МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА) Кафедра САПР

ОТЧЕТ

по Курсовой работе

по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»

Тема: Потоки в сетях

Студент гр. 0302	 Касаткин А.А
Преподаватель	 Тутуева А.В.

Санкт-Петербург

2022

Задача: Найти максимальный поток, используя алгоритм Эдмондса-Карпа

Описание алгоритма:

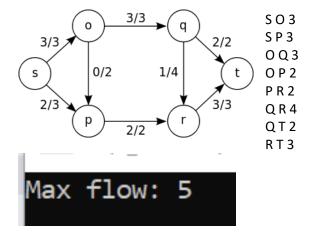
- 1. Обнуляем все потоки. Остаточная сеть изначально совпадает с исходной сетью.
- 2. В остаточной сети находим кратчайший путь из источника в сток. Если такого пути нет, останавливаемся.
- 3. Пускаем через найденный путь (он называется увеличивающим путём или увеличивающей цепью) максимально возможный поток:
 - 1. На найденном пути в остаточной сети ищем ребро с минимальной пропускной способностью c_{min} .
 - 2. Для каждого ребра на найденном пути увеличиваем поток на c_{min} , а в противоположном ему уменьшаем на c_{min} .
 - 3. Модифицируем остаточную сеть. Для всех рёбер на найденном пути, а также для противоположных им рёбер, вычисляем новую пропускную способность. Если она стала ненулевой, добавляем ребро к остаточной сети, а если обнулилась, стираем его.
- 4. Возвращаемся на шаг 2.

Чтобы найти кратчайший путь в графе, используем поиск в ширину:

- 1. Создаём очередь вершин O. Вначале O состоит из единственной вершины s.
- 2. Отмечаем вершину s как посещённую, без родителя, а все остальные как не посещённые.
- 3. Пока очередь не пуста, выполняем следующие шаги:
 - 1. Удаляем первую в очереди вершину u.
 - 2. Для всех дуг (u, v), исходящих из вершины u, для которых вершина v ещё не посещена, выполняем следующие шаги:
 - 1. Отмечаем вершину v как посещённую, с родителем u.
 - 2. Добавляем вершину *v* в конец очереди.
 - 3. Если v = t, выходим из обоих циклов: мы нашли кратчайший путь.
- 4. Если очередь пуста, возвращаем ответ, что пути нет вообще и останавливаемся.
- 5. Если нет, идём от t к s, каждый раз переходя к родителю. Возвращаем путь в обратном порядке.

Оценка временной сложности: Maxflow O(VE)

