

Antoni Karwowski	229809	229908@edu.p.lodz.pl
Michał Gebel	229879	229879@edu.p.lodz.pl
Kacper Wiśniewski	230037	230037@edu.p.lodz.pl

Zadanie 4.: Algorytm mrówkowy

1. Cel

Istotą zadania było zaimplementowanie algorytmu mrówkowego, który został zastosowany w celu rozwiązania problemu najkrótszej ścieżki. Analizie zostanie poddane działanie algorytmu w zależności od następujących czynników:

1. liczba iteracji
2. współczynnik losowości
3. waga feromonów α
4. waga heurystyk β
5. współczynnik parowania feromonów
6. populacja

2. Wprowadzenie

Problemem najkrótszej ścieżki nazwano zagadnienie znalezienia w grafie najkrótszego połączenia pomiędzy konkretnymi wierzchołkami.

Algorytm mrówkowy jest algorytmem utworzonym na podstawie zachowania mrówek poszukujących pożywienia. Początkowo mrówki szukając pożywienia wybierają swoją trasę losowo, lecz przy powrocie na swojej trasie zostawiają ślad feromonowy. Później następuje częściowe wyparowywanie feromonów. Jest ono wolniejsze dla krótszych tras, gdyż te są bardziej atrakcyjne dla następnych mrówek, które będą zostawiać na niej swój ślad feromonowy, więc wraz z kolejnymi iteracjami najkrótsze drogi posiadają największe natężenie feromonów i więcej mrówek podąża nimi.

3. Opis implementacji

Algorytm zaimplementowano w języku programowania Python.

Wesołe miasteczko reprezentowane jest przez klasę `Board`, która w swoim konstruktorze przyjmuje ścieżkę do pliku z atrakcjami i ich współrzędnymi. Następnie w polach `places` oraz `distances` zapisywane są odpowiednio indeksy atrakcji (od 0 do n , gdzie n jest liczbą atrakcji znajdującą się w pliku) oraz długości dróg pomiędzy każdą parą atrakcji, liczoną ze wzoru na odległość dwóch punktów na płaszczyźnie:

$$\sqrt{(x_{m1} - x_{m2})^2 + (y_{m1} - y_{m2})^2} \quad (1)$$

gdzie $m1$ i $m2$, to atrakcje między którymi liczona jest odległość, a x i y to ich współrzędne. Dla każdej trasy ustawiana jest początkowa wartość feromonu wynosząca 1.

Mrówka reprezentowana jest przez klasę `Ant`. Posiada ona pole reprezentujące indeksy odwiedzonych miejsc (gdyż w naszym problemie każde miejsce ma być odwiedzone równo jeden raz). Oprócz listy odwiedzonych miejsc, mrówka posiada metodę obliczającą łączną przebytą długość, która jest liczona na podstawie indeksów odwiedzonych miejsc oraz dystansów zapisanych w instancji klasy `Board`.

Oprócz tego mrówka ma metodę `next_step`, która na podstawie listy miejsc, które mrówka jeszcze nie odwiedziła oraz podanego prawdopodobieństwa wybrania przez mrówkę losowej atrakcji, wybiera następną atrakcję do której uda się mrówka. Najpierw losowana jest liczba pomiędzy 0 a 1, a następnie porównywana jest z prawdopodobieństwem wybrania losowej atrakcji. Jeśli wylosowana liczba jest mniejsza lub równa prawdopodobieństwu, wybieramy losową atrakcję z zbioru nieodwiedzonych atrakcji. W przeciwnym wypadku następna atrakcja wybierana jest poprzez selekcję ruletkową. Selekcja wykonywana jest za pomocą metody `choice` dostarczaną przez bibliotekę `numpy`. Wagi są liczone ze wzoru

$$(wartosc_feromonu^\alpha) * ((1/dystans)^\beta) \quad (2)$$

gdzie α i β to współczynniki ustalone z góry na początku działania programu. Dzięki nim możemy zwiększyć znaczenie feromonów lub dystansu podczas liczenia wagi.

Po zakończeniu ruchu wszystkich mrówek z populacji metoda `update_pheromones` wykonuje proces parowania feromonów (czyli zmniejszania wartości feromonów o $wartosc_feromonu * wspolczynnik_parowania$), a następnie zwiększa wartość feromonów na podstawie tras wszystkich mrówek w populacji.

Funkcja `main` programu wykonuje w pętli tworzenie nowej populacji mrówek z losowym atrakcją startową dla każdej z mrówek, ruch każdej z mrówek a następnie aktualizację feromonów opisaną wyżej. Na koniec zapisywana jest długość najkrótszej trasy w iteracji oraz mrówka, która przebyła ten dystans. Dane te następnie są używane do liczenia wyników oraz do utworzenia wykresów.

