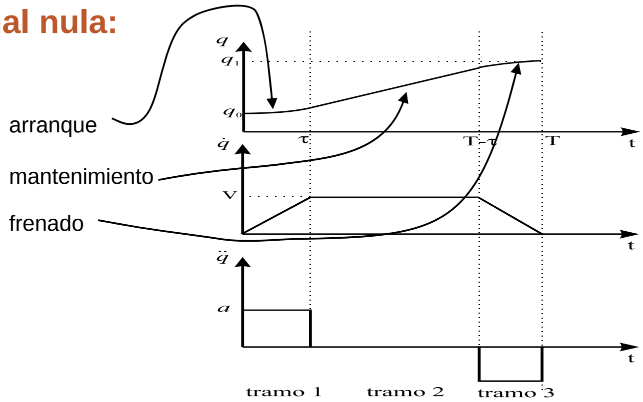
• Interpoladores trapezoidales

- Evitan que la velocidad varíe durante la mayor parte de la trayectoria (solo en los cambios de dirección)
- Utiliza un interpolador lineal (**velocidad constante**) durante todo el trayecto salvo en las cercanías de los cambios de dirección, donde usa un interpolador de segundo grado.

Caso de velocidad inicial y final nula:

$$q(t) = \begin{cases} q^0 + s\dfrac{a}{2}t^2 & t \le \tau \\ q^0 - s\dfrac{V^2}{2a} + sVt & \tau < t \le T-\tau \\ q^1 + s\left(-\dfrac{aT^2}{2} + aTt - \dfrac{a}{2}t^2\right) & T-\tau < t < T \end{cases}$$

con $\begin{cases} \tau = \dfrac{V}{a} \\ T = s\dfrac{q^1 - q^0}{V} + \dfrac{V}{a} \\ V: \text{velocidad máxima permitida} \\ a: \text{aceleración máxima permitida} \\ s: \text{signo}\left(q^1 - q^0\right) \end{cases}$

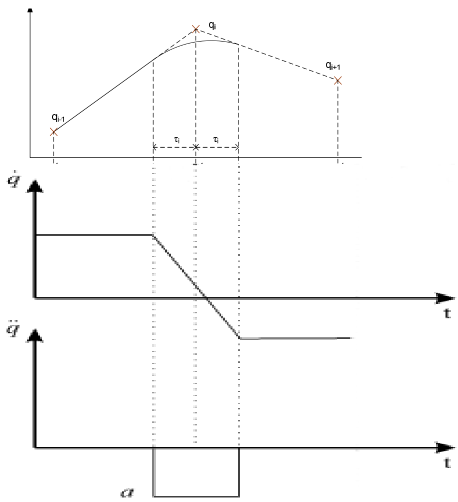


Interpolación de trayectorias

• Interpoladores trapezoidales

Caso de velocidad inicial o final no nula: Ajuste parabólico

- Al tener varios puntos, la velocidad de paso por los puntos intermedios no debe ser nula, pues daría lugar a movimientos discontinuos.
- Se puede conseguir variaciones suaves de una velocidad a otra a costa de **no pasar exactamente** por los puntos.
- El error cometido va en función inversa de la aceleración máxima permitida (a).
- Los puntos inicial y final se deben tratar como de velocidad nula.



Interpolación de trayectorias

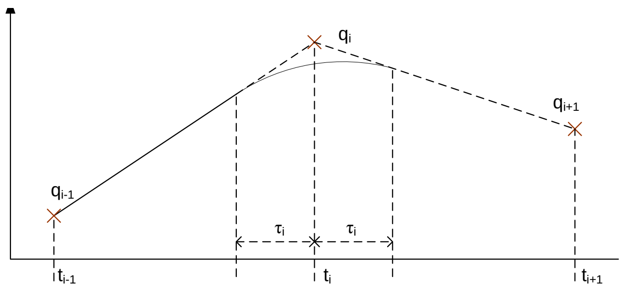
- **Interpoladores trapezoidales: ajuste parabólico**

Tramos rectos:

$$\begin{cases} q(t) = \dot{q}_i (t - t_{i-1}) + q_{i-1} \quad t_{i-1} + \tau_{i-1} < t < t_{i-1} - \tau_i \\ \text{con } \dot{q}_i = \dfrac{q_i - q_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \qquad \tau_i = \dfrac{\dot{q}_{i+1} - \dot{q}_i}{2a} \end{cases}$$

