

Karmaşık Ağlar

DR.ÖĞR.ÜYESİ EMRAH ÖZKAYNAK

Karmaşık Ağlar

1. Ağ Nedir?

Bir **ağ (network)**, nesneler (düğümler) ve bu nesneler arasındaki bağlantılarından (kenarlar) oluşan yapıdır.

◆ Matematiksel Tanım:

Bir ağ genellikle bir **graf** olarak temsil edilir:

$$G = (V, E)$$

- V : Düğümler kümesi (nodes)
- E : Kenarlar kümesi (edges), yani düğümler arasındaki bağlantılar

Karmaşık Ağlar

📌 Örnekler:

Alan	Düğümler	Kenarlar
Sosyal ağ	Kişiler	Arkadaşlık / etkileşim
İnternet	Sunucular	Fiziksel bağlantılar
Ulaşım ağı	Şehirler / duraklar	Yol / rota
Biyolojik sistemler	Proteinler	Etkileşim / bağ
Sinir ağları	Nöronlar	Sinaptik bağlantılar

Karmaşık Ağlar

2. Ağ Teorisinin Tarihçesi

Ağ teorisi (graph theory/network science), başlangıçta matematiksel bir düşünce biçimini olarak doğmuş, zamanla fizik, biyoloji, sosyoloji ve bilgisayar bilimleri gibi birçok alanda uygulama bulan çok disiplinli bir araştırma alanına dönüşmüştür.

Karmaşık Ağlar

2. Ağ Teorisinin Tarihçesi

■ 1. Başlangıç: Euler ve Königsberg Köprüleri (1736)

💡 İlk ağ problemi, matematikçi Leonhard Euler'in "Königsberg Köprüleri Problemi"ni çözmesiyle ortaya çıkmıştır.

- Königsberg (günümüzde Kaliningrad), Pregel Nehri üzerinde kurulu, 7 köprü ile birbirine bağlanan 4 kara parçasından oluşan bir şehirdi.
- Soru: "Şehrin tüm köprülerinden sadece bir kez geçerek geçmek mümkün mü?"

🎯 Euler'in çözümü:

- Şehri köprü geçişlerine göre **düğümler (karalar)** ve **kenarlar (köprüler)** ile temsil etti.
- Bugünkü anlamıyla ilk defa **graf** kavramı tanımlandı.
- Sonuç: Böyle bir tur sadece tüm düğümlerin **çift dereceli** olduğu durumlarda mümkündür.

Euler'in bu çözümü, graf teorisinin doğuş noktası olarak kabul edilir.



Karmaşık Ağlar

2. Ağ Teorisinin Tarihçesi

19. Yüzyıl: Kuramsal Gelişim

- **Cayley (1857)**: Ağaç (tree) yapıları üzerine çalıştı. Kimyada moleküllerin yapısını ağlarla açıklama çabaları başladı.
- **Kirchhoff (1847)**: Elektrik devreleri için graf kuramını kullandı.
- Bu dönemde, ağlar daha çok **soyut matematiksel yapılar** olarak ele alındı, uygulama odaklı değildi.

Karmaşık Ağlar

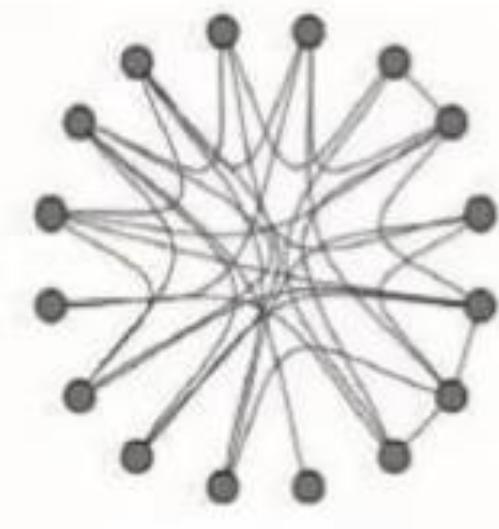
2. Ağ Teorisinin Tarihçesi

20. Yüzyıl Ortası: Rastgele Ağlar ve Olasılık Teorisi

Erdős-Rényi Rastgele Ağ Modeli (ER Modeli):

- $G(n, p)$: n düğümden oluşan bir ağda her iki düğüm arasında bağlantı olma olasılığı p
- Rastgele bağlantılarla büyük ölçekli ağların davranışlarını analiz ettiler
- **Öne çıkan katkılar:**
- Ağın yoğunluğuna göre **dev bileşen (giant component)** oluşumu
- **Eşik değeri (phase transition):** Belirli bir bağlantı olasılığından sonra ağ aniden bağlı hale gelir

Bu çalışmalar ağlarda **kritik eşikler**, **yayılım modelleri** gibi kavramların temelini attı.



