Propositional logic ตรรกศาสตร์ประพจน์

$P \vee Q \quad P \vee Q \quad \neg P$

P หรือ Q เรียกว่า literal ประโยคที่บอกค่าความจริงได้

First Order logic

$Parent(x, y)$ ⇒ x เป็น parent ของ y

$$\frac{P \rightarrow Q \qquad P}{Q} \qquad\qquad \frac{P \rightarrow Q \qquad \neg Q}{\neg P}$$

P = ฝนตก

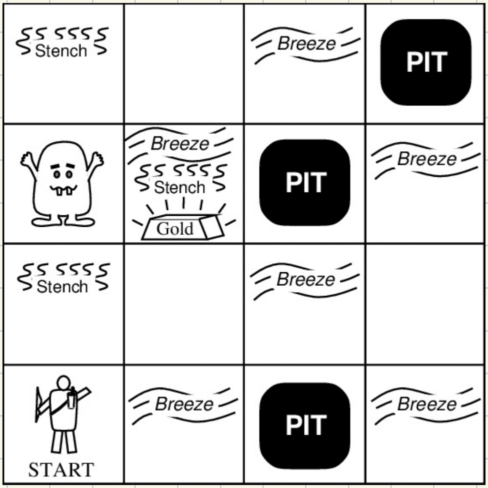
Q : พื้นเปียก

$P \leftrightarrow Q$ คือ $P \rightarrow Q \wedge Q \rightarrow P$

กฎการเปลี่ยน logic

1. $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$
2. $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
3. $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
4. $P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$
5. $P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$
6. $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$
7. $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$
8. $P \leftrightarrow Q \equiv P \rightarrow Q \wedge Q \rightarrow P$

กฎการกระจาย

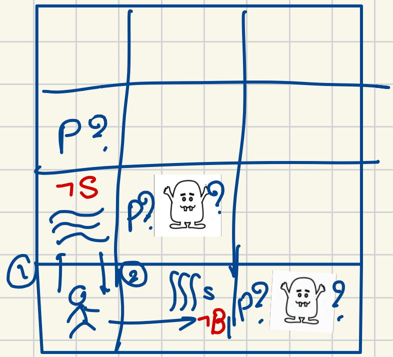


WUMPUS World

ต้องเข้าไปหยิบทอง จะมี sensor จับ

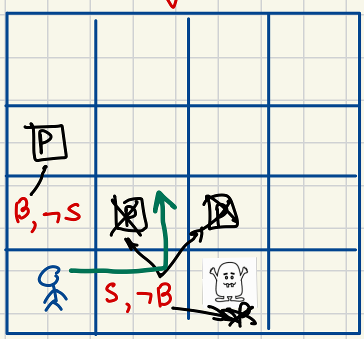
agent ห้ามเดินเข้า PIT

รอบปีศาจจะมีกลิ่น Stench ให้ระวัง

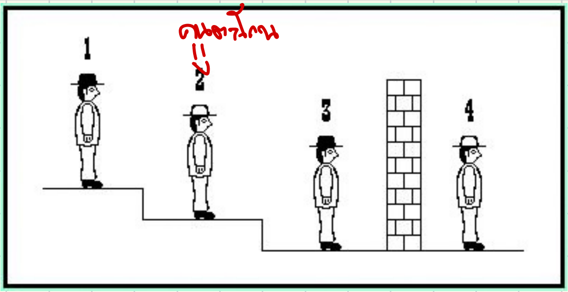


"อะไรที่ไม่เห็น ไม่ได้ยิน อาจจะมาช่วยตัดสินใจง่ายกว่า"

ผลเฉลย



Prisoner and the hat



ตะโกนสีหมวกตัวเองถูกต้อง

จะปล่อยตัวทุกคน

ดำ 2 ขาว 2

ถามว่า ใครตะโกนหมวกถูกต้อง ?

keyword คือความเงียบ "เมื่อเวลาผ่านไป" ไม่มีคนตะโกน

ไม่มีใครรู้ตอนต้นว่าสีอะไร เพราะถ้า ① รู้ว่า ② ③ สีเดียวกัน ① จะตะโกน

แต่ ① ไม่ตะโกน ② รู้ว่า ① ไม่รู้ แปลว่า ② ③ ใส่คนละสี

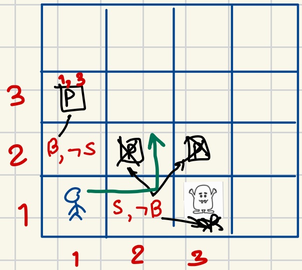
∴ ใช้ความเงียบหาคำตอบ"

