September afleveringen

Opgave 1

En funktion f er givet ved følgende forskrift

$$f(x) = 2x + 3.$$

Angive funktionsværdierne af -3, -2, 0 og 4.

- F(-3) = 2 * (-3) + 3 → -6 + 3 = -3
- F(-2) = 2 * (-2) + 3 → -4 + 3 = -1
- F(0) = 2 * 0 + 3 → 0 + 3 = 3
- F(4) = 2 * 4 + 3 → 8 + 3 = 11

Opgave 2

Bestem $f(g(x))$ og $g(f(x))$, når

a. $f(x) = 2x + 4$ og $g(x) = x + 3$,

b. $f(x) = 2$ og $g(x) = \frac{1}{2}x - 5$,

c. $f(x) = x^2 + x$ og $g(x) = -x + 2$.

a. f(g(x)) → f(x+3) → 2(x+3) +4 → 2x + 6 + 4 = $\underline{\underline{2x + 10}}$
   g(f(x)) → → g(2x+4) → (2x + 4) + 3 = $\underline{\underline{2x + 7}}$
b. f(g(x)) → f(1/2x - 5) → 0 * (1/2x - 5)+2 = $\underline{\underline{2}}$
   g(f(x)) → g(2) → ½ (2) - 5 → 1 - 5 = $\underline{\underline{-4}}$
c. f(g(x)) → f(-x+2) → $(-x+2)^2$ + (-x+2) → (x^2 + -2x + -2x + 4) + (-x+2) → (x^2 + -4x + 4) + (-x+2) → $\underline{\underline{x^2 - 5x + 6}}$
   g(f(x)) → g(x^2 + x) → -(x^2 + x) + 2 → $\underline{\underline{x^2 + x + 2}}$

Opgave 3

Angiv forskrifter for funktioner f og g, så

a. $f(g(x)) = (x-1)^2$

b. $f(g(x)) = \sqrt{x-2}$

c. $f(g(x)) = (2x+1)^2 - 2$

d. $f(g(x)) = \sqrt{x^2 + 2x}$.

a. F(g(x)) = $(x - 1)^2$ → g(x) = $\underline{\underline{x - 1}}$ og f(x) = $\underline{\underline{x^2}}$
b. F(g(x)) = $\sqrt{x} - 2$ → g(x) = $\underline{\underline{x - 2}}$ og f(x) = $\underline{\underline{\sqrt{x}}}$
c. F(g(x)) = $(2x+1)^2$ - 2 → g(x) = $\underline{\underline{2x+1}}$ og f(x) = $\underline{\underline{x^2 - 2}}$
d. F(g(x)) = $\sqrt{x^2 + 2x}$ → g(x) = $\underline{\underline{x^2 + 2x}}$ og f(x) = $\underline{\underline{\sqrt{x}}}$

Opgave 4

Tegn grafen for følgende funktion

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{når } x \leq 4, \\ -\frac{1}{2}x + 7, & \text{når } x > 4. \end{cases}$$

Gjorde det også i hånden, men kunne ikke sætte billedet ind. SÅ nu har jeg gjort sådan her

Opgave 5

En funktion f er givet ved følgende forskrift

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 5, \qquad -3 \leq x \leq 3.$$

a. Tegn grafen for f.

b. Angiv x-intervallet, hvor f er defineret. (Dette kaldes også *definitionsmængden* for f.)

c. Angiv funktionens skæringspunkter med x-aksen (når $f(x) = 0$), og tegn ind på grafen.

d. Angiv funktionens skæringspunkt med y-aksen (når $x = 0$), og tegn ind på grafen.

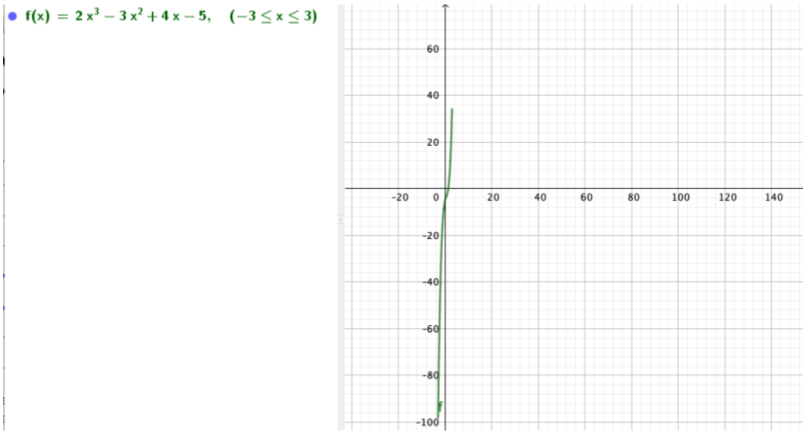
e. ~~Angiv funktionens lokale minima - toppunkter i "glade smileys" - og tegn ind på grafen~~.

f. ~~Angiv funktionens lokale maxima - toppunkter i "sure smileys" - og tegn ind på grafen~~.

