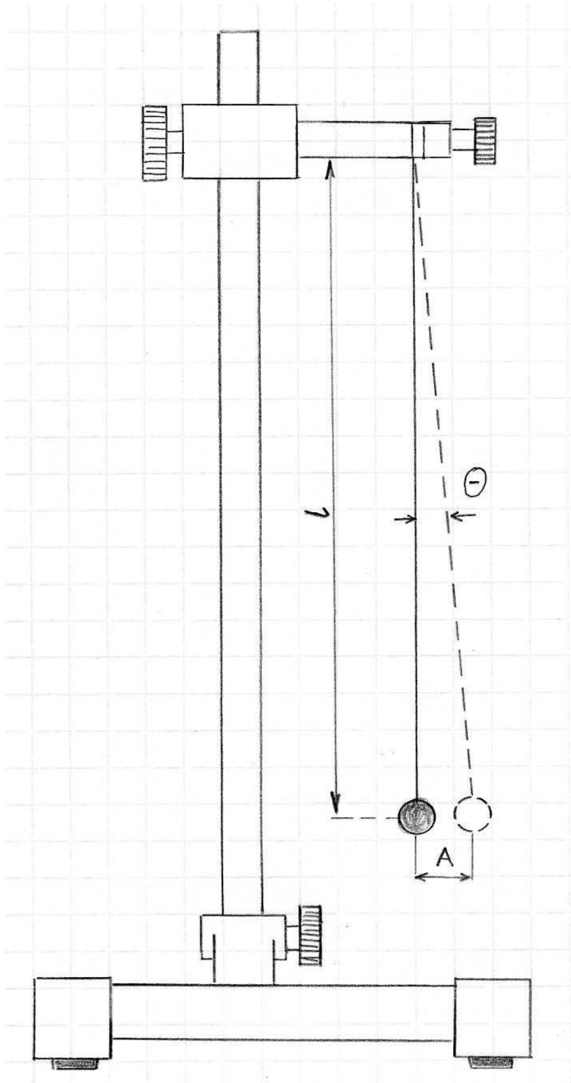
Ćwiczenie nr 0: Opracowanie danych pomiarowych

Cel ćwiczenia:

Zaznajomienie się z typowymi metodami opracowania danych pomiarowych przy wykorzystaniu wyników pomiarów dla wahadła prostego.
Wyznaczenie wartości przyspieszenia ziemskiego dla Krakowa.

1. Układ pomiarowy

1. Zestaw wahadła prostego (rys. w1)
2. Sekundomierz (stoper) - dokładność 0,01s
3. Przymiar milimetrowy (linijka) - dokładność 1mm



Rys. w1. Zestaw wahadła prostego.

2. Wykonanie ćwiczenia

Doświadczenie rozpoczęliśmy od zapoznania się ze sprzętem wchodzącym w skład stanowiska. Ćwiczenie polegało na wyznaczeniu przyspieszenia ziemskiego dwoma sposobami, dokonując odpowiednich pomiarów i uwzględniając niepewności pomiarowe.

Sposób pierwszy polegał na kilkukrotnym pomiarze czasu, jaki zajmuje wykonanie 9 okresów - zmierzyliśmy ustaloną długość wahadła (odległość od punktu zaczepienia do środka ciężkości ciężarka), po czym za pomocą stopera 7-krotnie mierzyliśmy czas, jaki zajmuje wykonanie 9 okresów.

W sposobie drugim wyznaczyliśmy szukaną wielkość wykonując pomiar 9 okresów drgań dla 5-ciu różnych długości wahadła - skorzystaliśmy z metody najlepiej dopasowanej prostej.

