← ULTIMATE MATHEMATICS →
(BY: AJAY MITTAL)

Solution of Worksheet M-4 (Matrices)

Ans 4 $A = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

we have, $A = IA$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$\boxed{R_1 \to \frac{1}{6}R_1}$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1/2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/6 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_2 \to R_2 + 2R_1$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1/2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/6 & 0 \\ 1/3 & 0 \end{bmatrix} A$$

Since 2^{nd} Row contains all zeros

$\therefore$ A^{-1} does not exist

Ans 6 → we have $A = IA$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \leftrightarrow R_3$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \to R_1 - R_2$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} A$$

$R_2 \to R_2 - 2R_1$ & $R_3 \to R_3 - 2R_1$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 0 & 10 & 5 \\ 0 & 5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix} A$$

$R_2 \rightarrow \frac{1}{10} R_2$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 3/10 & -2/10 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \rightarrow R_1 + 4R_2$ and $R_3 \rightarrow R_3 - 5R_2$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 5/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/5 & 1/5 \\ 0 & 3/10 & -1/5 \\ 1 & 1/2 & -1 \end{bmatrix} A$$

$R_3 \rightarrow \frac{2}{5} R_3$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/5 & 1/5 \\ 0 & 3/10 & -1/5 \\ \frac{2}{5} & 1/5 & -\frac{2}{5} \end{bmatrix} A$$

$R_1 \rightarrow R_1 - R_3$ & $R_2 \rightarrow R_2 - \frac{1}{2} R_3$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2/5 & 0 & 3/5 \\ -1/5 & 1/5 & 0 \\ 2/5 & 1/5 & -2/5 \end{bmatrix} A$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$ **Ans**

Ans 7 → we have $A = IA$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_2 \to R_2 + 3R_1$ and $R_3 \to R_3 - 2R_1$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 9 & -11 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_2 \to R_2 + 8R_3$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 21 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -13 & 1 & 8 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \to R_1 - 3R_2$ and $R_3 \to R_3 + R_2$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -65 \\ 0 & 1 & 21 \\ 0 & 0 & 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 & -3 & -24 \\ -13 & 1 & 8 \\ -15 & 1 & 9 \end{bmatrix} A$$

$R_3 \to \frac{1}{25} R_3$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -65 \\ 0 & 1 & 21 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 & -3 & -24 \\ -13 & 1 & 8 \\ \frac{-15}{25} & 1/25 & 9/25 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \to R_1 + 65R_3$ and $R_2 \to R_2 - 21R_3$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2/5 & 3/5 \\ -2/5 & 4/25 & 11/25 \\ -3/5 & 1/25 & 9/25 \end{bmatrix} A$$

By: AJAY MITTAL

$$\therefore A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2/5 & -3/5 \\ -2/5 & 4/25 & 11/25 \\ -3/5 & 1/25 & 9/25 \end{bmatrix}$$ Ans

---

Qu. 8 we have $A = IA$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \to 3R_1$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 0 & -3 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \to R_1 - R_2$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_2 \to R_2 - 5R_1$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 6 & 15 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -15 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_2 \leftrightarrow R_3$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 6 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -15 & 6 & 0 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \to R_1 + R_2$ and $R_3 \to R_3 - 6R_2$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -15 & 6 & -6 \end{bmatrix} A$$

$R_3 \to \frac{-1}{3} R_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix} A$$

$R_2 \to R_2 - 3R_3$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix} A$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix} \quad \underline{\text{Ans}}$$

<u>Ans 9</u> → we have $A = IA$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \leftrightarrow R_2$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_3 \to R_3 - 3R_1$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \to R_1 - 2R_2$ and $R_3 \to R_3 + 5R_2$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 5 & -3 & 1 \end{bmatrix} A$$

BY: AJAY MITTAL

$R_3 \to \frac{1}{2} R_3$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 5/2 & -3/2 & 1/2 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \to R_1 + R_3$ and $R_2 \to R_2 - 2R_3$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ -4 & 3 & -1 \\ 5/2 & -3/2 & 1/2 \end{bmatrix} A$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ -4 & 3 & -1 \\ 5/2 & -3/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$ Ans

---

Qns 10 → we have $A = IA$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \leftrightarrow R_2$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_2 \to R_2 - 2R_1$ and $R_3 \to R_3 - 3R_1$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -5 & -5 \\ 0 & -5 & -11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix} A$$

By: AJAY MITTAL

$R_2 \to -\frac{1}{5} R_2$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -5 & -11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1/5 & +2/5 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_1 \to R_1 - 2R_2$ and $R_3 \to R_3 + 5R_2$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/5 & 1/5 & 0 \\ -1/5 & +2/5 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} A$$

$R_3 \to -\frac{1}{6} R_3$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/5 & 1/5 & 0 \\ -1/5 & +2/5 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix} A$$

$R_1 \to R_1 - 2R_3$ & $R_2 \to R_2 - R_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +2/30 & -\frac{4}{30} & \frac{1}{3} \\ -11/30 & 7/30 & \frac{5}{30} \\ 1/6 & 1/6 & \frac{-1}{6} \end{bmatrix} A$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{bmatrix} +\frac{1}{15} & -\frac{2}{15} & \frac{1}{3} \\ -11/30 & 7/30 & 1/6 \\ 1/6 & 1/6 & -1/6 \end{bmatrix}$$ Ans