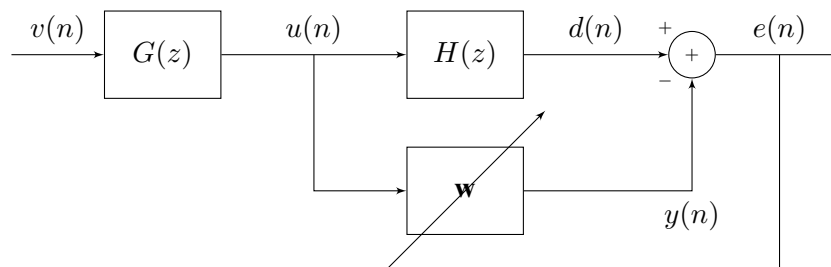


Προσαρμογή στο Πεδίο της Συχνότητας

Εργασία 2

29 Μαρτίου 2017

Το παρακάτω σχήμα περιγράφει το πρόβλημα της αναγνώρισης συστήματος. Αν το σύστημα $H(z)$ είναι άγνωστο, χρησιμοποιείτε τους αλγόριθμους *Block LMS* και *Fast Block LMS* για τον υπολογισμό των βαρών $\mathbf{w}(n)$ του προσαρμοζόμενου φίλτρου.



$$u(n) = -0.34u(n-1) + v(n)$$

- α) Συμπληρώστε τον κώδικα που υπάρχει στο `fftproof.m` ώστε να επιβεβαιώσετε τους υπολογισμούς του ταχέως μετασχηματισμού *Fourier* (*FFT*) $\hat{\mathbf{x}}$ για ένα σήμα \mathbf{x} του οποίου το μήκος είναι δύναμη του δύο ($n = 2^q$). Βασιστείτε στον ορισμό του διακριτού μετασχηματισμού *Fourier* (*DFT*), αφού πρώτα τον μετασχηματίσετε κατάλληλα, όπως παρουσιάστηκε στην τάξη.

$$\hat{x}_k = \sum_{j=0}^{2^q-1} x_j \underbrace{e^{-2\pi i \frac{jk}{2^q}}}_{\omega_n^{jk}}, \quad k = 0, 1, \dots, n-1$$

- β) Γράψτε μια αναδρομική συνάρτηση στο Matlab που να υπολογίζει τον *FFT* για μια οποιαδήποτε είσοδο της οποίας το μήκος είναι δύναμη του δύο. Ποιο είναι το υπολογιστικό κόστος του *DFT* και του *FFT* σε `flops` (πρόσθεση μιγαδικών: 2 `flop`, πολλαπλασιασμός μιγαδικών: 6 `flop`); Βρείτε θεωρητικά το υπολογιστικό κόστος του *FFT* για σήμα μήκους n , βασιζόμενοι στην αναδρομική σχέση που εκφράζει την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου και επιβεβαιώστε το αποτέλεσμα του κώδικά σας.
- γ) Γράψτε ένα πρόγραμμα σε Matlab που να επιβεβαιώνει το θεώρημα της συνέλιξης (*Convolution Theorem*). Χρησιμοποιήστε δυο τυχαία σήματα \mathbf{x} , \mathbf{y} και υπολογίστε το αποτέλεσμα της συνέλιξης τους με:
- τη συνάρτηση `conv()` του Matlab.
 - τον πολλαπλασιασμό $\mathbf{Y}\mathbf{x}$, όπου ο \mathbf{Y} είναι πίνακας *Toeplitz* που έχει προκύψει από το σήμα \mathbf{y} .
 - τον πολλαπλασιασμό $\mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}$, όπου ο πίνακας \mathbf{C} είναι *Circulant* και έχει προκύψει από επέκταση του πίνακα \mathbf{Y} .
 - τον πολλαπλασιασμό του μετασχηματισμού *Fourier* των κατάλληλων σημάτων.
- δ) Το αρχείο `plant.p` περιέχει ένα άγνωστο, γραμμικό σύστημα. Χρησιμοποιήστε ένα προσαρμοζόμενο φίλτρο 2^{10} συντελεστών για τη μοντελοποίηση του άγνωστου συστήματος. Η προσαρμογή θα πρέπει να γίνει με τον αλγόριθμο *Block LMS*. Παρουσιάστε τις παρακάτω υλοποιήσεις του αλγορίθμου:
- Με δύο εμφωλευμένους βρόχους (*nested loops*).
 - Με ένα βρόχο και πράξεις πινάκων,
 - Με προσαρμογή στο πεδίο της συχνότητας κάνοντας χρήση του *FFT*.
 - Με μη περιορισμένη (*unconstrained*) προσαρμογή στο πεδίο της συχνότητας.

Ποια είναι πιο συμφέρουσα υπολογιστικά; Θεωρήστε ότι η είσοδος στο σύστημα (σήμα $v(n)$) είναι λευκός θόρυβος με διακύμανση $\sigma_v^2 = 0.57$ που καταγράφεται από τον αισθητήρα $G(z)$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Σε αυτό το ερώτημα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τη συνάρτηση `fft()` του Matlab.

Παραδώστε: Τον κώδικά σας και σύντομη αναφορά (όχι πάνω από τρεις σελίδες) με διαγράμματα που να απεικονίζουν τις καμπύλες εκμάθησης (*learning curves*) του συστήματος και τα σχόλιά σας για την απόδοση και την ταχύτητα σύγκλισης του κάθε αλγορίθμου.

Καταληκτική ημερομηνία: 27 Απριλίου 2017.