Simmetrie e rottura di simmetrie in Fisica

F. Strocchi
Scuola Normale Superiore, Pisa

1. Introduzione

Fin dall'antichità il concetto di simmetria ha affascinato filosofi, matematici, artisti e pensatori in genere. La sua formalizzazione matematica a partire dalla fine del XIX secolo (ad opera di Galois) ha portato a sviluppi molto significativi in matematica (teoria dei gruppi) e in particolare nella fisica moderna, tanto che alcune delle più grandi scoperte della fisica teorica del XX secolo possono essere intese come scoperte dell' esistenza di particolari proprietà di simmetria delle leggi fisiche. Soprattutto nella seconda metà del XX secolo, il *concetto di simmetria* è stato approfondito e raffinato con le realizzazione del meccanismo di *rottura spontanea di simmetria* che, come vedremo in seguito, è alla base di importanti rivoluzioni concettuali nella fisica.

Per appoggiare tali affermazioni, senza entrare nel merito delle loro valenze concettuali, basterà menzionare la teoria della Relatività (ristretta) di A. Einstein, che corrisponde alla realizzazione dell' invarianza delle leggi fisiche per osservatori che si muovano con velocità costante l' uno rispetto all' altro; in tal caso la legge di corrispondenza o simmetria è descritta dalle cosidette trasformazioni di Lorentz, che coinvolgono oltre allo spazio anche il tempo (relatività del tempo einsteniano), a differenza delle trasformazioni galileiane per le quali il tempo è invariante (tempo assoluto della fisica galileiana-newtoniana).

Per quanto riguarda gli sviluppi recenti della Fisica Teorica, alcuni dei fenomeni più sorprendenti e interessanti della struttura della materia, come il ferromagnetismo, la superfluidità e la superconduttività, sono collegati al meccanismo delle transizioni di fase, per le quali un ruolo determinante è giocato dal concetto di *simmetria spontaneamente rotta*.

Tale idea, di realizzazione e comprensione relativamente recente, appare abbastanza rivoluzionaria nella fisica teorica in quanto combina due proprietà apparentemente incompatibili, e cioè la simmetria delle interazioni tra i componenti di un sistema a molti corpi e la *asimmetria* dei fenomeni fisici associati al suo comportamento. Data la grande rilevanza concettuale e ”filosofica” di tale idea, concentreremo su di essa gran parte della discussione in seguito.

Per ora vogliamo solo aggiungere che anche la recente teoria unificata delle interazioni tra Particelle Elementari (i costituenti del mondo subnucleare) è stata resa possibile grazie all' idea di simmetria spontaneamente rotta.

Nella discussione seguente ci proponiamo di illustrare a grandi linee il concetto di simmetria in fisica e il contenuto rivoluzionario dell' idea di simmetria spontaneamente rotta, [1] con un linguaggio, speriamo, accessibile anche ad un pubblico non specialista, ovviamente senza far uso della precisione tecnica che l' argomento richiederebbe. Cercheremo di spiegare le idee di base avvalendoci di esempi e modelli concreti, che pur nella loro semplificazione estrema mimino e illustrino i meccanismi essenziali. Lo scopo è quello di stimolare curiosità e interessi, ovviamente senza nessuna pretesa di completezza e sistematicità.

Nella discussione, alcune conclusioni saranno formalizzate con qualche semplice formula matematica. non essenziale per la logica generale del discorso, ma forse utile per chi ha una mentalità scientifica.

[1] La letteratura su simmetrie e rottura di simmetria è vastissima; essa comprende studi sulla simmetria nelle espressioni artistiche, nelle forme naturali, in particolare nei cristalli, studi sulle valenze filosofiche del concetto di simmetria, sulle formalizzazioni matematiche e sulle applicazioni scientifiche in genere. A nostro avviso, molto bello è il libro di H. Weyl, *La Simmetria*, Feltrinelli Milano 1975. Recentemente è uscito il libro di E. Castellani, *La Simmetria*, Laterza 2001, con ampia bibliografia ragionata, a cui rimandiamo anche per la discussione dei vari aspetti.

Per quanto sappiamo, non ci sembra che il fenomeno della rottura spontanea di simmetria nei suoi aspetti quasi paradossali e nelle profonde implicazioni a livello di strategie generali, sia stato discusso a livello non specialistico e ciò in parte giustifica la scelta dell' argomento per una lezione tenuta al Corso di Orientamento Preuniversitario, Cortona, 3-9 Settembre, 2000, riprodotta in questa nota.

2. La simmetria

Tutti conosciamo il significato del termine **simmetria** almeno nel senso del linguaggio comune. E' una proprietà o qualità positiva, ad es. dal punto di vista estetico. Un oggetto simmetrico è bello, almeno secondo i canoni dell' estetica classica. Forme simmetriche di grande valore estetico compaiono in natura ad esempio nei cristalli e fin dall' antichità la presenza di proprietà di simmetria nella realizzazione di oggetti, manufatti, edifici etc. è stata considerata un pregio, se non un vero e proprio canone estetico. Per una illustrazione delle simmetrie presenti nelle forme naturali, (ad es. i cristalli (Fig.1)), nell' arte e nel pensiero matematico rimandiamo al bel libro di H. Weyl.

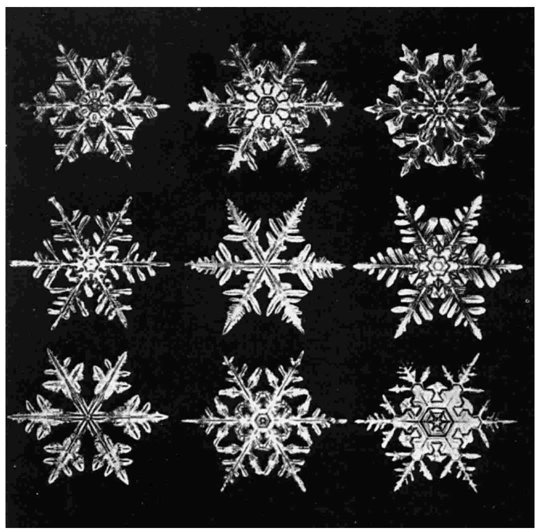

Fig.1

Tra le forme più semplici di simmetria c'è quella bilaterale o destra-sinistra per cui una figura resta invariata se si fa una riflessione rispetto all' asse mediano . Un' altra semplice simmetria è l' invarianza rispetto a rotazioni attorno al centro, (ad esempio un corpo sferico); in particolare la simmetria esagonale corrisponde all' invarianza rispetto a rotazioni di sessanta gradi . La simmetria traslatoria corrisponde all'invarianza sotto traslazioni di un certo passo .

