Matematik september aflevering 2024

Opgave 1

En funktion er givet ved følgende forskrift:

$$f(x) = 2x + 3$$

Angiv funktionsværdierne af $-3, -2, 0\ og\ 4$.

Når f(-3)

$$f(-3) = 2 \cdot (-3) + 3$$

$$f(-3) = -6 + 3$$

$$\underline{\underline{f(-3) = -3}}$$

Når f(-2)

$$f(-2) = 2 \cdot (-2) + 3$$

$$f(-2) = -4 + 3$$

$$\underline{\underline{f(-2) = -1}}$$

Når f(0)

$$f(0) = 2 \cdot 0 + 3$$

$$f(0) = 0 + 3$$

$$\underline{\underline{f(0) = 3}}$$

Når f(4)

$$f(4) = 2 \cdot 4 + 3$$

$$f(4) = 8 + 3$$

$$\underline{\underline{f(4) = 12}}$$

Opgave 2

Bestem f(g(x)) og g(f(x)), når

a. $f(x) = 2x + 4$ og $g(x) = x + 3$,
   a. $f(g(x)) = f(x + 3)$
   b. $g(f(x)) = g(2x + 4)$
b. $f(x) = 2$ og $g(x) = 0{,}5x - 5$
   a. $f(g(x)) = f($0,5x-5)
   b. $g(f(x)) = g(2)$
c. $f(x) = x^2 + x$ og $g(x) = -x + 2$
   a. $f(g(x)) = f(-x + 2)$
   b. $g(f(x)) = g(x^2 + x)$

Opgave 3

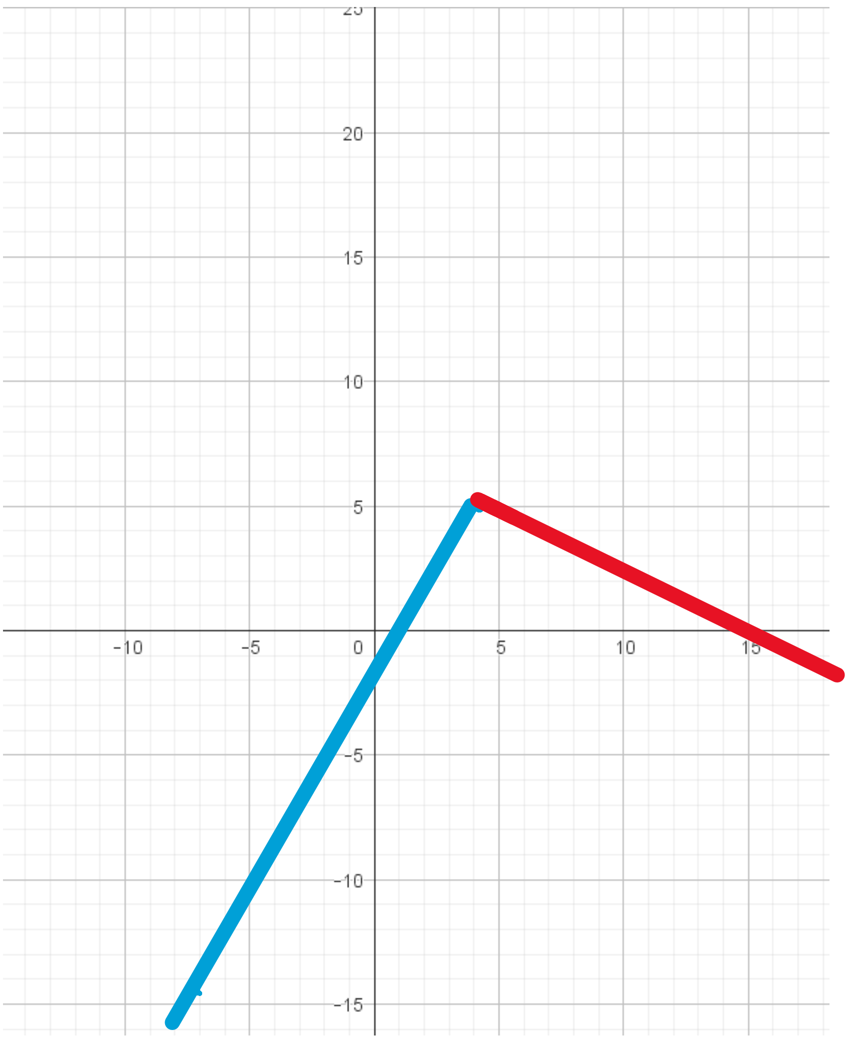
Angiv forskrifterne for funktionerne f og g så,

a. $f\left(g(x)\right) = (x-1)^2$
   a. $f(x) = x^2$
   b. $g(x) = x - 1$
b. $f\left(g(x)\right) = \sqrt{x-2}$
   a. $f(x) = \sqrt{x}$
   b. $g(x) = x - 2$
c. $f\left(g(x)\right) = (2x+1)^2 - 2$
   a. $f(x) = x^2 - 2$
   b. $g(x) = 2x - 1$
d. $f\left(g(x)\right) = \sqrt{x^2 + 2x}$
   a. $f(x) = \sqrt{x}$
   b. $g(x) = x^2 + 2x$

