Funktioner

Opgave 1

Funktionen f er givet ved $f(x) = 2x + 3$

Funktionsværdien angives;

$$\boldsymbol{f(-3)}$$
$$2 * (-3) + 3$$
$$-6 + 3$$
$$-3$$
$$f(-3) = -3$$

Funktionsværdien af -3 er -3

$$\boldsymbol{f(-2)}$$
$$2 * (-2) + 3$$
$$-4 + 3$$
$$-1$$
$$f(-2) = -1$$

Funktionsværdien af -2 er -1

$$\boldsymbol{f(0)}$$
$$2 * 0 + 3$$
$$0 + 3$$
$$f(0) = 3$$

Funktionsværdien af 0 er 3

$$\boldsymbol{f(4)}$$
$$2 * 4 + 3$$
$$8 + 3$$
$$f(4) = 11$$

Funktionsværdien af 4 er 11

Opgave 2

Bestem $f(g(x))$ og $g(f(x))$

$f(g(x))$ bestemmes;

$$\boldsymbol{f(x) = 2x + 4, \qquad g(x) = x + 3}$$
$$f(x+3)$$
$$2(x+3)+4$$
$$2x+6+4$$
$$f(g(x)) = 2x+10$$

$$\boldsymbol{f(x) = 2, \qquad g(x) = \frac{1}{2}x - 5}$$

Funktionen f(x) er en konstant, da der ikke indgår et x i denne

Dette betyder, at resultatet altid vil være lig 2 – uanset hvad der sættes ind på x's plads

Dermed er $f(g(x)) = 2$

$$\boldsymbol{f(x) = x^2 + x, \qquad g(x) = -x + 2}$$
$$f(-x+2)$$
$$(-x+2)^2 + (-x+2)$$
$$(x^2 - 4x + 4) + (-x+2)$$
$$x^2 - 4x + 4 - x + 2$$
$$f(g(x)) = x^2 - 5x + 6$$

$g(f(x))$ bestemmes;

$$\boldsymbol{f(x) = 2x + 4, \qquad g(x) = x + 3}$$
$$g(2x+4)$$
$$(2x+4)+3$$
$$2x+4+3$$
$$g(f(x)) = 2x+7$$

$$\boldsymbol{f(x) = 2, \qquad g(x) = \frac{1}{2}x - 5}$$
$$g(2)$$
$$\frac{1}{2} * 2 - 5$$
$$1-5$$
$$g(f(x)) = -4$$

$$\boldsymbol{f(x) = x^2 + x, \qquad g(x) = -x + 2}$$
$$g(x^2+x)$$
$$-(x^2+x)+2$$
$$g(f(x)) = -x^2 - x + 2$$

Opgave 3

Angiv forskrifter for funktioner f og g

$$\boldsymbol{f\big(g(x)\big) = (x-1)^2}$$
$$f(x) = x^2, \qquad g(x) = x - 1$$

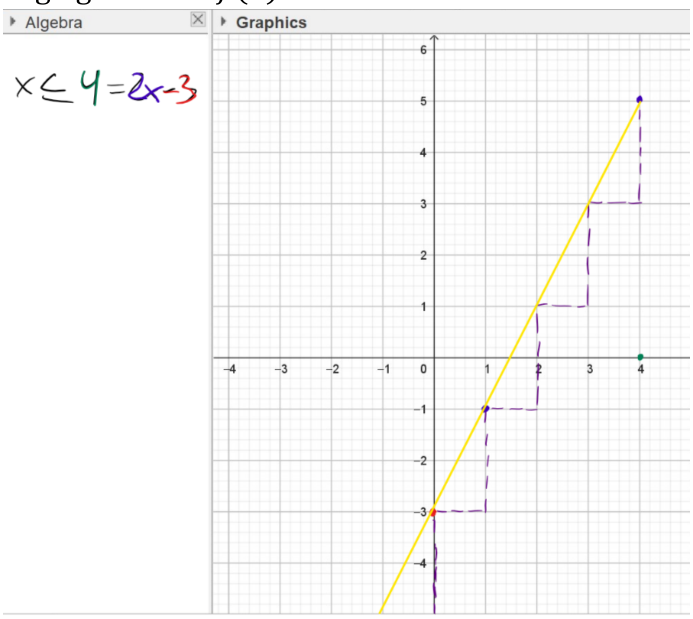
$$\boldsymbol{f\big(g(x)\big) = \sqrt{x-2}}$$
$$f(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = x - 2$$

$$\boldsymbol{f\big(g(x)\big) = (2x+1)^2 - 2}$$
$$f(x) = x^2 - 2, \qquad g(x) = 2x + 1$$

$$\boldsymbol{f\big(g(x)\big) = \sqrt{x^2 + 2x}}$$
$$f(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = x^2 + 2x$$