Entailment

knowledge base (Kb) $\models \alpha$ ก้อนความจริง $\models \alpha$

α เป็นจริงทุกกรณีที่ kb เป็นจริง ถ้า kb ไม่จริงไม่สนใจ α ก็ยังจริง

$kb = Pit_{11} \Rightarrow B_{12} \wedge B_{21}$ (มี B ห้อง 1,2 กับ 2,1)



$kb = (P_{11} \Rightarrow B_{12} \wedge B_{21}) \wedge (P_{12} \Rightarrow B_{13} \wedge B_{22} \wedge B_{11})$

$\wedge$ ..... 16 ก้อน (กรณีตาราง 4x4)

$(W_{11} \Rightarrow S_{12} \wedge S_{21}) \wedge \ldots, \wedge$

$(B_{11} \Rightarrow P_{12} \vee P_{21}) \wedge (B_{12} \Rightarrow P_{11} \vee P_{22} \vee P_{13}) \wedge \dots$

$(S_{11} \Rightarrow W_{12} \vee W_{21}) \wedge \dots \wedge \neg P_{11} \wedge \neg W_{11} \wedge B_{12} \wedge \neg S_{12}$

$\wedge S_{21} \wedge \neg B_{21}$

แบบย้อนกลับไป หาเหตุ

$\alpha = \neg P_{22}$ ตัวที่อยากสรุป

$\boxed{\underset{P}{\text{MUFC won}} \wedge \underset{Q}{\text{CFC won}}}$

kb

$\overset{\alpha}{\underset{P}{\text{MUFC won}}}$

P	Q	kb	α	α_2
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	F	T
F	F	F	F	T

กรณีอื่น ไม่สน

เราสนใจกรณี kb = T

ถ้า α = T ทุกกรณีที่ kb = T จะเรียกว่า

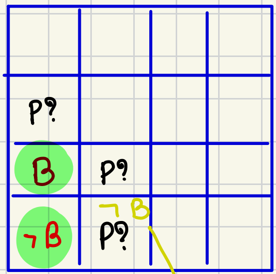
$kb \vDash \alpha$ (kb entail α)

สรุปได้ว่า $\alpha = T$

α_2 = MUFC won → CFC won

$(P \rightarrow Q)$

$\alpha_2 = T$



สนใจแค่ Breeze !!!

P_{21}	P_{22}	P_{13}	kb	α_1	α_2
T	T	T	F	F	
T	T	F	F	F	
T	F	T	F	F	
T	F	F	F	F	
F	T	T	T	T	
F	T	F	T	T	
F	F	T	T	T	
F	F	F	F	T	

กำหนดให้

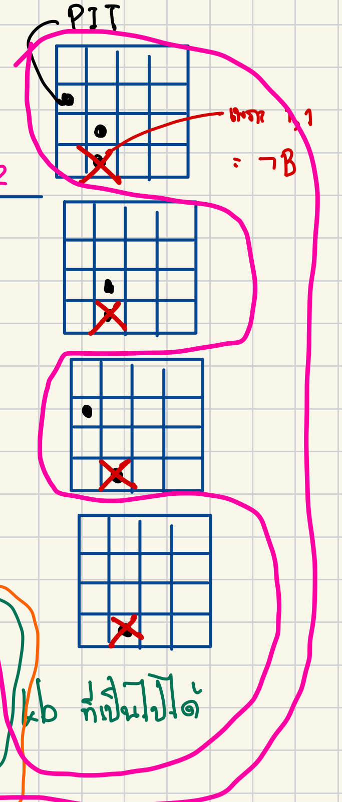
ความรู้ใหม่

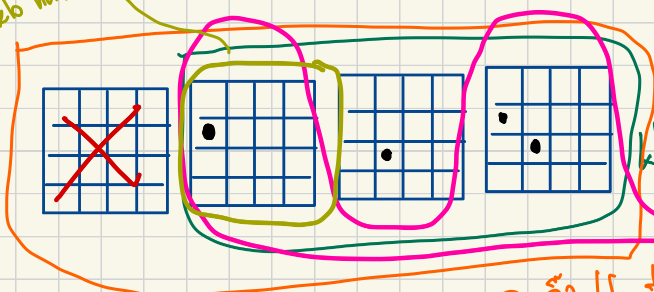
$\alpha_1 = \neg P_{21}$

$\alpha_2 = P_{13}$

kb ทั้งหมด

เมื่อเวลาผ่านไป ความรู้ใหม่มา





kb ที่เป็นไปได้

$kb \models \alpha_1$ #

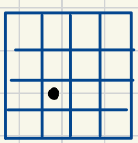
α_1 คือ kb ที่ $\neg P_{21}$

ถ้าครอบ kb ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

α_1 จะเป็น T

B_{12} จาก P_{13} กับ P_{22} ทำให้ไม่สามารถสรุปได้ เพราะไม่ครอบคลุม kb

case นี้



enumeration method แจกแจงทุกกรณีแล้วมีสูงน่

$$\frac{P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n \rightarrow Q \qquad P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n}{Q} \quad \text{(Fire Rule)}$$