La godibilità estetica di una forma o oggetto simmetrico si accompagna, forse in maniera imprescindibile, al fatto che la sua percezione e la sua descrizione è semplificata; un oggetto, specie se complesso, senza proprietà di simmetria è più difficile da descrivere e la sua percezione e fissazione visiva più laboriosa. La simmetria si apparenta quindi con la semplicità, con l' ordine, la assenza di simmetria con la complessita, con la molteplicità.

Per entrare in parte nel tema, vorrei già a questo livello aggiungere che la simmetria è bella ed apprezzabile in un contesto di non simmetria; la simmetria spinta oltre un certo limite può sconfinare nell' uniformità. Paradossalmente, se fossimo tutti l' immagine l'uno dell'altro, il mondo sarebbe piuttosto noioso e piatto.

Per illustrare il rapporto dialettico tra simmetria e non simmetria, e introdurre il tema, che si svilupperà in seguito, della **rottura di simmetria**, anche ad un pubblico con interessi umanistici, vorrei prendere ad es. la facciata della cattedrale di San Michele a Lucca (fig. 2), in cui è evidente la simmetria rispetto all' asse centrale e il suo valore estetico. Ad una indagine più dettagliata, però, si scopre che le colonnine sono una diversa dall' altra, cioè il canone estetico diviene quello della rottura di simmetria. In effetti, il risultato è di rendere la facciata più vibrante, più mossa, più interessante. Per quel che può valere, in tale esempio abbiamo quindi una simmetria valida a grandi linee (a livello "macroscopico") e una sua rottura nei dettagli (livello "microscopico").

In conclusione, se da un lato è più semplice descrivere un oggetto simmetrico, dall' altro la rottura di simmetria è vitale per la diversità, per la molteplicità, per la non uniformità.

Vediamo come questa tematica prende forma in un contesto scientifico, cioè passiamo dalla categoria estetica a quella fisico matematica.

3. Simmetrie in Fisica

Innanzitutto è conveniente ricordare che la fisica si occupa della descrizione del comportamento di sistemi che sono oggetti delle esperienze fisiche, cioè delle misure di laboratorio e di esperimenti riproducibili.

Un **sistema fisico** è quindi un oggetto riproducibile, definito dalle misure che si possono fare su di esso, cioè dalle misure delle sue *proprietà o quantità osservabili*.

Lo **stato** o **configurazione di un sistema fisico** ad un certo istante è la sua descrizione completa al dato istante, cioè la "fotografia" di un suo modo di essere al dato istante.

Ad esempio, per una pallina che rotola su un piano, la sua configurazione C ad un dato istante è data dalla sua posizione P e dalla sua velocità $\vec{v}$, $C \equiv (P, \vec{v})$, (dove la freccetta indica che per identificare completamente una velocità occorre

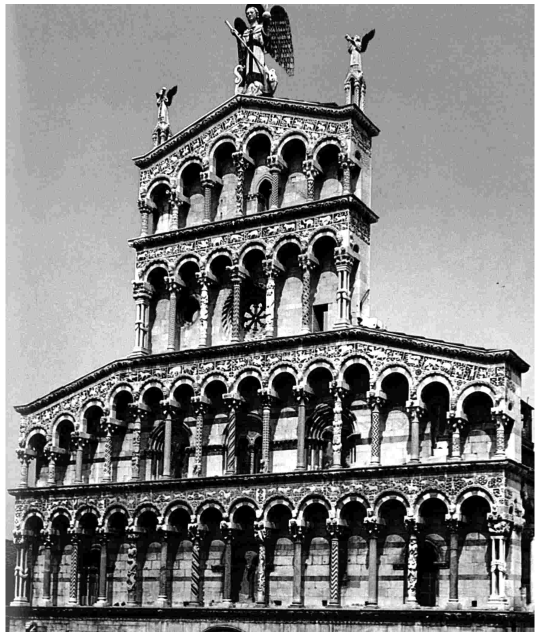

Fig.2

dare anche la sua direzione e verso). Tale definizione di stato ad un certo istante formalizza un concetto che più o meno inconsciamente fa parte del nostro bagaglio comune; tutti infatti diamo per scontato che per individuare un' auto in corsa dobbiamo dire a che punto del circuito si trova e con quale velocità procede.

La configurazione di un sistema fisico (ad un certo istante) può avere delle proprietà di simmetria e in tal caso la sua descrizione è ovviamente semplificata. Ad es. un oggetto (fermo) di forma sferica è simmetrico per rotazioni attorno al centro della sfera, cioè la sua configurazione non cambia se faccio ruotare il sistema attorno al suo centro. Similmente, un sistema di quattro palline ferme ai vertici di un quadrato è simmetrico, o, come anche si dice, è invariante per rilessioni rispetto agli assi mediani o alle due diagonali del quadrato.

La simmetria di una configurazione di un sistema (ad un certo istante), è il livello più semplice e più facilmente apprezzabile di simmetria in fisica (vedi le simmetrie dei cristalli); nel seguito chiameremo tale tipo di simmetria **simmetria geometrica**, in quanto è legata essenzialmente alla forma geometrica del sistema o più in generale alla geometria della sue configurazioni.

Ad un livello più profondo e più difficile da realizzare abbiamo il concetto di **simmetria fisica o dinamica** di un sistema. Essa è definita da una legge di corrispondenza tra le configurazioni del sistema tale che il moto o più in generale la evoluzione temporale conserva tale corrispondenza.

Con un minimo di formalizzazione, una legge di corrispondenza $\mathcal{S}$ associa ad ogni configurazione C del sistema fisico una sua corrispondente $\mathcal{S}\,C$, (nel linguaggio matematico $\mathcal{S} : C \to \mathcal{S}C$). L' esempio più rilevante di corrrispondenza è quello fornito dalla dinamica o evoluzione temporale α_t, che associa ad ogni possibile configurazione C, che il sistema può avere al tempo zero, la corrispondente configurazione $\alpha_t C$ che il sistema ha al tempo t a seguito della evoluzione temporale. Per semplicità nel seguito indicheremo $\alpha_t C$ brevemente con C_t.

Con tali precisazioni, una legge di corrispondenza $\mathcal{S}$ è una simmetria fisica o brevemente una **simmetria** se

$$(\mathcal{S}C)_t = \mathcal{S}C_t$$

Ad es. il sistema costituito da una pallina da bigliardo che rotola su un piano infinitamente esteso ha la simmetria fisica per *traslazioni* sul piano e per *rotazioni* con asse ortogonale al piano (Figg. 3, 4).

