

← ULTIMATE MATHEMATICS →

(BY: AJAY MITTAL: 9891067390)

MATRICES : CLASS - 4 (M-4)

(-) Inverse of a matrix

- ✓ denoted by $A^{-1} \neq \frac{1}{A}$
- ✓ only of a square matrix
- ✓ $AA^{-1} = I = A^{-1}A$
- ✓ $A^{-1}I = A^{-1} = IA^{-1}$

(-) Row Transformation

$$A = \begin{bmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow R_1 \\ \rightarrow R_2 \\ \rightarrow R_3 \end{matrix}$$

3×3

1/1) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

$R_1 \rightarrow R_1 + R_2$ (with R_2)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 3 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$R_2 \rightarrow R_2 - 3R_1$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 7 \\ -9 & -4 & -17 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$R_3 \rightarrow 2R_3$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 7 \\ -9 & -4 & -17 \\ 0 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$R_2 \leftrightarrow R_3$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 0 & 4 & 6 \\ -9 & -4 & -17 \end{bmatrix}$$

→ ULTIMATE MATHEMATICS →
(BY: AJAY MITTAL 9891067390)

Rules

✓

✗

$$(.) R_1 \rightarrow R_1 + R_2$$

$$(.) R_1 \rightarrow R_2 - R_1$$

$$(.) R_1 \rightarrow R_1 + 2R_3$$

$$(.) R_1 \rightarrow 3R_1 - 2R_3$$

$$(.) R_2 \rightarrow 3R_2$$

$$(.) R_1 \rightarrow R_1 + 2$$

$$(.) R_1 \leftrightarrow R_2$$

$$(.) R_1 \rightarrow R_1 R_2$$

$$(.) \left\{ \begin{array}{l} R_1 \rightarrow R_1 - 3R_3 \\ R_2 \rightarrow R_2 + 2R_3 \end{array} \right.$$

$$(.) R_1 \rightarrow R_1 / R_2$$

only
step
=

$$R_2 \rightarrow R_2 + 2R_3$$

$$(.) R_1 \rightarrow R_2 + R_3$$

$$(.) \left\{ \begin{array}{l} R_2 \rightarrow R_2 + 2R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 + 2R_2 \end{array} \right.$$

Ques

Find the Inverse of a matrix using Row Transformation

Given $A = \begin{bmatrix} & & \end{bmatrix}_{3 \times 3}$

We have $A = IA$

Mainly (6 steps) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$

(Row Transform)
operation

Convert

$$R_1 \rightarrow R_2 - R_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \uparrow \\ \uparrow \\ \uparrow \end{bmatrix} A^{-1} A$$
$$I = A^{-1} A$$

$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ -5 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{cases} R_2 \rightarrow R_2 - 3R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 + 5R_1 \end{cases}$ $= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -13 & -5 \\ 0 & 17 & 14 \end{bmatrix}$ $R_2 \leftrightarrow R_3$ $= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 17 & 14 \\ 0 & -13 & -5 \end{bmatrix}$ $R_3 \rightarrow R_3 + \frac{13}{17} R_2$ $= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 17 & 14 \\ 0 & 0 & \frac{14}{17} \end{bmatrix}$ $R_3 \rightarrow \frac{17}{14} R_3$ $= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 17 & 14 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $R_2 \rightarrow R_2 - 14R_3$ $= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 17 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $R_2 \rightarrow \frac{1}{17} R_2$ $= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $R_1 \rightarrow R_1 - 3R_2$ $= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $R_1 \rightarrow R_1 - 2R_3$ $= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3/7 & -4 & 1 \\ -5/2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ $R_2 \rightarrow R_2 - \frac{3}{7} R_1$ $R_3 \rightarrow R_3 + \frac{5}{2} R_1$ $= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -34 & 1/7 \\ 0 & 17 & - \end{bmatrix}$ $R_3 \rightarrow R_3 + \frac{1}{2} R_2$ $= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -34 & 1/7 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix}$ $R_2 \rightarrow \frac{1}{-34} R_2$ $= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -1/68 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix}$ $R_1 \rightarrow R_1 - 3R_2$ $= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 + 3/68 \\ 0 & 1 & -1/68 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix}$ $R_1 \rightarrow R_1 - \frac{135}{68} R_2$ $= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1/68 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix}$
--	---