Результат:



```
Листинг:
```

```
Main.cpp
#include "Karp.h"
#include <fstream>
int main() {
       Matrix<int> M;
       Matrix<int> adj;
       List<char> V;
       {
               ifstream file("input.txt");
               if (!file.is_open())
                      throw runtime_error("File was not found");
               int symb num = 0;
               char symb;
               int cap;
               char v1, v2;
               while (!file.eof()) {
                      file >> noskipws >> symb;
                      if ((symb_num == 0 || symb_num == 2) && !V.contains(symb))
                              V.push_back(symb);
                      symb_num++;
                      if (symb == '\n' || file.eof())
                              symb_num = 0;
               }
               if (V.at(0) != 'S')
                      throw invalid_argument("Graph should start with 'S'-vertex");
               if (V.at(V.get_size() - 1) != 'T')
                      throw invalid_argument("Graph should finish with 'T'-vertex");
               file.clear();
               file.seekg(0);
               List<int> temp_list;
               for (int i = 0; i < V.get_size(); i++) {</pre>
                      for (int j = 0; j < V.get_size(); j++)</pre>
                              temp_list.push_back(0);
                      M.push_back(temp_list);
                      temp_list.reset();
               }
               while (!file.eof()) {
                      if (symb_num != 4) {
                              file >> noskipws >> symb;
                              if (symb_num == 0)
                                     v1 = symb;
                              else if (symb_num == 2)
                                     v2 = symb;
                      }
                      else {
                              file >> cap;
                              M.at(V.get_index((char)v1)).set(V.get_index((char)v2), cap);
                      }
                      symb_num++;
                      if (symb == '\n' || file.eof())
                              symb_num = 0;
               }
               for (int i = 0; i < M.get_size(); i++) {</pre>
```

```
temp_list.reset();
                      for (int j = 0; j < M.at(i).get_size(); j++) {</pre>
                              temp_list.push_back(M.at(i).at(j));
                      adj.push_back(temp_list);
               }
               for (int i = 0; i < adj.get_size(); i++) {</pre>
                      for (int j = i; j < adj.at(i).get_size(); j++) {</pre>
                              adj.at(j).set(i, adj.at(i).at(j));
               }
               temp_list.clear();
       }
       cout << "Max flow: " << maxflow(V, M, adj);</pre>
       return 0;
}
Class.h
#include <stdexcept>
#include <cstdio>
using namespace std;
template <class T>
class Node {
private:
       Node* next;
       T data;
public:
       Node() {
               next = nullptr;
       explicit Node(const T value) {
               next = nullptr;
               data = value;
       ~Node() {
               next = nullptr;
       void set_next(Node* const next_el) {
               next = next_el;
       };
       void set_data(T new_data) {
               data = new_data;
       };
       Node* get_next() {
               return next;
       };
       T get_data() {
               return data;
       };
       void clr_next() {
               delete this;
               next = nullptr;
       };
};
template <class T>
class Queue {
private:
       Node<T>* front;
       Node<T>* back;
```

```
Node<T>* temp;
       size_t queue_size;
public:
       Queue() {
               front = nullptr;
              back = nullptr;
              temp = nullptr;
              queue_size = 0;
       }
       ~Queue() {
              while (queue_size != 0) {
                      this->takeTop();
               front = nullptr;
              back = nullptr;
temp = nullptr;
              queue_size = 0;
       }
       Node<T>* get_front() {
              return front;
       }
       Node<T>* get_back() {
               return back;
       }
       void push(T data) {
               temp = new Node<T>(data);
               if (queue_size == 0) {
                      front = temp;
                      back = temp;
                      temp = nullptr;
                      queue_size++;
                      return;
              back->set_next(temp);
              back = back->get_next();
              temp = nullptr;
              queue_size++;
       }
       T takeTop() {
               if (queue_size == 0) {
                      throw std::out_of_range("The queue is empty");
               T front_data;
              front_data = front->get_data();
              if (queue_size == 1) {
                      front = nullptr;
                      back = nullptr;
                      temp = nullptr;
                      queue_size = 0;
                      return front_data;
              temp = front;
              front = front->get_next();
              temp->clr_next();
              temp = nullptr;
              queue_size--;
              return front_data;
       };
       T getTop() {
```

```
if (queue size == 0) {
                      throw std::out of range("The queue is empty");
              return front->get_data();
       }
       size_t get_size() {
              return queue_size;
       }
};
EK.h
#pragma once
#include <fstream>
#include "Class.h"
#include "List.h"
#include "Matrix.h"
using namespace std;
class Edmonds_Karp
public:
       struct pair {
              int first;
              long second;
       List<char> listofvertexes;
       Matrix<int> capacity;
       Matrix<int> adj;
       long INF = 100000;
       ~Edmonds_Karp() {