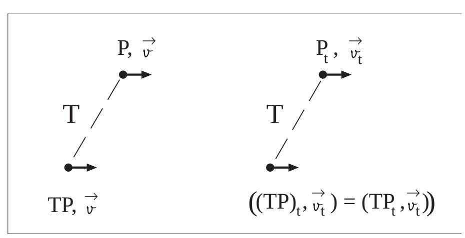

Fig.3

Non è difficile convincersi che la simmetria per traslazioni e rotazioni, permane anche se si cosiderano palline interagenti, ad es. due palline legate da una molla che si muovono sul piano.

La simmetria per traslazioni in ogni direzione e per rotazioni attorno ad un qualunque punto dello spazio, detta anche **simmetria euclidea**, vale ad es. per il sistema (”isolato”) costituito dal sole e da un pianeta che gli gira attorno (fig.

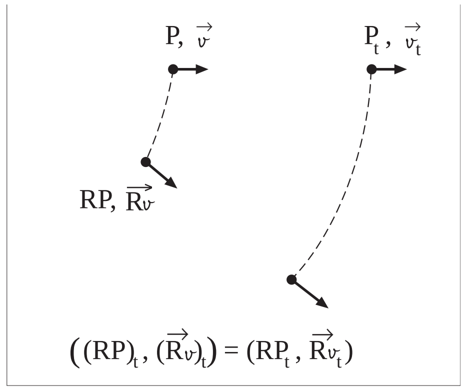

Figura 4

5). Più in generale, come è facile convincersi, *la simmetria euclidea vale per ogni sistema (isolato) costituito da più corpi*, *interagenti con forze che dipendono solo dalle distanze relative*.

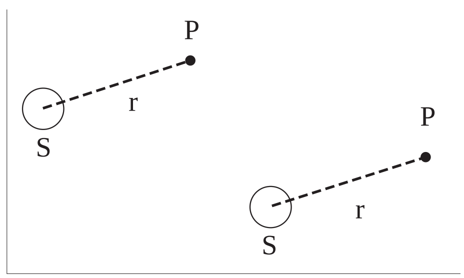

Figura 5

Tali considerazioni portano a domandarsi quale sia la portata concettuale e la ragione profonda dell' esistenza di tali simmetrie. Per porre bene la domanda occorre tener presente che la descrizione di un sistema fisico presuppone il concetto di ”ambiente” o ”spazio”in cui tale sistema vive; per dire che ho un sistema di due particelle devo dare per scontato il concetto di **spazio senza particelle** o **spazio**

vuoto. La descrizione viene fatta relativamente alla situazione in cui il sistema in oggetto non è presente.

La presenza di una simmetria per un sistema fisico è quindi la conseguenza di due proprietà
1) le forze con cui interagiscono i componenti del sistema sono invarianti sotto la trasformazione di simmetria
2) lo spazio vuoto o l'ambiente in cui il sistema vive è simmetrico

Ad es. per il sistema isolato Sole e pianeta le forze dipendono solo dalla distanza relativa e quindi non cambiano se traslo in qualunque direzione entrambi i corpi o se faccio una rotazione rispetto ad un asse qualunque. D'altra parte lo spazio vuoto, è invariante per traslazioni e rotazioni in quanto non c' è una posizione assoluta né una direzione privilegiata nello spazio vuoto. Lo spazio vuoto è omogeneo, cioè ogni suo punto è equivalente a qualunque altro.

Tale concetto di spazio vuoto è quello della *geometria euclidea*, che infatti può essere caratterizzata come la geometria associata alla simmetria euclidea (cioè all' invarianza per traslazioni e rotazioni [2]); infatti i concetti di retta, angolo tra due rette etc. sono invarianti per traslazioni e rotazioni. La simmetria euclidea è quindi legata alla concezione filosofica dello **spazio euclideo** invariante per traslazioni e rotazioni.

Emerge da tali considerazioni la valenza filosofica delle simmetrie come negazione di concetti assoluti e della loro relativizzazione: l' invarianza per traslazioni implica che non c'è posizione assoluta di un evento fisico, ma solo una posizione relativa. Similmente, l' invarianza per rotazioni nega che si possa dare senso fisico al concetto di direzione assoluta, ma solo a quello di direzione relativa.

Da un punto di vista operativo, la **simmetria euclidea** ha importanti conseguenze fisiche. Le *leggi fisiche*, cioè le *relazioni tra eventi*, trovate facendo esperimenti a Pisa o al Fermilab di Chicago sono le stesse, cioè il comportamento dei sistemi fisici oggetto degli esperimenti è lo stesso se si trasla il laboratorio o si fa una rotazione. Non c'è quindi nessun punto di riferimento privilegiato, né alcuna direzione privilegiata. In termini appena più tecnici, le leggi fisiche fondamentali (prescindendo da effetti accidentali) sono indipendenti dal sistema di riferimento (inerziale) scelto (fig. 6).

Tale concezione filosofica, che può essere fatta risalire ad Euclide e che comunque è alla base della fisica teorica da Galilei ai nostri giorni (a parte effetti della Relatività Generale) ha indotto a dare per scontato che la indipendenza rispetto al sistema di riferimento includesse anche la indipendenza dal carattere

[2] Tale punto è stato enfasizzato da F. Klein

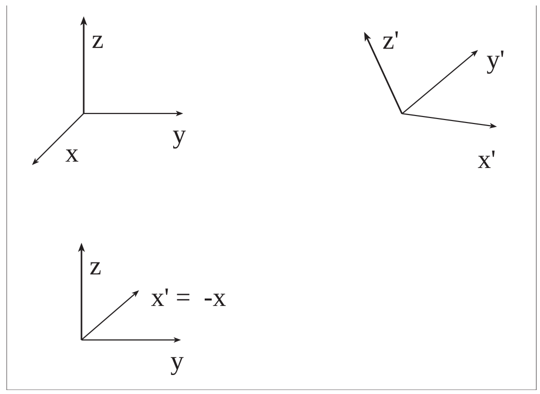

Figura 6

destrorso o sinistrorso del sistema di riferimento (fig. 6), cioè che le leggi fisiche fossero invarianti per riflessione speculare. [3] Ciò vuol dire che le leggi fisiche dedotte in un laboratorio e quelle dedotte dalle immagini speculari degli esperimenti fatti in tale laboratorio, sono le stesse. Tale punto di vista sembra avere ragioni filosofiche ragionevoli: come non è possibile scegliere una posizione o una direzione privilegiate, non deve essere possibile scegliere tra un sistema di riferimento destrorso e uno sinistrorso in quanto lo spazio vuoto euclideo è simmetrico per parità.

