Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Факультет «Информатика и системы управления»

Кафедра ИУ5 «Системы обработки информации и управления»

Домашнее задание №3

по дисциплине «Архитектура АСОИУ» на тему:

«Методы решения многокритериальных задач принятия решений»

Выполнил:
студент группы ИУ5-31Б

Проверил:
Преподаватель кафедры ИУ5
Шук .В. П

2023 г.

Постановка задачи

Пусть у нас есть 3 планшета от разных производителей. Каждая модель планшета характеризуется следующими локальными критериями:

- время без перезарядки f1 (часы);
- размер диагонали f2 (сантиметры);
- частота смены кадров f3 (Гц);

Конкретные значения указанных локальных критериев (Таблице №1):

Таблица №1

№/вар	f1	f2	f3
1	25	24	26
2	30	20	30
3	26	23	40

Все локальные критерии находятся в области компромиссов.

Требуется выбрать наилучший вариант:

а) без учета приоритета локальных критериев;

б) с учетом приоритета локальных критериев;

Решение:

Нормализуем данные, представленные в таблице №1, воспользовавшись формулой:

f(нормализованный) = f(исходный) / f(ид.), где f(ид.) = f(max)

Получим нормализованную таблицу №2:

Таблица №2

№/вар	f1	f2	f3
1	0.8	1	0.7
2	1	0.8	0.8
3	0.9	0.9	1

Выбор лучшего варианта без учета приоритета критериев

Принцип равенства

F^{-}=opt F = {f1 = f2 = f3}

Из таблицы №2 видно, что критерии не равны ни в одном из возможных вариантов и, в связи с тем, что по определению принципа равенства оптимальный вариант имеет критерии равные между собой, принцип равенства применить к этой задаче нельзя.

Принцип квазиравенства

F^{-}=opt F = {f1 ≈ f2 ≈f3}

Принцип квазиравентсва, используется, когда нет возможности использовать принцип равенства. Тогда лучшим будет являться вариант, в котором локальные критерии наиболее близки к этому равенству, т.е. вариант, у которого локальные критерии примерно равны между собой при определенном допуске.

Пусть допуск $\Delta = 0.2$, тогда построим таблицу №3 разностей между значениями локальных критериев.

Таблица №3

№/вар	$\lvert f1 - f2 \rvert$	$\lvert f2 - f3 \rvert$	$\lvert f3 – f1 \rvert$
1	0.2 = Δ	0.3 > Δ	0.1 < Δ
2	0.2 = Δ	0 < Δ	0.2 = Δ
3	0 < Δ	0.1 < Δ	0.1 = Δ

Из полученных данных следует, что по принципу квазиравенства оптимальным вариантом является Вариант 3, т.к. именно в этом варианте достигается приближенное равенство $f1 \approx f2 \approx f3$ с допуском Δ, так как совместно выполняются все 3 условия:

$\lvert f1 - f2 \rvert$ =< Δ & $\lvert f2 - f3 \rvert$ =<Δ & $\lvert f3 - f1 \rvert$ =<Δ

Принцип максимина

F =opt F = max min $f_{q,l}$, где q - номер варианта, i-номер локального критерия.

В таблице №4 представлены наименьшие значения локальных критериев по каждому варианту и из них необходимо выбрать наибольшее значение.

Таблица №4

№/вар	max min
1	0.7
2	0.8
3	0.9

Согласно принципу максимина следует, что предпочтение следует отдать Варианту №3.

Принцип абсолютной уступки

$F = opt\ F = \sum f_{q,i} \rightarrow max$, где q - номер варианта, i-номер локального критерия.

Согласно принципу абсолютной уступки оптимальным вариантом считается вариант с максимальной суммой всех локальных критериев в абсолютных значениях (см. таблицу №5).

Таблица №5

№/вар	∑
1	75
2	80
3	89

Согласно принципу абсолютной уступки следует, что предпочтение следует отдать Варианту №3.

Рассчитаем оптимальный вариант методом учета мажорируемых и минарируемых факторов.

Лучшим по принципу абсолютной уступки считается компромисс, при котором абсолютное значение суммы снижения одного или нескольких критериев не превышает абсолютного значения суммы приращений оставшихся критериев.

Сравниваем между собой первый и второй варианты. При переходе от первого варианта ко второму мы имеем: $\Delta f1$ — приращение первого критерия, $\Delta f1 = \Delta f21 - \Delta\ f11$, пусть эта величина оказалась положительной $\Delta f1 = \Delta f21 - \Delta f11 > 0$.

Сравниваем эти два варианта по второму критерию: $\Delta\ f2 = \Delta\ f22 - \Delta\ f12$, и пусть эта величина оказалась отрицательной $\Delta\ f3 = \Delta\ f22 - \Delta\ f12 < 0$.

Сравниваем между собой эти два варианта по третьему критерию: $\Delta f3 = \Delta f23 - \Delta\ f13$, и пусть эта величина тоже оказалась отрицательной $\Delta f3 = \Delta f23$

– Δ f13 < 0. Если выигрыш $\Delta f1$ оказался больше проигрыша Δ f2 + Δ f 3, то лучшим следует признать второй вариант, если $\Delta f1 < \Delta f2 + \Delta f3$, то лучшим следует признать первый вариант — проиграли больше, чем выиграли.

1) Так, для 1-го варианта: $\Delta f1 = 0.2$, $\Delta f2 = -0.2$, $\Delta f3 = 0.1$, получим, что $\Delta f1 + \Delta f3 > \Delta f2$, следовательно, 2-ой вариант оптимальнее 1-го.

2) Так, для 2-го варианта: $\Delta f1 = -0.1$, $\Delta f2 = 0.1$, $\Delta f3 = 0.2$, получим, что $\Delta f2 + \Delta f3 > \Delta f1$, следовательно, 3-ий вариант оптимальнее 2-го.

Из выражений 1) и 2) несложно сделать вывод, что 3-ий вариант самый оптимальный из всех.

Принцип относительной уступки

F =opt F = $\prod f_{q,i} \rightarrow$ max, где q - номер варианта, i-номер локального критерия.

Согласно принципу относительной уступки оптимальным считается тот вариант, у которого максимально произведение нормализованных критериев.

Таблица №6

№/вар	П
1	0.56
2	0.64
3	0.81

Расчёт методом последовательной уступки

Пусть критерий f2 – является наиболее важным из всех остальных, потом f1, и за ним f3. $f1_{max} = 30$, допустим, мы согласны допустить уступку в f1 = 20, тогда получим, что (см. таблицу 1), среди оставшихся вариантов лучшим будет 2-ой. Аналогично сравнивая по критерию f2, получим, что подходящим будет 3-ий вариант и т.п.

Выбор лучшего варианта с учетом приоритета критериев

Вектор приоритета a = {2,3,1}.

B = 2*3*1+3*1+1 = 10, тогда весовой вектор b_1 = 2*3*1/10 = 0.6; b2 = 3/10=0.3; b3= 1/10=0.1; равен b = (0.6,0.3,0.1), и новые значения локальных критериев с учетом приоритетов f будут рассчитаны по следующей формуле **f *i = bi * fi** , вместо исходного множества локальных критериев будет использоваться следующее множество локальных критериев {b1f1, b2f2, b3f3,.., bnfn}.

Преобразованные значения из таблица 1 будут представлены в таблице №7, преобразованные значения из таблицы 2 будут представлены в Таблице №8.

Таблица №7

№/вар	f1	f2	f3
1	15	7	3
2	18	6	3
3	16	7	4

Таблица №8

№/вар	f1	f2	f3
1	0.48	0.3	0.07
2	0.6	0.24	0.08
3	0.54	0.27	0.1

Принцип равенства

F^{-}=opt F = {f1 = f2 = f3}

Из таблицы №8 видно, что критерии не равны ни в одном из возможных вариантов и, в связи с тем, что по определению принципа равенства оптимальный вариант имеет критерии равные между собой, принцип равенства применить к этой задаче нельзя.

Принцип квазиравенства

F^{-}=opt F = {f1 ≈ f2 ≈f3}

Возьмем уступку Δ = 0.3 и определим абсолютные разности между локальными критериями, которые представленные в таблице 9.

Таблица №9

№/вар	|f1 - f2|	|f2 - f3|	|f3 – f1|
1	0.18 < Δ	0.23 < Δ	0.41 > Δ
2	0.36 > Δ	0.16 < Δ	0.52 > Δ
3	0.27 < Δ	0.17 < Δ	0.42 > Δ

Получим, что 1-ый вариант самый оптимальный.

Принцип максимина

$\bar{F}$ = opt F = max min fq,i где q - номер варианта, i-номер локального критерия

Таблица №10

№/вар	max min
1	0.07
2	0.08
3	0.1

В таблице №10 представлены наименьше значения локальных критерии и из них необходимо выбрать наибольшее значение.
Согласно принципу максимина следует, что предпочтение следует отдать 3-му варианту.

Принцип абсолютной уступки

F =opt F = ∑fq,i → max, где q - номер варианта,i-номер локального критерия
Используем таблицу 7 с абсолютными значениями локальных критериев с учетом весовых коэффициентов.
Тогда таблица для выбора наилучшего варианта будет иметь следующий вид:

Таблица №11

№/вар	∑
1	25
2	27
3	27

Согласно принципу абсолютной уступки следует, что предпочтение следует отдать варианту №3 или варианту №2.

Рассчитаем оптимальный вариант методом учета мажорируемых

и минарируемых факторов (аналогично тому, как мы уже рассчитывали в п. а)).

1) Так, для 1-го варианта: $\Delta f1 = 0.12$, $\Delta f2 = -0.06$, $\Delta f3 = 0.01$, получим, что $\Delta f1 + \Delta f3 > \Delta f2$, следовательно, 2-ой вариант оптимальнее 1-го.

2) Так, для 2-го варианта: $\Delta f1 = -0.06$, $\Delta f2 = 0.03$, $\Delta f3 = 0.02$, получим, что $\Delta f2 + \Delta f3 < \Delta f1$, следовательно, 3-ий вариант оптимальнее 2-го.

3) Так, для 3-го варианта: $\Delta f1 = 0.06$, $\Delta f2 = -0.03$, $\Delta f3 = 0.01$, получим, что $\Delta f1 + \Delta f3 < \Delta f2$, следовательно, 3-ий вариант оптимальнее 1-го.

Получим, что 3-ий вариант оптимальнее всего.

Принцип относительной уступки

$F = opt\ F = \prod f_{q,i} \rightarrow max$, где q - номер варианта, i-номер локального критерия

Для расчета используется таблица №8 с относительными значениями локальных критериев

Таблица №12

№/вар	П
1	0.01008
2	0.01152
3	0.01458

Согласно принципу относительной уступки следует, что предпочтение следует отдать варианту №3.

Расчёт методом последовательной уступки

Рассмотрим таблицу №7 вновь. Пусть критерий f1 – является наиболее важным из всех остальных, потом f2, и за ним f3. $f1_{max} = 18$, допустим, мы согласны допустить уступку в f1 = 17, тогда получим, что (см. таблицу 7), среди оставшихся вариантов лучшим будет 2-ой. Аналогично сравнивая по критерию f2, получим, что подходящим будет 3-ий вариант.

Свертка критериев

Теперь представим, что вместо третьего критерия будет использоваться не частота кадров в секунду, а стоимость графического планшета в тыс. руб. Тогда для выбора оптимального варианта необходимо учесть, что третий критерий должен стремиться к минимуму. В соответствии с этим исходные значения выглядят таким образом:

Таблица №13

№/вар	f1	f2	f3
1	25	24	15
2	30	20	18
3	26	23	23

Приведём к нормализованному виду:

Таблица №14

№/вар	f1	f2	f3
1	0.8	1	0.7
2	1	0.8	0.8
3	0.9	0.9	1

Принцип абсолютной уступки

F^{-}=opt F = max { ∑fi - ∑fj}, где ∑fi – сумма значений локальных критериев, которые надо максимизировать.

∑fj - сумма значений локальных критериев, которые надо минимизировать.

Таблица №15

№/вар	Результат
1	34
2	32
3	26

Согласно принципу абсолютной уступки следует, что предпочтение следует отдать Варианту №1.

Принцип относительной уступки

Формально принцип относительной уступки записывается следующим образом:

F =opt F = max {∏fi /∏fj}, где ∏fi – произведение значений локальных критериев, которые надо максимизировать, ∏fj – произведение локальных критериев, которые надо минимизировать.

Таблица №16

№/вар	Результат
1	1.142
2	1
3	0.81

Согласно принципу относительной уступки следует, что предпочтение следует отдать варианту №1.