              capacity.clear();
              adj.clear();
              listofvertexes.clear();
       }
       int maxflow() {
              if (listofvertexes.isEmpty())
                      throw invalid_argument("Please enter data for the graph");
              int maximum_flow = 0;
              List<int> parent(capacity.get_size(), 0);
              int new_flow;
              if (bfs(0, listofvertexes.get_size() - 1, parent) == 0)
                      throw invalid_argument("There are no ways from S to T at all");
              while (new_flow = bfs(0, listofvertexes.get_size() - 1, parent)) {
                      maximum_flow += new_flow;
                      int cur = listofvertexes.get_size() - 1;
                      while (cur != 0) {
                             int prev = parent.at(cur);
                             capacity.at(prev).set(cur, capacity.at(prev).at(cur) - new_flow);
                             capacity.at(cur).set(prev, capacity.at(cur).at(prev) + new_flow);
                             cur = prev;
                      }
              return maximum_flow;
       }
       void input(string input) {
              ifstream file(input);
              if (!file.is_open())
                     throw runtime error("File was not found, check its name/location");
              int symb_num = 0;
              char symb;
              int cap;
              char first_vrtx, scnd_vrtx;
```

```
//reading the vertexes list
                                    while (!file.eof()) {
                                                       file >> noskipws >> symb;
                                                       if ((symb_num == 0 || symb_num == 2) && !listofvertexes.contains(symb))
                                                                         listofvertexes.push_back(symb);
                                                       symb_num++;
                                                       if (symb == '\n' || file.eof())
                                                                         symb_num = 0;
                                    }
                                    if (listofvertexes.at(0) != 'S' || listofvertexes.at(listofvertexes.get_size() -
1) != 'T')
                                                       throw invalid_argument("Please start your graph with S and finish with
T");
                                    file.clear();
                                    file.seekg(0);
                                    List<int> temp;
                                    for (int i = 0; i < listofvertexes.get_size(); i++) {</pre>
                                                       for (int j = 0; j < listofvertexes.get_size(); j++)</pre>
                                                                         temp.push back(0);
                                                       capacity.push_back(temp);
                                                       temp.reset();
                                    }
                                    //reading the avaliable capacity
                                    while (!file.eof())
                                    {
                                                       if (symb num != 4) {
                                                                         file >> noskipws >> symb;
                                                                         if (symb_num == 0)
                                                                                            first_vrtx = symb;
                                                                         else if (symb_num == 2)
                                                                                            scnd_vrtx = symb;
                                                      }
                                                       else {
                                                                         file >> cap;
                  capacity.at(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_vrtx)).set(listofvertexes.get_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index((char)first_index(
har)scnd_vrtx), cap);
                                                       symb_num++;
                                                       if (symb == '\n' || file.eof())
                                                                         symb_num = 0;
                                    }
                                    for (int i = 0; i < capacity.get_size(); i++) {</pre>
                                                       temp.reset();
                                                       for (int j = 0; j < capacity.at(i).get size(); j++) {</pre>
                                                                         temp.push_back(capacity.at(i).at(j));
                                                       adj.push_back(temp);
                                    }
                                    for (int i = 0; i < adj.get_size(); i++) {</pre>
                                                       for (int j = i; j < adj.at(i).get_size(); j++) {</pre>
                                                                         adj.at(j).set(i, adj.at(i).at(j));
                                                       }
                                    }
                                    temp.reset();
```

```
List<int> parent(capacity.get size(), 0);
       }
       int bfs(int s, int t, List<int>& parent) {
               //s - source, t - sink
               for (int i = 0; i < parent.get_size(); i++)</pre>
                      parent.set(i, -1);
               parent.set(s, -2);
               Queue <pair> queue;
queue.push({ s, INF });