Tale presupposto concettuale ha caratterizzato la fisica fino al 1957 ed è stato ritenuto un criterio cosí inoppugnabile da essere usato per escludere teorie e/o la possibilità di fenomeni che non lo soddisfacessero.

Nella nostra esperienza quotidiana siamo abituati ad una realtà in cui la destra e la sinistra non sono equivalenti, ma non è difficile ricondurre tale asimmetria a ragioni contingenti, non fondamentali, ad effetti accidentali. Ad es. ritornando al nostro esempio della pallina che rotola su un piano non è difficile riconoscere la simmetria per riflessioni rispetto ad ogni piano ortogonale al piano del moto. Similmente, il comportamento del sistema Sole + pianeta è simmetrico per parità in quanto la forza newtoniana dipende solo dalla distanza relativa ed è quindi invariante per riflessione speculare o per parità e lo spazio vuoto è invariante.

[3] La trasformazione che fa passare da un sistema di riferimento destrorso ad uno sinistrorso, ad es. una riflessione speculare, è chiamata **parità**.

In tale contesto concettuale, si può immaginare quanto dirompente sia stata la teoria di Lee e Yang che per spiegare alcuni fenomeni anomali in fisica nucleare ha proposto una violazione della parità, poi verificata sperimentalmente, che ha valso il premio Nobel ai due fisici. Si può dire che essa abbia rappresentato il crollo di uno dei tabù, associati all' invarianza euclidea, tanto che Pauli ne ha voluto sottolineare il contenuto ”eretico” scherzosamente dicendo che ”Dio ha creato il mondo come se fosse mancino” cioè differenziando in maniera sostanziale la destra dalla sinistra. [4]

[4] Per il ruolo delle simmetrie nella fisica delle particelle elementari, si veda ad es. S. Weinberg, *La scoperta delle particelle subatomiche*, Zanichelli 1986

4. Simmetria isotopica. Simmetria di colore

Il riconoscere l'esistenza di una simmetria in fisica è molto importante per i seguenti motivi
i) (vantaggio "tecnologico") semplifica la descrizione di un sistema fisico e ne fa meglio comprendere il comportamento. Ad es. se c'è simmetria per rotazioni, risolto il problema dinamico per una configurazione, l'ho automaticamente risolto anche per tutte le configurazioni ottenute per rotazioni da quella data
ii) (vantaggio di economia concettuale) la esistenza di una simmetria (anche se spontaneamente rotta, come vedremo in seguito) permette di *unificare* la descrizione di sistemi apparentemente diversi.

Per illustrare il punto 2)consideriamo il caso di **simmetrie non spaziali** cioè non legate a trasformazioni dello spazio euclideo.

Cominciamo da un esempio semplice ma istruttivo. Supponiamo di avere un sistema costituito da palline bianche (b) e nere (n) in moto (fig. 7) la cui dinamica è regolata dalle leggi degli urti tra due palline che sono di tre tipi bb, nn, bn (con ovvie notazioni). Supponiamo che la trasformazione b $\rightarrow$ n, n $\rightarrow$ b sia una simmetria, cioè le interazioni siano invarianti sotto tale scambio : bb = nn (ma non necessariamente bb = bn !). Ciò implica che se scambio le palline bianche con le nere (fig. 7'), il comportamento del sistema non cambia; ad es. il moto della pallina bianca segnata col numero 1 nella fig. 7 è lo stesso di quella della pallina nera segnata col numero 1 nella fig. 7' ottenuta con lo scambio del bianco col nero. Il risultato è che esistono due tipi di particelle, ma il loro comportamento è simmetrico, cioè se so controllare il moto di un tipo, per simmetria so automaticamente anche il comportamento dell' altro tipo. In conclusione ho unificato la descrizione del sistema riducendola a quella di un solo componente. [5]

L' esempio discusso sopra riproduce in forma semplificata una situazione di grande rilevanza fisica. Come tutti sappiamo gli atomi sono costituiti da un nucleo centrale N e da elettroni che gli girano attorno in un sistema di tipo planetario (fig. 8). Il nucleo a sua volta è composto da due tipi di particelle, protoni e neutroni, tenuti insieme nel nucleo dalle cosidette forze nucleari. Nel 1932 Heisenberg suggerí che le forze nucleari (e quindi il sistema di neutroni e protoni interagenti tramite le forze nucleari) siano simmetriche sotto lo scam-

[5] Lascio ai più volonterosi e interessati di determinare quali e quante osservazioni di urti sono necessarie per ottenere un criterio operativo di separazione dei due tipi di particelle, non essendo in grado di vedere il colore, ma solo sapendo che particelle uguali hanno lo stesso meccanismo di urto.

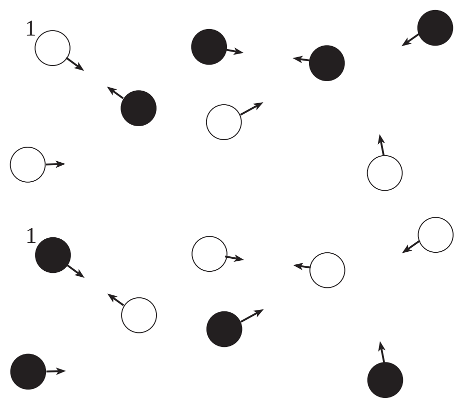

Figure 7, 7’

bio $protone \rightarrow neutrone, neutrone \rightarrow protone$, brevemente p→ n, n →p, (**simmetria isotopica**), come per le palline bianche e nere delle esempio sopra discusso.

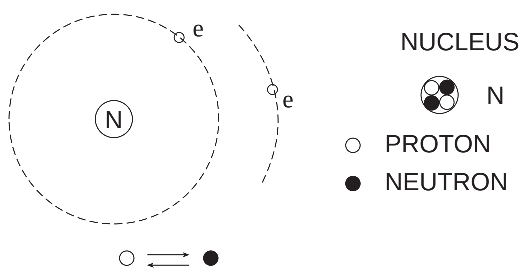

Figura 8

Tale ipotesi fu clamorosamente confermata dai dati sperimentali, col risultato di una drastica semplificazione della teoria delle forze nucleari. [6]

[6]In realtà, in questo caso la simmetria è più forte del semplice scambio, essendo ammesse anche ”miscele continue” di bianco e nero come sommariamente rappresentate nel cerchio della fig. 9; per rendere in parte l’ idea si può dire che la simmetria è per una qualunque rotazione lungo