กฎ Modus Ponen
(จากเหตุ → ผล)

$$\frac{A \rightarrow B \qquad B \rightarrow C}{A \rightarrow C}$$

$$\frac{\neg A \vee \cancel{B} \qquad \cancel{\neg B} \vee C}{\neg A \vee C}$$

Resolution

มีความจริง 2 clause แล้ว 1 ในนั้นมีค่าความจริงตรงข้ามกัน ตัดทิ้งแล้ว เอาที่เหลือมา OR กัน

(มาจากกฎการถ่ายทอด)

$$\frac{A \vee \cancel{B} \qquad \cancel{\neg B} \vee C}{A \vee C}$$

$\neg A \rightarrow B \qquad B \rightarrow C$

$\neg A \rightarrow C \qquad A \vee C$

$$\frac{A \vee \cancel{B} \vee C \qquad \cancel{\neg B} \vee C \vee D}{A \vee C \vee D}$$

$A \vee B \vee C \qquad \neg B \vee (C \vee D)$

$A \vee C \vee B \qquad B \rightarrow (C \vee D)$

$\neg(A \vee C) \rightarrow B$

$\neg(A \vee C) \rightarrow (C \vee D)$

$A \vee \underline{C \vee C} \vee D \qquad A \vee C \vee D$

ตัดได้แค่ 1 ตัวเท่านั้น

$$\frac{A \vee \cancel{B} \vee \cancel{C} \qquad \cancel{\neg B} \vee \cancel{\neg C} \vee D}{A \vee D}$$

$A \vee (B \vee C) \qquad \neg(B \wedge C) \vee D$

$\neg A \rightarrow B \vee C \qquad B \wedge C \rightarrow D$ คนละตัว เลยตัดไม่ได้

Entailment

		kb	α
T T	T	T	T
T T .. .	F		
		T	T
			T

$kb \rightarrow \alpha$ Valid

$kb \land \neg\alpha$ Unsatisfiable「เป็น F หมด」

$kb \models \alpha$

kb เกิดจาก $\bigcirc \land \bigcirc \land \bigcirc \land \bigcirc \land \neg\alpha$

F

กำหนดประโยค

$\neg A \lor B \qquad A$

Resolution

$B \qquad \neg B$

$\square$ ไม่เหลือความจริง

MUFC ชนะ $\qquad$ CFC ชนะ

$P \quad \land \quad Q$

$$\frac{P \land Q}{kb}$$

$$\frac{\alpha}{P \rightarrow Q}$$

$$\frac{\neg P \lor Q}{\alpha}$$

$P \land \neg Q$ $(\neg\alpha)$

$Q \qquad P \qquad \neg Q$

$\square$ α เดิมเป็น T

R = ฝนตก

W = พื้นเปียก

kb	α
$R \rightarrow W \wedge R$	W

ใส่ตรงข้ามทั้ง kb และ α

$$\boxed{\neg R \vee W \quad \wedge \quad R \qquad \neg W}$$

$$\boxed{\cancel{\neg R} \vee W \qquad \cancel{R} \qquad \neg W}$$

W

$\square \quad \alpha = T$

$$\overset{kb}{R \rightarrow W \wedge W} \;\Big|\; \overset{\alpha}{R}$$

ถ้าฝนตก → พื้นเปียก เดินไปเจอพื้นเปียก ฝนตก?

$\neg R \vee W \qquad W \qquad \neg R \qquad \neg R \vee W$

} พิสูจน์ไม่ได้ ค่าความจริงเหลืออยู่

เรียกการทำแบบนี้ว่า Refutation by Resolution การปฏิเสธโดย Resolution

$kb = (P_{11} \Rightarrow B_{12} \land B_{21}) \land (P_{12} \Rightarrow B_{13} \land B_{22} \land B_{11})$

$\land$ ..... 16 ก้อน (กรณี ตาราง 4×4) $\leftarrow$ 16

$(W_{11} \Rightarrow S_{12} \land S_{21}) \land \dots \land$ $\leftarrow$ 16

$(B_{11} \Rightarrow P_{12} \lor P_{21}) \land (B_{12} \Rightarrow P_{11} \lor P_{22} \lor P_{13}) \land \dots$ $\leftarrow$ 16