               while (queue.get_size() != 0) {
                      int cur = queue.getTop().first;
                      int flow = queue.getTop().second;
                      queue.takeTop();
                      for (int next = 0; next < adj.at(cur).get_size(); next++) {</pre>
                              if (parent.at(next) == -1 && capacity.at(cur).at(next)) {
                                      parent.set(next, cur);
                                      int new_flow;
                                      if (capacity.at(cur).at(next) < flow)</pre>
                                             new_flow = capacity.at(cur).at(next);
                                      else
                                             new_flow = flow;
                                      if (next == t)
                                             return new flow;
                                      queue.push({ next, new_flow });
                              }
                      }
               }
               //if there are no ways from s to t
               return 0;
       }
};
Karp.h
#pragma once
#include "Matrix.h"
#include "Class.h"
#include "List.h"
#include <fstream>
long INF = 100000;
int bfs(int s, int t, Matrix<int>& M, Matrix<int>& adj, List<int>& temp_list) {
       for (int i = 0; i < temp_list.get_size(); i++)</pre>
               temp_list.set(i, -1);
       temp_list.set(s, -2);
       struct pair {
               long first;
               long second;
       };
       Queue <pair> queue;
       queue.push({ s, INF });
       while (queue.get_size() != 0) {
               int curr = queue.getTop().first;
               int flow = queue.getTop().second;
               queue.takeTop();
               for (int next = 0; next < adj.at(curr).get_size(); next++) {</pre>
                      if (temp_list.at(next) == -1 && M.at(curr).at(next)) {
                              temp_list.set(next, curr);
                              int new_flow;
                              if (M.at(curr).at(next) < flow)</pre>
                                      new_flow = M.at(curr).at(next);
```

```
else
                                     new flow = flow;
                             if (next == t)
                                     return new_flow;
                             queue.push({ next, new_flow });
                      }
              }
       return 0;
}
int maxflow(List<char>& V, Matrix<int>& M, Matrix<int>& adj) {
       if (V.isEmpty())
              throw invalid_argument("Graph is empty");
       int max_flow = 0;
       List<int> parent(M.get_size(), 0);
       int new_flow;
       if (bfs(0, V.get_size() - 1, M, adj, parent) == 0)
              throw invalid_argument("No path S->T");
       while (new_flow = bfs(0, V.get_size() - 1, M, adj, parent)) {
              max flow += new flow;
              int cur = V.get_size() - 1;
              while (cur != 0) {
                      int prev = parent.at(cur);
                      M.at(prev).set(cur, M.at(prev).at(cur) - new_flow);
                      M.at(cur).set(prev, M.at(cur).at(prev) + new_flow);
                      cur = prev;
              }
       }
       return max flow;
}
List.h
#pragma once
#include <stdexcept>
#include <iostream>
using namespace std;
template<class T>
class List
{
private:
       class Node
       private:
               T data;
              Node* next, * prev;
       public:
              Node() : next(nullptr), prev(nullptr) {};
              Node(T data) {
                      this->data = data;
                      next = nullptr;
                      prev = nullptr;
              }
              ~Node() {
                      next = nullptr;
                      prev = nullptr;
              }
              void set_data(T data) {
                      this->data = data;
              T get_data() {
                      return data;
```

```
}
              Node* get_next() {
                      return next;
              Node* get_prev() {
                      return prev;
              void set_next(Node* pointer) {
                      next = pointer;
              }
              void set_prev(Node* pointer) {
                      prev = pointer;
              }
       };
       Node* head, * tail;
       Node* get_pointer(size_t index)
       {
              if (isEmpty() || (index > get_size() - 1))
              {
                      throw out_of_range("Invalid argument");
              }
              else if (index == get_size() - 1)
                      return tail;
              else if (index == 0)
                      return head;
              else
              {
                      Node* temp = head;
                      while ((temp) && (index--))
                             temp = temp->get_next();
                      return temp;
              }
       }
public:
       List() : head(nullptr), tail(nullptr) {}
       List(int size, int value) {
              while (size--) {
                      push_back(value);
              }
       }
       List(const List<T>& list) {
              head = nullptr;
              tail = nullptr;
              Node* temp = list.head;
              while (temp) {
                      push_back(temp->get_data());
                      temp = temp->get_next();
       }
       ~List()
       {
              while (head)
                      tail = head->get_next();
                      delete head;
                      head = tail;
```

```
head = nullptr;
}
void push_back(T data)
{
       Node* temp = new Node;
       temp->set_data(data);
       if (head)
       {
              temp->set_prev(tail);
              tail->set_next(temp);
              tail = temp;
       }
       else