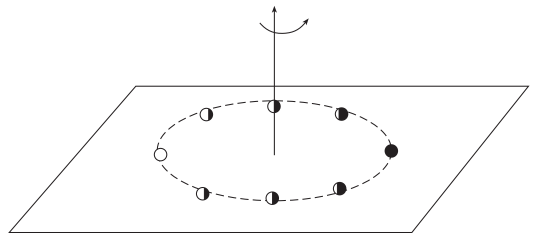

Figura 9

In tale teoria (trascurando le forze elettromagnetiche e quelle deboli responsabili della radioattività, che sono molto più piccole) la dinamica del protone e del neutrone è riconducibile a quella di un solo tipo di particella, detto $nucleone$. Come nell' esempio sopra, si ha una unificazione della descrizione dei due tipi di particelle in termini di un solo componente. In particolare due nuclei che sono trasformati l' uno nell' altro con lo scambio p $\rightleftharpoons$ n hanno le stesse proprietà per quanto riguarda la fisica nucleare; ad es. il nucleo H^3, composto da (nnp) e il nucleo He^3 composto da (ppn).

Un altro esempio di simmetria non spaziale è quella cosidetta di **colore**. Abbiamo visto che gli atomi sono fatti di elettroni e nuclei e questi ultimi sono fatti di protoni e neutroni. A loro volta neutroni e protoni sono fatti di componenti ancora più elementari, detti *quarks*, di cui forse alcuni di voi avranno sentito parlare nella letteratura giornalistica o di divulgazione scientifica. Attualmente se ne conoscono tre famiglie, ciascuna consistente di due tipi di quarks detti ”up” e ”down” e la simmetria che scambia up con down corrisponde alla simmetria isotopica discussa sopra per il neutrone e il protone; il neutrone è fatto di due up e un down (uud) e il protone è fatto di due down e un up (ddu). In ogni famiglia le coppie di quarks (up, down) sono replicate tre volte, ciascuna di un ”colore” diverso [7] che convenzionalmente sono stati chiamati bianco (w), rosso (r) e blu (b) (come i colori della bandiera statunitense)(fig.10).

La simmetria che scambia i colori, ad es. $w \to r$, $r \to b$, $b \to w$, è detta **sim-**

il cerchio. Più precisamente, essa corrisponde alla simmetria descritta dal gruppo $SU(2)$. Per le implicazioni sulle teoria delle particelle elementari rimandiamo al citato libro di S. Weinberg.

[7]Naturalmente il termine colore è solo un nome fittizio per indicare una proprietà che non ha nulla a che vedere col colore nel senso del linguaggio comune.

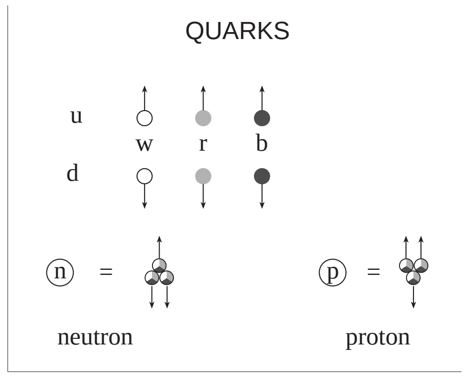

Figura 10

metria di colore. [8] Si ritiene che essa sia una simmetria esatta o perfetta, cioè tutte le forze note sono invarianti per tale simmetria (mentre la simmetria isotopica è una proprietà di invarianza delle forze nucleari, ma non delle più piccole interazioni elettromagnetiche e deboli responsabili delle piccole differenze tra il protone e il neutrone).

Addirittura si pensa che tale simmetria valga in una forma assai più forte di quelle viste sopra e cioè nella forma che il comportamento dei quarks non cambia se faccio trasformazioni di colore diverse da punto a punto nello spazio; ad es. se in una zona o area di un laboratorio cambio w in r , r in b e b in w, e in un' altra zona del laboratorio faccio una trasformazione diversa ad es. w in b, b in r e r in w. Tale forma fortissima di simmetria viene detta *simmetria di gauge* e la simmetria di colore è una simmetria di gauge esatta. Come conseguenza non è possibile giungere ad un criterio operativo per separare i tre tipi di quarks corrispondenti ai tre colori, in quanto il criterio fissato sulla base di osservazioni in una zona del laboratorio non è applicabile ad un' altra zona del laboratorio o in un laboratorio spostato.

Secondo le idee della fisica teorica corrente, l' essere il colore una simmetria di gauge esatta fa sí che i quarks non sono fisicamente isolabili cioè producibili isolatamente in un laboratorio. Essi non possono esistere separatamente, ma solo

[8]In realtà, come per la simmetria isotopica, la simmetria di colore va oltre il semplice scambio, essendo ammesse miscele continue di colori corrispondenti alle trasformazioni descritte dal gruppo $SU(3)$.

in composti invarianti per trasformazioni di colore. Tale impossibilità di osservare i quarks prende il nome di confinamento dei quarks. Abbiamo qui un esempio di come il massimo di simmetria abbia un effetto in un certo senso riduttivo sulla realtà.

5. Rottura spontanea di simmetrie

L' ideale della massima simmetria nella descrizione dei sistemi fisici si scontra con il problema di rendere conto della diversità. La strategia canonica della fisica teorica fino a qualche decina di anni fa è stata quella di legare con una simmetria sistemi fisici simili, unificandone pertanto la descrizione, e introducendo delle piccole forze ad hoc per spiegarne le piccole differenze. Abbiamo visto l' esempio del neutrone e del protone che sono interscambiabili per le forze nucleari e le cui piccole differenze sono dovute alle forze elettromagnetiche e deboli. La logica è quindi quella di mettere insieme sistemi le cui proprietà dominanti sono simmetriche, ascrivendo a forze o ad effetti piccoli le piccole differenze.

Tale logica ha dimostrato però i suoi forti limiti anche di tipo concettuale:
i) vi è una certa arbitrarietà e difficoltà nella identificazione delle piccole forze responsabili della rottura di simmetria
ii) per sua stessa definizione tale logica non permette di unificare la descrizione di sistemi o fenomeni molto diversi.