Opgave 4

Tegn grafen for $f(x)$



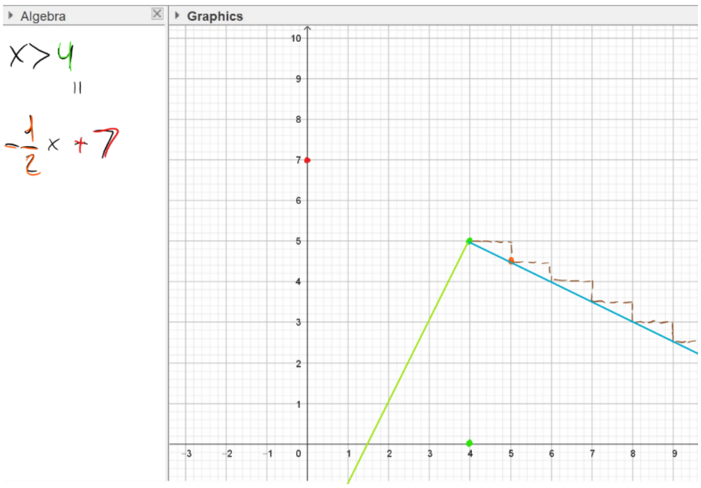
$$y = ax + b$$

$a =$ hældningskoefficienten

$b =$ skæring med y-aksen

Fra x-værdien 4 og ned er grafens funktion $2x - 3$, som vist på tegningen. Her er skæringspunktet med y-aksen -3, mens grafen vokser med 2 for hvert ryk hen ad x-aksen.

Læste "Opgave 0" som ingen brug af GeoGebra



Fra x-værdien 4 og op er grafens funktion $-\frac{1}{2}x + 7$, som vist i blå på tegningen. Skæringspunktet med y-aksen er 7, selvom dette ikke vises. Grafen falder med 0,5 for hvert ryk hen ad x-aksen.

Sammen danner de to funktioner grafen for $f(x)$, som er en stykkevis lineær funktion.

Opgave 5

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + \ 4x - 5, \qquad -3 \leq x \leq 3$$

Definitionsmængden for funktionen er $Dm(f) = [-3, 3]$, da dette er intervallet, hvor funktionen er defineret langs x-aksen.

Skæringspunkt med x-aksen : $(X) = (1{,}37;\ 0)$

Skæringspunkt med y-aksen : $(Y) = (0, -5)$

Funktionens globale minimum og maksimum;
- Minimum : $Vm_{Min} = \ (-3, -98)$
- Maksimum : $Vm_{Max} = (3, 34)$

Værdimængden for funktionen er $Vm(f) = [-98, 34]$, da dette er intervallet, hvor funktionen er defineret langs y-aksen.

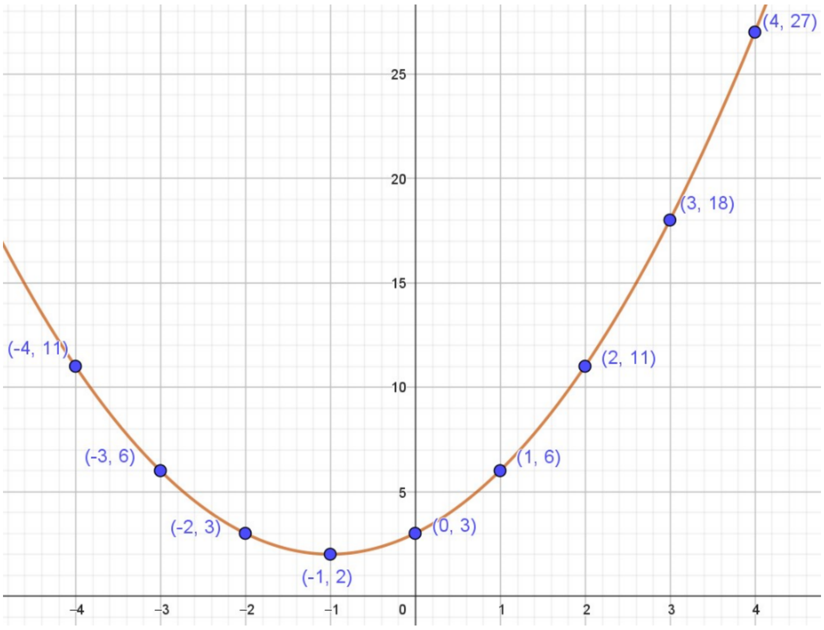
f er voksende i $[-3, 3]$, da funktionen vokser kontinuerligt på hele dens interval.