4. Materiały i metody

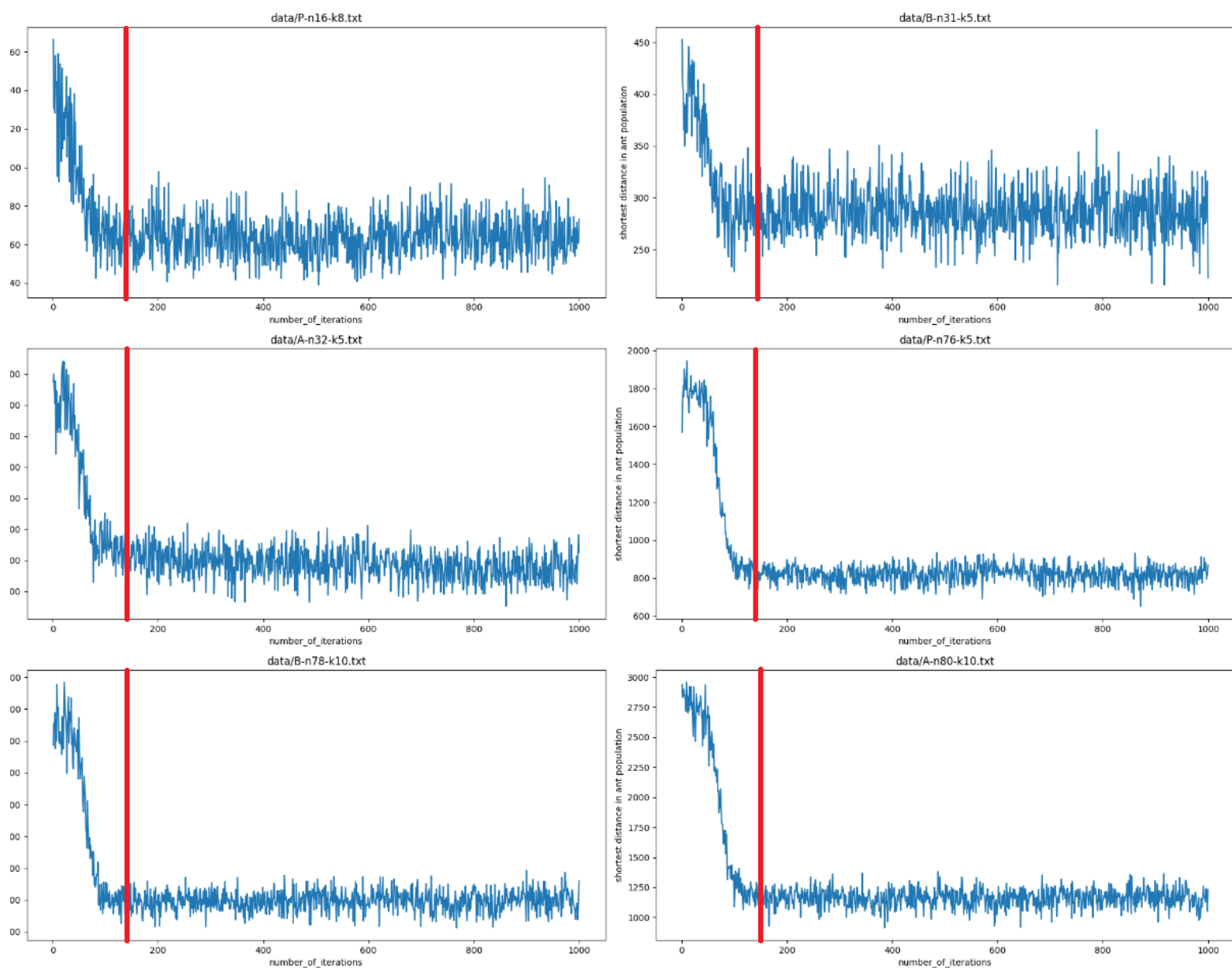
Każdy eksperyment został wykonany na sześciu zestawach danych, które różniły się ilością atrakcji (wierzchołków w grafie) oraz ich położeniem.