E' questo il problema con cui si è scontrato Fermi. A lui si deve la teoria delle interazioni deboli, cioè delle forze responsabili della radioattività (decadimento beta etc.). All' inizio degli anni trenta, con un articolo pionieristico, Fermi suggerí una teoria delle interazioni deboli sulla base di una stretta analogia con quelle elettromagnetiche. Il successo sperimentale della teoria di Fermi è stato clamoroso e sappiamo che Fermi si pose il problema concettuale della origine e della spiegazione della analogia alla base della sua teoria, in particolare domandandosi se essa fosse riportabile ad una qualche simmetria tra le interazioni deboli e quelle elettromagnetiche. Su questo problema Fermi continuò a lavorare per anni (il problema fu dato anche come argomento di tesi ai suoi brillanti studenti Lee e Yang, poi premi Nobel per la scoperta della violazione di parità), ma senza successo. La difficoltà sostanziale alla base di tale insuccesso è che i fenomeni elettromagnetici e deboli (pur essendo entrambi molto più piccoli di quelli nucleari) sono molto diversi tra loro, quelli deboli essendo almeno cento volte più deboli di quelli elettromagnetici.

La soluzione è arrivata solo nel 1967 con la teoria di Weinberg-Salam, che unifica le interazioni elettromagnetiche e deboli, per la quale hanno ottenuto, insieme a Glashow, il premio Nobel (e la cui verifica sperimentale ha valso il premio Nobel a Rubbia).

E' ovvio che non è possibile dare una descrizione di tale straordinaria teoria nei limiti imposti dalla presenta discussione, ma vorrei almeno illustrare l' idea alla base di tale successo, cioè l' idea di **rottura spontanea di simmetria**.

Cercherò di spiegare almeno sommariamente tale idea, che ha rappresentato un cambiamento, a mio avviso rivoluzionario nella fisica teorica e, come ho detto all' inizio, è alla base degli sviluppi della fisica teorica degli ultimi trent' anni (ferromagnetismo, transizioni di fase , superfluidità, superconduttività, unificazione delle interazioni delle particelle elementari etc.).

Per iniziare, riprendiamo l' esempio visto precedentemente di due tipi di palline in moto su un piano, che per ragioni essenzialmente didattiche prenderò di colore rosso (r) e blu (b), anziché bianche e nere, e come prima assumerò che gli urti, cioè le interazioni, tra due palline siano simmetrici per lo scambio dei due colori. Se il piano su cui le palline si muovono è senza colore, per semplicità diciamo bianco, e quindi simmetrico sotto lo scambio dei colori, la fisica risulta simmetrica. Cioè il comportamento fisico delle palline rosse è lo stesso di quelle blu (figg. 11).

Se però il piano, cioè l' ambiente in cui vivono le palline non è invariante di colore, ad es. è ricoperto da piastrelle a due faccie di colori rosso e blu rispettivamente e le palline rotolano meglio su piastrelle del loro colore, allora non ho più simmetria. Cioè, se ad es. il pavimento è rosso e scambio le palline rosse con le blu, queste ultime hanno una dinamica diversa (sul piano rosso) ripetto alle rosse (figg. 12). Per ottenere simmetria dovrei accompagnere lo scambio del colore delle palline con l' analogo cambiamento del colore del piano, in pratica con il rovesciamento delle piastrelle. Questa operazione può non essere un' operazione fisicamente possibile, ad es. se il piano è infinitamente esteso, perché è fisicamente impossibile fare delle operazioni che coinvolgano tutti i punti dello spazio, le uniche operazioni possibili essendo quelle che coinvolgono regioni finite di spazio, cioè nel nostro esempio il rovesciamento di un numero finito di piastrelle.

La lezione di questo semplice esempio è abbastanza chiara e illustra il meccanismo delle rottura spontanea di simmetria:
i) le forze e le interazioni tra i componenti del sistema sono simmetriche, ma la fisica non è simmetrica perché
ii) l' ambiente, lo spazio vuoto in cui il sistema vive non è simmetrico.

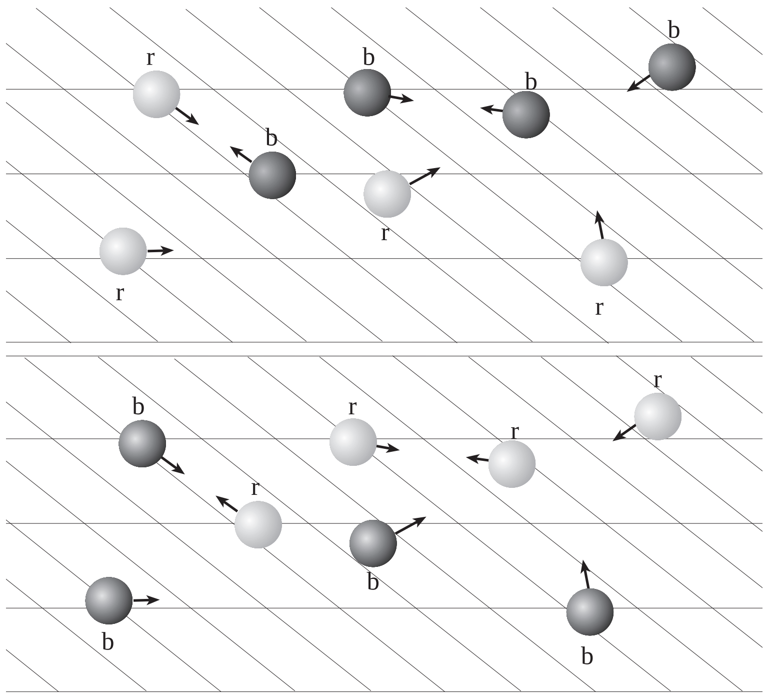

Figura 11

C’ è il rischio che tutto ciò possa sembrare quasi un giochetto, al limite abbastanza banale, come risultato del tentativo di presentare ad un pubblico non specialista strutture che sono in realtà assai profonde e complesse. Per cominciare, il fatto che lo spazio vuoto possa avere proprietà in positivo (come un colore) che lo differenziano dal concetto asettico di spazio vuoto euclideo è una scoperta non banale relativamente recente ed è anche alla base della teoria di Connes e della nuova geometria da lui scoperta, detta geometria non commutativa.