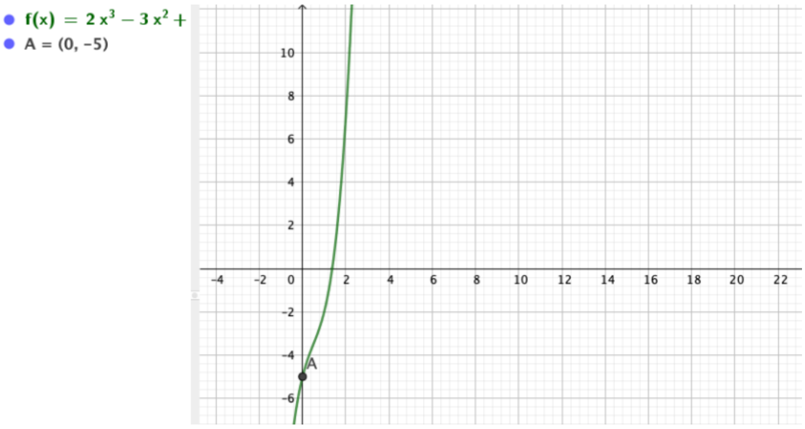
g. Angiv funktionens globale minimum og maksimum, og tegn ind på grafen.

h. Angiv y-intervallet for funktionen. (Dette kaldes også *værdimængden* for f.)

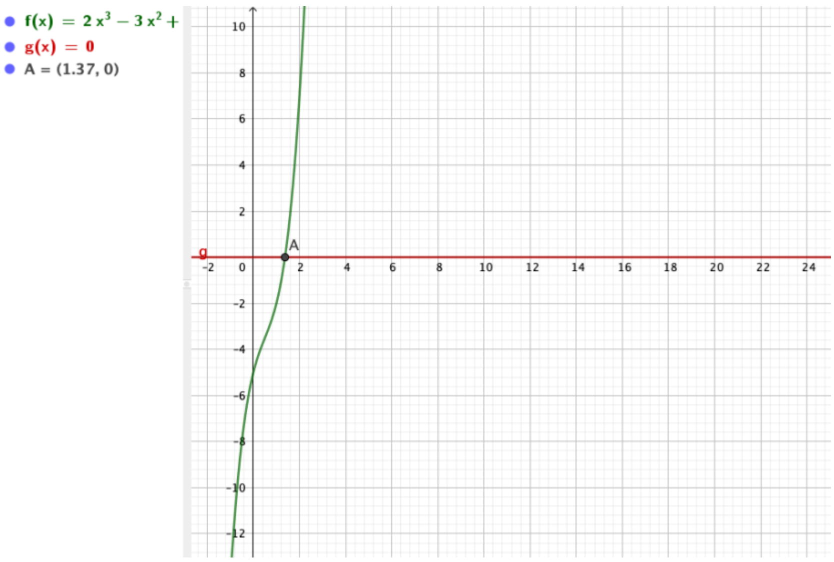
i. Bestem funktionens *monotoniforhold*: i hvilke x-intervaller er funktionen aftagende hhv. voksende?

a. 

b. Definitionsmængden for f: -3 ≤ x ≤ 3. Dette er nemlig en del af funktionsforskriften, og derfor har vi allerede svaret på hvad definitionsmængden er

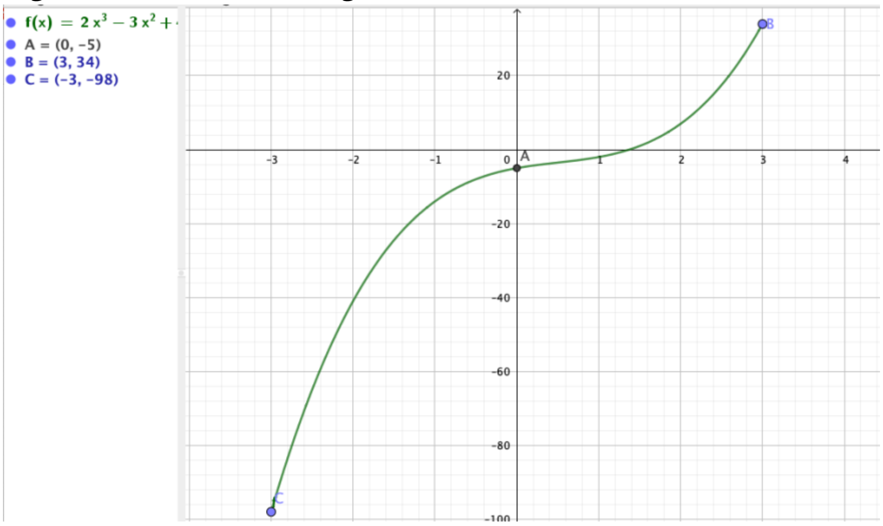
c. 