Erdős rassal

Karmaşık Ağlar

2. Ağ Teorisinin Tarihçesi

1990'lar: Gerçek Dünya Ağlarına Dönüş

a) Küçük Dünya Ağı – Watts & Strogatz (1998)

Küçük dünya fenomeni: "Altı adımda herkes birbirine ulaşır."

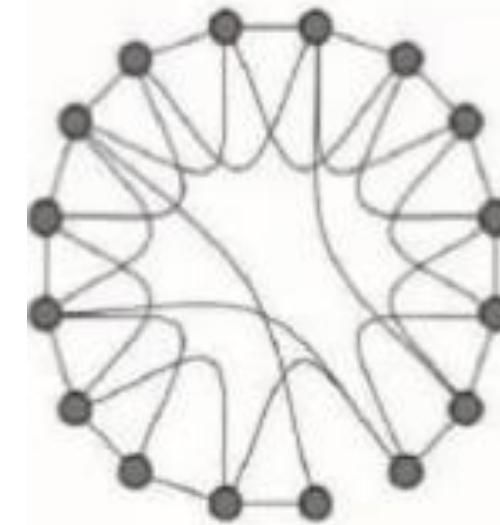
Tipik sosyal ağlar hem **yüksek kümeleşmeye** hem de **kısa ortalama yol uzunluğuna** sahiptir.

Bu durumu modellemek için **Watts-Strogatz Modeli** geliştirildi.

Model özellikleri:

Yerel bağlantılar + rastgele uzun menzilli bağlantılar

Gerçek sosyal yapıları oldukça iyi temsil eder



Küçük dünya

Karmaşık Ağlar

2. Ağ Teorisinin Tarihçesi

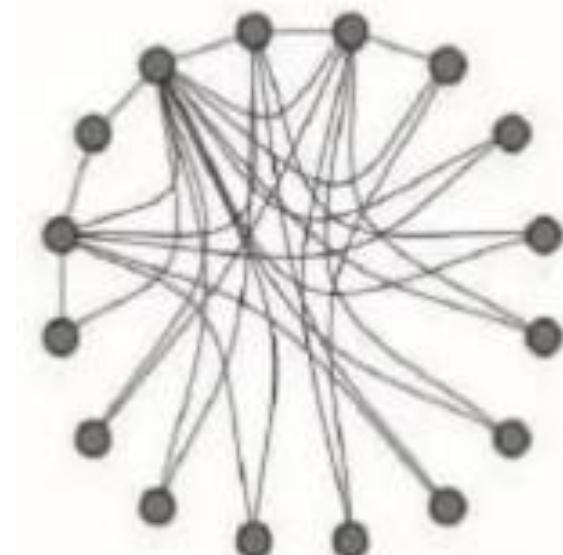
Ölçekten Bağımsız Ağlar – Barabási & Albert (1999)

Gerçek ağların çoğunda, düğüm dereceleri rastgele değil; bazı düğümler çok fazla bağlantıya sahiptir (hubs).

Barabási-Albert (BA) Modeli: Ölçekten bağımsız (scale-free) ağ modeli

Temel prensip: **Tercihli bağlantı (preferential attachment)**

“Yeni gelen düğümler, zaten çok bağlantıya sahip düğümlere bağlanma eğilimindedir.”



Ölçekten bağımsız

Karmaşık Ağlar

2. Ağ Teorisinin Tarihçesi

21. Yüzyıl: Disiplinlerarası Ağ Bilimi (Network Science)

2000'li yıllarla birlikte ağ kuramı, yalnızca matematiksel değil, veri-temelli ve uygulama odaklı bir bilim haline gelmiştir.