Come abbiamo discusso all’ inizio, l’ ambiente, lo spazio degli eventi fisici è lo spazio vuoto, lo spazio senza nulla, e da un punto di vista intuitivo sembra innaturale che il vuoto abbia delle proprietà come un colore. Questo è infatti quello che si è sempre pensato in passato, cioè che lo spazio vuoto fosse uno spettatore assolutamente neutrale degli eventi fisici che in esso hanno luogo. E’ un fatto non banale realizzare che il vuoto possa non essere simmetrico rispetto alla simmetria delle interazioni tra i costituenti ultimi del nostro mondo ed è questa

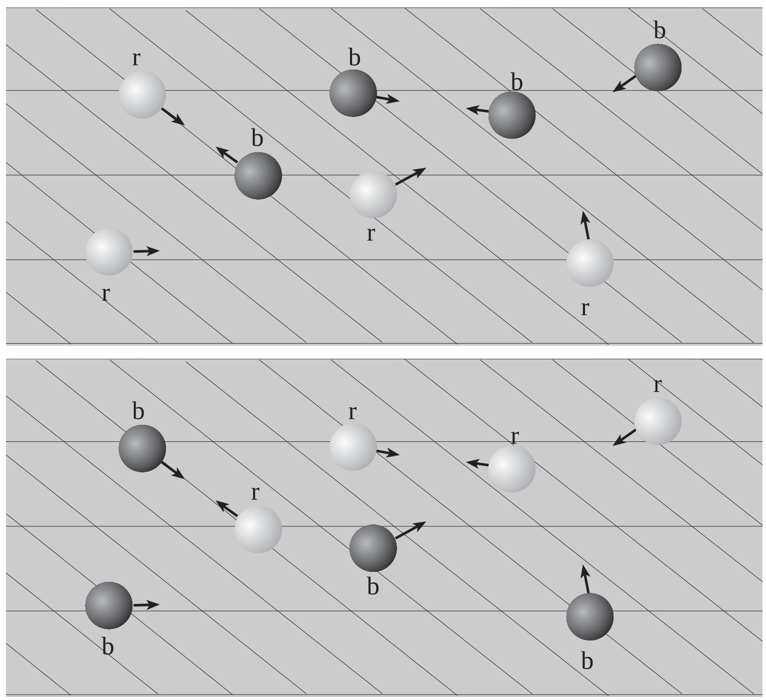

Figura 12

l' idea che è mancata a Fermi.

La teoria di Weinberg-Salam che unifica le interazioni elettromagnetiche e deboli è basata sul fatto che il vuoto non è invariante sotto la simmetria che scambia le interazioni elettromagnetiche e deboli. Da una parte quindi i due tipi di forze sono unificabili in un unico tipo di forza, essendo l' una la corrispondente dell' altra sotto la trasformazione di simmetria, (tecnicamente descritta dal gruppo $SU(2) \times U(1)$) e in questo modo si capisce l' origine della analogia intuita da Fermi e alla base della sua teoria delle interazioni deboli; dall' altra parte le grosse differenze tra i fenomeni elettromagnetici e quelli deboli (il problema con cui si è scontrato Fermi) sono spiegabili e riconducibili alla non invarianza del vuoto sotto la simmetria (*rottura spontanea di simmetria*).

Da un punto di vista teorico (ma anche per costruire una teoria predittivamente soddisfacente) la domanda naturale è come si controllano (o da cosa sono determinate) le proprietà del vuoto. Per sistemi infinitamente estesi, come i campi che descrivono le interazioni tra particelle elementari o i sistemi complessi al limite termodinamico di volume infinito, il vuoto o stato fondamentale è definito come lo stato ad energia minima, e quindi le sue proprietà di simmetria e la eventuale rottura di simmetria sono collegate al problema dinamico della determinazione dello stato (o configurazione) ad energia minima.

Tecnicamente, è altresí un fatto non banale, ma ormai acquisito, quantificabile con i metodi dell' analisi funzionale non lineare, che in generale le soluzioni di equazioni non lineari di evoluzione temporale di un sistema infinitamente esteso si dividono in "isole" o "fasi" o "mondi disgiunti", ciascuno caratterizzato da un suo (spazio) vuoto, in genere non simmetrico rispetto alle simmetrie delle equazioni di evoluzione. Tali mondi o fasi sono disgiunti nel senso che non è possibile passare dall' uno all' altro con operazioni fisicamente realizzabili. Pertanto se ci troviamo a vivere in uno di tali mondi disgiunti non potremo accedere a nessuno degli altri mondi, né comunicare con nessuno di essi; nei casi concreti, ciò richiederebbe di poter cambiare le condizioni al bordo dell'universo o della fase termodinamica di un sistema complesso (al limite termodinamico di volume infinito) in cui ci troviamo. Una simmetria che colleghi mondi disgiunti è quindi fisicamente rotta; la sua rottura è la conseguenza della impossibilità di realizzare la simmetria (come corrisponenza tra configurazioni del sistema) restando all' interno di un dato mondo. Il comportamento del sistema apparirà quindi irrimediabilmente e radicalmente asimmetrico.

Val la pena sottolineare che per il verificarsi della rottura spontanea di simmetria, nel senso radicale discusso sopra, gli ingredienti essenziali sono che il sistema sia infinitamente esteso e che esistano stati ad energia minima non simmetrici. Anche se l'esistenza di configurazioni di equilibrio o ad energia minima non simmetrici rispetto alle simmetrie della dinamica è un fenomeno abbastanza peculiare, da solo esso non implica la rottura spontanea di simmmetria nel senso fisicamente dirompente visto sopra e quindi per distinguere i due casi sarebbe forse più opportuno chiamare il primo *rottura di simmetria dello stato ad energia minima* anziché rottura spontanea di simmetria, come correntemente fatto nella letteratura sull' argomento. [9] La rilevanza di tale distinzione appare chiara se si pensa che per una pallina che rotola su un piano, tutti i punti del piano definiscono posizioni di equilibrio (con la pallina a velocità nulla) e nessuno di essi è invariante per traslazioni; ma ci sembra fuori luogo e fuorviante parlare in tal caso di

[9] Per una discussione più ampia (ma anche più tecnica) di tali problemi, si veda F. Strocchi, *Symmetry breaking in classical systems*, Scuola Normale Superiore 1999.

rottura delle traslazioni.

I due concetti di rottura di simmetria coincidono per sistemi complessi al limite termodinamico o comunque per sistemi infinitamente estesi, in quanto per essi stati ad energia minima o vuoti diversi definiscono mondi disgiunti e quindi la loro asimmetria porta necessariamente alla rottura nel senso radicale e fisicamente sostanziale discusso sopra.

Nell' esempio semplice delle palline rosse e blu visto sopra abbiamo due vuoti e quindi due mondi possibili, quello del piano infinitamente esteso rosso e quello del piano blu.

In generale, nello studio di sistemi complessi, come teoria delle particelle elementari o teoria dei sistemi a molti corpi in stuttura della materia, non è semplice controllare se la teoria prevede la esistenza di vuoti o stati fondamentali non simmetrici e quindi la esistenza di rottura spontanea di simmetria. [10]

[10]Per una esposizione generale e non specialistica degli effetti collettivi che conducono alla rottura spontanea di simmetria e del suo legame col limite termodinamico si veda A. Legget, *The problems of physics*, Oxford Univ. Press 1987, traduzione italiana publicata da Einaudi; D. Ruelle, *Chance and chaos*, Penguin 1993; trad. italiana pubblicata da Bollati Boringhieri.