W każdym eksperymencie przyjęto następujące bazowe wartości parametrów (z wyjątkiem badanego czynnika)

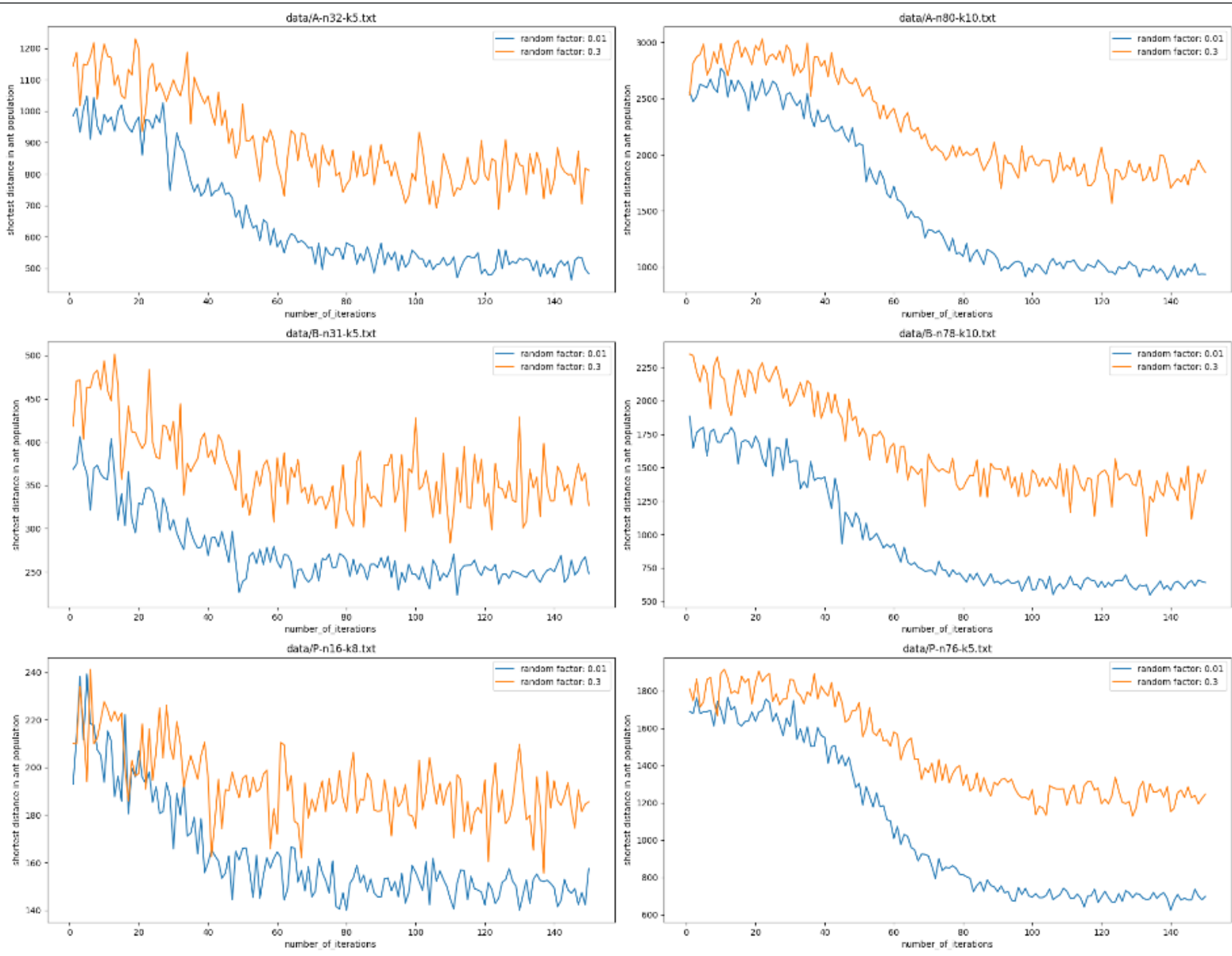
1. $\alpha : 1$
2. $\beta : 1$
3. Współczynnik losowości: 0.01 (wyjaśnienie w punkcie 6.2)
4. Populacja: 50
5. Liczba iteracji 150 (wyjaśnienie w punkcie 6.1)
6. Współczynnik parowania feromonów: 0.5

Powyższe wartości zostały uznane za optymalne w celu zarejestrowania wpływu badanych parametrów na wynik algorytmu.