★ Uygulama Alanları:

Disiplin	Ağ Türü	Kullanım Alanı
Biyoloji	Protein etkileşim, gen düzenleme	İlaç hedefi bulma, sistem biyolojisi
Sosyoloji	Sosyal etkileşim	Etkileyici kişi analizi, topluluk tespiti
Bilgisayar	İnternet, iletişim, veri akışı	Paket yönlendirme, ağ güvenliği
Finans	Şirket bağlantıları, işlem ağları	Sistemik risk analizi
Dilbilim	Sözcük eşdizimi ağları	Anlam çözümleme, bilgi çıkarımı
Epidemiyoloji	Temas ağları	Salgın modelleme, önlem planlaması

Karmaşık Ağlar

Kavramsal Genişleme:

- **Topluluk Algılama (Community Detection)**
- **Merkeziyet Ölçütleri**
- **Dinamik Ağlar**
- **Zaman serili ağlar**
- **Katmanlı ağlar (multilayer networks)**

Karmaşık Ağlar

Dönüm Noktaları Özeti Tablosu

Yıl	Katkı / Kişi	Açıklama
1736	Euler	Königsberg Köprüleri – ilk graf tanımı
1959	Erdős & Rényi	Rastgele ağ modeli, eşik davranışları
1998	Watts & Strogatz	Küçük dünya modeli, sosyal yapı temsili
1999	Barabási & Albert	Ölçekten bağımsız ağlar, tercihli bağlantı
2000+	Barabási, Newman, Easley...	Modern network science'ın yükselişi