6. Ferromagnetismo

Per concludere vediamo un esempio di rottura spontanea di simmetria in un sistema di grande interesse fisico, considerato anche emblematico per il meccanismo di rottura.

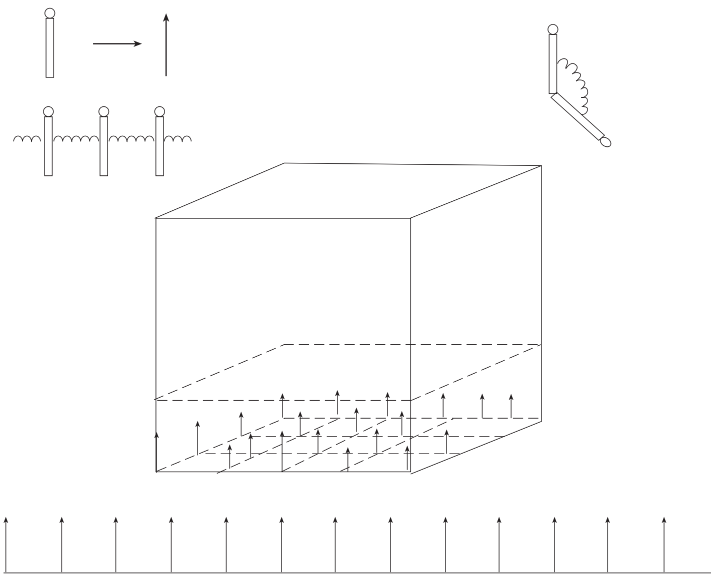

Figura 13

Supponiamo di avere un ferromagnete, molto grande, cioè un insieme di dipoli magnetici o *spins*, interagenti con forze tra dipolo e dipolo che dipendono solo dall' angolo tra i due dipoli e che tendono ad allineare i due dipoli. Chi non è troppo familiare con i dipoli magnetici può pensare ad un insieme di birilli legati da molle che tendano ad allinearli, incernierati ai vertici di un reticolo regolare (ad es. cubico, fig.13). Per comodità grafica e per semplicità consideriamo il caso di un reticolo unidimensionale infinitamente esteso (o come anche si dice di una catena infinita di spins), supponiamo che le interazioni siano attive solo tra dipoli prossimi vicini e che i dipoli possano assumere solo due posizioni, in su o in giù.

Il tipo di fenomeni fisici da studiare relativamente a tale sistema sono quelli di vedere cosa succede se cerco di rovesciare uno o più dipoli o birilli, ad es. come si propaga nel tempo il rovesciamento di un o più dipoli. Come forse qualcuno avrà già intuito, tale azione di disturbo ha proprietà di propagazione simile a quella di un' onda sonora o meglio ancora di una corda pizzicata. In effetti, nel caso realistico di un ferromagnete tali onde hanno un nome: *onde di spin*. La propagazione di tali onde è l' analogo del rotolamento delle palline rosse e blu sul piano. L' ambiente o stato fondamentale in cui tale propagazione avviene è data da una configurazione di equilibrio dei dipoli o birilli.

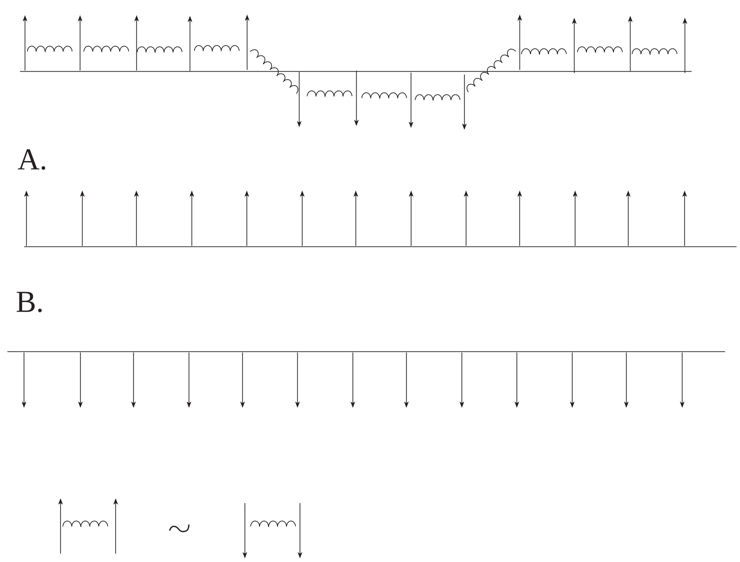

Figura 14

Nel nostro modello semplificato, ci sono due sole possibilità, cioè due soli mondi o fasi possibili (fig. 14):
A) tutti i dipoli sono allineati verso l' alto ("magnetizzazione" verso l' alto)
B) tutti i dipoli sono allineati in giù ("magnetizzazione" in giù).

Esse sono l' analogo dei pavimenti rosso e blu dell' esempio precedente e come in quell' esempio anche se le forze sono simmetriche per rovesciamento dei dipoli, la dinamica dei dipoli diretti verso l' alto o verso il basso è diversa perché ha luogo in una fase non simmetrica.

Un fenomeno analogo di rottura spontanea di simmetria è alla base della superfluidità, la proprietà per cui l'elio liquido a bassissime temperature è senza viscosità e quindi può scorrere in un tubetto senza perdere velocità in una specie di moto perpetuo. In tal caso, l' analogo dei dipoli tutti in sù o in giù è la cosidetta condensazione di Bose-Einstein.

Il meccanismo di rottura spontanea è anche alla base della superconduttività, la proprietà per cui un metallo superconduttore conduce corrente senza resistenza e quindi senza attenuazione. In tal caso, l' analogo della configurazione di equilibrio con tutti i dipoli allineati è la configurazione in cui gli elettroni sono legati a coppie (dette coppie di Cooper).

Sono argomenti che ci porterebbero nel vivo della problematica di gran parte della fisica teorica moderna, ma per i quali occorrerebbe molto più tempo e anche un bagaglio maggiore di conoscenze di base.

BIBLIOGRAFIA

H. Weyl, La simmetria, Feltrinelli 1975

S. Weinberg, La scoperta delle particelle subatomiche, Zanichelli 1986

A. Legget, The problems of physics, Oxford Univ. Press 1987: trad. italiana pubbl. da Einaudi

D. Ruelle, Chance and chaos, Penguin 1993; trad. italiana pubbl. da Boringhieri

F. Strocchi, Symmetry breaking in classical systems, SNS 1999