$$(1) \begin{bmatrix} 3 & - & - \\ 8 & - & - \\ 1 & - & - \end{bmatrix}$$

$$R_1 \leftrightarrow R_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & - & - \\ 8 & - & - \\ 3 & - & - \end{bmatrix}$$

$$(2) \begin{bmatrix} 3 & - & - \\ 2 & - & - \\ 8 & - & - \end{bmatrix}$$

$$R_1 \rightarrow R_1 - R_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & - & - \\ 2 & - & - \\ 8 & - & - \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 3 & - & - \\ 8 & - & - \\ 4 & - & - \end{bmatrix}$$

$$R_1 \rightarrow R_3 - R_1 \quad \text{XXX}$$

$$R_1 \leftrightarrow R_3$$

$$\begin{bmatrix} 4 & - & - \\ 8 & - & - \\ 3 & - & - \end{bmatrix}$$

$$R_1 \rightarrow R_1 - R_3$$

$$R_1 \rightarrow R_1 - R_3$$

$$\begin{bmatrix} -1 & - & - \\ 8 & - & - \\ 4 & - & - \end{bmatrix}$$

$$R_1 \rightarrow (-1) R_1$$

$$R_2 \rightarrow \frac{1}{3} R_1 \quad \text{X}$$

$$(1) \begin{bmatrix} 3 & - & - \\ 8 & - & - \\ 12 & - & - \end{bmatrix}$$

$$R_1 \rightarrow 3 R_1$$

$$\begin{bmatrix} 9 & - & - \\ 8 & - & - \\ 12 & - & - \end{bmatrix}$$

$$R_1 \rightarrow R_1 - R_2$$

$$(1) \begin{bmatrix} 2 & - & - \\ 8 & - & - \\ 10 & - & - \end{bmatrix}$$

$$R_1 \rightarrow \frac{1}{2} R_1$$

Ques

given $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$

we have $A = IA$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$$R_1 \rightarrow 3R_1$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$$R_1 \rightarrow R_1 - R_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$$R_2 \rightarrow R_2 - 5R_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & -51 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -15 & 6 \end{bmatrix} A$$

$$R_2 \rightarrow -\frac{1}{51}R_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ \frac{5}{17} & -\frac{2}{17} \end{bmatrix} A$$

$$R_1 \rightarrow R_1 - 10R_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{17} & \frac{3}{17} \\ \frac{5}{17} & -\frac{2}{17} \end{bmatrix} A$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

Ans

Page = 5

$$\begin{aligned} R_{2 \times 4} &= \\ 3 - \frac{50}{17} & \\ -1 + \frac{20}{17} & \end{aligned}$$

॥ जय श्री विरिज जी महाराज ॥

Using elementary Row Transformations, find the Inverse of the given matrices

← ANSWERS →

(1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

Ans $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

(2) $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

Ans $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

(3) $A = \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$

Ans $A^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & -10 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

(4) $A = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

Ans A^{-1} does not exist

(5) $A = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

Ans A^{-1} does not exist

(6) $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

Ans $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

(7) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

Ans $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2/5 & -3/5 \\ -2/5 & 4/25 & 11/25 \\ -3/5 & 1/25 & 9/25 \end{bmatrix}$

(8) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

Ans $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

(9) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Ans $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ -4 & 3 & -1 \\ 5/2 & -3/2 & 1/2 \end{bmatrix}$

(10) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Ans $A^{-1} = -\frac{1}{30} \begin{bmatrix} -2 & 4 & -10 \\ 11 & -7 & -5 \\ -5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$