Opgave 4

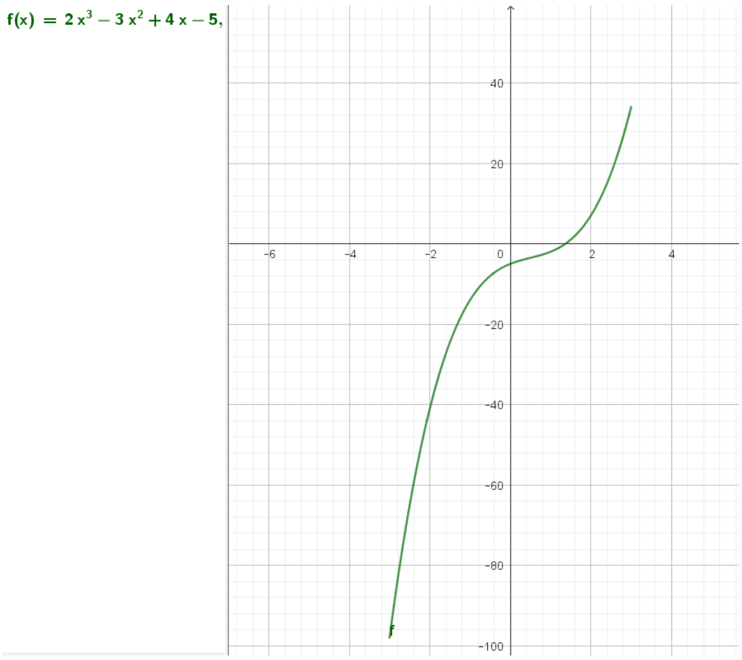
Tegn grafen for følgende funktion

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \leq 4 \\ -0{,}5x + 7, & x > 4 \end{cases}$$



Opgave 5

a. Tegn funktionen *f*, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 5, \quad -3 \le x \le 3$

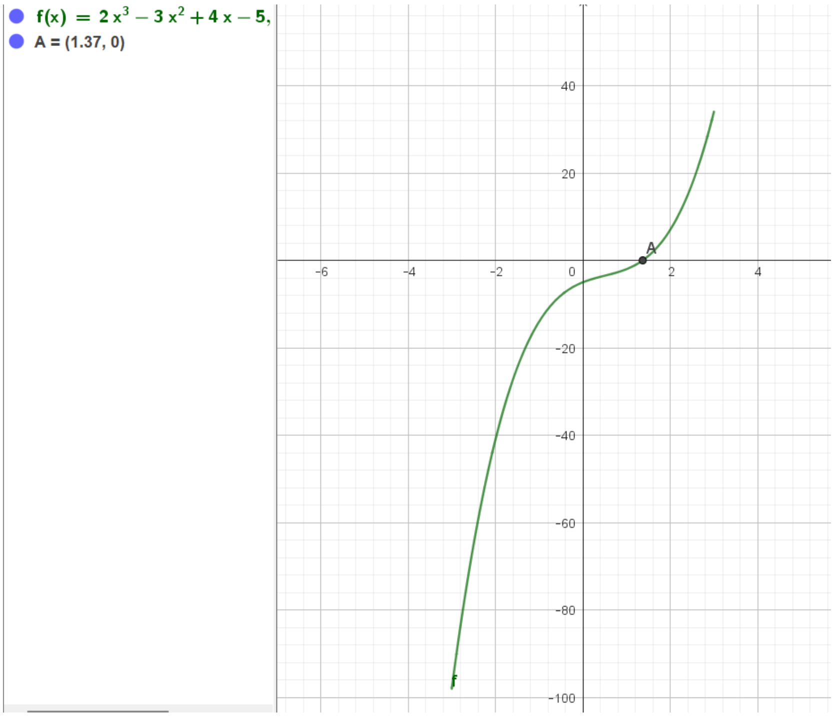


b. Definitionsmængden er; x kan være imellem -3 og 3
   a. Eller: $DM(f) = \{x \epsilon \mathbb{R}: -3 \le x \le 3\}$

c. Angiv skæringspunkter med x-aksen.

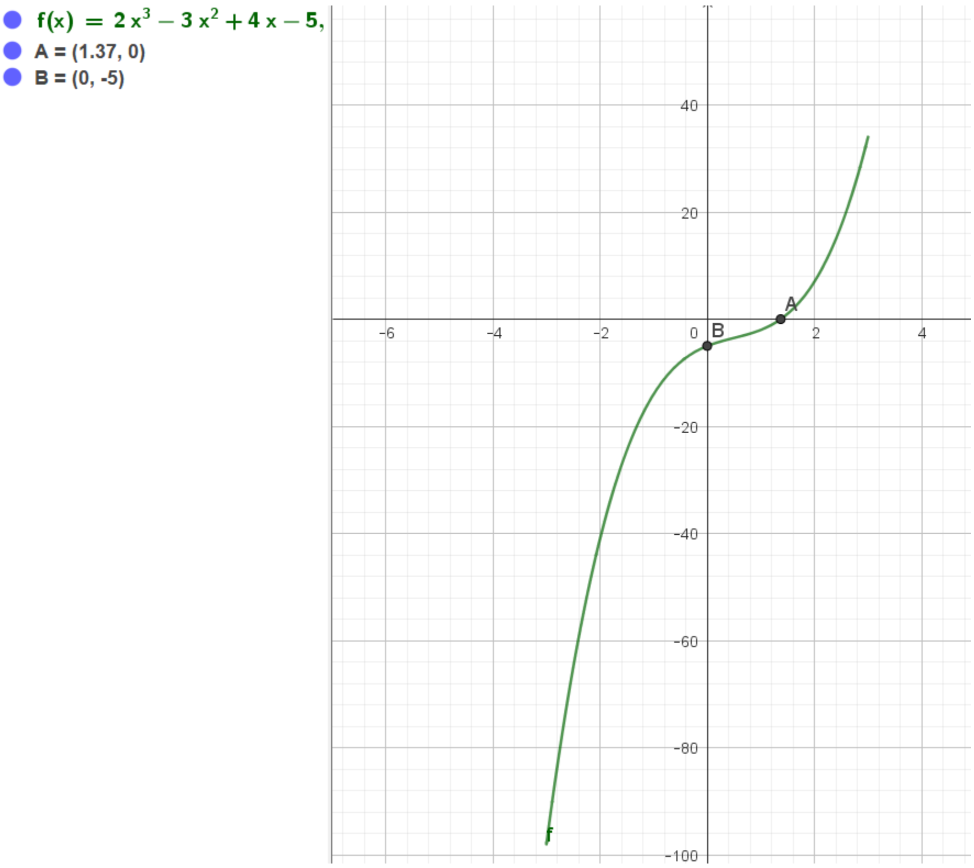
Skæringspunktet er x =1.37

Punktet A = (1.37,0)

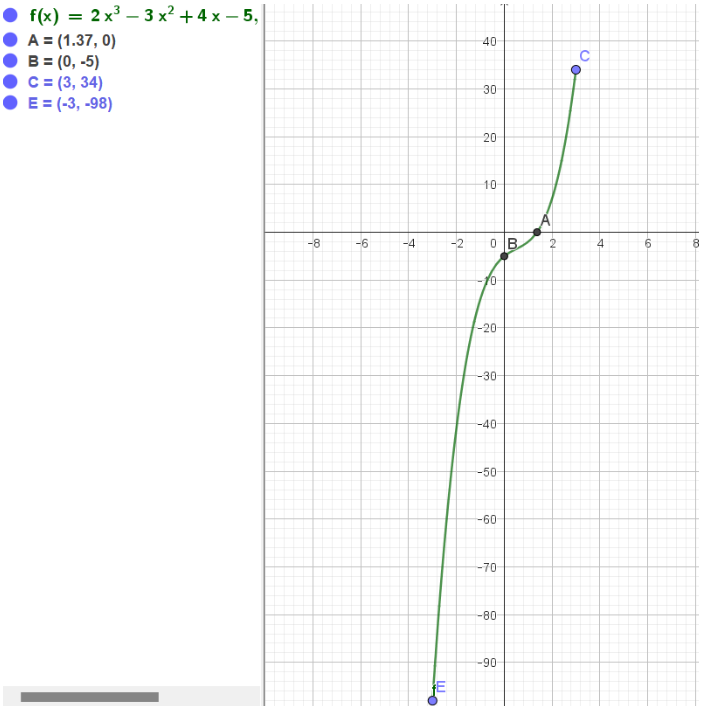


d. Angiv skæringspunktet på y-aksen

Skæringspunktet er: f (0)=-5



e. Der er ikke et lokalt minimum.
f. Der er ikke et lokalt maximum.
g. Der globale minimum er: $(-3, -98)$ og det globale maximum er: $(3{,}34)$



h. Angiv y-intervallet/ værdimængden for funktionen *f*

Værdimængden er alle tal imellem -98 og 34

Eller: $VM(f) = \{x\epsilon\mathbb{R}: -98 \leq x \leq 34\}$

i. Angiv monotoniforholdet:

Funktionen *f* er stigende i alle x-intervallerne og falder ikke på noget tidspunkt.

Opgave 6

$$f(x) = x^2 + 2x + 3$$

f(-4)

$$-4^2 + 2 \cdot (-4) + 3 = -21$$

f(-3)

$$-3^2 + 2 \cdot (-3) + 3 = -12$$

f(-2)

$$-2^2 + 2 \cdot (-2) + 3 = -5$$

f(-1)

$$-1^2 + 2 \cdot (-1) + 3 = 0$$

f(0)

$$0^2 + 2 \cdot 0 + 3 = 3$$

f(1)

$$1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 6$$

f(2)

$$2^2 + 2 \cdot 2 + 3 = 11$$

f(3)

$$3^2 + 2 \cdot 3 + 3 = 18$$

f(4)

$$4^2 + 2 \cdot 4 + 3 = 27$$

X	***-4***	***-3***	***-2***	***-1***	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***
F(x)	-21	-12	-5	0	3	6	11	18	27

a. Afsæt punkterne i en tabel. (se ovenstående)
b. Angiv definitionsmængden og værdimængden

Da funktionen er uendelig, så er det -uendelig til +uendelig for både DM og VM

c. Angiv om *f* er kontinuer eller ej.

Funktionen er kontinuer da den fortsætter fra uendeligt til uendeligt.

Opgave 7

Til OL i triatlon har Henriette gennemført de tre discipliner - nemlig svøming (1,5 km), cykling (40 km) og løb (10 km). Henriette har noteret følgende tider på sit ur:

Disciplin	Svømning	Cykling	Løb
Distance	1,5 km	40 km	10 km
Tid	15 min	60 min	30 min

a. Omregn fra minutter til timer:

$$\frac{15+60+30}{60} = 1{,}75 \text{ time}$$

$$0{,}75 \cdot 60 = 45 \text{ minutter}$$

Så i alt 1 time og 45 minutter

b. Bestem Henriettes hastighed i de tre discipliner. (Vi skal først omregne til en time

$$\text{Svømning: } \frac{15}{60} = 0{,}25$$

$$\frac{1{,}5}{0{,}25} = 6\text{km på en time}$$

Derfor svømmer Henriette altså **6km/t**

$$\text{Cykling: } \frac{60}{60} = 1\ time$$

$$\frac{40}{1} = 40km\ på\ en\ time$$

Derfor cykler Henriette altså **40km/t**

$$\text{Løb: } \frac{30}{60} = 0{,}5time$$

$$\frac{10}{0{,}5} = 20km\ på\ en\ time$$

Derfor løber Henriette altså **20km/t**

c. Bestem en funktion for $d_S(t)$=

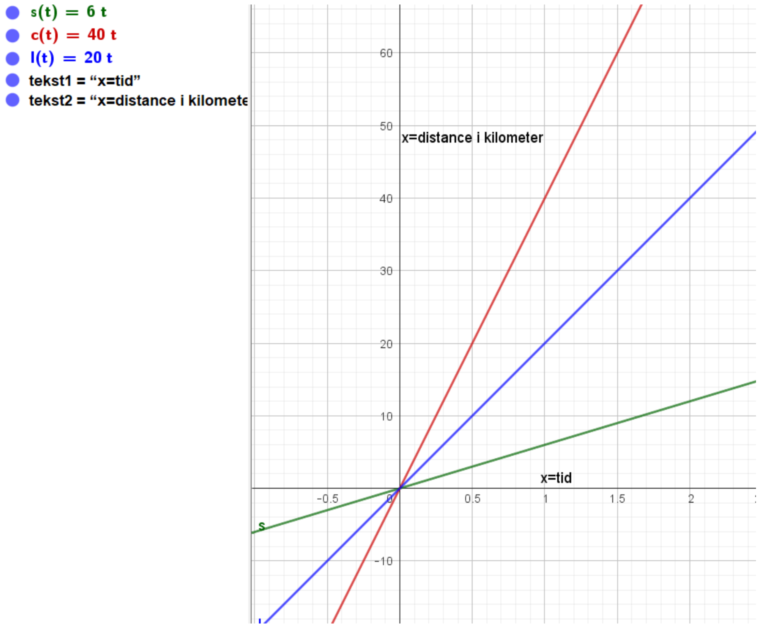
$d_S(t)=6t$

d. Bestem en funktion for $d_C(t)$=

$d_C(t)=40t$

e. Bestem en funktion for $d_L(t)$=

$d_L(t)=20t$



f. Den bestemt gaffelforskrift er som følger:

$$d(t) = \begin{cases} 6t, når\ 0 < t \leq 0{,}25 \\ 40t, når\ 0{,}25 < t \leq 1{,}25 \\ 20t, når\ 1{,}25 < t \leq 1{,}75 \end{cases}$$

g. Nej, de er ikke kontinuerte