       {
              head = temp;
              tail = head;
       }
}
void push_front(T data)
{
       Node* temp = new Node;
       temp->set_data(data);
       if (head)
       {
              temp->set_next(head);
              head->set_prev(temp);
              head = temp;
       }
       else
       {
              head = temp;
              tail = head;
       }
}
void push_back(List<bool> 1s2)
{
       Node* temp = 1s2.head;
       size_t n = ls2.get_size();
       while ((temp) && (n--))
              push_back(temp->get_data());
              temp = temp->get_next();
       }
}
void push_front(List& 1s2)
{
       Node* temp = 1s2.tail;
       size_t n = 1s2.get_size();
       while ((temp) && (n--))
       {
              push_front(temp->get_data());
              temp = temp->get_prev();
       }
}
void pop_back()
       if (head != tail)
       {
              Node* temp = tail;
              tail = tail->get_prev();
              tail->set_next(nullptr);
              delete temp;
       }
```

```
else if (!isEmpty())
              Node* temp = tail;
              tail = head = nullptr;
              delete temp;
       }
       else
              throw out_of_range("The list is empty");
}
void pop_front()
       if (head != tail)
       {
              Node* temp = head;
              head = head->get_next();
              head->set_prev(nullptr);
              delete temp;
       else if (!isEmpty())
              Node* temp = head;
              head = tail = nullptr;
              delete temp;
       else
              throw out_of_range("The list is empty");
}
void insert(size_t index, T data)
{
       Node* temp;
       temp = get_pointer(index);
       if (temp == head)
              push_front(data);
       else
       {
              Node* newElem = new Node;
              newElem->set_data(data);
              temp->get_prev()->set_next(newElem);
              newElem->set_prev(temp->get_prev());
              newElem->set_next(temp);
              temp->set_prev(newElem);
       }
}
T at(size_t index)
{
       Node* temp;
       temp = get_pointer(index);
       return temp->get_data();
}
void remove(size_t index)
{
       Node* temp;
       temp = get_pointer(index);
       if (temp == head)
              pop_front();
       else if (temp == tail)
              pop_back();
       else
       {
              temp->get_prev()->set_next(temp->get_next());
              temp->get_next()->set_prev(temp->get_prev());
              delete temp;
       }
}
```

```
void remove(T data) {
       Node* temp = head;
       while (temp && temp->get_data() != data)
              temp = temp->get_next();
       if (!temp)
              throw out_of_range("Invalid argument");
       if (temp == head)
              pop_front();
       else if (temp == tail)
              pop_back();
       else
       {
              temp->get_prev()->set_next(temp->get_next());
              temp->get_next()->set_prev(temp->get_prev());
              delete temp;
       }
}
bool contains(T symb) {
       Node* temp = head;
       while (temp) {
              if (temp->get_data() == symb)
                      return true;
              temp = temp->get_next();
       return false;
}
size_t get_size()
{
       Node* temp = head;
       size_t length = 0;
       while (temp)
       {
              length++;
              temp = temp->get_next();
       return length;
}
void print()
{
       Node* temp = head;
       while (temp)
              cout << temp->get_data();
              temp = temp->get_next();
       }
}
void clear()
{
       while (head)
       {
              tail = head->get_next();
              delete head;
              head = tail;
       }
}
size_t get_index(T symb) {
       Node* temp = head;
       size_t index = 0;
       while (temp) {
              if (temp->get_data() == symb)
                      break;
              temp = temp->get_next();
              index++;
       }
```

```
}
       void set(size_t index, T data)
       {
              Node* temp;
              temp = get_pointer(index);
              temp->set_data(data);
       }
       bool isEmpty()
              if (!head)
                      return true;
              else
                      return false;
       }
       bool compare(List<T> list) {
              if (get_size() != list.get_size())
                      return false;
              for (int i = 0; i < get_size(); i++) {</pre>
                      if (at(i) != list.at(i))
                             return false;
              return true;
       }
       bool contains(List<char>& list) {
              Node* temp = head;
              while (temp) {
                      if (temp->get_data().compare(list))
                             return true;
                      temp = temp->get_next();
              return false;
       }
       void reset() {
              head = nullptr;
              tail = nullptr;
       }
       void reverse() {
              Node* temp1 = head, * temp2 = tail;
              T value;
              for (size_t i = 0; i < get_size() / 2; i++) {</pre>
                      value = temp1->get_data();
                      temp1->set_data(temp2->get_data());
                      temp2->set_data(value);
                      temp1 = temp1->get next();
                      temp2 = temp2->get_prev();
              }
       }
       int get_price(size_t vertex1, size_t vertex2) {
              Node* temp = head;
              while (temp) {
                      if (temp->get_data().first_vertex == vertex1 && temp-
>get_data().scnd_vertex == vertex2)
                             return temp->get_data().price;
                      temp = temp->get_next();
              }
       }
};
```