$(S_{11} \Rightarrow W_{12} \lor W_{21}) \land \dots \land \neg P_{11} \land \neg W_{11} \land B_{12} \land \neg S_{12}$ $\leftarrow$ 16

$\land S_{21} \land \neg B_{21}$

Conjunctive Normal Form (CNF) การนำมา $\land$

$(\lor \lor) \land (\lor \lor) \land (\lor \lor) \land \dots$

$P_{11} \rightarrow B_{12} \land B_{21}$

$\neg P_{11} \lor (B_{12} \land B_{21})$

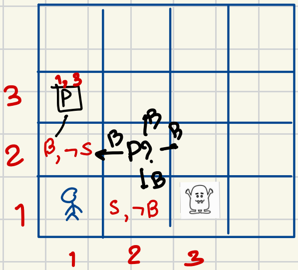
$(\neg P_{11} \lor B_{12}) \land (\neg P_{11} \lor B_{21})$

$B_{12} \rightarrow P_{11} \lor P_{21} \lor P_{13}$

$\neg B_{12} \lor (P_{11} \lor P_{21} \lor P_{13})$

$\neg B_{12} \lor P_{11} \lor P_{21} \lor P_{13}$

WUMPUS Proof



① ② $B_{12} \wedge \neg B_{21}$

$P_{13} \rightarrow B_{12} \wedge B_{23} \wedge B_{14}$ ③

$B_{12} \rightarrow P_{13} \vee P_{22}$ ④

$P_{22} \rightarrow B_{12} \wedge B_{21} \wedge B_{23} \wedge B_{32}$ ⑤

③ ⇒ CNF $\neg P_{13} \vee (B_{12} \wedge B_{23} \wedge B_{14})$

$(\neg P_{13} \vee B_{12}) \wedge (\neg P_{13} \vee B_{23}) \wedge (\neg P_{13} \vee B_{14})$

Review Resolution

$KB \models \alpha$ แสดงว่า $\alpha = T$ ทุกกรณีที่ $kb = T$

$kb \rightarrow \alpha$ $\quad$ $kb \land \neg\alpha$ เป็น F ทุกกรณี

kb	α
T	T
F	T, F
~~T~~	~~F~~

P ฝนตก $\quad$ Q รถติด $\quad$ R ถึงบ้านช้า

P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \lor Q$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	T
F	F	T	F

$P \rightarrow Q$

$Q \rightarrow R$

P

$\alpha = R$

$A \lor \cancel{B} \lor C$ $\qquad$ $\cancel{\neg B} \lor D \lor E$

$A \lor C \lor D \lor E$

$A \lor B \lor C$

$(A \lor C) \lor B$ $\qquad$ $\neg B \lor (D \lor E)$

P ฝนตก Q รถติด R ถึงบ้านช้า

$P \to Q$

$Q \to R$

$P, \neg R$

$\alpha = R$

$\neg\alpha = \neg R$

① เปลี่ยนไปรูป $\vee$

$\neg P \vee Q$

$\neg Q \vee R$

$P, \neg R$

$\cancel{\neg P} \vee Q \qquad \cancel{P}$

$\cancel{Q} \qquad \cancel{\neg Q} \vee R$

$R \qquad \neg R$

$\square$ เป็นเท็จหมดเลย

ทำให้ α เป็นจริง

$A \leftrightarrow B \to A \leftarrow B \wedge B \leftarrow A$

$(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$

31	32	33
S 21 $\neg B$ ✓	P? 22 W?	23
$\neg S$ 11 $\neg B$	B 12 $\neg S$	13

$$P_{22} \rightarrow (B_{21} \wedge B_{32} \wedge B_{23} \wedge B_{12})$$

$\Downarrow$ CNF

$A \wedge B$

$A \qquad B$

$$\neg P_{22} \vee (B_{21} \wedge B_{32} \wedge B_{23} \wedge B_{12})$$

$$\boxed{(\neg P_{22} \vee B_{21}) \wedge (\neg P_{22} \vee B_{32}) \wedge (\neg P_{22} \vee B_{23}) \wedge (\neg P_{22} \vee B_{12}) \wedge \neg B_{21} \wedge P_{22}}$$

$\neg B_{21}$

$\alpha = \neg P_{22}$

$\neg \alpha = P_{22}$

$\neg P_{22} \vee B_{21} \qquad \neg B_{21}$

$\neg P_{22} \qquad P_{22}$

$\square$