

V 64

Interferometrie

Yvonne Kasper
yvonne.kasper@udo.edu

Robert Appel
robert.appel@udo.edu

Durchführung: 05.12.18

Abgabe: 20.12.18

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	1
2 Theorie	1
2.1 Das Sagnac-Interferometer	1
2.2 Kontrastbestimmung	2
2.3 Brechungsindex	2
3 Durchführung	3
4 Auswertung	4
5 Diskussion	7
Literatur	7

1 Ziel

In diesem Versuch soll mit Hilfe des Sagnac-Interferometers des Herstellers TeachSpin der Brechungsindex von Luft sowie der Brechungsindex von Glas bestimmt werden. Dazu wird das Interferometer zunächst justiert und der maximale Kontrast ermittelt.

2 Theorie

Licht kann als elektromagnetische Welle interpretiert werden. Durch die Überlagerung zweier Wellen treten unter bestimmten Bedingungen Interferenzeffekte auf, welche mit einem Interferometer vermessen werden können. Damit lässt sich die in diesem Versuch zu Untersuchende Größe des Brechungsindex untersuchen. Eine Lichtwelle kann also wie in Gleichung 1 als Funktion von Raum und Zeit mathematisch ausgedrückt werden. Dabei beschreibt der Vektor \vec{E}_0 die Polarisation des Lichtes an.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot \exp i(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \quad (1)$$

Der verwendete HeNe-Laser liefert kohärentes, also interferenzfähiges Licht. Nach dem Superpositions-gesetz addieren sich zwei Wellen in jedem Raumzeitpunkt, sodass eine überlagerte Welle entsteht. Wenn zwischen den Wellen ein Gangunterschied δ existiert treten Interferenzeffekte. In einem Michelson-Interferometer wird der Gangunterschied über die verschiedenen langen Laufwege der zwei Lichtstrahlen erzeugt, dies ist beim Sagnac-Interferometer nicht der Fall. Hier wird der Gangunterschied durch die relative Polarisationsänderungen der zwei Lichtstrahlen erzeugt.

2.1 Das Sagnac-Interferometer

In Abbildung 1 ist der Versuchsaufbau schematisch dargestellt. Der Lichtstrahl aus dem Helium-Neon-Laser wird über zwei Steuerspiegel zunächst auf einen Polarisationsfilter und dann auf einen Polarizing-Beam-Splitter-Cube (PBSC) gelenkt. Der PBSC besteht aus zwei Prismen, welche an der Hypotenuse zusammengeklebt sind. Der Lichtstrahl wird ohne nennenswerten Intensitätsverlust in dem PBSC in zwei Strahlen geteilt, welche sowohl in der Ausbreitungsrichtung als auch in der Polarisation senkrecht zu einander stehen. Die so erzeugten Strahlen durchlaufen nun das selbe Rechteck aus Spiegeln, jedoch in unterschiedlicher Richtung. Sie treffen sich am selben PBSC wie zu Trennung und interferieren dort.

Befindet sich eine Probe im Lichtstrahl tritt konstruktive Interferenz auf und die Anzahl der Maxima kann genutzt werden um den Brechungsindex der Probe zu untersuchen.

Die Vermessung der Maxima geschieht durch einen weiteren Durchgang durch einen zweiten PBSC. Die aufgetrennten Strahlen treffen dann auf Photodioden.

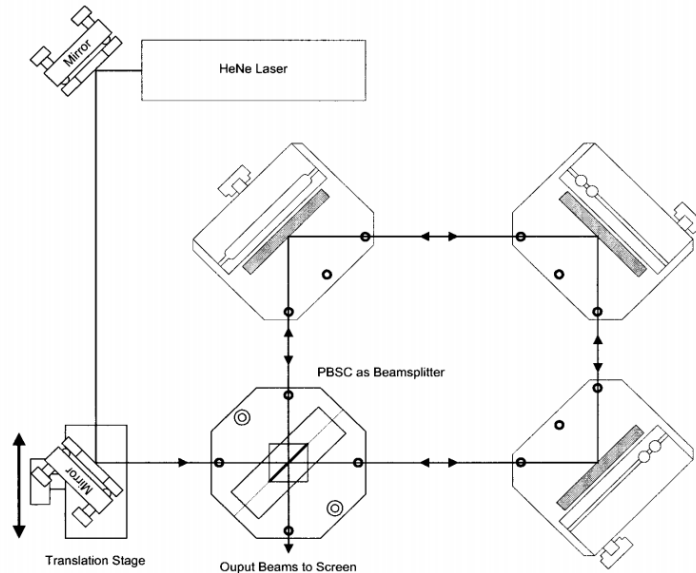


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Sagnac-Interferometers [1].

2.2 Kontrastbestimmung

Ein Qualitätsmaß von Interferometern ist der Kontrast K . Dieser wird durch die maximalen und minimalen Intensitäten mit :

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (2)$$

bestimmt. Dabei ist 1 der bestmögliche und 0 der schlechteste Wert.

Die **Intensität** kann mit

$$I \propto |E_1 \cos(\phi) \cos(\omega t) + E_2 \sin(\phi) \cos(\omega t + \delta)|^2 \quad (3)$$

beschreiben werden. Da sie sich **Dabei** beschreibt ϕ den Polarisationswinkel, E_0 die Amplituden der Wellen und δ eine Phasenverschiebung. Für konstruktive bzw. destruktive Interferenz gilt:

$$\delta_k = 2n\pi, n \in \mathbb{N}_0$$

$$\delta_d = (2n + 1)\pi, n \in \mathbb{N}.$$

Weiterhin gilt $\langle \cos(\omega t + \delta) \rangle = 1/2$. Damit lässt sich die Intensität ausdrücken **zu:**

$$I \propto I_{\text{Laser}} (1 \pm 2 \cos(\phi) \sin(\phi)) \quad (4)$$

Wobei die Amplituden über die Amplituden des Lasers $I_{\text{Laser}} \propto (E_1 + E_2)^2$ ausgedrückt werden. Daraus kann unter der Verwendung des **Additionstheorems** $\sin(2\phi) = 2 \cos(\phi) \sin(\phi)$ die Gleichung 2 umgeformt werden:

$$K = \sin 2\phi \quad (5)$$

2.3 Brechungsindex

Ist der Kontrast ausreichend hoch, kann über die Abzählung der Interferenz Maxima der Brechungsindex von Proben bestimmt werden.

Die Anzahl der Maxima M lässt sich als Funktion des Phasenversatzes $\Delta\phi$ ausdrücken.

$$M = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \quad (6)$$

Nun sollen zwei **Fäll** betrachtet werden.

Brechungsindex eines Plättchens Wird der Phasenunterschied der beim **durchlaufens** eines Plättchens mit Brechungsindex n auftritt betrachtet, wirken dort zwei Effekte. Einmal die Phasenänderung aufgrund des Brechungsindex und einmal die Phasenverschiebung aufgrund von Brechung. Über die Geometrie des Strahlengangs im Plättchen und durch Verwendung des Snelius-Relation und der Gleichung (6) ergibt sich

$$M \approx \frac{2d}{\lambda_{vac}} \frac{n-1}{n} \theta^2, \quad (7)$$

dabei bezeichnet d die Dicke des Plättchens, λ_{vac} die **Vakuumwellenlänge** und θ den Winkel zwischen Plattennormale und dem eintreffenden Strahl [1].

Brechungsindex eines Gases Der Phasenunterschied der auftritt wenn das Licht ein Gas durchläuft ist nur auf den Brechungsindex des Gases zurück zuführen. Also der Übergang von Vakuum $n_{vac} = 1$ zum Gas mit Brechungsindex n . Daraus folgt die Gleichung

$$M = \frac{n-1}{\lambda_{vac}} L, \quad (8)$$

dabei bezeichnet L die Strecke, die das Licht im Gas zurücklegt, also in diesem Aufbau die Länge der Gaszelle [1]. Ein anderer Weg den Brechungsindex eines Gases zu bestimmen, ist das Lorentz-Lorenz-Gesetz

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} N \alpha_m \quad (9)$$

$$\text{Näherung: } n \approx \sqrt{1 + \frac{3Ap}{RT}} \quad (10)$$

dabei bezeichnet N die Teilchenzahl pro Volumen, α_m die molekulare Polarisierbarkeit, A die **molare Polarisierbarkeit**, p den Druck, R die allgemeine Gaskonstante und T die Temperatur [3].

3 Durchführung

Zuerst wird das Interferometer wie in Abbildung 1 gezeigt aufgebaut und die Spiegel justiert. Ist die Apparatur justiert kann sie mit der Messvorrichtung wie in Kapitel 2.1 geschildert erweitert und vollendet werden. An den Dioden ist eine Messvorrichtung angebracht die bei einem Wechsel der Intensitäten auf beiden Dioden einen Zähler aktiviert. So können die Interferenzmaxima bzw -minima gezählt werden.

Nun wird vor dem ersten PBSC ein Polarisationsfilter eingebracht und in den Strahlengang nachdem PBSC das dünne Plättchen. Eine der Dioden wird jetzt an ein Oszilloskop angeschlossen. **Nun wird der Polarisationswinkel variiert und der Winkel des Plättchens im Strahlengang.** Folglich kommt es jetzt zur Interferenz. Das Signal der Diode zeigt also den Intensitätswechsel in Abhängigkeit vom Winkel des Plättchens. Dieser wird nun **aus** dem Oszilloskop vermessen, daraus wird die maximale und minimale Intensität gewonnen, woraus der Kontrast berechnet werden kann. Dann wird der Polarisationswinkel für den maximalen Kontrast eingestellt und das Signal der Diode wird wieder auf den Zähler gegeben.

Nun wird wieder der Winkel des Plättchens variiert, dieses mal wird aber die Anzahl der Interferenzmaxima in Abhängigkeit des Winkels gemessen. Das wurde sechsmal durchgeführt.

Nun wird das Plättchen aus dem Strahlengang entfernt und die Gaszelle eingebracht. Die Gaszelle wird mit einer Vakuumpumpe evakuiert und dann langsam wieder mit Luft befüllt, dies geschieht alles über ein Ventilsystem. Dabei wird die Anzahl der Interferenzmaxima in Abhängigkeit vom Druck gemessen. Die Druckmessung geschieht über ein Piezoelement innerhalb der Gaszelle. Die Messung wurde viermal durchgeführt.

4 Auswertung

Bestimmung des Polarisationswinkels Der im Versuchsaufbau verwendete Polarisationsfilter soll so eingestellt werden, dass maximaler Kontrast gewährleistet ist. Dazu wird der Winkel gegen den Kontrast aufgetragen und der Kontrast kann mit nicht-linearer Ausgleichsrechnung bestimmt werden (vgl. Gleichung (5)). Damit kann dann der Winkel für den größten Kontrast bestimmt werden. Die Prozedur ist in der Abbildung 2 abgebildet. Der Polarisationswinkel mit größt möglichem Kontrast wurde zu $\theta \approx 48^\circ$ bestimmt.

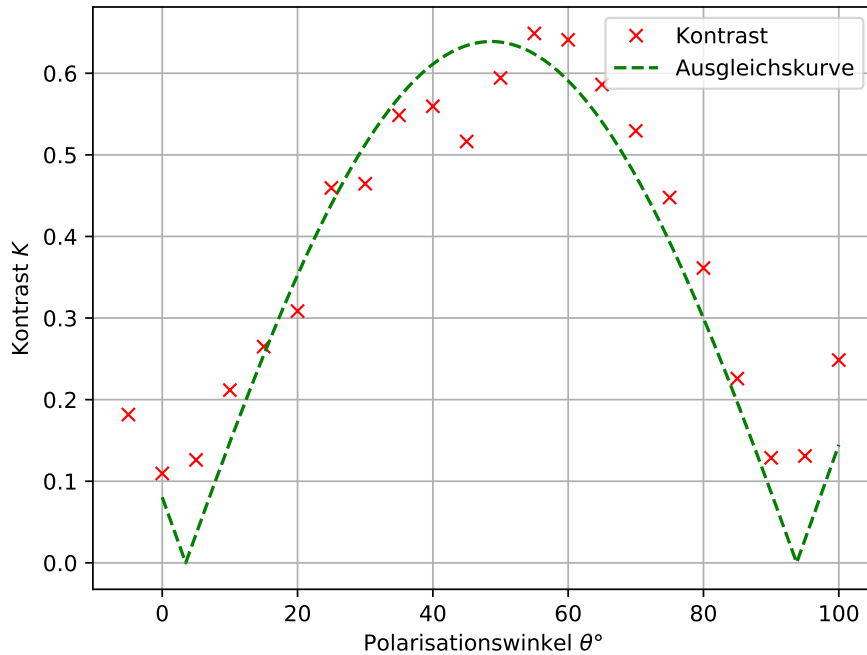


Abbildung 2: Kontrast aufgetragen gegen den Polarisationswinkel.

Bestimmung des Brechungsindex eines Glassplättchens Der Brechungsindex in Abhängigkeit von der Anzahl der Interferenzmaxima ist gegeben über

$$M \approx \frac{2d}{\lambda_{vac}} \frac{n-1}{n} \delta\theta, \quad (11)$$

dabei bezeichnet M die **Anzahl**, $d = 1 \text{ mm}$ die **dicke** des Plättchens, λ_{vac} die **Vakuumwellenlänge** und $\delta\theta$ die Winkeländerung. Diese Gleichung ergibt sich aus der Taylorentwicklung der Gleichung (7) für kleine Winkel. Nun wird die Anzahl der Interferenzmaxima gegen die Winkeländerung aufgetragen und die Gleichung (11) mit

$$M = a \cdot \delta\theta \quad \text{mit} \quad a = \frac{2d}{\lambda_{vac}} \frac{n-1}{n} \quad (12)$$

$$\Rightarrow n = \frac{1}{1 - \frac{\lambda_{vac} \cdot a}{2d}} \quad (13)$$

approximiert und über Ausgleichsrechnung der Parameter a bestimmt. Das ist in der Abbildung 3 dargestellt. Die Daten dazu sind in der Tabelle 1 dargestellt. Über die Gleichung (13) lässt

sich dann der Brechungsindex bestimmen. Im Mittel ergibt sich ein Brechungsindex von $\bar{n} = 1,000\,000\,001\,068 \pm 0,000\,000\,000\,007$.

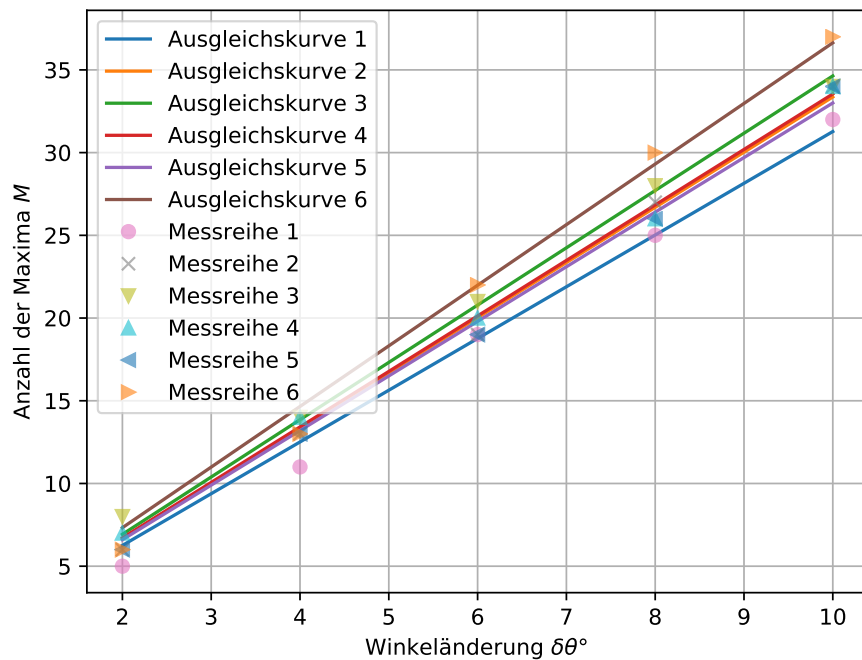


Abbildung 3: Anzahl der Interferenzmaxima gegen die Winkeländerung aufgetragen für alle Messreihen.

Messreihe	Parameter $a/\text{K m}^{-1}$		Brechungsindex n	
1	$3,13 \pm$	0,07	$1,000\,000\,000\,99 \pm$	$2 \cdot 10^{-11}$
2	$3,34 \pm$	0,05	$1,000\,000\,001\,06 \pm$	$2 \cdot 10^{-11}$
3	$3,46 \pm$	0,04	$1,000\,000\,001\,10 \pm$	$1 \cdot 10^{-11}$
4	$3,35 \pm$	0,04	$1,000\,000\,001\,06 \pm$	$1 \cdot 10^{-11}$
5	$3,30 \pm$	0,05	$1,000\,000\,001\,04 \pm$	$2 \cdot 10^{-11}$
6	$3,66 \pm$	0,08	$1,000\,000\,001\,16 \pm$	$2 \cdot 10^{-11}$

Tabelle 1: Ausgleichsparameter und die daraus berechneten Brechungsindizes im Überblick für jede Messreihe.

Bestimmung des Brechungsindex von Luft Zur Bestimmung des Brechungsindex bei Normalbedingungen von Luft wird die Anzahl der Interferenzmaxima in Abhängigkeit vom Druck gemessen. Die Anzahl der Interferenzmaxima wird dann mit der Gleichung (8) in einen Brechungsindex überführt. Über das Lorentz-Lorenz-Gesetz kann dann die Abhängigkeit von Druck und Brechungsindex untersucht werden dazu wird die Näherung des Lorentz-Lorenz-Gesetz (10) taylorentwickelt für geringe Druckänderungen. Daraus ergibt sich folgende Gleichung und Abhängigkeit

$$n = 1 + \frac{3Ap}{2RT} \rightarrow n = 1 + b \cdot p, \quad (14)$$

damit kann über Ausgleichsrechnung der Parameter b aus den Messwerten bestimmt werden. Die Prozedur ist in Abbildung 4 dargestellt. Die dazugehörigen Daten sind in der Tabelle 2 dargestellt. Daraus ergibt sich dann im Mittel $\bar{b} = (2,89 \pm 0,03) \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$. Über

$$b_V = \frac{3A}{2RT_V} \quad (15)$$

$$\frac{T_V}{T_N} \cdot b_V = \frac{3A}{2RT_N} = b_N \quad (16)$$

kann der Parameter b_N bestimmt werden, dieser ist der Parameter für die Normalbedingungen ($T_N = 15^\circ\text{C}$) dabei bezeichnet $T_V = 22,8^\circ\text{C}$ die Temperatur bei den die Messwerte aufgenommen wurden. Daraus folgt dann $n_N = 1 + b_N = 1,000\,301 \pm 0,000\,003$

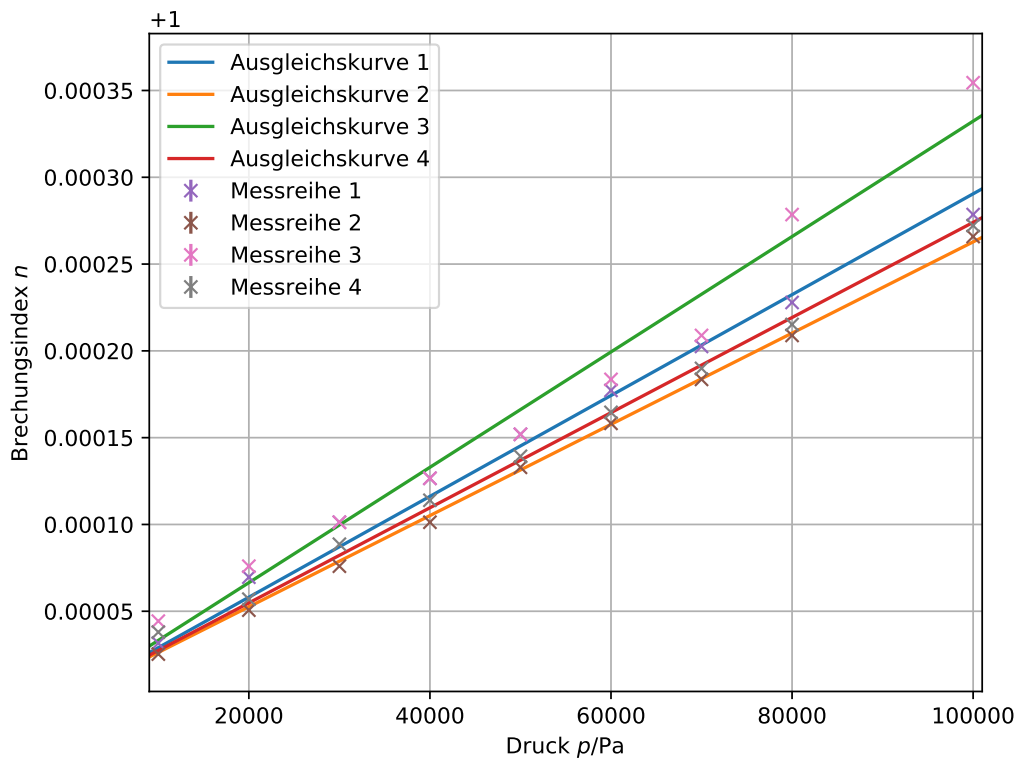


Abbildung 4: Brechungsindex von Luft in Abhängigkeit vom Druck.

Messreihe	Parameter b/Pa^{-1}	
1	$2,90 \cdot 10^{-9} \pm$	$5 \cdot 10^{-11}$
2	$2,63 \cdot 10^{-9} \pm$	$1 \cdot 10^{-11}$
3	$3,32 \cdot 10^{-9} \pm$	$9 \cdot 10^{-11}$
4	$2,74 \cdot 10^{-9} \pm$	$3 \cdot 10^{-11}$

Tabelle 2: Parameter aus den Ausgleichsrechnungen aus jeder Messreihe.

5 Diskussion

Alle relativen Fehler wurden nach der Formel

$$\tilde{x} = \frac{|x_{lit} - x_{mess}|}{|x_{lit}|} \cdot 100\%$$

berechnet, dabei bezeichnet x_{lit} den Literaturwert der Messgröße x_{mess} .

Polarisationswinkel Der Polarisationswinkel für den Polarisationsfilter wurde zu 48° bestimmt, da der Polarisationsfilter aufgrund der vorhandenen Markierungen nur für Winkel die vielfache von 5° sind genau einstellbar ist, wurde dieser ausreichend genau bestimmt.

Brechungsindex des Plättchens Der Brechungsindex des Plättchens wurde zu $\bar{n} = 1,000\,000\,001\,068 \pm 0,000\,000\,000$ bestimmt, da nicht angegeben ist um was für ein Glas es sich hierbei handelt oder ein Brechungsindex gegeben ist, kann hier keine weitere Diskussion erfolgen.

Brechungsindex von Luft Der Literaturwert für den Brechungsindex von Luft bei Normalbedingungen wurde aus [2] entnommen und beträgt $n_{lit} = 1,000\,276\,638$ für eine Wellenlänge von $6236,10\text{ \AA}$. Der experimentell bestimmte Wert liegt bei $1,000\,301 \pm 0,000\,003$, daraus folgt eine relative Abweichung von $0,0025\%$. Abweichungen können damit erklärt werden, dass der Literaturwert nicht für die gleiche Wellenlänge ermittelt wurde. Die Messwerte wurde hier mit einer Wellenlänge von $632,990\text{ nm}$ aufgenommen. Zudem könnten durch eine mangelhafte Justage die Strahlen nicht genau die Dioden treffen, dies hätte zur Folge, dass manche Maxima nicht gezählt wurden bzw. zu viel gezählt wurden.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V64 Interferometrie*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/MASTER/SKRIPT/Interferometrie.pdf>.
- [2] Bengt Edlén. „The Refractive Index of Air“. In: *Metrologia* 2.2 (1966), S. 71. URL: <http://stacks.iop.org/0026-1394/2/i=2/a=002>.
- [3] Wikipedia contributors. *Clausius–Mossotti relation* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Online; accessed 20-December-2018]. 2018. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Clausius%E2%80%93Mossotti_relation&oldid=871209178.