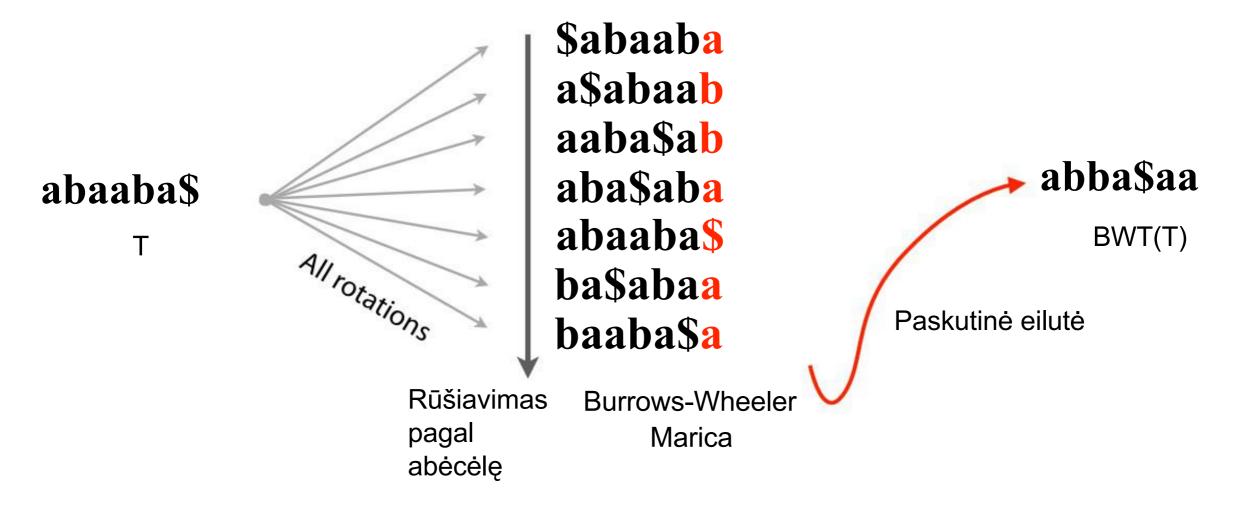
Grįžtama eilutės simbolių permutacija, originaliai naudota duomenų suspaudimui



Kokia nauda suspaudimui? Kaip ji gali būti grįžtama? Kaip gali būti panaudojama indeksuojant tekstą paieškai?

Burrows M, Wheeler DJ: A block sorting lossless data compression algorithm. Digital Equipment Corporation, Palo Alto, CA 1994, Technical Report 124; 1994

```
def rotations(t):
    "" Return list of rotations of input string t ""
    tt = t * 2
    return [ tt[i:i+len(t)] for i in xrange(0, len(t)) ]

def bwm(t):
    "" Return lexicographically sorted list of t's rotations ""
    return sorted(rotations(t))

def bwtViaBwm(t):
    "" Given T, returns BWT(T) by way of the BWM ""
    return ".join(map(lambda x: x[/ 1], bwm(t)))

Take last column
```

```
iii bwtViaBwm('Tomoreilutė_and_tomoreilutė_and_tomoreilutė%')
'w% wwdd__nnoooaattTmmmrrrrrrooo__ooo'

iii bwtViaBwm('It_was_the_best_of_times_it_was_the_worst_of_times%')
's% esttssfftteww_hhmmbootttt_ii__woeeaaressli_____'

iii bwtViaBwm('in_the_jingle_jangle_morning_Ill_come_following_you%')
'u_gleeeengj_mlhl_nnnnt% nwj__lgglolo_iiiiarfcmylo_oo_'
```

Python example: http://nbviewer.ipython.org/6798379

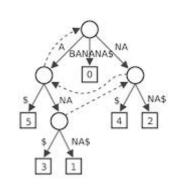
Simboliai išrūšiuojami BWT remiantis dešiniuoju kontekstu

BWT(T) Suteikia papildomą struktūrą ir padaro tekstą labiau suspaudžiamą

bzip2...

final char (L)	sorted rotations	
a	n to decompress. It achieves compression	
0	n to perform only comparisons to a depth	
0	n transformation} This section describes	
0	n transformation} We use the example and	
0	n treats the right-hand side as the most	
a	n tree for each 16 kbyte input block, end	
a	n tree in the output stream, then encodes	
i	n turn, set \$L[i]\$ to be the	
i	n turn, set \$R[i]\$ to the	
0	n unusual data. Like the algorithm of Mar	
a	n use a single set of probabilities table	
е	n using the positions of the suffixes in	
i	n value at a given point in the vector \$1	
e	n we present modifications that improve to	
e	n when the block size is quite large. He	
i	n which codes that have not been seen in	
i	n with \$ch\$ appear in the {\em same order	
i	n with \$ch\$. In our exam	
0	n with Huffman or arithmetic coding. Bri	
0	n with figures given by Bell \cite{bell}.	

Figure 1: Example of sorted rotations. Twenty consecutive rotations from the sorted list of rotations of a version of this paper are shown, together with the final character of each rotation.



BWM primena priesagų masyvą (padaromą iš priesagų medžio)

\$abaaba	6 \$
a\$abaab	5 a \$
aaba\$ab	2 aaba\$
aba\$aba	3 aba\$
abaaba\$	0 abaaba
ba\$abaa	4 ba \$
baaba\$a	1 baaba\$
BWM(T)	SA(T)

Išrūšiavimo tvarka atitinka

T = abaaba

Galima sukonstruoti BWT(T) iš SA(T):

$$BWT[i] = \begin{cases} T[SA[i] - 1] & \text{if } SA[i] > 0\\ \$ & \text{if } SA[i] = 0 \end{cases}$$

"BWT = simboliai yra per vieną poziciją kairiau priesagose iš priesagų masyvo"

\$abaaba
a\$abaab
aaba\$aba
aba\$aba
abaaba\$
abaaba\$
abaaba\$
ba\$abaa
baaba\$a

BWM(T)

6 \$
a\$
aaba\$
aaba\$
aaba\$
aaba\$
abaaba\$
abaaba\$
baaba\$

SA(T)

```
def suffixArray(s):
    "" Given T return suffix array SA(T). We use Python's sorted
        function here for simplicity, but we can do better. ""
    satups = sorted([(s[i:], i) for i in xrange(0, len(s))])
    # Extract and return just the offsets
    return map(lambda x: x[1], satups)

def bwtViaSa(t):
    "" Given T, returns BWT(T) by way of the suffix array. ""
    bw = []
    for si in suffixArray(t):
        if si == 0: bw.append('%')
        else: bw.append(t[si/ 1])
    return ".join(bw) # return string/ ized version of list bw
```

sudarom priesgų masyvą

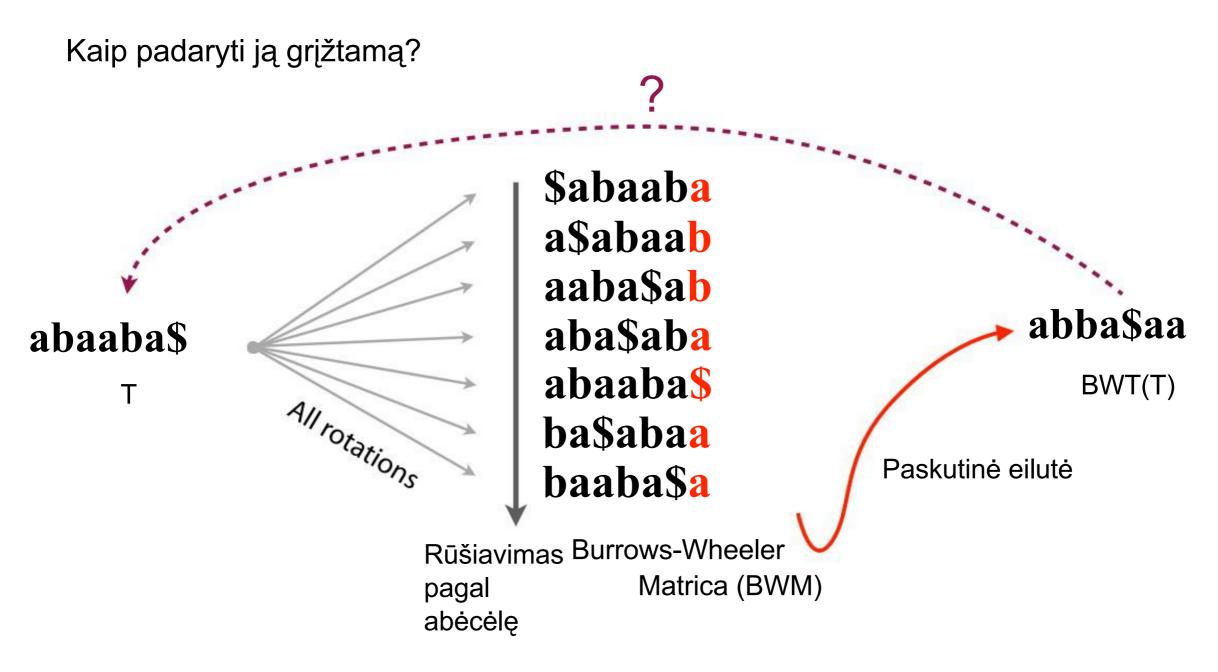
Surenkam pirmus simbolius į kairę iš priesagų masyvo

```
iii bwtViaSa('Tomoreilutė_and_tomoreilutė_and_tomoreilutė%')
'w% wwdd__nnoooaattTmmmrrrrrrooo__ooo'

iii bwtViaSa('It_was_the_best_of_times_it_was_the_worst_of_times%')
's% esttssfftteww_hhmmbootttt_ii__woeeaaressli_____'

iii bwtViaSa('in_the_jingle_jangle_morning_Ill_come_following_you%')
'u_gleeeengj_mlhl_nnnnt% nwj__lgglolo_iiiiarfcmylo_oo_'
```

Python example: http://nbviewer.ipython.org/6798379



BWM turi esminę savybę, vadinamą LF Atvaizdis...

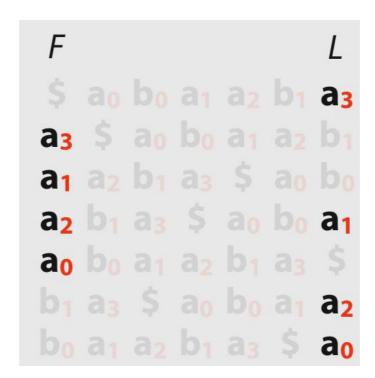
Burrows-Wheeler Transformacija: T-rangavimas

Suteikiam kiekvinam simboliui T rangą, lygų skaičiui kiek prieš tai buvo rasta šio simbolio tekste T. Tai ž T-rangavimas

ao bo a1 a2 b1 a3 \$

Perrašom BWM įtraukdami rangus...

BWM with T-rangavimas:



Pažiūrėkit į pirmą (F) ir paskutinį (L) stulpelį

Atreipkit dėmesį į as

 \mathbf{a}_{s} išsidėsto ta pačia tvarka F ir L. Abiejuose stulpeliuose matome:

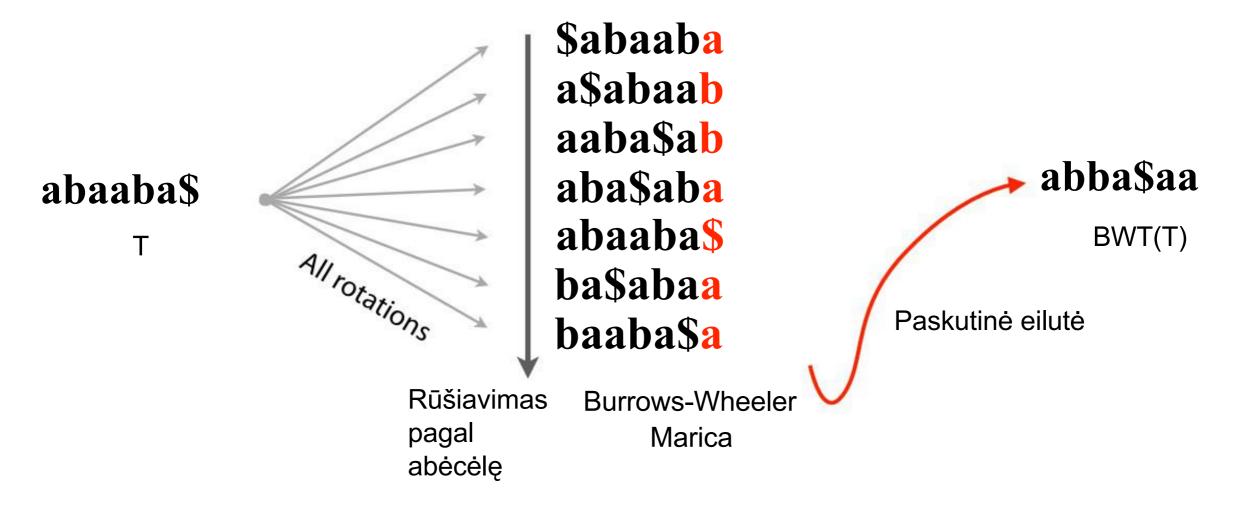
 a_3, a_1, a_2, a_0

BWM with T-rangavimas:

\$ a₀ b₀ a₁ a₂ b₁ a₃
a₃ \$ a₀ b₀ a₁ a₂ b₁
a₁ a₂ b₁ a₃ \$ a₀ b₀
a₂ b₁ a₃ \$ a₀ b₀ a₁
a₀ b₀ a₁ a₂ b₁ a₃ \$
b₁ a₃ \$ a₀ b₀ a₁ a₂
b₀ a₁ a₂ b₁ a₃ \$ a₀

Tas pats ir su $bs: b_1, b_0$

Grįžtama eilutės simbolių permutacija, originaliai naudota duomenų suspaudimui



Kokia nauda suspaudimui? Kaip ji gali būti grįžtama? Kaip gali būti panaudojama indeksuojant tekstą paieškai?

Burrows M, Wheeler DJ: A block sorting lossless data compression algorithm. Digital Equipment Corporation, Palo Alto, CA 1994, Technical Report 124; 1994

```
F

Sao bo a1 a2 b1 a3

a3 $ a0 b0 a1 a2 b1

a1 a2 b1 a3$ a0 b0

a2 b1 a3$ a0 b0 a1

a0 bo a1 a2 b1 a3$

b1 a3 $ a0 b0 a1 a2

b0 a1 a2 b1 a3$ a0
```

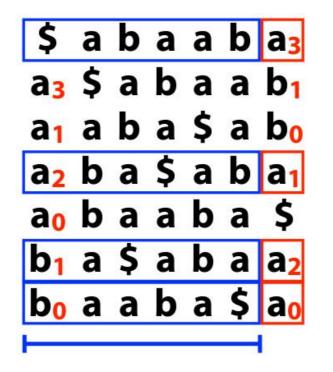
LF Atvaizdis: i-tasis simbolis c sutiktas L ir and the i-tasis simbolis c sutiktas F atitinka ta patį simbolį ir ta pačia poziciją T

surangavus pagal c sutikimus tekste, rangų eiliškumas F ir L sutampa.

Kodėl LF Atvaizdis veikia?



Išrikiuoti leksiografiškai pagal kontekstą dešinėje



Išrikiuoti leksiografiškai pagal kontekstą kairėje

Kodėl a_s išsidėsto būtent
tokia tvarka
vienas kito
atžvilgiu?

c simbolio sutikimai F yra išrikiuoti pagal kontekstą dešinėje. Pagal tą pačią sritį išrikiuojamas ir L!

Kad ir kokį rangą priskirsi simboliams iš T, rangai F ir L sutaps

BWM T-rangavimas:

```
$ a<sub>0</sub> b<sub>0</sub> a<sub>1</sub> a<sub>2</sub> b<sub>1</sub> a<sub>3</sub>
a<sub>3</sub> $ a<sub>0</sub> b<sub>0</sub> a<sub>1</sub> a<sub>2</sub> b<sub>1</sub>
a<sub>1</sub> a<sub>2</sub> b<sub>1</sub> a<sub>3</sub> $ a<sub>0</sub> b<sub>0</sub>
a<sub>2</sub> b<sub>1</sub> a<sub>3</sub> $ a<sub>0</sub> b<sub>0</sub> a<sub>1</sub>
a<sub>0</sub> b<sub>0</sub> a<sub>1</sub> a<sub>2</sub> b<sub>1</sub> a<sub>3</sub> $
b<sub>1</sub> a<sub>3</sub> $ a<sub>0</sub> b<sub>0</sub> a<sub>1</sub> a<sub>2</sub>
b<sub>0</sub> a<sub>1</sub> a<sub>2</sub> b<sub>1</sub> a<sub>3</sub> $ a<sub>0</sub>
```

Tekstinęms paieškoms geresnis rangavimas toks, kai rangai suteikiami pagal simbo lių poziciją F ir L. Tai - B-rangavimas.

BWM B-rangavimas:



F dabar turi labai paprastą struktūrą:\$, bloką a_s su didėjančiais rangais, bloką b_s su didėjančiais rangais.

```
F
                           L
                 $
                          a<sub>0</sub>
                          b_0
                a<sub>0</sub>
                          b<sub>1</sub> ← Kuri BWM eilutė prasideda b<sub>1</sub>?
                a1
                                          Praleidžiam eilutę prasidedančia $ (1 eilutė )
                          a1
                a2
                                          Praleidžiam eilutę prasidedančia a (4 eilutės)
                           $
                a3
                                          Praleidžiam eilutę prasidedančia b<sub>0</sub> (1 eilutė)
                b_0
                          a2
                                          Atsakymas: eilutė 6
eilutė 6 \rightarrow b1
                       a3
```

Tegul *T* susideda iš 300 **A**, 400 **C**, 250 **G**,700 **T** ir \$ < **A** < **C** < **G** < **T**

Kuri BWM eilutė (indeksavimas nuo 0) prasideda G_{100} ? (B-rangavimas)

Praleidžiam eilutę prasidedančią \$ (1 eilutė)

Praleidžiam eilutę prasidedančią A (300 eilučių)

Praleidžiam eilutę prasidedančią **C** (400 eilučių)

Praleidžiam pirmas 100 eilučių prasidedančių ${f G}$ (100 eilučių)

atsakymas: eilutė 1 + 300 + 400 + 100 = eilutė 801

Burrows-Wheeler Transformacija: grįžimas

Vykdant grįžtamąją transformaciją BWT(T) pradedama nuo dešiniosios T dalies ir judama kairėn

Pradedam pirmoje eilutėje. F privalo turėti L turi F simbolį, kuris yra prieš a_0

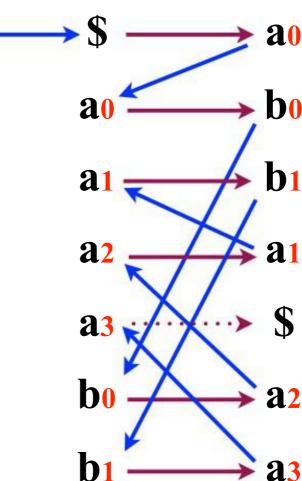
a₀: LF Atvaizdis rodo, kad tai yra tas pats a aptikimas, kaip ir pirmas a F. Einam į eilutę prasidedančią a0. L turi simbolį, kuris yra prieš a0: b0.

Kartojam **b**₀, gaunam **a**₂

Kartojam a2, gaunam a1

Kartojam a1, gaunam b1

Kartojam **b1**, gaunam **a3**



Kartojam a_3 , gaunam \$, done Atvirkščiai aplankyti simboliai = a_3 b_1 a_1 a_2 b_0 a_0 \$ = T

Burrows-Wheeler Transformacija: grįžimas

Gryžimas vizualizuotas kitaip: BWT(T):

```
F
                                                                       ao
                                                                                                    ao
                                                                                                                                 ao
                                                         ao
                                                                       bo
                                                                                                   bo
                            a_0 \rightarrow b_0
                                                                       b<sub>1</sub>
                                                                                                   b_1
                                                                                                                   a_1 \rightarrow b_1
                                                         a<sub>1</sub>
                            a<sub>1</sub>
a2
                            a<sub>2</sub>
                                          a<sub>1</sub>
                                                                                      a_2 \rightarrow a_1
                                                                                                                                 a<sub>1</sub>
                                         a<sub>2</sub>
                                                                                                                                a_2
                                                         b_0 \rightarrow a_2
                                                                                                    a<sub>3</sub>
                                                                                                                                a<sub>3</sub>
                                                                       a<sub>3</sub>
```

 $T: a_3 b_1 a_1 a_2 b_0 a_0 $$

Burrows-Wheeler Transformacija: grįžimas

```
def rankBwt(bw):
    "Given BWT string bw, return parallel list of B/ ranks. Also
         returns tots: map from character to # times it appears. ""
    tots = dict()
    ranks = []
    for c in bw:
         if c not in tots: tots[c] = 0
         ranks.append(tots[c])
         tots[c] += 1
    return ranks, tots
def firstCol(tots):
    "Return map from character to the range of eilutes prefixed by
         the character. ""
    first = {}
    totc = 0
    for c, count in sorted(tots.iteritems()):
         first[c] = (totc, totc + count)
         totc += count
    return first
def reverseBwt(bw):
    " Make T from BWT(T) "
    ranks, tots = rankBwt(bw)
    first = firstCol(tots)
    eilutėi = 0 # start in first eilutė
    t = '%' ' # start with rightmost character
    while bw[eilutėi] != '% ':
         c = bw[eilutėi]
         t = c + t \# prepend to answer
         # jump to eilute that starts with c of same rank
         eilutėi = first[c][0] + ranks[eilutėi]
    return t
```

B-rangavimas ir simbolių skaičiavimas

Pirmos eilutės struktūra

Grįžimas

Python example: http://nbviewer.ipython.org/6860491

Kuo BWT naudingas duomenų kompresijai:

Išrūšiuoja simbolius pagal dešinijį kontekstą - labiau suspaudžiama eilutė gaunama

Kaip vykdoma grįžtamoji transformacija:

Naudojant LF Atvaizdį, galima atkurti T nuo kairės pusės

Kaip galima panaudoti lyg sekos indeksą paieškai?

FM Indeksas

FM Indeksas: indeksas apjungiantis BWT su keletu pagalbinių duomenų struktūrų.

"FM" verčiasi "Full-text Minute-space." (išradėjų vardai Ferragina and Manzini)

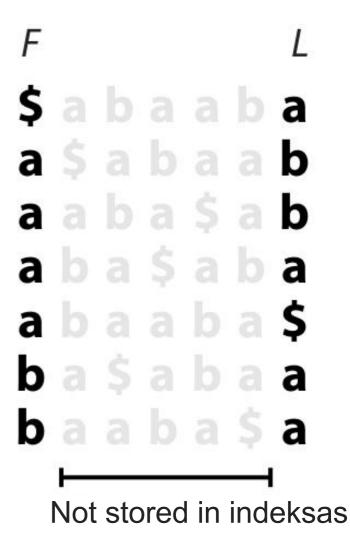
Pagrindas - F ir L iš BWM:

F laikomas labai parastai(1 integer per alfabeto simbolį)

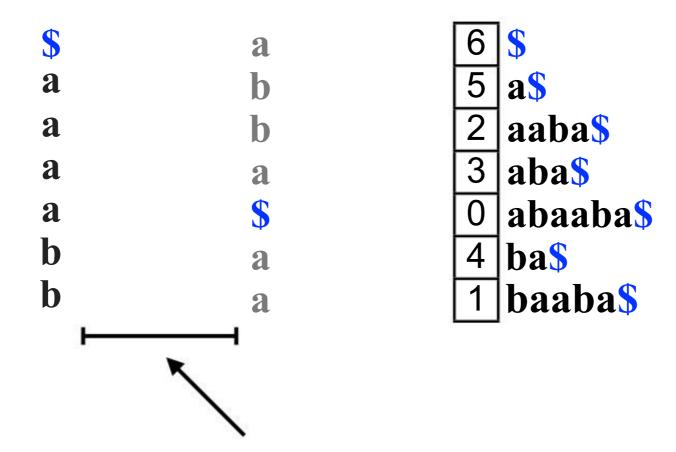
L - simbolių eilutė, kurią galima suspausti.

Labai mažai vietos!

Paolo Ferragina, and Giovanni Manzini. "Opportunistic data structures with applications." *Foundations of Computer Science*, 2000. Proceedings. 41st Annual Symposium on. IEEE, 2000.



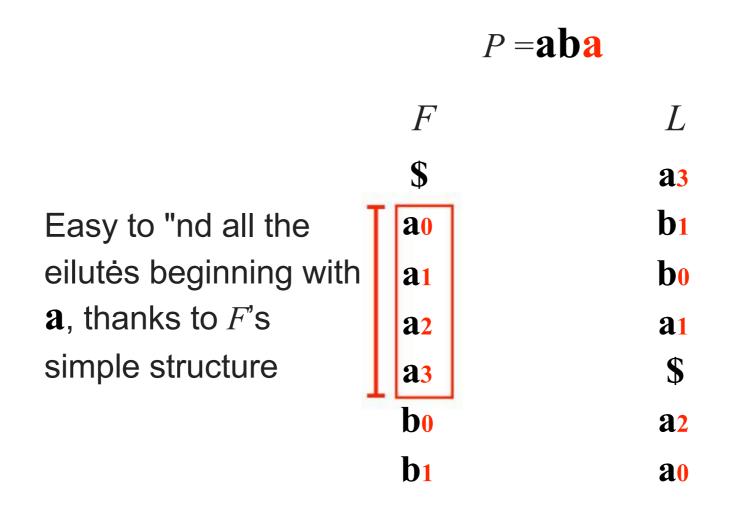
BWM susijęs su priesagų masyvu, bet nealima atlikti tiesioginės paieškos



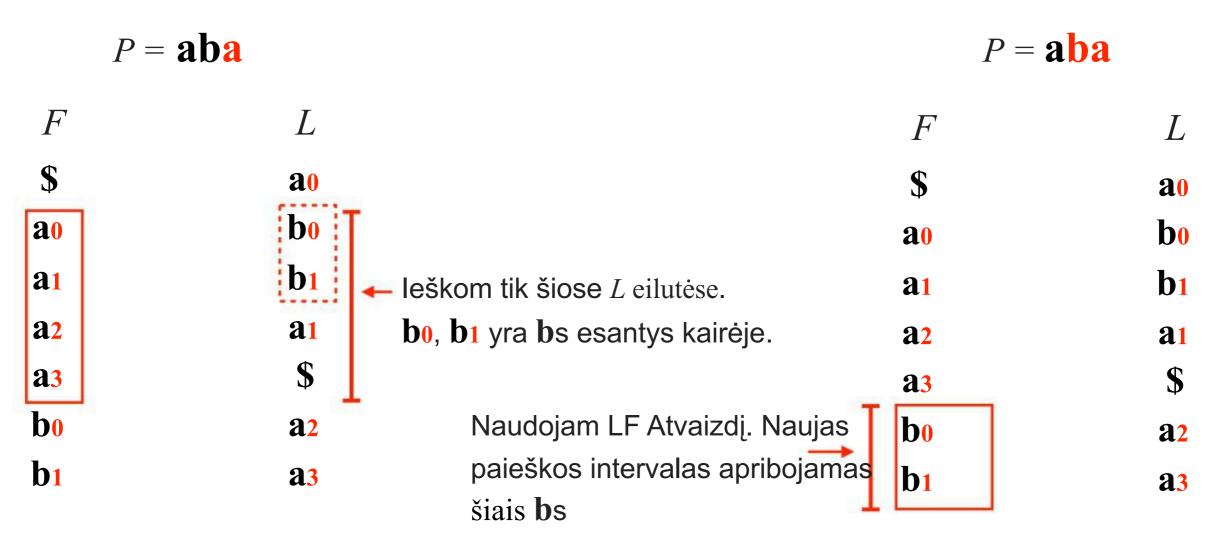
Neturime šių stulpelių, "lengva" paieška negalima

Ieškom eilučių intervalo BWM(T), kur P būtų priešdėlis.

Pradedam nuo trumpiausios *P* priesagos (pats dešinysis simbolis), ir ireratyviai ilginam presagą, kol intervalas tampa tuščias arba baigiasi P.

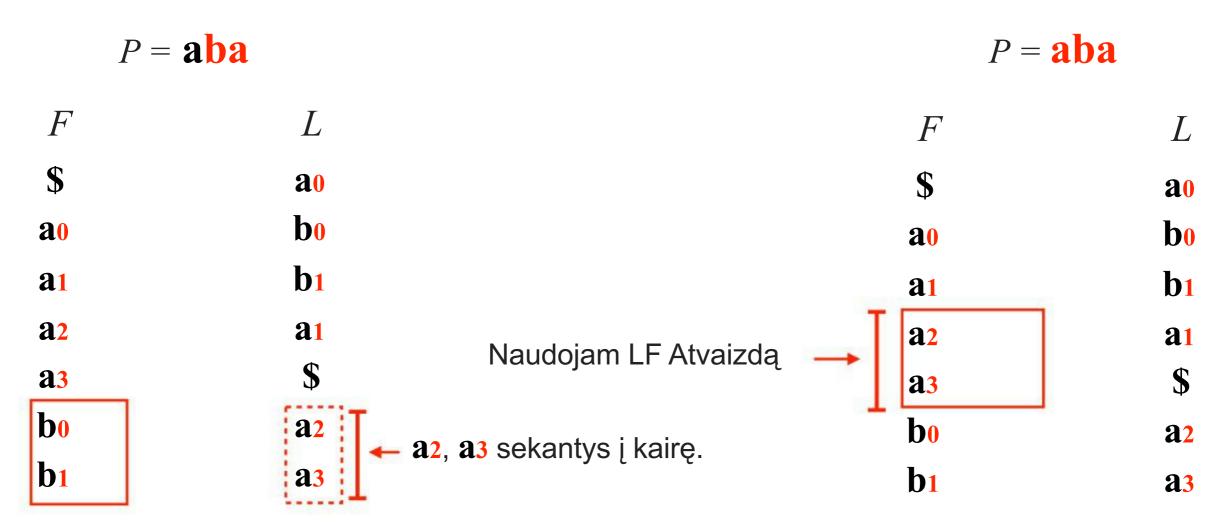


Turim eilutes prasidedančias $\, {f a} \,$,tada ieškom eilučių, kurios prasideda ${f b} \, {f a} \,$



Dabar turime eilutes, kurių priešdėlis ba

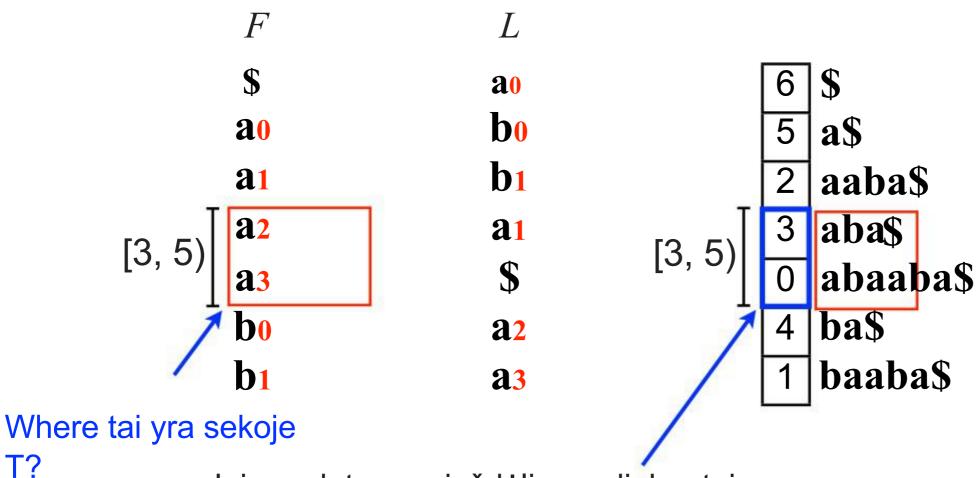
Turime eilutes beprasidedančias ${f ba}$, dabar ieškome eilutės prasidedančios ${f aba}$



Dabar turim eilutes turinčias priešdėlį aba

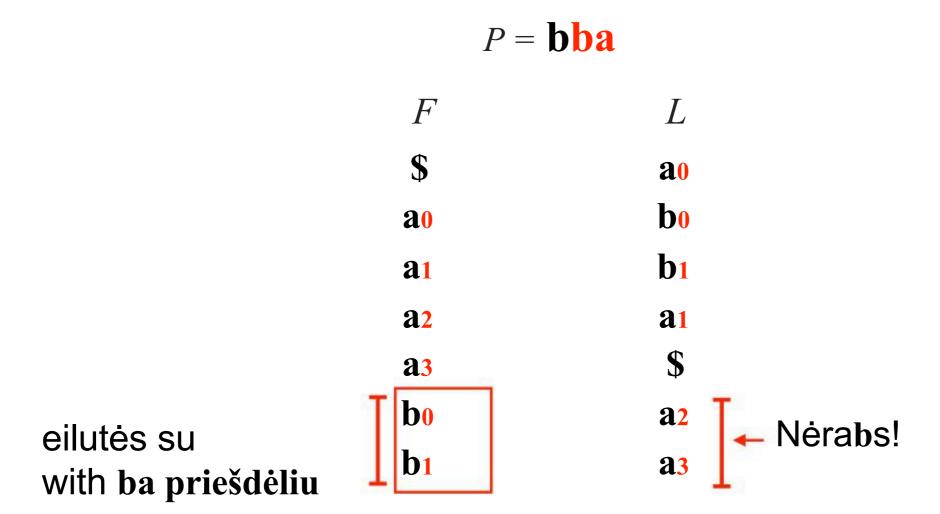
T?

P = aba Jei naudotume priešdėlių masyvą, tai iš kart gautume ir poziciją[3, 5) sekoje T

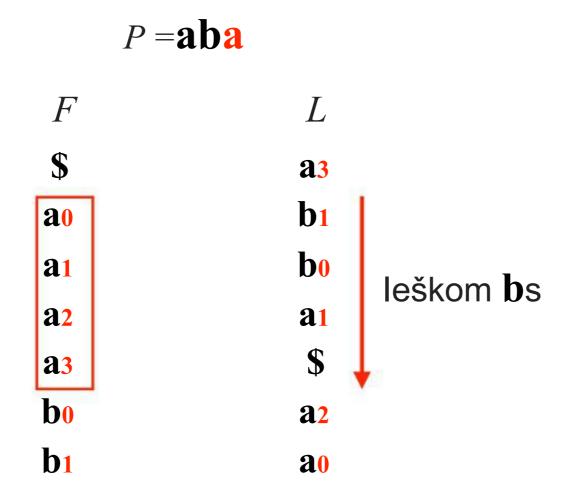


Jei naudotumepriešdėlių medį, kur tai yra.

Kai *P* nėra T, galiausiai neberandame sekančio į kairę simbolio:



Jei skanuojam paprastai simbolio L sekoje, paieška gali būti labai lėta O(m)



FM Indeksas: Trūkumai

(1) leškiojimas simbolio, kuris yra į kairę sekoje - lėtas

```
$ a0
a0
a1
b1
O(m)
a2
a3
b0
a2
b1
a3
```

(2) Rangų saugojimas užima daug vietos

```
def reverseBwt(bw):

"" Make T from BWT(T) ""

ranks, tots = rankBwt(bw)

first = firstCol(tots)

eilutėi = 0

t = '%'

while bw[eilutėi] != '%':

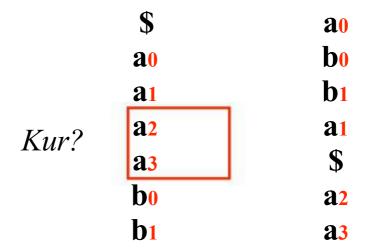
c = bw[eilutėi]

t = c + t

eilutėi = first[c][0] + ranks[eilutėi]

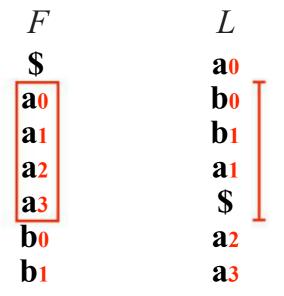
return t
```

(3) Netinka pozicijai seoje nustatyti.

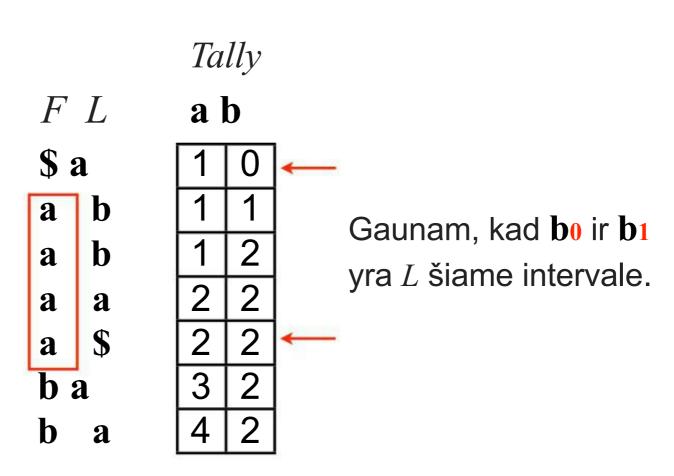


FM Indeksas: greitas rangų skaičiavimas

Ar yra O(1) būdas nustatyti, kurie **b**s yra prieš **a**s.

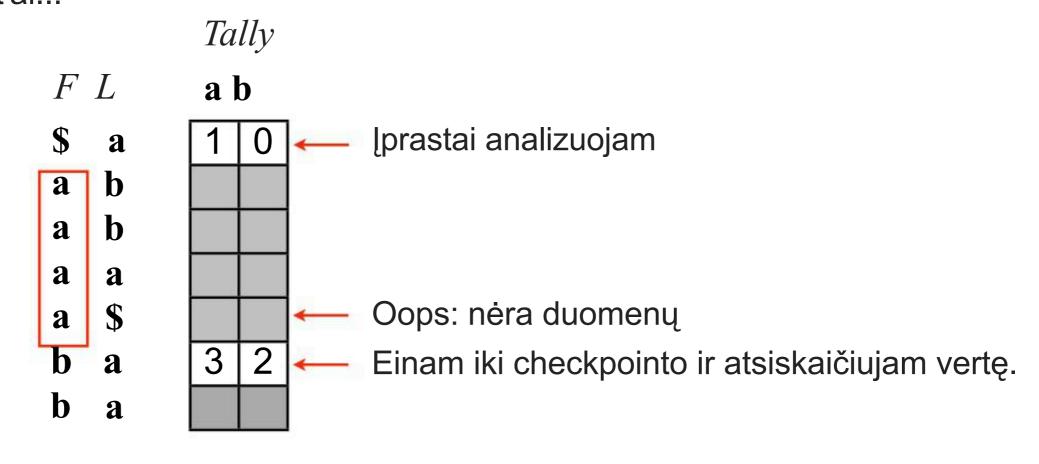


Idėja: iš anksto apskaičiuojam # as,bs , kuris yra L iki kiekvienos eilutės:



FM Indeksas: greitas rangų skaičiavimas

Kita idėja: iš anksto apskaičiuojam # **a**s, **b**s L iki tam tikros eilutės tik kai kurioms eilutėms (kas 5-tai) checkpoint'ai...



FM Indeksas: Trūkumai

(1) leškiojimas simbolio, kuris yra į kairę sekoje - lėtas

```
$
                           a<sub>0</sub>
                           b_0
a<sub>0</sub>
                           b_1
a1
                                    O(m)
                                    scan
a2
                           a1
                            $
a3
b_0
                           a2
b_1
                           a3
```

(2) Rangų saugojimas užima daug vietos

```
def reverseBwt(bw):

"" Make T from BWT(T) ""

ranks, tots = rankBwt(bw)

first = firstCol(tots)

eilutėi = 0

t = '%'

while bw[eilutėi] != '%':

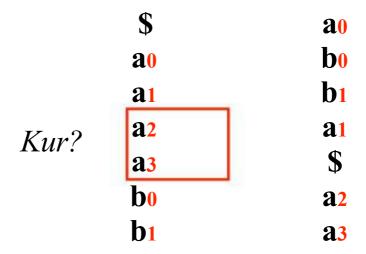
c = bw[eilutėi]

t = c + t

eilutėi = first[c][0] + ranks[eilutėi]

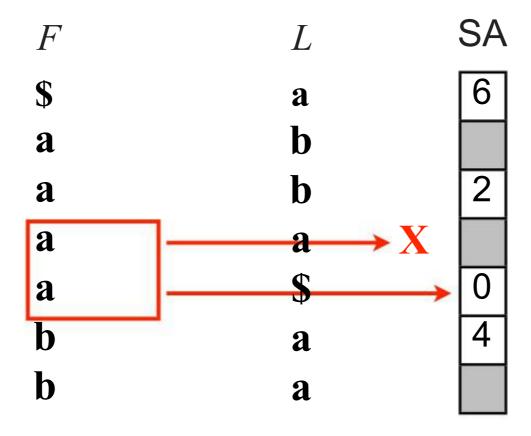
return t
```

(3) Netinka pozicijai seoje nustatyti.



FM Indeksas: pozicijų radimas

Idėja: laikome dalį priesaos medžio įrašų



FM Indeksas: pozicijų radimas

LF Atvaizdis rodo, kad a 3-čios eilutės pabaigoje atitonka ... a antros eilutės pabaigoje, kurios pozicija T yra išsaugota.