return index;

```
#include "List.h"
//List<List<T>>
template<class T>
class Matrix {
      class Node {
       private:
              List<T> data;
              Node* next, * prev;
       public:
              Node(List<T> data) {
                     this->data = data;
                     next = nullptr;
                     prev = nullptr;
              ~Node() {
                     next = nullptr;
                     prev = nullptr;
              }
              Node() : next(nullptr), prev(nullptr) {};
              void set_data(List<T>& data) {
                     this->data = data;
              List<T>& get_data() {
                     return data;
              Node* get_next() {
                     return next;
              Node* get_prev() {
                     return prev;
              void set_next(Node* temp) {
                     next = temp;
              void set_prev(Node* temp) {
                     prev = temp;
       };
       Node* head, * tail;
       Node* get_node(size_t index)
       {
              if (isEmpty() || (index > get_size() - 1))
              {
                     throw out_of_range("Invalid argument");
              else if (index == get_size() - 1)
                     return tail;
              else if (index == 0)
                     return head;
              else
              {
                     Node* temp = head;
                     while ((temp) && (index--))
                             temp = temp->get_next();
                     return temp;
```

```
}
       }
public:
       Matrix() : head(nullptr), tail(nullptr) {}
       Matrix(const Matrix<T>& list) {
              head = nullptr;
              tail = nullptr;
              Node* temp = list.head;
              while (temp) {
                      push_back(temp->get_data());
                      temp = temp->get_next();
              }
       }
       ~Matrix()
       {
              while (head)
               {
                      tail = head->get_next();
                      delete head;
                      head = tail;
              head = nullptr;
       }
       void set(size_t index, List<T> data)
              Node* temp;
              temp = get_node(index);
              temp->set_data(data);
       }
       void push_back(List<T>& data)
       {
              Node* temp = new Node;
              temp->set_data(data);
              if (head)
              {
                      temp->set_prev(tail);
                      tail->set_next(temp);
                      tail = temp;
              }
              else
              {
                      head = temp;
                      tail = head;
              }
       }
       void push_front(List<T> data)
       {
              Node* temp = new Node;
              temp->set_data(data);
              if (head)
              {
                      temp->set_next(head);
                      head->set_prev(temp);
                      head = temp;
              }
              else
              {
                      head = temp;
                      tail = head;
              }
       }
       void push_back(Matrix<bool> scnd_list)
```

```
{
       Node* temp = scnd list.head;
       size_t size = scnd_list.get_size();
       while ((temp) && (size--))
              push_back(temp->get_data());
              temp = temp->get_next();
       }
}
void push_front(Matrix& scnd_list)
       Node* temp = scnd_list.tail;
       size_t n = scnd_list.get_size();
       while ((temp) && (n--))
              push_front(temp->get_data());
              temp = temp->get_prev();
       }
}
void insert(size_t index, List<T> data)
{
       Node* temp;
       temp = get_node(index);
       if (temp == head)
              push_front(data);
       else
       {
              Node* newel = new Node;
              newel->set data(data);
              temp->get_prev()->set_next(newel);
              newel->set_prev(temp->get_prev());
              newel->set_next(temp);
              temp->set_prev(newel);
       }
}
void pop_back()
{
       if (head != tail)
       {
              Node* temp = tail;
              tail = tail->get_prev();
              tail->set_next(nullptr);
              delete temp;
       }
       else if (!isEmpty())
              Node* temp = tail;
              tail = head = nullptr;
              delete temp;
       else
              throw out_of_range("The list is empty");
}
void pop_front()
       if (head != tail)
       {
              Node* temp = head;
              head = head->get_next();
              head->set_prev(nullptr);
              delete temp;
       else if (!isEmpty())
```

```
Node* temp = head;
              head = tail = nullptr;
              delete temp;
       else
              throw out_of_range("The list is empty");
}
void remove(List<T> data) {
       Node* temp = head;
       while (temp && temp->get_data() != data)
              temp = temp->get_next();
       if (!temp)
              throw out_of_range("Invalid argument");
       if (temp == head)
              pop_front();
       else if (temp == tail)
              pop_back();
       else
              temp->get_prev()->set_next(temp->get_next());
              temp->get_next()->set_prev(temp->get_prev());
              delete temp;
       }
}
List<T>& at(size_t index) {
       Node* temp;
       temp = get_node(index);
       return temp->get_data();
}
void remove(size_t index) {
       Node* temp;
       temp = get_node(index);
       if (temp == head)
              pop_front();
       else if (temp == tail)
              pop_back();
       else
       {
              temp->get_prev()->set_next(temp->get_next());
              temp->get_next()->set_prev(temp->get_prev());
              delete temp;
       }
}
size_t get_size() {
       Node* temp = head;
       size_t length = 0;
       while (temp)
              length++;
              temp = temp->get_next();
       return length;
}
void print() {
       Node* temp = head;
       while (temp) {
              temp->get_data().print();
              temp = temp->get_next();
       std::cout << std::endl;</pre>
}
void clear() {
       while (head)
```

```
{
    tail = head->get_next();
    delete head;
    head = tail;
}

bool isEmpty() {
    if (!head)
        return true;
    else
        return false;
}

};

Input.txt

S O 3
S P 3
O Q 3
O P 2
P R 2
Q R 4
Q T 2
R T 3
```