Skæringspunktet mellem f(x)=0 og grafen: (0, -5). Det kan jeg se ved at have brugt værktøjet ”skæringspunkt”, og aflæse mit svar.

d. 

Skæringspunktet mellem x=0 og grafen: (1.37, 0). Det kan jeg se ved at have brugt værktøjet ”skæringspunkt”, og aflæse mit svar.

e. Kan ikke laves
f. Kan ikke laves
g. Det globale minimum (laveste værdi indenfor definitionsmængden); (3, 34)
Det globale maksimum (højeste værdi indenfor definitionsmængde); (-3, -98)
Jeg kan se dette ved at tegne det ind i GeoGebra



h. Værdimængden for f; -98 ≤ y ≤ 34. Det kan jeg se ved at kigge på min graf, og min opgave ovenover, hvor jeg fandt ud af at mine minimumværdi for y er -98, og min maksimumsværdi for y er 34. Derfor må værdimængden være mellem de to punkter.
i. Jeg kan ud fra grafen se, at den gennem hele vejen er voksende. Derfor er de voksende intervaller for grafen: -3 ≤ x ≤ 3

Opgave 6

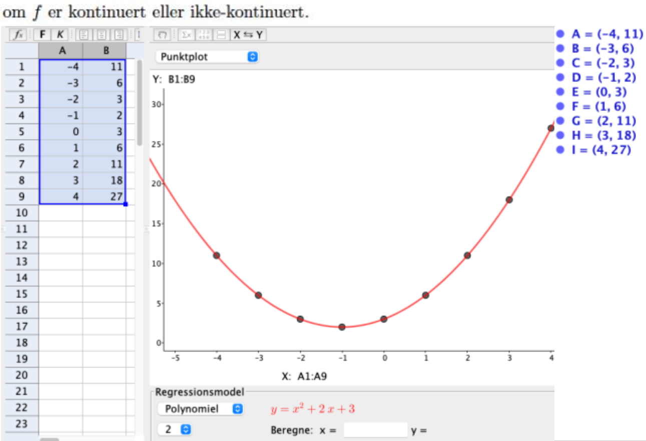
Udfyld et skema som nedenstående for funktionen $f(x) = x^2 + 2x + 3$.

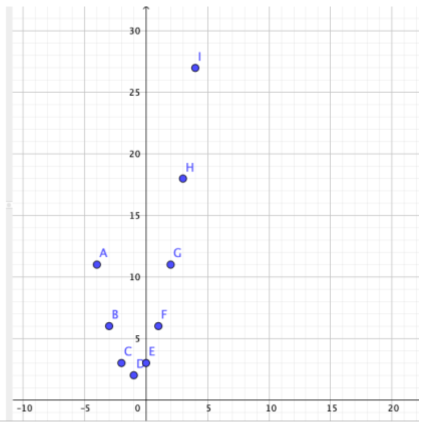
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	11	6	3	2	3	6	11	18	27

a. Afsæt punkterne i et koordinatsystem, og tegn grafen.

b. Angiv definitionsmængden og værdimængden for f.

c. Angiv om f er kontinuert eller ikke-kontinuert.

a. 



b. Vi kan ud fra punkterne se, at definitionsmængden for f: -4≤ x ≤ 4
Og værdimængden for f: 2 ≤ x ≤ 11
c. F er kontinuert (sammenhængen/ man kan tegne den uden at løft blyanten), eftersom grafen er et polynomium. Dvs. at den er sammenhængende/kontinuerlig.

Opgave 7

Til OL i triatlon har Henriette gennemført de tre discipliner - nemlig svøming (1,5 km), cykling (40 km) og løb (10 km). Henriette har noteret følgende tider på sit ur:

Disciplin	Svømning	Cykling	Løb
Distance	1,5 km	40 km	10 km
Tid	15 min	60 min	30 min

a. Omregn de forskellige tider fra minutter til timer.

b. Bestem Henriettes hastighed for hver af de tre discipliner, angivet i km/time.

c. Lad $d_S(t)$ være funktionen der beskriver Henriettes tilbagelagte afstand (km) i vandet til tiden t (timer). Bestem en forskrift for $d_S(t)$.

d. Lad $d_C(t)$ være funktionen der beskriver Henriettes tilbagelagte afstand (km) på cyklen til tiden t (timer). Bestem en forskrift for $d_C(t)$.

e. Lad $d_L(t)$ være funktionen der beskriver Henriettes tilbagelagte afstand (km) under løb til tiden t (timer). Bestem en forskrift for $d_L(t)$.