3. Wyniki pomiarów

Tabela 1. Pomiar okresu drgań przy ustalonej długości wahadła

długość wahadła $l = 63{,}0\ cm$

niepewność pomiaru $u(l) = 0{,}3cm$ *(niepewność typu B)*

Lp.	liczba okresów k	czas t dla k okresów [s]	okres $T_i = t/k$ [s]
1	9	14,38	1,5978
2	9	14,31	1,5900
3	9	14,26	1,5844
4	9	14,43	1,6033
5	9	14,54	1,6156
6	9	14,25	1,5833
7	9	14,38	1,5978

średni okres $T_{śr} = 1{,}5960s$

Tabela 2. Pomiar zależności okresu drgań od długości wahadła

Lp.	l [cm]	k	$9t$ [s]	T_i [s]	T_i^2 [s^2]
1	67,3	9	14,80	1,6444	2,7041
2	63,0	9	14,31	1,5900	2,5281
3	58,5	9	13,74	1,5267	2,3308
4	41,1	9	11,68	1,2978	1,6843
5	26,9	9	9,36	1,0400	1,0816

4. Opracowanie wyników pomiarów przy ustalonej długości wahadła

4.1 Błędy grube

Różnica między najdłuższym a najkrótszym zmierzonym czasem, wynosi 0,29s zatem zakładamy, że żadne błędy grube nie zostały popełnione.

4.2 Wzór na przyśpieszenie ziemskie ze wzoru na okres drgań wahadła

$$T = 2\,\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Gdzie:
T – okres

l – długość wahadła

g – przyspieszenie ziemskie

Po przekształceniu otrzymujemy wzór: $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$

4.3 Obliczanie przyspieszenia ziemskiego

Wyznaczamy średni okres:

$$T_{śr} = 1{,}5960s$$

Podstawiamy dane do wzoru:

$$\underline{g} = \frac{4\pi^2 0{,}630m}{(1{,}5960s)^2} \approx 9{,}764\frac{m}{s^2}$$

4.4 Niepewności pomiarowe

Obliczamy niepewność pomiarową okresu jako niepewność typu A (dominuje błąd przypadkowy związany z mierzeniem czasu).

Wyznaczamy ją ze wzoru:

$$u(T) = \sqrt{\frac{\sum \quad (T_i - T_{śr})^2}{n(n-1)}} = 0{,}0043s$$

Gdzie:

T_i – Okres w pomiarze i

$T_{śr}$ –Okres średni

n – ilość pomiarów

Niepewność typu B pomiaru długości wahadła $u(l) = 0{,}3cm$.

4.5 Niepewność złożona

Obliczamy niepewność złożoną g korzystając z prawa przenoszenia niepewności:

$$u(g) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial l}u(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T}u(T)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2}u(l)\right)^2 + \left(\frac{8\pi^2 l}{T^3}u(T)\right)^2} \approx 0{,}071\frac{m}{s^2}$$

4.6 Niepewność rozszerzona oraz porównanie wyniku z wartością tabelaryczną

Obliczamy niepewność rozszerzoną, podstawiając $k = 2$:

$$U(g) = ku(g) = 2u(g) \approx 0{,}15\frac{m}{s^2}$$

Wartość tabelaryczna przyspieszenia ziemskiego dla Krakowa wynosi:

$$g_0 = 9{,}811\frac{m}{s^2}$$

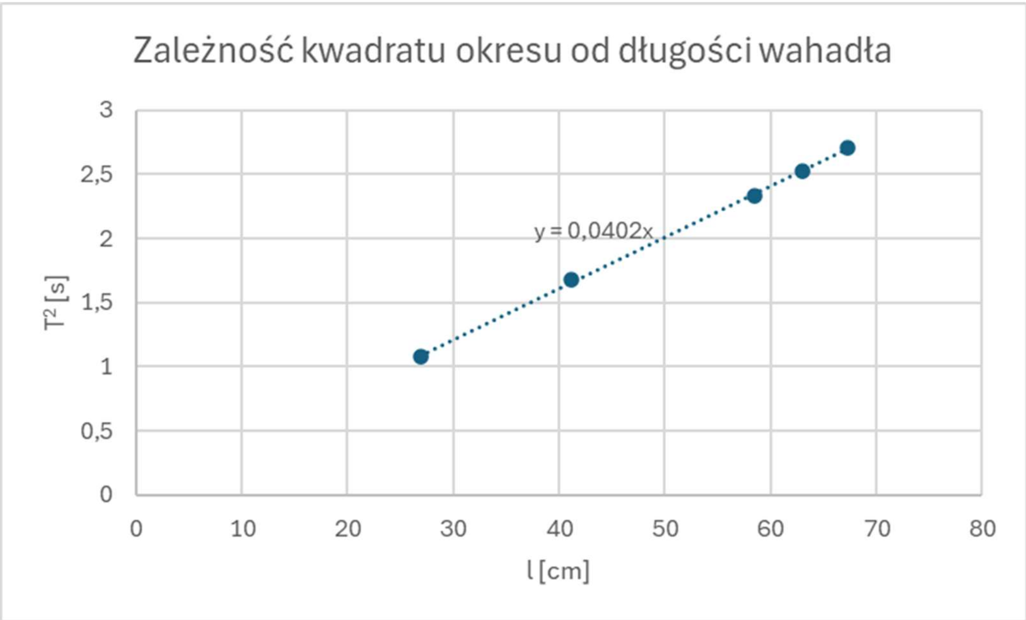
Porównanie z uzyskaną przez nas wielkością:

$$|g_0 - g| = \left|9{,}811\frac{m}{s^2} - 9{,}764\frac{m}{s^2}\right| = 0{,}047\frac{m}{s^2} < u(g)$$

Wartość mieści się w granicach niepewności pomiarowej, nie jest konieczne stosowanie niepewności rozszerzonej.

5. Opracowanie wyników pomiarów przy zmiennej długości wahadła

5.1 Wykres



Wykres 1: zależność kwadratu okresu od długości wahadła wraz z najlepiej dopasowaną prostą

5.2 Obliczanie wartości i niepewności przyspieszenia ziemskiego korzystając z równania prostej regresji

Korzystamy z zależności: $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l$

$\frac{4\pi^2}{g}$ jest więc współczynnikiem kierunkowym prostej wyznaczonej na wykresie zależności kwadratu okresu od długości wahadła y = ax.

Korzystając z funkcji REGLIP otrzymujemy wartość a oraz u(a)

a = 0,040180935 $[\frac{s^2}{cm}]$ = 4,0180935 $[\frac{s^2}{m}]$≈ 4,018 $[\frac{s^2}{m}]$

a = $\frac{4\pi^2}{g}$ stąd g = $\frac{4\pi^2}{a} = \frac{4\pi^2}{4{,}018} \frac{m}{s^2} \approx 9{,}825 \frac{m}{s^2}$

u(a) = 0,000160823 $[\frac{s^2}{cm}]$ = 0,0160823 $[\frac{s^2}{m}] \approx 0{,}017[\frac{s^2}{m}]$

Z prawa przenoszenia niepewności względnej:

$\frac{u(a)}{a} = \frac{u(g)}{g}$ stąd: u(g) = g $\frac{u(a)}{a}$ = $9{,}825 \frac{0{,}017}{4{,}018} [\frac{m}{s^2}] \approx 0{,}042 [\frac{m}{s^2}]$

5.3 Porównanie wyniku z wartością tabelaryczną

Wartość tabelaryczna przyspieszenia ziemskiego dla Krakowa wynosi:

$$g_0 = 9{,}811 \frac{m}{s^2}$$

Porównanie z uzyskanym przez nas wynikiem:

$$|g_0 - g| = |9{,}811 - 9{,}825| \frac{m}{s^2} = 0{,}014 \frac{m}{s^2} < u(g),$$

wartość mieści się w granicach niepewności pomiarowej, więc nie jest konieczne stosowanie niepewności rozszerzonej.

6. Wnioski

W przeprowadzeniu doświadczenia oboma sposobami udało się uzyskać wyniki zgodne z wartością tabelaryczną w zakresie niepewności. Doświadczenie z użyciem wahadła matematycznego pozwala z dużą dokładnością oszacować wartość przyspieszenia ziemskiego. Niepewności pomiarowe w doświadczeniu wynikały przede wszystkim z czasu reakcji przy uruchamianiu i wyłączaniu stopera, a w mniejszym stopniu również z niedokładności pomiaru długości wahadła, dokładności przyrządów pomiarowych, zbyt dużego kąta wychylenia oraz niedokładnego wprowadzania ciężarka w ruch w jednej płaszczyźnie.