Opgave 6

$$f(x) = x^2 + 2x + 3$$

$\boldsymbol{x}$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$\boldsymbol{f(x)}$	11	6	3	2	3	6	11	18	27

Regnet i CAS (GeoGebra)



$Dm(f) = \mathbb{R}$, da der er ingen begrænsninger for værdier af x.

$Vm(f) = [2, \infty]$. Funktionens toppunkt er $(-1, 2)$, hvilket giver os den første værdi. Uendelighedstegnet er grundet det, at grafen har en minimumsværdi, men ingen maksimumsværdi.

Funktionen f er kontinuer, da der ingen brud eller spring er.

Opgave 7

Disciplin	Svømning	Cykling	Løb
Distance	1,5 km	40 km	10 kn
Tid	15 min	60 min	30 min

Tider fra minutter til timer;

Svømning

$$15/60 = 0{,}25\ timer$$

Cykling

$$60/60 = 1\ time$$

Løb

$$30/60 = 0{,}5\ timer$$

Hastighed angivet i km/time;

Svømning

$$km/min = 1{,}5/15 = 0{,}1$$
$$km/time = 0{,}1 * 60 = 6$$

Cykling

$$km/min = 40/60 \approx 0{,}6667$$
$$km/time = 0{,}6667 * 60 = 40$$

Løb

$$km/min = 10/30 \approx 0{,}3333$$
$$km/time = 0{,}3333 * 60 = 20$$

Tilbagelagt afstand;

Svømning

$$km/t = 6$$
$$d_S(t) = 6t$$

Cykling

$$km/t = 40$$
$$d_C(t) = 40t$$

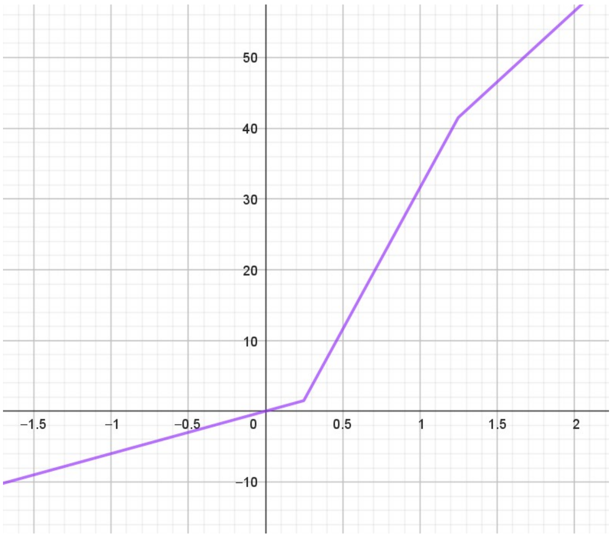
Løb

$$km/t = 20$$
$$d_L(t) = 20t$$

Gaffelforskrift for samlet bevægelse;

$$d(t) = \begin{cases} 6t, & 0 \leq t \leq 0{,}25 \\ 1{,}5 + 40(t - 0{,}25), & 0{,}25 < t \leq 1{,}25 \\ 41{,}5 + 20(t - 1{,}25), & 1{,}25 < t \leq 1{,}75 \end{cases}$$

1. Henriette svømmer 6 km/t den første kvarte time – derfor er denne del af funktionen 6t.
2. Efter 0,25 timer begynder Henriette på at cykle – dette fortsætter indtil 1,25 timers bevægelse. Hun har allerede svømmet 1,5 kilometer, hvilket bliver lagt oveni cykeldistancen. $(t - 0{,}25)$ får tiden til at begynde fra det tidspunkt, hvor cyklingen starter.
3. Efter 1,25 timer skiftes der til løb, hvilket fortsætter indtil der er gået 1,75 timer. Her bliver både svømning og cykling lagt oveni distance. $(t - 1{,}25)$ får tiden til at begynde fra det tidspunkt, hvor løbet starter.



Funktionen er stykkevis.