f. Lad $d(t)$ beskrive Henriettes samlede tilbagelagte afstand. Bestem en gaffelforskrift for Henriettes samlede bevægelse (km) som funktion af tiden t (timer):

$$d(t) = \begin{cases} \quad , & \text{når } \leq t \leq \\ \quad , & \text{når } < t \leq \\ \quad , & \text{når } < t \leq \end{cases}$$

g. Tegn grafen for $d(t)$. Er funktionen kontinuert?

a. Skemaet nedenfor

Tid	15 min. → 15/60 = 0,25 timer	60 min. → 60/60 = 1 time	30 min. → 30/60 = 0,5 time

b. Jeg bruger mine resultater ovenfor hvor jeg omregnede tiden til timer

Disciplin	**Svømning**	**Cykling**	**Løb**
Distance	1,5 km	40 km	10 km
Tid	0,25 t	1 t	0,5 t
Km/t	1,5 / 0,25 = 6 km/t	40 / 1 = 40 km/t	10 / 0,5 = 20 km/t

c. Ds(t) = 6t + 0
Denne forskrift passer, da hun efter 1 time (1 step ud på x- aksen) har svømmet 6 km, som passer med den fart i km/t jeg lige udregnede til 6 km/t. Og så starter hun i 0, da hun ikke har brugt noget tid eller kommet nogle veje når hun starter.

d. Dc(t) = 40t + 0
Denne forskrift passer, da hun efter 1 time (1 step ud på x- aksen) har cyklet 40 km, som passer med den fart i km/t jeg lige udregnede til 40 km/t. Og så starter hun i 0, da hun ikke har brugt noget tid eller kommet nogle veje når hun starter.

e. *Dl(t) = 20t + 0*
Denne forskrift passer, da hun efter 1 time (1 step ud på x- aksen) har løbet 20 km, som passer med den fart i km/t jeg lige udregnede til 20 km/t. Og så starter hun i 0, da hun ikke har brugt noget tid eller kommet nogle veje når hun starter.

f.

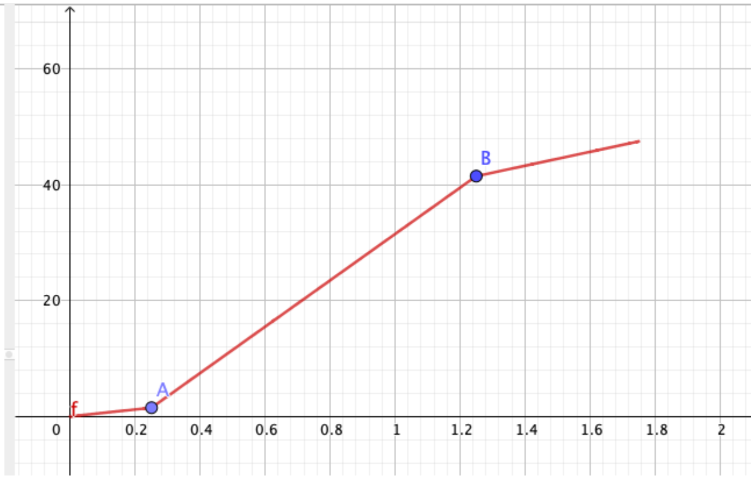
$$f(x) = \begin{cases} 6\,x & : 0 \leq x \leq 0.25 \\ 40\left(x - \frac{1}{4}\right) + 1.5 & : 0.25 < x \leq 1.25 \\ 12\,(x - 1.25) + 41.5 & : 1.25 < x \leq 1.75 \end{cases}$$

- I forskriften for grafen, har jeg skrev tallene foran x, som i hvor lang tid Henriette laver de forskellige discipliner. Fx svømmer hun i 6 km/t. Det vil sige, at når jeg går en ud på x-aksen, går jeg 6 op ad y- aksen.
  (og i løb og cykling, lægger jeg så + 1,5 og + 41.5 til, da det er hvor mange km (x) hun allerede har svømmet/løbet/cyklet.
- I næste del, har jeg skrevet tallene ind for hvor lang tid hun laver de forskellige discipliner.
- Fx svømmer hun i 0,25 timer. Derfor har jeg skrevet at grafens hældning skal være 6x mellem 0x og 0,25x.

g.

$$f(x) = \begin{cases} 6\,x & : 0 \leq x \leq 0.25 \\ 40\left(x - \frac{1}{4}\right) + 1.5 & : 0.25 < x \leq 1.25 \\ 12\,(x - 1.25) + 41.5 & : 1.25 < x \leq 1.75 \end{cases}$$

- A = (0.25, 1.5)
- B = (1.25, 41.5)



Jeg kan ud fra grafen se at den er kontinuert, da den er sammenhængende, og man kan "tegne" den uden at "løfte hånden".