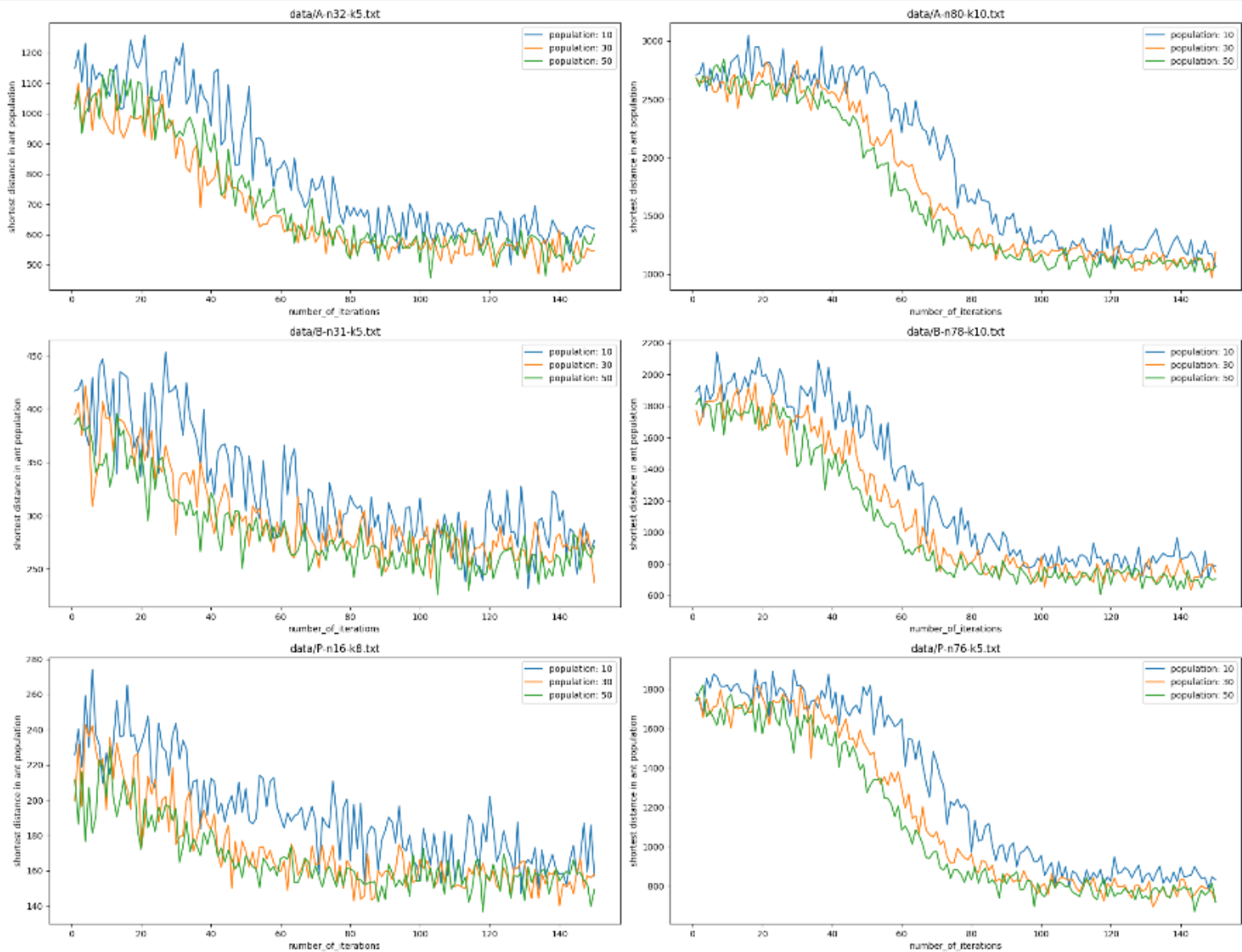
5. Wyniki



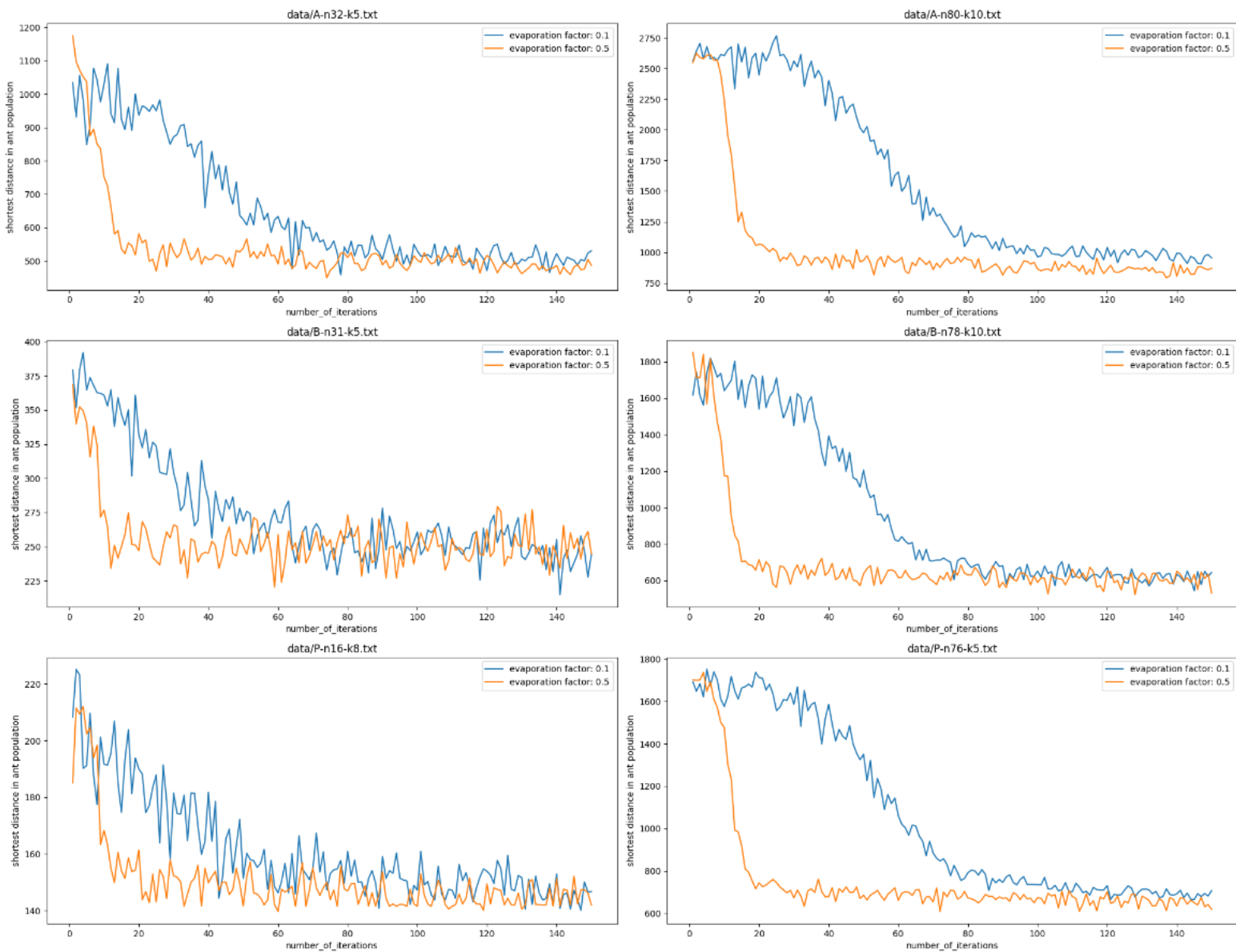
Rysunek 1: Wpływ liczby