Karmaşık Ağlar

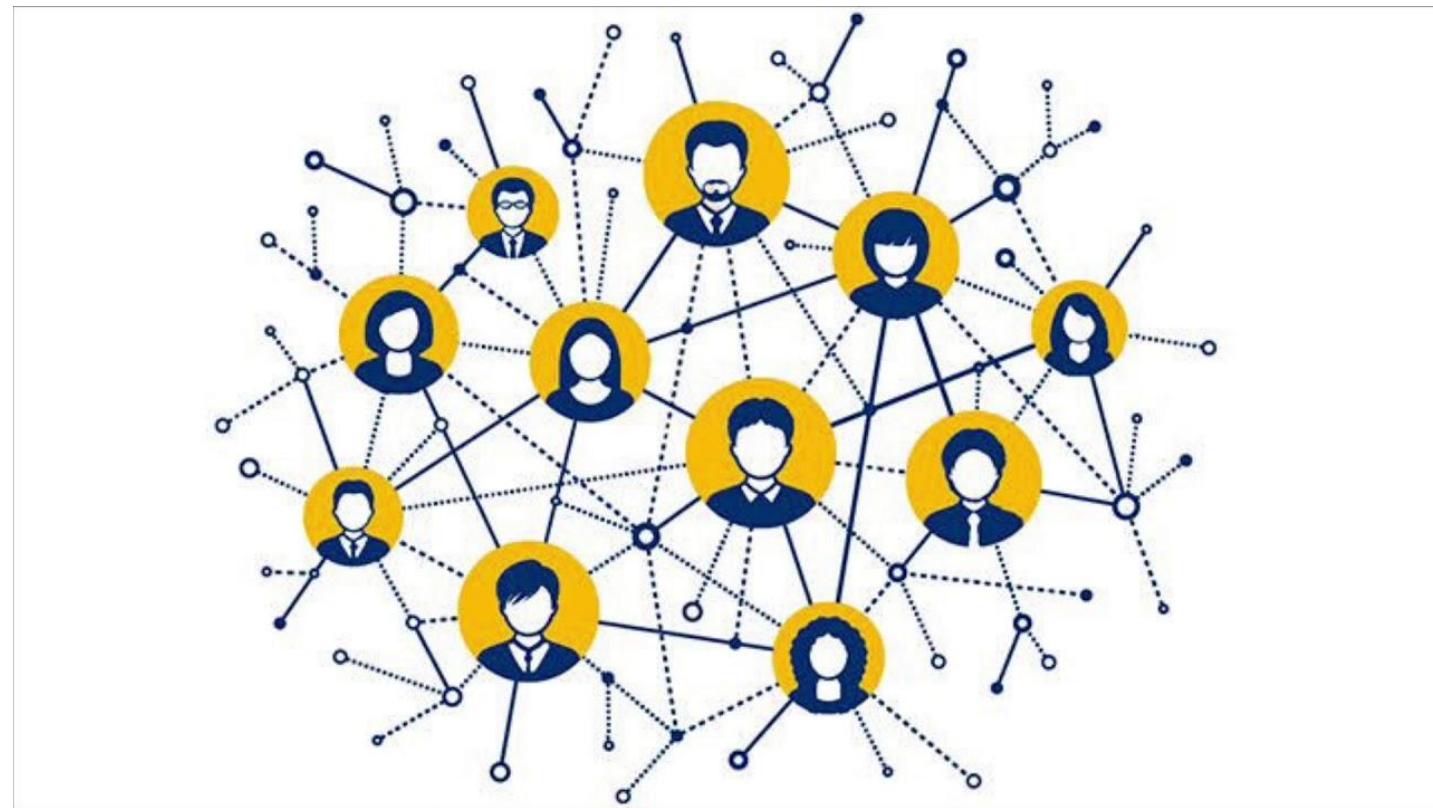
3. AĞ TÜRLERİ

Yönsüz Ağlar (Undirected Graphs)

- Kenarlar simetiktir: $(u, v) \equiv (v, u)$
- Bilgi veya etkileşim iki yönlüdür

Örnek Uygulamalar:

- Arkadaşlık (Facebook)
- Ortak projeler



Karmaşık Ağlar

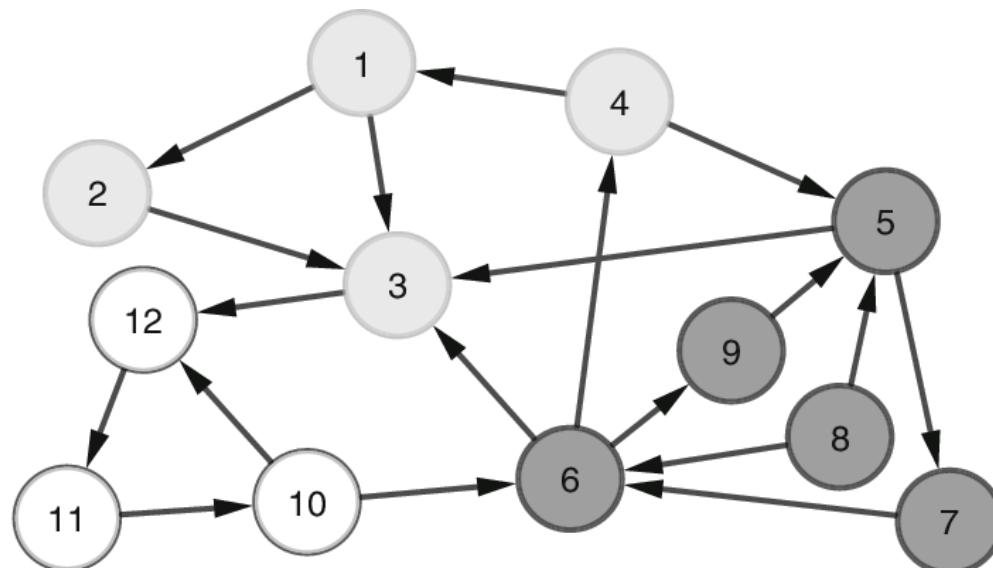
3. AĞ TÜRLERİ

Yönlü Ağlar (Directed Graphs)

- Kenarlar yön taşır: $(u, v) \neq (v, u)$
- Bilgi, kontrol veya etkileşim tek yönlü olabilir

Örnek Uygulamalar:

- Twitter takip sistemi
- Web sayfaları arasındaki bağlantılar (hyperlinkler)
- Lojistik ağlar



Karmaşık Ağlar

3. AĞ TÜRLERİ

Ağırlıksız Ağlar:

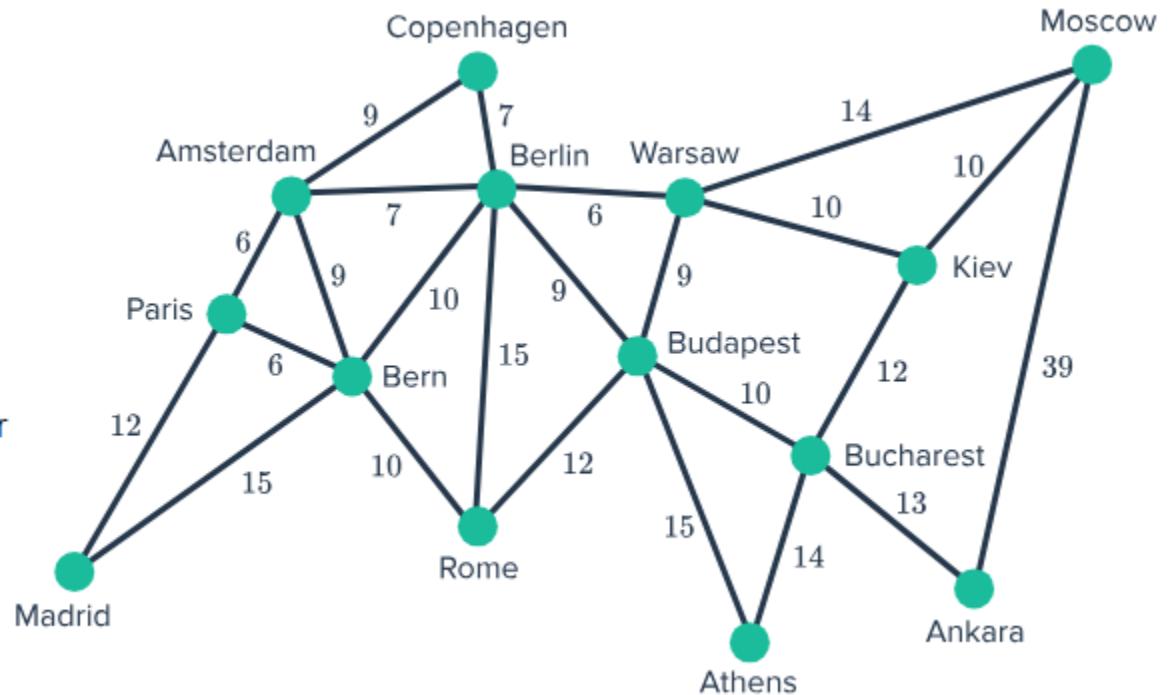
- Tüm bağlantılar eşit önemdedir
- Kenarların ağırlığı yoktur veya tümü 1 kabul edilir

Ağırlıklı Ağlar:

- Kenarlara ağırlık (weight) atanır
- Ağırlık, maliyet, mesafe, etkileşim gücü gibi bağlantımlara göre değişir

Gerçek Dünya Örnekleri:

- Ağırlıklı: Trafik yoğunluğu, konuşma süresi, bağlantı kuvveti
- Ağırlıksız: Evet/hayır oyu, arkadaşlık ilişkisi



Karmaşık Ağlar

3. AĞ TÜRLERİ

Ağırlıksız Ağlar:

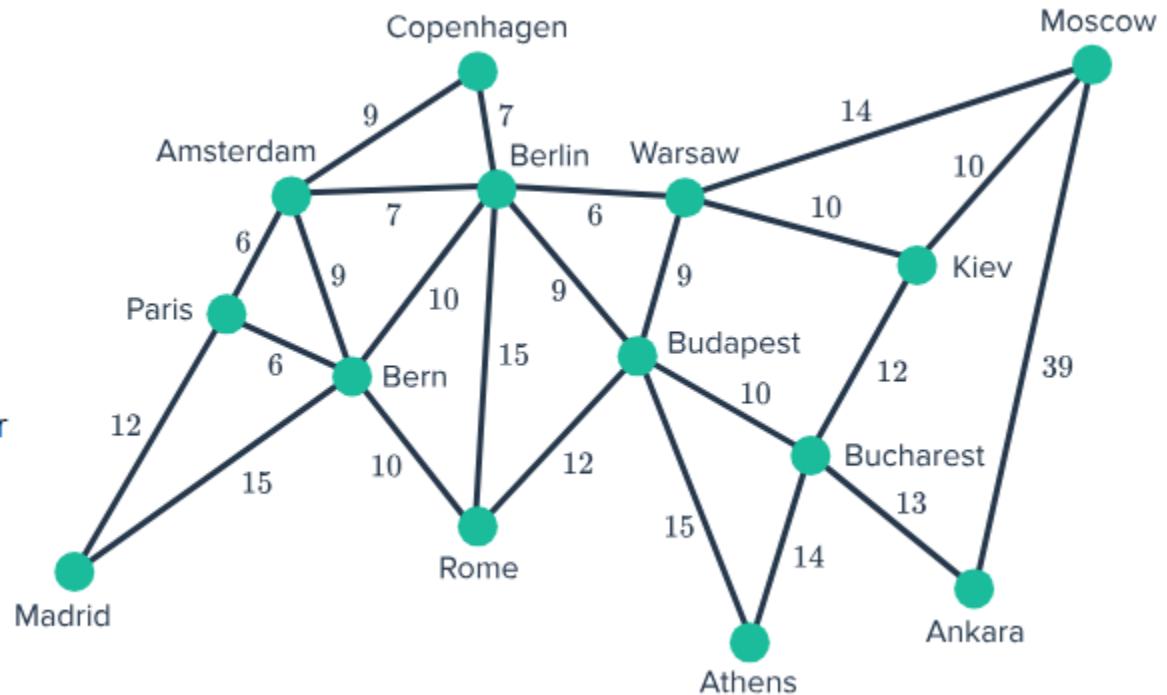
- Tüm bağlantılar eşit önemdedir
- Kenarların ağırlığı yoktur veya tümü 1 kabul edilir