Tramos parabólicos

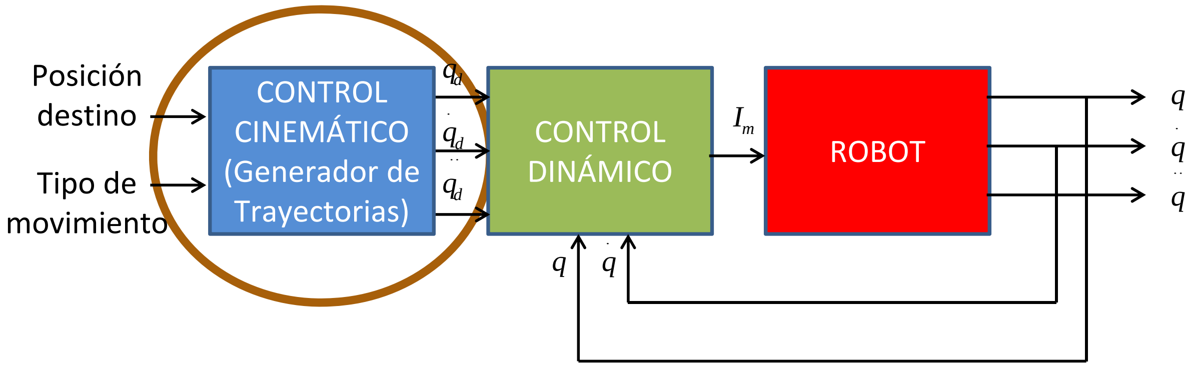
$$\begin{cases} q(t) = \dfrac{1}{2} a (t - t_i)^2 + \dfrac{\dot{q}_{i+1} + \dot{q}_i}{2} t + C \quad t_i - \tau_i < t < t_i + \tau_i \\ \text{con } C = -\dfrac{1}{2} a \tau_i^2 - \dfrac{\dot{q}_{i+1} + \dot{q}_i}{2} (t_i - \tau_i) + \dot{q}_i (t_i - \tau_i - t_{i-1}) + q_{i-1} \end{cases}$$



Objetivo para trabajo de curso

Esquema general de control:

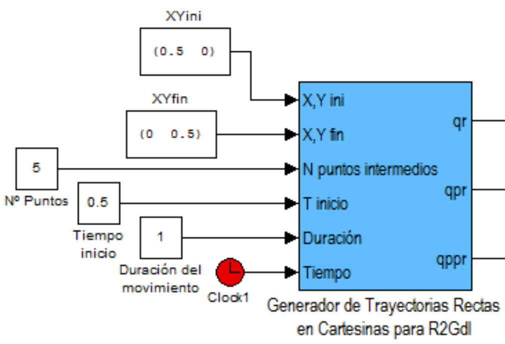
- Simulación de comandos como MOVE, MOVEL, MOVED, …
- Entorno de simulación en ***Matlab*** y ***Simulink***.

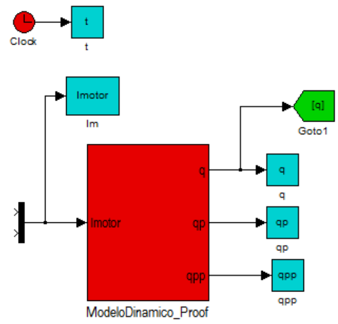


Objetivo para trabajo de curso

Especificaciones del G.T.: (ligeras diferencias sobre el dibujo)

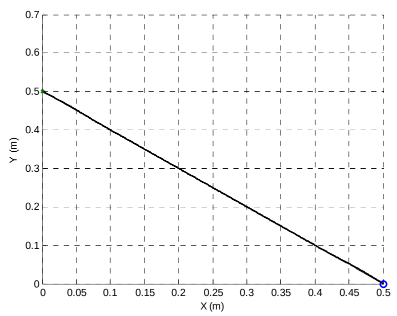
- Posición inicial, final, y otras en caso de ser necesarias.
- Tiempo de inicio y duración del movimiento.
- Tipo de trayectoria: punto a punto, lineal, circular
- Se puede considerar número de puntos intermedios constantes (5, por ejemplo).

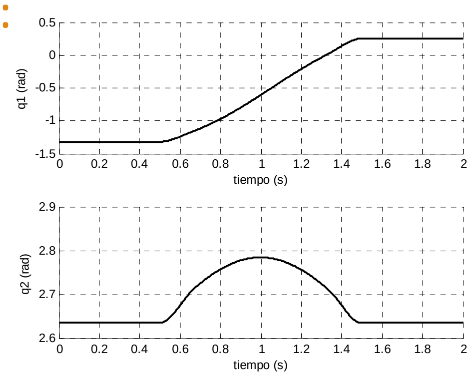


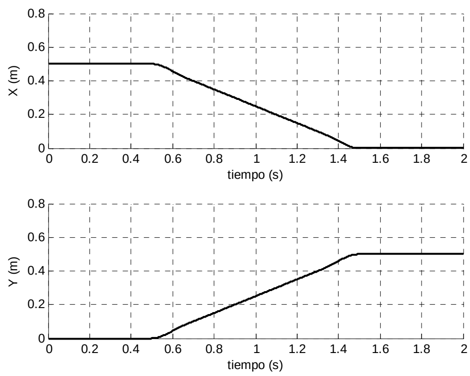


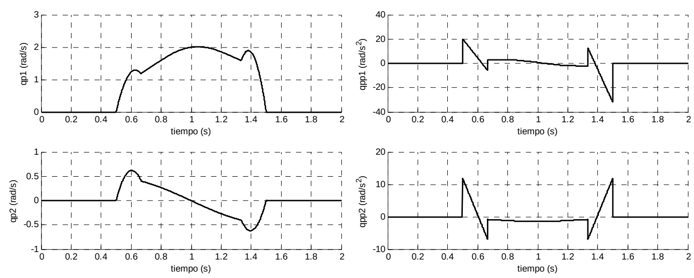
Objetivo para trabajo de curso

Resultados del G.T. (lineal):









Objetivo para trabajo de curso

Puntos de paso del G.T.: