Emma Diederichsen, 2.C

September aflevering

Opgave 1:

En funktion $f(x) = 2x + 3$ er givet, og vi skal finde funktionsværdierne for

$x = -3,\ x = -2,\ x = 0,$ og $x = 4$.

Hvis vi starter med at finde den første funktionsværdi, skal vi indsætte -3 som x værdi.

$\boldsymbol{f(-3)} = 2(-3) + 3 = -6 + 3 = -3$

Nu ved vi at funktionsværdien for $f(-3)$ er -3. Derefter laver vi den samme udregning men med de andre værdier.

$\boldsymbol{f(-2)} = 2(-2) + 3 = -4 + 3 = -1$

$\boldsymbol{f(0)} = 2(0) + 3 = 0 + 3 = 3$

$\boldsymbol{f(4)} = 2(4) + 3 = 8 + 3 = 11$

Nu har vi udregnet alle funktionsværdierne, og svarene er herunder:

$f(-3) = -3, f(-2) = -1, f(0) = 3,$ og $f(4) = 11$.

Opgave 2:

Vi skal bestemme $f\big(g(x)\big)\ og\ g(f(x))$ for tre forskellige kombinationer af funktioner.

A) $\boldsymbol{f(x) = 2x + 4}$ **og** $\boldsymbol{g(x) = x + 3}$

Hvis vi vil starte med at bestemme $f\big(g(x)\big)$ for funktionen $f(x) = 2x + 4$ og $g(x) = x + 3$, skal vi udregne det sådan her:

$f\big(g(x)\big) = f(x + 3) = 2(x + 3) + 4 = 2x + 6 + 4 = \boldsymbol{2x + 10}$

Så ved brug af vores udregning hvor vi indsætter vores funktion værdier kommer vi frem til at $f\big(g(x)\big)$ er lig med $2x + 10$, når $f(x) = 2x + 4$ og $g(x) = x + 3$.

Vi kan nu gøre det samme for at bestemme $g(f(x))$.

$g(f(x)) = g(2x + 4) = (2x + 4) + 3 = \mathbf{2x + 7}$

B) $\boldsymbol{f(x) = 2}$ **og** $\boldsymbol{g(x) = \frac{1}{2}x - 5}$

$f(g(x)) = f\left(\frac{1}{2}x - 5\right) = \mathbf{2}$

Vi ved at siden f(x) altid vil være 2, uanset x, er svaret 2.

$g(f(x)) = g(2) = \frac{1}{2}(2) - 5 = 1 - 5 = \mathbf{-4}$

Nu ved vi at $f(g(x))$er lig med 2, og $g(f(x))$ er lig med -4.

C) $\boldsymbol{f(x) = 2x + 4}$ **og** $\boldsymbol{g(x) = x + 3}$

$f(g(x)) = f(-x + 2) = (-x + 2)^2 + (-x + 2) = x^2 - 4x + 4 - x + 2 = \mathbf{x^2 - 5x + 6}$

$g(f(x)) = g(x^2 + x) = -(x^2 + x) + 2 = \mathbf{-x^2 - x + 2}$

Nu har vi gjort de samme som i de tidligere opgaver, og står nu tilbage med:

$f(g(x))$ er lig med $x^2 - 5x + 6$, og $g(f(x))$ er lig med $-x^2 - x + 2$

Opgave 3:

Her skal vi angive forskrifter for funktioner f og g og, så visse kombinationer af sammensatte funktioner opfyldes.

A) $\boldsymbol{f(g(x)) = (x - 1)^2}$

Vi kan bruge $\boldsymbol{g(x) = x - 1}$ og $\boldsymbol{f(x) = x^2}$,

da $\boldsymbol{f(g(x)) = (x - 1)^2}$

B) $\boldsymbol{f(g(x)) = \sqrt{x - 2}}$

Vi kan bruge $\boldsymbol{g(x) = x - 2}$ og $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{x}}$, da $\boldsymbol{f(g(x)) = \sqrt{x-2}}$

C) $\boldsymbol{f(g(x)) = (2x+1)^2 - 2}$

Vi kan bruge $\boldsymbol{g(x) = x - 1}$ og $\boldsymbol{f(x) = x^2}$,

da $\boldsymbol{f(g(x)) = (2x+1)^2 - 2}$

D) $\boldsymbol{f(g(x)) = \sqrt{x^2 + 2x}}$

Vi kan bruge $\boldsymbol{g(x) = x^2 + 2x}$ og $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{x}}$,

da $\boldsymbol{f(g(x)) = \sqrt{x^2 + 2x}}$

Opgave 4:

Vi skal tegne grafen for funktionen $\boldsymbol{f(x)}$ som er defineret stykkevis:

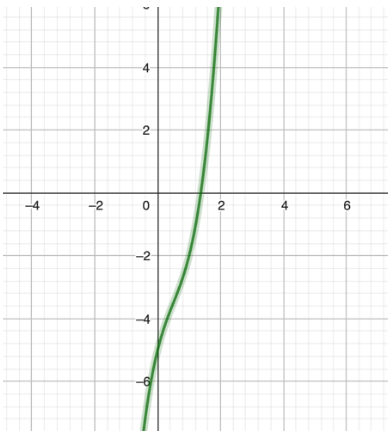
$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{når } x \leq 4, \\ -\frac{1}{2}x + 7, & \text{når } x > 4. \end{cases}$$

(Jeg nåede ikke denne opgave da jeg ikke kunne forstå den, og havde brugt lang tid på de andre opgaver☺)

Opgave 5:

En funktion $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 5$ er givet med $-3 \leq x \leq 3$.

a) Tegn grafen for $\boldsymbol{f}$.



Ved brug af GeoGebra, kan vi indsætte funktionen $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 5$, og så får vi grafen.

b) Angiv x-intervallet, hvor f er defineret.

X-intervallet kan ud fra de givende informationer ikke være større end 3 eller mindre end -3, da $-3 \leq x \leq 3$.

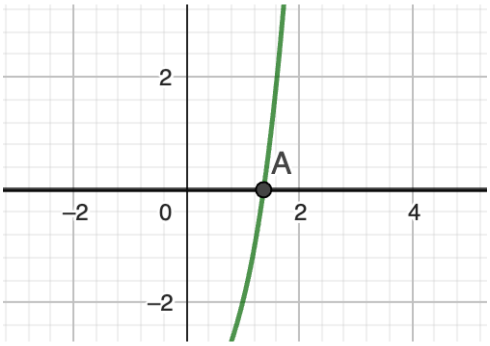
c) Angiv funktionens skæringspunkter med x-aksen (når f(x)=0)

g : y = 0

A = Skæring(f, g, (1.37, 0))

= (1.37, 0)

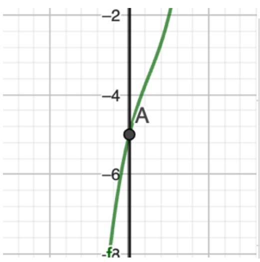
Vi indsætter y=0 for at få en ret linje som går igennem y=0, derefter tager vi skæringsværktøjet og finder stedet hvor grafen krydser x-aksen:



Vi ved nu at når y=0 er x=1,37

d) Angiv funktionens skæringspunkt med y-aksen (når x=0).

Nu gør vi det samme men i stedet med x=0:



ligning1 : x = 0

A = Skæring(f, ligning1, (0, −5))

= (0, -5)

Vi ved at når x=0 er y=-5

g) Angiv funktionens globale minimum og maksimum.

h) Angiv y-intervallet for funktionen (værdimængden).

A = Skæring(f, ligning2, (3, 34))

= (3, 34)

B = Skæring(f, ligning1, (−3, −98))

= (-3, -98)

ved brug af skræringsværktøjet, ved vi at det maximale y-værdi kan være 34 og den minimale kan være -98, da funktionen interval er mellem x=-3 og x=3

i) Bestem funktionens monotoniforhold.

For at finde monotoniforholdene, skal vi undersøge, i hvilke intervaller funktionen er voksende og aftagende. Man kan se at funktionen er voksende indtil y=5, hvor den aftager lidt, men derefter ved y=0 stiger den igen.

Opgave 6:

Vi skal udfylde et skema for funktionen $f(x) = x^2 + 2x + 3$

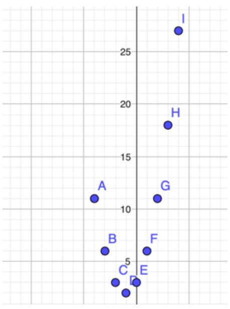
x	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
f(x)	11	6	3	2	3	6	11	18	27

Jeg laver nu udregningen for x= -4 hvor det ville se sådan ud

$\underline{f(-4) = (-4)^2 + 2 * -4 + 3 = 11}$

Derefter gør vi det samme for resten af værdierne.

a) Afsæt punkterne i et koordinatsystem og tegn grafen.



Nu ved brug af geogebra, har jeg indsat de forskellige punkter, hvilket tegner denne graf:

b) Angiv definitionsmængden og værdimængden.

Definitionsmængden er uendelig da den ikke har nogen begrænsning i x værdier siden den fortsætter, dette betyder også at den y værdi vi kan få, altså værdimængden, heller ikke har nogen begrænsning, og derfor fortsætter uendeligt.

c) Angiv om funktionen er kontinuert eller ikke-kontinuert.

Funktionen $f(x) = x^2 + 2x + 3$ er en polynomisk funktion, og alle polynomiske funktioner er kontinuerte. Derfor ved vi at funktionen **kontinuert**.

Opgave 7:

Til OL i triatlon har Henriette gennemført de tre discipliner - nemlig svømning (1,5 km), cykling (40 km) og løb (10 km). Henriette har noteret følgende tider p˚a sit ur:

Disciplin	Svømning	Cykling	Løb
Distance	1,5 km	40 km	10 km
Tid	15 min	60 min	30 min

Henriette har deltaget i en triatlon med svømning, cykling og løb. Vi skal arbejde med hastigheder og funktioner.

a) Omregn tiderne fra minutter til timer.

Hvis vi vil omregne minutterne til timer, skal vi dividere minutterne med 60 (1 time).

Svømning: $15 \text{ min} = \frac{15}{60} = 0{,}25\ timer$

Cykling$60 \text{ min} = \frac{60}{60} = 1\ time$

Løb: $30 \text{ min} = \frac{30}{60} = 0{,}5\ timer$

b) Bestem Henriettes hastighed for hver disciplin (i km/time).

Hvis vi vil beregne hvor mange km/timen Henriettes hastighed var for de forskellige discipliner, skal vi tage afstanden (km) og dividere med vores svar fra den tidligere opgave (tiden).

Svømmehastighed: $\frac{1{,}5}{0{,}25} = 6\ km/timen$

Cykelhastighed: $\frac{40}{1} = 40\ km/timen$

Løbehastighed: $\frac{10}{0,5} = 20\ km/timen$

c) Bestem en forskrift for $d_s(t)$, som beskriver Henriettes tilbagelagte afstand i vandet:

Henriette tilbagelægger 6 km/time under svømning, og tiden, hvor hun svømmer, er mellem 0 og 0,25 timer. Afstanden $\boldsymbol{d_s(t)}$ som funktion af tiden t (timer) er en lineær funktion, da hun svømmer med konstant hastighed:

$$\boldsymbol{d_s(t)} = 6t \qquad\qquad 0 \leq t \leq 0,25$$

Her betyder det, at når t (tiden) er 0, har hun tilbagelagt 0 km, og når $\boldsymbol{t} = 0,25$, har hun svømmet 1,5 km (som forventet).

d) Bestem en forskrift for $d_c(t)$, som beskriver Henriettes tilbagelagte afstand på cykel:

Henriette cykler med en hastighed på 40 km/time, og tiden, hvor hun cykler, er mellem 0,25 og 1,25 timer. (efter svømning).

For cykling starter hun ved 1,5 km (hendes samlede distance fra svømningen), så afstanden som funktion af tiden t er:

$$\boldsymbol{d_c(t)} = 40(t - 0,25) + 1,5 \qquad\qquad 0,25 \leq t \leq 1,25$$

Her betyder (t-0,25), at når t (tiden) starter ved 0,25 timer. Den extra 1,5 km tilføjes, fordi hun allerede har svømmet 1,5 km.

e) Bestem en forskrift for $d_L(t)$, som beskriver Henriettes tilbagelagte afstand under løbeturen:

Henriette løber med en hastighed på 20/km/time, og tiden for løb mellem 1,25 og 1,75 timere. Ved starten af løbeturen har hun tilbagelagt 41,5 km (1,5 km svømning og 40 km cykling). Derfor er funktionen for hendes løb distance:

$$\boldsymbol{d_L(t)} = 20(t - 1,25) + 41,5 \qquad\qquad 1,25 \leq t \leq 1,75$$

Her betyder (t-1,25), at tiden starter ved 1,25 da hun har brugt den mængde tid på svømning og cykling. Den extra 41,5 km er den samlede længde hun har cyklet og svømmet indtil løbetiden startede.

f) Bestem en gaffelforskrift for Henriettes samlede bevægelse d(t):

Den samlede funktion d(t) beskriver afstanden Henriette har tilbagelagt på et givet tidspunkt. Da hun laver tre forskellige aktiviteter på forskellige tidspunkter, bliver d(t) en stykkevis funktion:

$$d(t) = \begin{cases} 6t, & 0 \leq t \leq 0{,}25 \\ 40(t - 0{,}25) + 1{,}5, & 0{,}25 \leq t \leq 1{,}25 \\ 20(t - 1{,}25) + 41, & 1{,}25 \leq t \leq 1{,}75 \end{cases}$$

Dette betyder at hun fra t=0 til t=0,25, svømmer hun, og afstanden tilbagelægges som 6t.

Fra t=0,25 til t=1,25, cykler hun, og afstanden tilbagelægges som $40(t - 0{,}25) + 1{,}5$.

Fra t=1,25 og t=1,75 løber hun, og afstanden tilbagelægges som $20(t - 1{,}25) + 41$.

f) Tegn grafen for d(t). Er funktionen kontinuert?