iteracji na najlepszy wynik



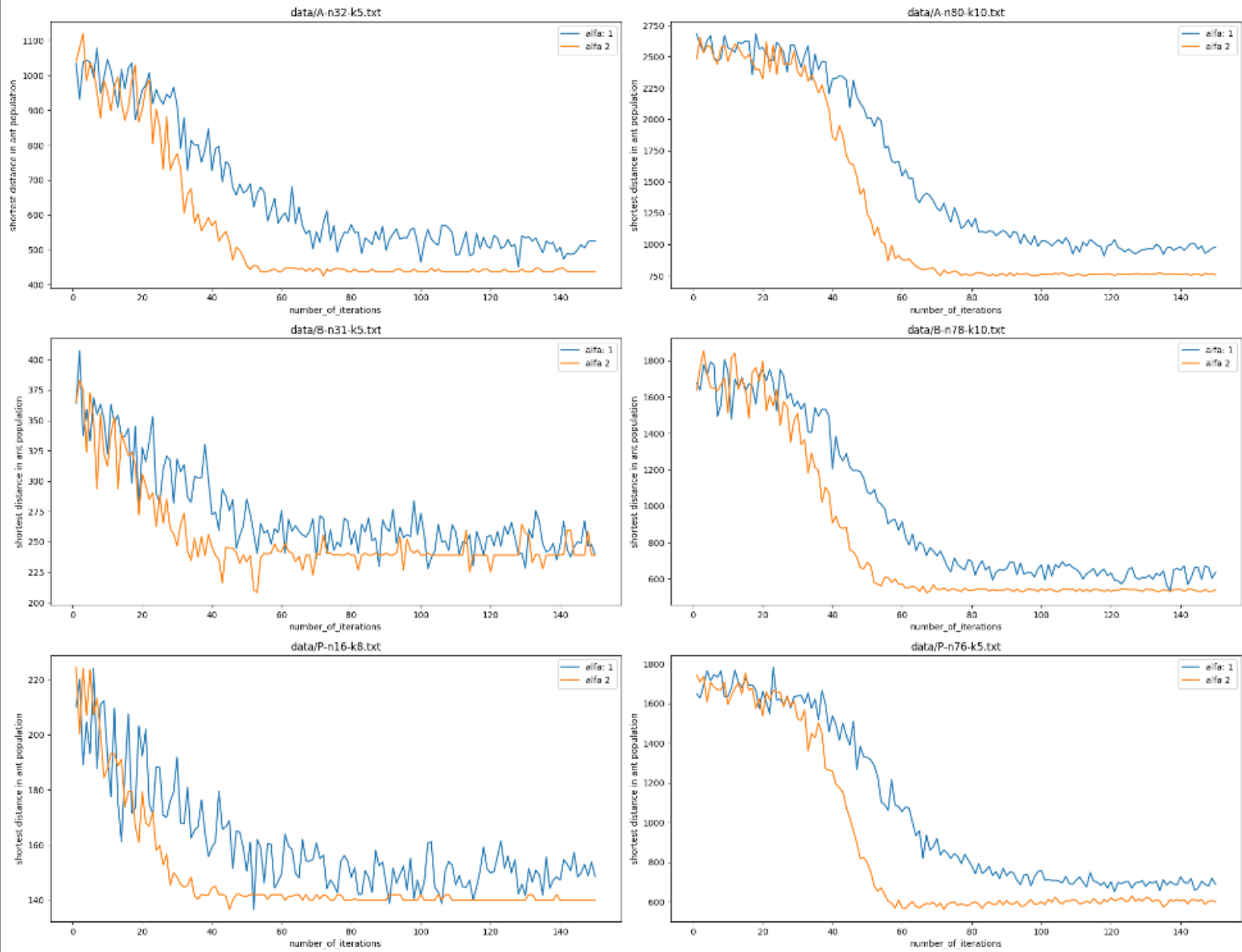
Rysunek 2: Badanie współczynnika losowości



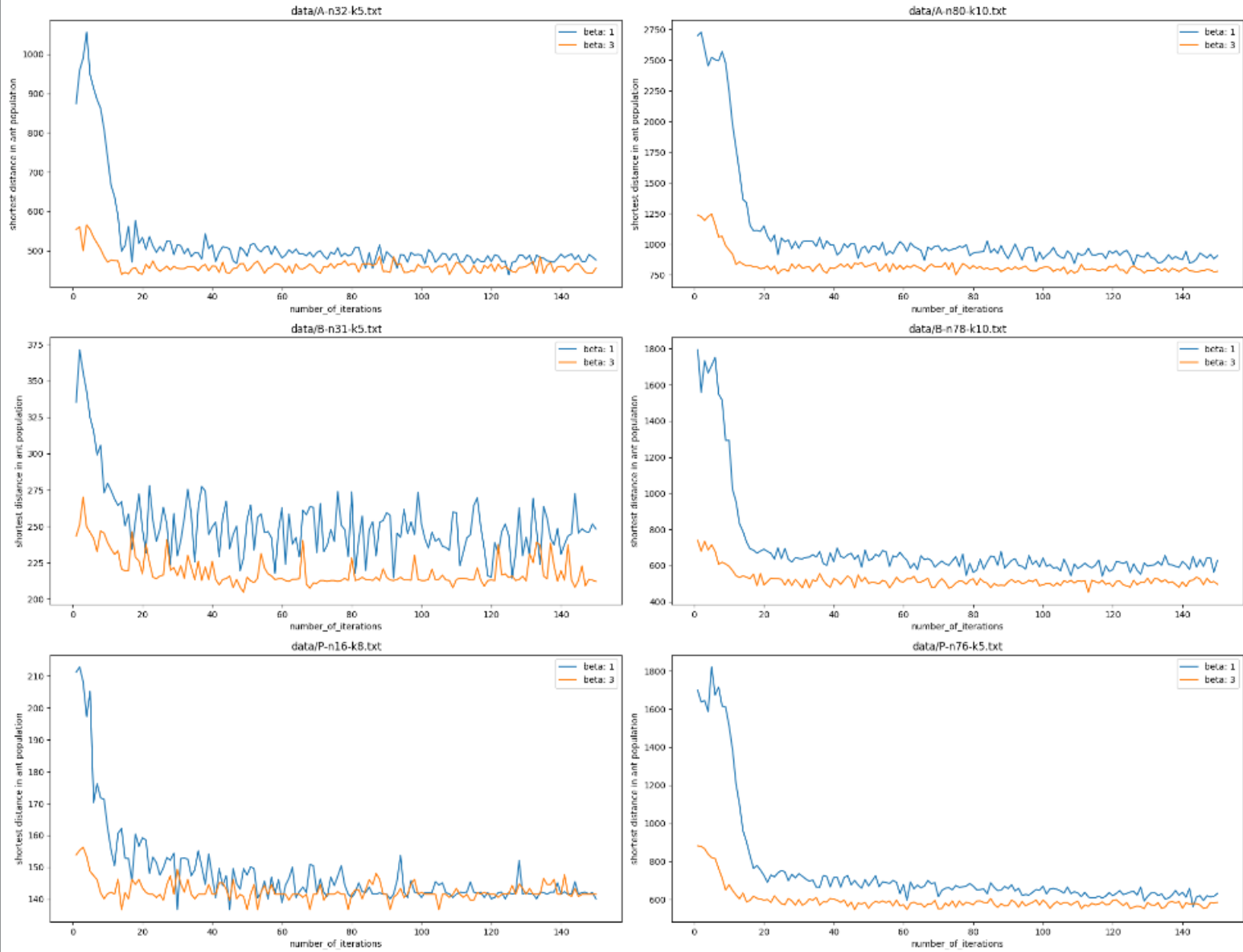
Rysunek 3: Badanie liczby populacji



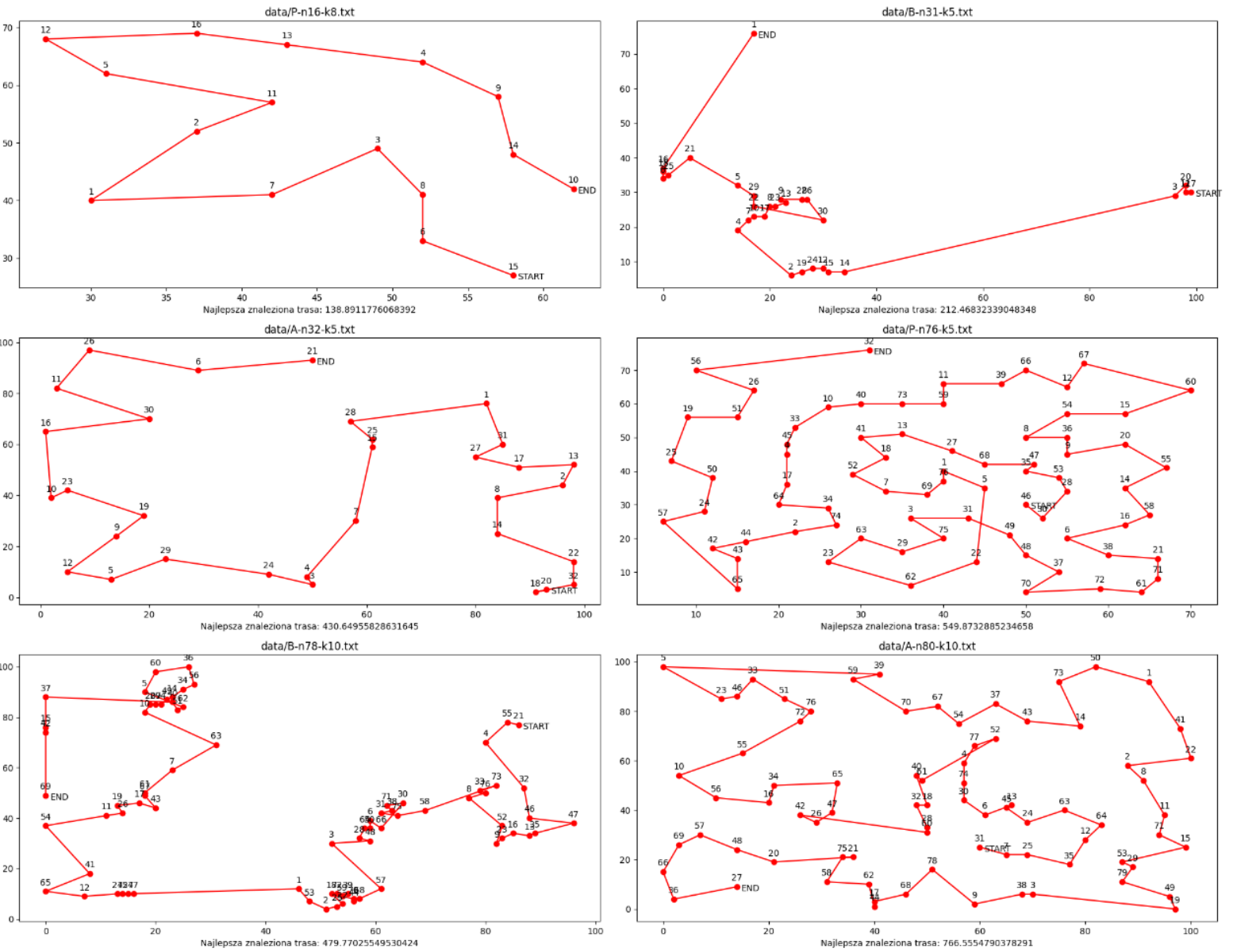
Rysunek 4: Badanie współczynnika parowania feromonów



Rysunek 5: Badanie współczynnika α



Rysunek 6: Badanie współczynnika β



Rysunek 7: Wizualizacja najlepszych znalezionych dróg dla najlepszych parametrów algorytmu

6. Dyskusja i analiza wykresów

Eksperyment 1. Liczba iteracji

Na wszystkich zestawach danych wykonano obliczenia dla określonych w rozdziale 4 parametrów oraz dla liczby iteracji z przedziału $[0, 1000]$. Dla żadnego zestawu danych nie stwierdzono zauważalnej zmiany jakości wyniku powyżej 150 iteracji. W dalszych eksperymentach zastosowano powyższą wartość w celu optymalizacji szybkości wykonania algorytmu oraz czytelności wyników.

Eksperyment 2. Współczynnik losowości

Ze względu na znaczną rozbieżność wyników w stosunku do optymalnej długości ścieżek dla zadanych zestawów danych oraz parametrów zdecydowano wykonać eksperyment badający wpływ współczynnika losowości na długość końcowej ścieżki. Stwierdzono blisko 3-krotny wzrost jakości wyniku po zredukowaniu wartości współczynnika losowości z 0.3 do 0.01 oraz kilkukrotny spadek odchylenia wyniku od jego średniej wartości. w dalszych eksperymentach stosowano współczynnik 0.01.

Eksperyment 3. Liczba populacji

Stwierdzono nieznaczny wzrost jakości wyników przy większej populacji mrówek. Nie badano wpływu populacji na wynik dla parametrów innych niż zadane (10, 30 oraz 50 mrówek)

Eksperyment 4. Współczynnik parowania feromonów

Badania na współczynniku parowania feromonów wykazały nieznaczne różnice w wynikach powyżej 80 iteracji dla wszystkich zestawów danych dla współczynnika parowania 0.1 oraz 0.5. Wykryto jednak, iż wyniki zbliżone do optymalnych zostały osiągnięte zdecydowanie wcześniej dla współczynnika parowania 0.5:

Współczynnik 0.1 - 80 iteracji

Współczynnik 0.5 - 20 iteracji

Eksperyment 5. Współczynnik α

Dla wszystkich zestawów danych jednoznacznie stwierdzono lepsze wyniki dla $\alpha = 2$ w stosunku do $\alpha = 1$. Poprawa jakości dotyczy prędkości osiągania lepszych wyników (mniejsza liczba iteracji), najlepszej wartości wyniku oraz odchylenia wyniku od jego średniej wartości.

Eksperyment 6. Współczynnik β

Dla wszystkich zestawów danych jednoznacznie stwierdzono lepsze wyniki dla $\beta = 3$ w stosunku do $\beta = 1$. Poprawa jakości dotyczy prędkości osiągania lepszych wyników (mniejsza liczba iteracji), najlepszej wartości wyniku oraz odchylenia wyniku od jego średniej wartości. Warto również zwrócić uwagę iż dla współczynnika $\beta = 3$ wyniki algorytmu są zbliżone do optymalnych niemal od pierwszej iteracji, ponieważ mrówki w większym stopniu kierują się heurystyką, zatem już od początku przebiegu algorytmu wybierają krótsze ścieżki.

Eksperyment 7. Wyniki końcowe

Graficzna reprezentacja rozwiązań dla każdego zestawu danych, uzyskanych dla najlepszych wartości parametrów wyznaczonych na podstawie eksperymentów 1-6, a więc:

1. Wielkość populacji: 50
2. Współczynnik losowości: 0.01
3. Wartość współczynnika parowania feromonów: 0.5
4. Wartość współczynnika α : 2
5. Wartość współczynnika β : 3
6. Ilość iteracji: 150

7. Wnioski

1. Liczba iteracji > 150 nie wpływa na wzrost poprawności algorytmu. Zadana wartość 1000 jest wysoce nieoptymalna i negatywnie wpływa na czytelność wyników.
2. Najlepsze wyniki uzyskuje się dla zerowej wartości współczynnika losowości, jednak dla zachowania zgodności z wymogami zadania zastosowano współczynnik $= 0.01$. Zadana wartość 0.3 skrajnie zaburza działanie algorytmu.
3. Najlepsze wyniki stwierdzono dla najwyższej zadanej populacji (50).
4. Najlepsze wyniki stwierdzono dla najwyższego zadanego współczynnika parowania feromonów (0.5).
5. Najlepsze wyniki stwierdzono dla współczynnika α równego 2
6. Najlepsze wyniki stwierdzono dla współczynnika β równego 3

Literatura

- [1] dr inż. Joanna Ochelska-Mierzejewska - Wykład 4, https://ftims.edu.p.lodz.pl/pluginfile.php/178715/mod_resource/content/1/Metaheurystyki%20wyklad04.pdf.
- [2] Wikipedia - Algorytm mrówkowy https://pl.wikipedia.org/wiki/Algorytm_mr%C3%B3wkowy
- [3] Wikipedia - problem najkrótszej ścieżki https://pl.wikipedia.org/wiki/Problem_najkr%C3%B3tszej_%C5%9Bcie%C5%BCki