Ağırlıklı Ağlar:

- Kenarlara ağırlık (weight) atanır
- Ağırlık, maliyet, mesafe, etkileşim gücü gibi bağlantımlara göre değişir

Gerçek Dünya Örnekleri:

- Ağırlıklı: Trafik yoğunluğu, konuşma süresi, bağlantı kuvveti
- Ağırlıksız: Evet/hayır oyu, arkadaşlık ilişkisi



Karmaşık Ağlar

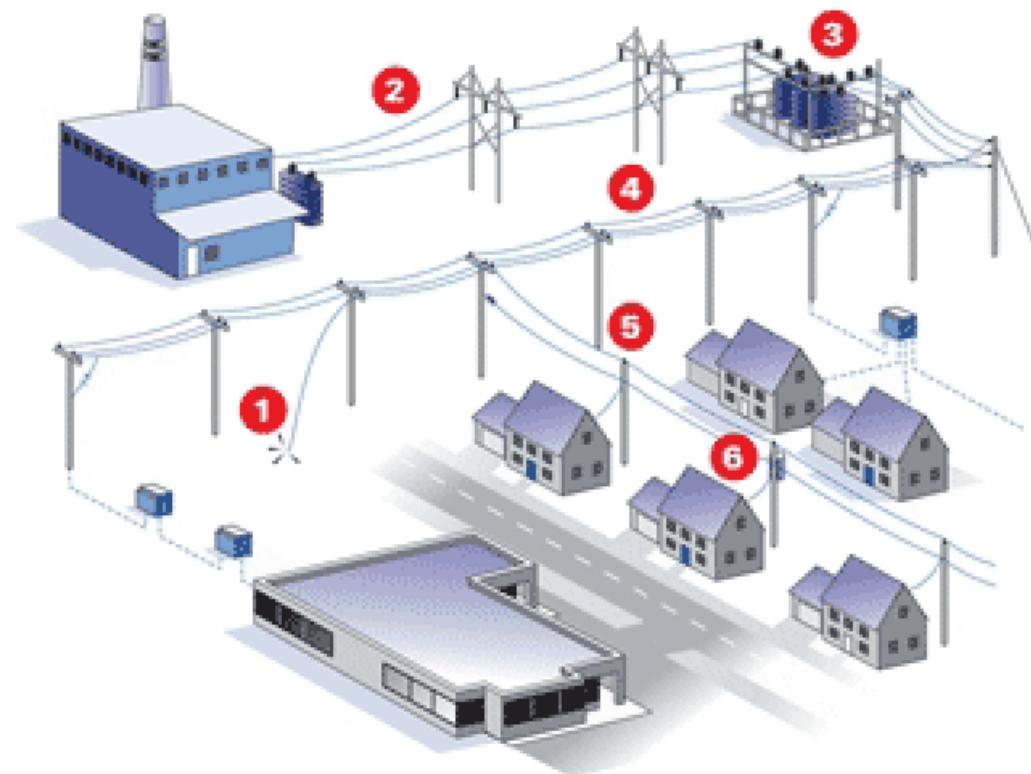
3. AĞ TÜRLERİ

Statik Ağlar:

- Zamanla değişmeyen sabit ağ yapısı
- Tüm düğüm ve bağlantılar analiz başladığında belliidir

Örnekler:

- Sabit sosyal ağlar
- Kalıcı fiziksel bağlantılar (elektrik şebekesi)



Karmaşık Ağlar

3. AĞ TÜRLERİ

Dinamik Ağlar:

- Zaman içinde düğümler ve kenarlar eklenir veya silinir
- Ağ zaman serili veriyle birlikte analiz edilir

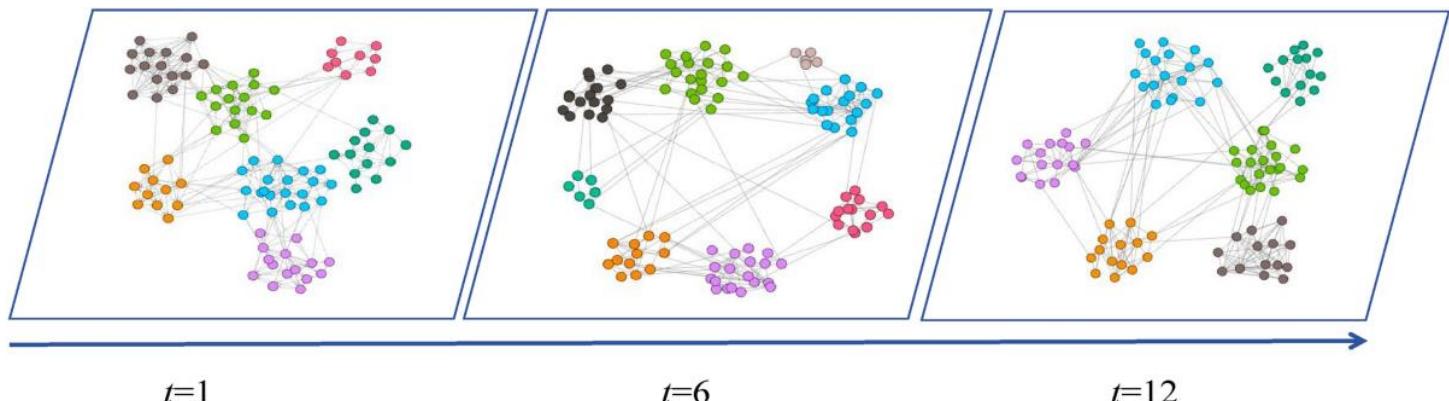
Örnekler:

- Günlük sosyal medya etkileşimleri
- Salgın hastalıklarda bireyler arası temas takibi
- Trafik akış ağı

Zamanla Değişim Modeli:

Bir dinamik ağ $G_t = (V_t, E_t)$ olarak tanımlanır, burada:

- t : Zaman dilimi
- Her t için farklı bir ağ yapısı oluşur



Karmaşık Ağlar

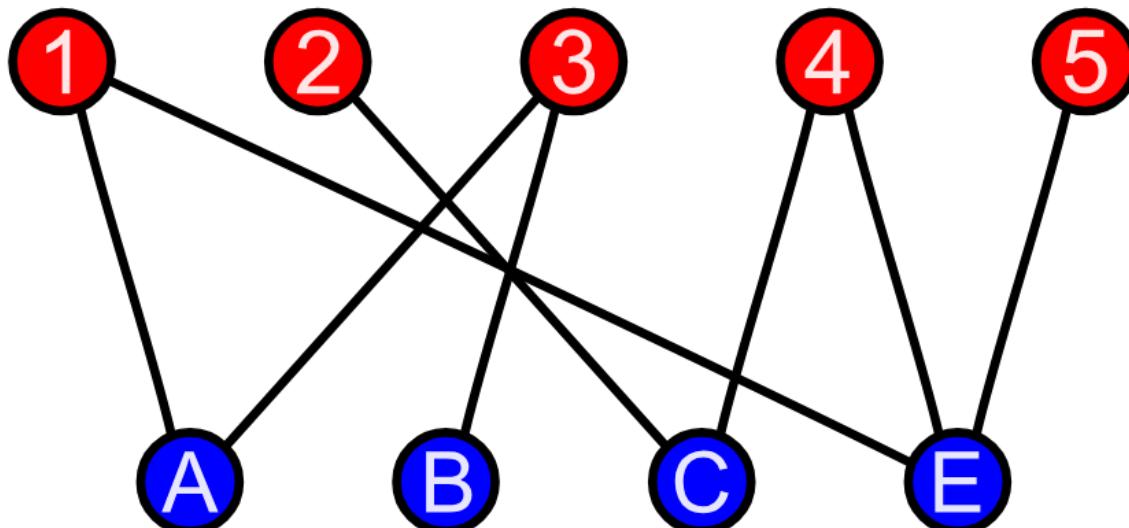
3. AĞ TÜRLERİ

Bipartite (İki parçalı) Ağlar:

- Düğümler iki ayrı gruptadır (örneğin kişi ve etkinlik)
- Aynı gruptaki düğümler arasında bağlantı yoktur

📌 Örnek:

- Kadın – etkinlik katılımı (Davis Women Network)
- Yazar – kitap ilişkileri



Karmaşık Ağlar

3. AĞ TÜRLERİ

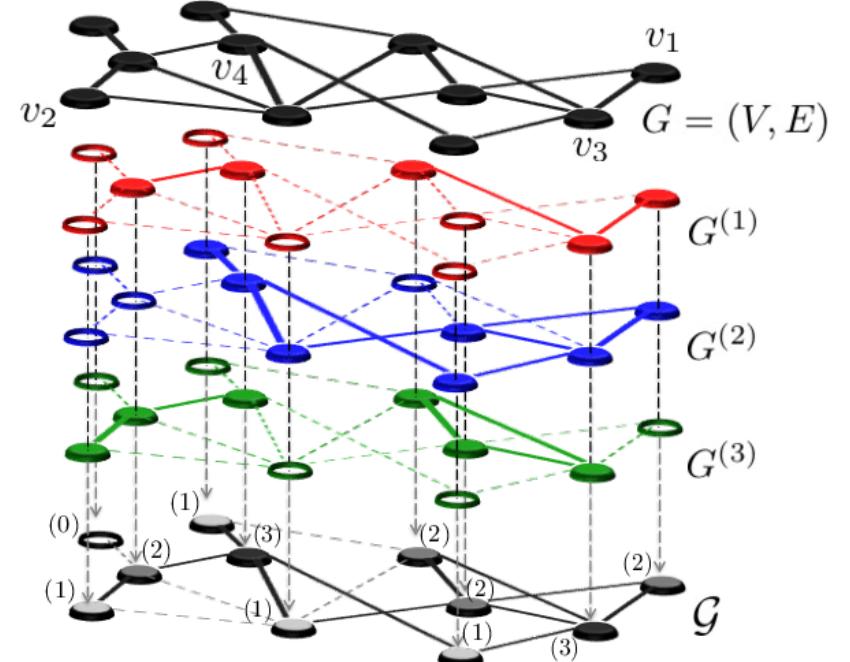
Çok Katmanlı (Multilayer) Ağlar

- Aynı düğüm farklı ilişki türlerine göre farklı katmanlarda temsil edilir
- Her katman kendi ağını içerir ama düğümler ortaktır

📌 Örnek:

- Sosyal medya + fiziksel etkileşim + e-posta iletişimi
- Biyolojik ağlarda gen – protein – metabolizma ilişkileri

ayers.



Karmaşık Ağlar

3. AĞ TÜRLERİ

Özet Tablo

Tür	Açıklama	Örnek
Yönlü/Yönsüz	Etkileşimin yönü var mı?	Twitter (yönlü), Facebook (yönsüz)
Ağırlıklı/Ağırlıksız	Bağlantılar eşit mi?	Trafik akışı, etkileşim gücü
Statik/Dinamik	Ağ zamanla değişiyor mu?	Günlük e-posta ağları
Bipartit	Düğümler iki grup mu?	Kişi – etkinlik ağları
Çok Katmanlı	Aynı düğüm birden çok ilişkide mi?	Sosyal + profesyonel etkileşim ağları